



Міністерство освіти і науки України
Department of education and science of Ukraine
Київський Національний Університет
Будівництва і Архітектури
Kyiv National University of Construction and
Architecture

ПРИКЛАДНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА
APPLIED GEOMETRY AND GRAPHICS

Міжвідомчий науково-технічний збірник
The Interdepartmental Collection of Proceedings

Випуск № 96 Issue No 96

DOI: 10/323447/0131-579X.2019.96

КИЇВ 2019 KYIV

Міжвідомчий науково-технічний збірник “Прикладна геометрія та інженерна графіка”. Випуск 96. Відповідальний редактор Ванін В. В. – Київ : КНУБА, 2019 р. – 74с.

UKR У збірник включені дослідження кривих ліній та поверхонь, способів їх формоутворення, апроксимації, зображення та практичного застосування. Ряд статей присвячено питанням теорії зображень, геометричному моделюванню об'єктів, процесів та явищ, проблемам комп'ютерної графіки, геометричним питанням САПР, деяким питанням технічної естетики. Розрахований на працівників науково-дослідних і проектних організацій, викладачів, аспірантів та докторантів

RUS В сборник включены исследования кривых линий и поверхностей, способов их формообразования, аппроксимации, изображения и практических приложений. Ряд статей посвящен вопросам теории изображений, геометрическому изображению объектов, процессов и явлений, проблемам компьютерной графики, геометрическим вопросам САПР, некоторым вопросам технической эстетики. Рассчитан на работников научно-исследовательских и проектных организаций, преподавателей, аспирантов и докторантов.

ENG Articles is devoted to the investigation of curve lines, surfaces, ways of shape forming, approximation, imaging and its practical applications are included in the collection. A number of articles are devoted to questions of the theory of images, geometrical imaging of objects, processes and phenomena, problems of the Computer Graphics, geometrical questions of CAD, some questions of an Industrial Art.

Collection is intended for researchers, designers, high school teachers, post-graduate students etc.

Редакційна колегія: Ванін В. В. (відп. редактор), Гайдайчук В. В. (заст. відп. редактора), Ботвіновська С. І. (відп. секретар), Бондар О. А., Гюнтер Вайсс, Вірченко Г. А., Гнатушенко В. В., Гайдайчук В. В., Ісмаїлова Н. П., Ковальов С. М., Ковальов Ю. М., Куценко Л. М., Мартинов В. Л., Найдиш А. В., Пилипака С. Ф., Плоский В. О., Сазонов К. О., Сергєйчук О. В., Гельмут Штахель

Editorial board: V. Vanin (chief editor), V. Gaidaichuk (deputy editor), S. Botvinovska (managing editor), O. Bondar, G. Weiss, G. Virchenko, V. Hnatushenko, N. Ismailova, S. Kovalov, Yu. Kovalyov, L. Kutsenko, V. Martynov, A. Najdysh, S. Pylipaka, V. Plosky, K. Sazonov, O. Sergeychuk, H. Stachel

Адреса редколлегии: к. 419, КНУБА, Повітрофлотський проспект, 31, 03037, Київ, Україна, телефон редакції: +38 (044)2415580, knuba@knuba.edu.ua, ageg.knuba.edu.ua

Випуск рекомендовано до друку Вченою радою КНУБА, протокол № 29 від 20 грудня 2019 року.

Наукове фахове видання

©Київський національний університет
будівництва та архітектури

ISSN 0131-579X

Київський національний університет будівництва і архітектури

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З ЗАПІЗНЮВАННЯМ ЗА ДОПОМОГОЮ УЗАГАЛЬНЕНИХ МЕТОДІВ РУНГЕ-КУТТИ

Розглядається система диференціальних рівнянь з декількома змінними запізнюваннями, що є математичною моделлю багатьох технічних процесів з запізнюванням у часі. Для даних систем отримано узагальнення методів Рунге-Кутти та встановлено його апроксимаційні властивості.

Ключові слова: Системи диференціальних рівнянь з запізнюванням, методи Рунге-Кутти, чисельні методи, екстраполяція.

Постановка проблеми. Останнім часом спостерігається великий інтерес до динамічних систем, що мають запізнювання у часі. Динамічні процеси пов'язані з передачею маси, енергії, інформації супроводжуються наявністю запізнювання. Таке запізнювання може бути обумовлене різними причинами – обмеженістю швидкості поширення взаємодії, наявністю інерційності деяких елементів, обмеженістю протікання технологічних процесів та інше.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Факторами запізнювання не можна нехтувати в інженерних дослідженнях при розгляді великих за розміром механічних систем і навпаки в наносистемах теплообміну. Так процес поширення тепла в дуже малих системах не може бути коректно описаний звичайним рівнянням теплопровідності, оскільки воно отримане за припущення нескінченно великої швидкості розповсюдження тепла і дифузійного характеру розповсюдження носіїв тепла. В малих системах це не виконується, тому потрібно враховувати запізнювання дифузійного транспорту і балістичний характер розповсюдження тепла, що приводить до систем диференціальних рівнянь з запізнюванням [3, 4].

У багатьох випадках складних фізико або фізико-механічних процесів написання чіткої математичної моделі викликає великі труднощі. Тоді доводиться для опису впливу деяких факторів вважати, що від впливу до чіткого наслідку проходить деякий проміжок часу – запізнюванням, що приводить до систем диференціальних рівнянь з запізнюванням [7].

Основна частина. Математична модель динамічних процесів з запізнюванням описується диференціальним рівнянням з запізнюванням або в більш складних випадках системою диференціальних рівнянь з запізнюванням.

Найпростіше диференціальне рівняння з одним сталим запізнюванням $\tau > 0$ має вигляд

$$\frac{dy(t)}{dt} = F(t, y(t), y(t - \tau)) \quad (1)$$

де $F : R^3 \rightarrow R$ – деяка функція.

Задача Коші полягає в відшукуванні неперервного розв'язку $y(t)$ рівняння (1) при $t > t_0$, за умови, що $y(t) = \varphi(t)$ при $t_0 - \tau \leq t \leq t_0$, де $\varphi(t)$ – задана неперервна функція. Відрізок $[t_0 - \tau; t_0]$, на якому задана початкова функція $\varphi(t)$, називається початковою множиною і позначається E_{t_0} .

Число τ визначає величину наслідків. Якщо $\tau = 0$, тобто післядія відсутня, то рівняння (1) перетворюється в звичайне диференціальне рівняння

$$\frac{dy(t)}{dt} = F(t, y(t)). \quad (2)$$

У рівнянні (2) швидкість динамічних процесів визначається станом системи в заданий момент часу t , тобто в математичній моделі (2) не враховується залежність швидкості динамічних процесів від стану системи в момент часу, що передує t . Врахування цієї залежності, тобто властивостей пам'яті і спадковості динамічної системи, післядія в законі взаємодії в динамічній системі приводить до рівняння (1).

Якщо в рівнянні (1) і в початкових умовах $y(t)$, F і $\varphi(t)$ вважати вектор-функціями, то ми отримаємо постановку задачі Коші для систем диференціальних рівнянь з запізнюванням.

В загальному випадку запізнювання можуть змінюватися з плином часом, тобто $\tau = \tau(t) \geq 0$. У випадку змінного запізнювання $\tau = \tau(t)$ в рівнянні (1) необхідно знайти розв'язок цього рівняння при $t > t_0$. На початковій множині E_{t_0} , яка складається з точки t_0 і з тих значень $t - \tau(t)$, які менші за t_0 при $t \geq t_0$, $y(t) \equiv \varphi(t)$.

Дослідженню розв'язків різного типу диференціальних рівнянь та систем з запізнюванням присвячено багато робіт різних авторів [1], [2], [5], [6], [7]. При дослідженні математичних моделей з запізнюванням використовують чисельні методи, методи усереднення та метод розкладу в ряд Тейлора по запізнюванню.

Системи диференціальних рівнянь зі змінним запізнюванням

Ми розглядаємо узагальнену систему диференціальних рівнянь зі скінченною кількістю змінних запізнювань:

$$\frac{dy(t)}{dt} = f\left(t, y(t), y(t - \tau_1(t)), \dots, y(t - \tau_m(t))\right), \quad (3)$$

де $y(t) = (y^2(t), \dots, y^n(t))$, $f = (f^2, \dots, f^n)$ – вектор-функції.

Початкова умова:

$$y(t) = \varphi(t), \quad t \in [t^0 - D, t^0], \quad \text{де } \varphi(t) = (\varphi^2(t), \dots, \varphi^n(t)). \quad (4)$$

Функції $\tau_1(t), \dots, \tau_m(t)$ задовольняють умові:

$$d \leq \tau_1(t) \leq D, \dots, d \leq \tau_m(t) \leq D, \quad t \geq t^0, \quad (5)$$

де $d > 0, D \geq d$ – деякі сталі.

Теорема існування і єдиності розв'язку для задачі Коші (3)–(4) за умови (5) аналогічні теоремам існування і єдиності розв'язку задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь [8], [9].

Система диференціальних рівнянь з одним сталим запізнюванням розглядалася в роботі [11]. Для дослідження такої системи використані методи Рунге-Кутти. Ми узагальнимо методи Рунге-Кутти для випадку систем зі скінченною кількістю змінних запізнювань.

Позначимо $\tilde{y}(t) = y(t)$, $t \in [t_0 - D, t_0]$. Нехай \tilde{y} – відома функція, тобто відомий розв'язок до деякого моменту часу t_0 , $t_0 \geq t^0$. Тоді враховуючи (5) маємо:

$$\begin{aligned} \frac{dy(t)}{dt} &= f\left(t, y(t), y(t - \tau_1(t)), \dots, y(t - \tau_m(t))\right) = \\ &= f\left(t, y(t), \tilde{y}(t - \tau_1(t)), \dots, \tilde{y}(t - \tau_m(t))\right) = \\ &= \tilde{f}(t, y(t)), \end{aligned} \quad (6)$$

де $\tilde{f}(t, y) = f\left(t, y, \tilde{y}(t - \tau_1(t)), \dots, \tilde{y}(t - \tau_m(t))\right)$.

Отримаємо на проміжку $t \in [t_0, t_0 + d]$ систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{dy^J(t)}{dt} = \tilde{f}^J\left(t, y^2(t), \dots, y^n(t)\right), \quad J = 2, \dots, n. \quad (7)$$

Тоді s - стадійний метод Рунге-Кутти для отриманої системи (7) має вигляд:

$$\begin{aligned} g_i &= y_0 + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} h \tilde{f}\left(t_0 + c_j h, g_j^2, \dots, g_j^n\right), \quad i = 1, \dots, s, \\ y_1 &= y_0 + \sum_{j=1}^s b_j h \tilde{f}\left(t_0 + c_j h, g_j^2, \dots, g_j^n\right), \\ t^1 &= t_0 + h, \end{aligned} \quad (8)$$

де y_0^J – початкове значення, y_1^J – шукане наближення невідомої функції y^J , за один крок чисельного інтегрування h , g_i^J – попередні наближення розв'язку

першого порядку, $J = 2, \dots, n$. Коефіцієнти a_{ij}, b_j визначають метод Рунге-Кутти, t_0 – початкове значення часу, $c_i = \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}$, $\sum_{j=1}^s b_j = 1$ [10].

Зауважимо, що метод (8) має порядок апроксимації p , якщо для досить гладких задач (7) має місце наступна нерівність:

$$\|y(t_0 + h) - y_1\| \leq Kh^{p+1}, \quad y(t) = (y^1(t), \dots, y^n(t)),$$

де K – стала, а $\|y(t)\| = |y^1(t)| + \dots + |y^n(t)|$.

Повертаючись до функції f отримаємо s - стадійний метод Рунге-Кутти для систем з запізнюванням вигляду (3):

$$\begin{aligned} g_i &= y_0 + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} h f(t_0 + c_j h, g_j, \tilde{y}(t_0 + c_j h - \tau_1(t_0 + c_j h)), \dots \\ &\dots, \tilde{y}(t_0 + c_j h - \tau_m(t_0 + c_j h))), \quad i = 1, \dots, s, \\ y_1 &= y_0 + \sum_{j=1}^s b_j h f(t_0 + c_j h, g_j, \tilde{y}(t_0 + c_j h - \tau_1(t_0 + c_j h)), \dots \\ &\dots, \tilde{y}(t_0 + c_j h - \tau_m(t_0 + c_j h))), \\ t^1 &= t_0 + h, \\ g_i &= (g_i^1, \dots, g_i^n), \quad i = 1, \dots, s, \end{aligned} \tag{9}$$

де $y_0 = (y_0^1, \dots, y_0^n)$ – початкове значення, $y_1 = (y_1^1, \dots, y_1^n)$ – шукане наближення невідомої функції $y(t)$ за один крок чисельного інтегрування $h \leq d$.

Оскільки при чисельних обрахунках немає точної функції $\tilde{y}(t)$ (передісторії моделі), то за неї береться його наближення, отримане на попередніх кроках чисельного інтегрування [11]:

$$\tilde{y}(t) = \begin{cases} \varphi(t), & t \in [t^0 - D, t^0], \\ \hat{y}(t), & t \in (t^0, t_0]. \end{cases} \tag{10}$$

де $\hat{y}(t)$ – наближене значення розв'язку $y(t)$, $t \in (t^0, t_0]$.

Твердження 1. Якщо порядок наближення розв'язку $\hat{y}(t)$ рівний p_1 , а порядок апроксимації методу Рунге-Кутти (8) рівний p_2 , тоді порядок апроксимації методу Рунге-Кутти для систем з запізнюванням (9) рівний $p = \min\{p_1 + 1, p_2\}$.

Доведення. Умови твердження справедливі за умови виконання вимог теореми існування і єдиності розв'язку задачі Коші. При цьому функція f неперервна і задовольняє умову Ліпшиця за всіма аргументами, починаючи з

другого. Дійсно, нехай L найбільша з констант Ліпшиця для f^2, \dots, f^n . Тоді маємо

$$\begin{aligned}
\|y(t_0 + h) - y_1\| &= \left\| y(t_0 + h) - y_0 - \sum_{j=1}^s b_j h f(t_0 + c_j h, g_j, \tilde{y}(t_0 + c_j h - \tau_1(t_0 + c_j h)), \dots) \right. \\
&\quad \left. \dots, \tilde{y}(t_0 + c_j h - \tau_m(t_0 + c_j h)) \right\| = \\
&= \left\| y(t_0 + h) \pm \left(y_0 + \sum_{j=1}^s b_j h f(t_0 + c_j h, g_j, y(\cdot), \dots, y(\cdot)) \right) \right. \\
&\quad \left. - y_0 - \sum_{j=1}^s b_j h f(t_0 + c_j h, g_j, \tilde{y}(\cdot), \dots, \tilde{y}(\cdot)) \right\| \leq \\
&\leq K_2 h^{p_2+1} + \left\| \sum_{j=1}^s b_j h f(t_0 + c_j h, g_j, y(\cdot), \dots, y(\cdot)) \right. \\
&\quad \left. - \sum_{j=1}^s b_j h f(t_0 + c_j h, g_j, \tilde{y}(\cdot), \dots, \tilde{y}(\cdot)) \right\| = K_2 h^{p_2+1} + \\
&\quad + \sum_{j=2}^n \sum_{j=1}^s |b_j| h |f^j(t_0 + c_j h, g_j, y(\cdot), \dots, y(\cdot)) - f^j(t_0 + c_j h, g_j, \tilde{y}(\cdot), \dots, \tilde{y}(\cdot))| \leq \\
&\leq K_2 h^{p_2+1} + \sum_{j=2}^n \sum_{j=1}^s |b_j| h \sum_{i=1}^m L \left\| y(t_0 + c_j h - \tau_i(t_0 + c_j h)) - \tilde{y}(t_0 + c_j h - \tau_i(t_0 + c_j h)) \right\| \leq \\
&\leq K_2 h^{p_2+1} + (n-1) \sum_{j=1}^s |b_j| h L K_1 m h^{p_1+1} \leq K h^{p+1}.
\end{aligned}$$

Якщо в методі (9) $h > d$, то можливо, що для деяких $\tau_l \in \{\tau_1, \dots, \tau_m\}$ та $j \in \{1, \dots, s\}$ має місце $t_0 + c_j h - \tau_l(t_0 + c_j h) > t_0$, тоді необхідне наближене значення розв'язку $\tilde{y}(t)$ в момент часу $t > t_0$. Тобто:

$$\tilde{y}(t) = \begin{cases} \varphi(t), & t \in [t^0 - D, t^0], \\ \hat{y}(t), & t \in (t^0, t_0], \\ \check{y}(t), & t > t_0, \end{cases} \quad (11)$$

де $\check{y}(t)$ – наближене значення розв'язку $y(t)$, $t > t_0$.

Зазвичай значення функцій $\hat{y}(t)$, $\check{y}(t)$ отримують відповідно з інтерполяції та екстраполяції значень розв'язку на попередніх кроках застосування методу Рунге-Кутти [11].

Твердження 2. Якщо порядок наближення розв'язку $\hat{y}(t)$ рівний p_1 , $\check{y}(t)$ рівний p_2 , а порядок апроксимації методу Рунге-Кутти (8) рівний p_3 , тоді

порядок апроксимації методу Рунге-Кутти для систем з запізнюванням (9) рівний $p = \min\{p_1 + 1, p_2 + 1, p_3\}$.

Умови твердження справедливі за умови виконання вимог теорем існування і єдиності розв'язку задачі Коші. При цьому функція f неперервна і задовольняє умову Ліпшиця за всіма аргументами, починаючи з другого. Доведення аналогічне попередньому твердженню.

Перепишемо (9) в більш зручному для програмування вигляді. Для цього позначимо $y^1 \equiv t$, тоді $\frac{dy^1}{dt} = 1$. Тоді система (3) матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dy(t)}{dt} &= \bar{f}(y(t), y(t - \tau_1(t)), \dots, y(t - \tau_m(t))), \\ y &= (y^1, \dots, y^n), \bar{f} = (f^1, \dots, f^n). \end{aligned} \quad (13)$$

Метод (9) має вигляд:

$$\begin{aligned} g_i &= y_0 + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} h \bar{f}(g_j, \tilde{y}(g_j^1 - \tau_1(g_j^1)), \dots, \tilde{y}(g_j^1 - \tau_m(g_j^1))), \quad i = 1, \dots, s, \\ y_1 &= y_0 + \sum_{j=1}^s b_j h \bar{f}(g_j, \tilde{y}(g_j^1 - \tau_1(g_j^1)), \dots, \tilde{y}(g_j^1 - \tau_m(g_j^1))), \\ g_i &= (g_i^1, \dots, g_i^n), \quad i = 1, \dots, s. \end{aligned} \quad (14)$$

Або:

$$\begin{aligned} g_i^J &= y_0^J + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} h f^J(g_j^1, \dots, g_j^n, \tilde{y}^2(g_j^1 - \tau_1(g_j^1)), \dots, \tilde{y}^n(g_j^1 - \tau_1(g_j^1)), \dots, \\ &\dots, \tilde{y}^2(g_j^1 - \tau_m(g_j^1)), \dots, \tilde{y}^n(g_j^1 - \tau_m(g_j^1))), \quad i = 1, \dots, s, \\ y_1^J &= y_0^J + \sum_{j=1}^s b_j h f^J(g_j^1, \dots, g_j^n, \tilde{y}^2(g_j^1 - \tau_1(g_j^1)), \dots, \tilde{y}^n(g_j^1 - \tau_1(g_j^1)), \dots, \\ &\dots, \tilde{y}^2(g_j^1 - \tau_m(g_j^1)), \dots, \tilde{y}^n(g_j^1 - \tau_m(g_j^1))), \quad J = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (15)$$

Нехай порядок апроксимації методу Рунге-Кутти (8) рівний p . Для інтерполяції розв'язку використаємо поліном Лагранжа порядку $p-1$, побудований по p точкам y^1 . Тоді порядок апроксимації методу Рунге-Кутти для систем з запізнюванням (14), згідно твердженню 1, теж рівний p за умови $h \leq d$.

Якщо $h > d$, то для екстраполяції передісторії використаємо, як і в звичайних методах Рунге-Кутти, метод Ейлера. Тоді, якщо в (14) для деяких $\tau_l \in \{\tau_1, \dots, \tau_m\}$ та $j \in \{1, \dots, s\}$ виконується нерівність $g_j^1 - \tau_l(g_j^1) > t_0$, отримаємо

$$\tilde{y}(g_j^1 - \tau_l(g_j^1)) = g_k + (g_j^1 - \tau_l(g_j^1) - g_k^1) f(g_k, \tilde{y}(g_k^1 - \tau_l(g_k^1))), \quad (16)$$

де $g_k \in \{g_1, \dots, g_j\}$ – найближче по часу g_k^1 до $g_j^1 - \tau_l(g_j^1)$ пороховане наближення першого порядку. Апроксимація порядку 2 даного методу випливає з твердження 2.

Зауваження. При екстраполяції передісторії за методом Ейлера (16) метод (14) при $\tau_1(t) = 0, \dots, \tau_m(t) = 0, t \geq t^0$ співпадає з методом Рунге-Кутти для систем звичайних диференціальних рівнянь. Дійсно, якщо $\tau_l(t) = 0, t \geq t^0$, то найближчим до $g_j^1 - \tau_l(g_j^1)$ буде g_j^1 , тобто в формулі (16) $g_k = g_j, l = 1, \dots, m, j = 1, \dots, s$. Тоді рівність (16) при $\tau_1(t) = 0, \dots, \tau_m(t) = 0, t \geq t^0$ має вигляд $\tilde{y}(g_j^1) = g_j, j = 1, \dots, s$, що відповідає звичайному методу Рунге-Кутти.

Література

1. Baker, C. T. H. and Paul, C. A. H. Discontinuous solutions of neutral delay differential equations – Applied Numerical Mathematics 56, – 2006 – p. 284–304.
2. Cattaneo C. A Form of Heart Equation with Eliminates the Paradox of Instantaneous Propagations, C.R.Acad.Sci.247, 1958 – p. 431-433.
3. Chen G. Ballistic-Diffusive Heat-Conduction Equations - Phys. Rev. Lett. 86 – 2001 - 2297-2300.
4. Gu, K. and Niculescu, S.-I., Survey on recent results in the stability and control of time-delay systems – Journal of Dynamical Systems, Measurement, and Control 125, 2003 – p. 158–165.
5. Kyrychko Y.N., Hogan S.J. On the use of delay equations in engineering applications – Journal of Vibration and Control, 16(7–8) – 2010 – 943–960 p.
6. Otto A., Just W., Radons G. Nonlinear dynamics of delay systems: an overview – Phil.Trans.R.Soc.A377: 20180389. – 2019.
7. Тумов Н.К. Успенський В.К. Моделирование систем с запаздыванием. – Ленинград, Энергия, 1969. -100с.
8. Долгий Ю.Ф., Сурков П.Г. Математические модели динамических систем с запаздыванием – Екатеринбург: Изд.-во Урал. ун-та, 2012. – 122 с.
9. Эльсгольц Л.Э., Неркин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1971. – 296с.
10. Хайпер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежёсткие задачи / Под ред. С. С. Филиппова. – М.: Мир, 1990. – 512с.
11. Пимёнов В.Г. Функционально-дифференциальные уравнения в биологии и медицине. – Учебное пособие. – Екатеринбург, 2008. – 91с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРИ ПОМОЩИ ОБОБЩЕННЫХ МЕТОДОВ РУНГЕ-КУТТЫ

Бондаренко Н.В., к.ф.-м.н, доцент, Печук В.Д.

Киевский национальный университет строительства и архитектуры

Рассматривается система дифференциальных уравнений с несколькими переменными запаздываниями, что является математической моделью многих технических процессов с запаздыванием во времени. Наиболее часто для моделирования таких систем используют численные методы Рунге-Кутты, и метод разложения в ряд Тейлора по запаздыванию. Ранее методы Рунге-Кутты применялись для систем дифференциальных уравнений с одним переменным запаздыванием. В работе получено обобщение методов Рунге-Кутты для систем дифференциальных уравнений, имеющих конечное число переменных запаздываний, что значительно расширяет класс задач, для которых применим данный метод. Также данный метод имеет преимущества перед методом разложения в ряд Тейлора, по запаздыванию поскольку применим для систем с несколькими переменными запаздываниями, удобен для программирования, и не имеет ограничений на величину запаздывания. Для обобщения методов Рунге-Кутты для систем с запаздыванием использовались методы Рунге-Кутты для систем дифференциальных уравнений, без запаздывания во времени, и интерполяция и экстраполяция предыстории. Установлено аппроксимационные свойства обобщения методов Рунге-Кутты для систем с запаздыванием. А именно показана связь порядка аппроксимации методов Рунге-Кутты для систем, с запаздыванием, с порядком аппроксимации методов Рунге-Кутты для систем без запаздывания и порядком аппроксимации интерполяции и экстраполяции предыстории модели. Таким образом, установлено, что порядок аппроксимации метода Рунге-Кутты для системы с запаздыванием будет минимумом порядков аппроксимации метода Рунге-Кутты для системы без запаздывания и порядком аппроксимации интерполяции и экстраполяции предыстории модели увеличенными на единицу. На основе данного утверждения сделаны выводы, что если использовать в качестве интерполяции предыстории полином Лагранжа по количеству узлов совпадающему с порядком аппроксимации метода Рунге-Кутты для системы без запаздывания, то при достаточно малом шаге метод Рунге-Кутты для системы с запаздыванием сохраняет порядок аппроксимации метода Рунге-Кутты без запаздывания. Без ограничений на длину шага при использовании для экстраполяции решения метода Эйлера, установлено, что в таком случае порядок аппроксимации методов Рунге-Кутты для системы с запаздыванием более двух.

Ключевые слова: Системы дифференциальных уравнений с запаздыванием, методы Рунге-Кутты, численные методы, экстраполяция.

MODELING OF DYNAMIC DELAYED SYSTEMS BY USING GENERAL RUNGE-KUTTA METHODS

Ph.D., Associate Professor Bondarenko N.V., Pechuk V.D
Kyiv National University of Construction and Architecture

A system of differential equations with several variable delays is considered, which is a mathematical model of many technical processes with time delay. Most often, numerical Runge-Kutta methods and the Taylor series expansion by delay method are used to model such systems. Previously, Runge-Kutta methods were used for systems of differential equations with one variable delay. A generalization of the Runge-Kutta methods for systems of differential equations with a finite number of variable delays is obtained, which significantly expands the class of problems for which this method is applicable. Also, this method has advantages over the Taylor expansion method in terms of delay since it is applicable to systems with several variable delays, is convenient for programming, and has no restrictions on the value of delay. To generalize the Runge-Kutta methods for systems with delay, we used Runge-Kutta methods for systems of differential equations without delay in time and interpolation and extrapolation of the redistribution. The approximation properties of the generalization of Runge-Kutta methods for systems with delay are established. Namely, the connection between the approximation order of the Runge-Kutta methods for systems with delay and the approximation order of the Runge-Kutta methods for systems without delay and the approximation order of interpolation and extrapolation of the model history is shown. Thus, it was established that the approximation order of the Runge-Kutta method for a system with delay will be the minimum of the approximation orders of the Runge-Kutta method for a system without delay and the approximation order of interpolation and extrapolation of the model history will be increased by one. Based on this statement, it is concluded that if we use the Lagrange polynomial in the number of nodes that coincides with the approximation order of the Runge-Kutta method for a system without delay, then, with a sufficiently small step, the Runge-Kutta method for a system with delay retains the approximation order of the method Runge-Kutta without delay. Without limiting the step length when using the Euler method for extrapolating a solution, it was found that in this case the approximation order of the Runge-Kutta methods for a system with a delay of more than two.

Keywords: Systems of delayed differential equations, Runge-Kutta methods, numerical methods, extrapolation.

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРЯМИХ ЛІНІЙ

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Житомирський національний агроекологічний університет*

У роботі представлено теоретичні основи активного перетворення координат. Пропонується його використання для моделювання дискретних каркасів різноманітних криволінійних поверхонь дизайн-об'єктів засобами комп'ютерної графіки. Такий підхід дозволить не лише враховувати задані вихідні умови, а й отримувати поверхні з заданими геометричними особливостями та естетичними властивостями, і суттєво розширить бібліотеку дискретно-представлених поверхонь. Розглядається питання використання активного перетворення координат, в основі якого лежать перетворення прямих ліній. Це пов'язано з тим, що на дискретних каркасах поверхонь просторові обводи, які можна провести через n заданих вузлів, визначаються плоскими обводами, а саме їх проєкціями. Тому, у роботі досліджується активне перетворення координат для об'єктів на площині. В активному перетворенні координат чисельні значення координат вузлів поверхні прообразу можуть бути деякими функціями від чисельних значень координат вузлів поверхні образу у тих саме або в інших одиницях вимірювання. Безліч координатних систем, які пов'язуються з модельованими об'єктами дозволить отримувати дуже широке коло ліній та поверхонь, на які можуть перетворюватись відповідно прямі або площини. Рекомендується за основну координатну систему активного перетворення призначати ПДСК, оскільки саме вона є найбільш вживаною у прикладній геометрії, і для неї детально розроблено апарат аналітичної геометрії. Це дозволить не лише описувати геометричні образи, а й досліджувати їх властивості у подальшому.

Ключові слова: активне перетворення координат; перетворення прямих; комп'ютерне моделювання; дизайн-об'єкт; координатні системи.

Постановка проблеми. У статті розглядаються теоретичні питання використання активного перетворення координат, в основі якого лежать перетворення прямих ліній, для подальшого формування дискретних каркасів поверхонь дизайн-об'єктів та створення їх тривимірних моделей засобами комп'ютерної графіки. Прикладне значення має задача формотворення поверхні за наперед заданими крайовими умовами й

естетичними властивостями та можливістю отримати поверхню бажаної форми та образу.

Ціль статті. При використанні активного перетворення координат будемо мати координатні перетворення простору. Оскільки на дискретних каркасах поверхонь просторові обводи, які можна провести через n заданих точок, визначаються плоскими обводами, а саме їх проєкціями, то обмежимося вивченням перетворень для випадку на площині, а не у просторі.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Активні перетворення координат [1] мають особливості, а саме: чисельне значення координат вихідної координатної системи переходить у чисельне значення координат нової системи. У прикладній геометрії та математичному моделюванні найефективнішими методами утворення складних криволінійних об'єктів є методи, в основі яких лежать різноманітні перетворення, лінійні або нелінійні [2]. Геометричні перетворення досить широко використовуються при геометричному моделюванні різноманітних об'єктів із збереженням заданих властивостей [3, 4], для отримання нових геометричних форм та образів. У роботі [4] розглядаються теоретичні питання можливого використання проєктивного перетворення, на прикладі перспективного, у процесі моделювання дискретних каркасів різноманітних архітектурних оболонок з вертикальними дотичними площинами. Проаналізовано властивості цих перетворень і перспективи їх подальшого використання.

Серед робіт, у яких розглядаються питання моделювання криволінійних об'єктів на основі використання геометричних перетворень, слід звернути увагу на роботи [5-7]. Там представлено розроблений спосіб перетворення кривих ліній, що базується на нормалізованому розподілі кривини. Цей спосіб допомагає моделювати криволінійні обводи, генерувати криві лінії із врахуванням динамічних особливостей модельованих об'єктів.

Оскільки координатних систем у прикладній геометрії існує незлічена різноманітність, у представлених дослідженнях обмежимося лінійними координатними системами, які можна розглядати як двопараметричну множину конгруенцій [8]. Тоді координатна система вважається визначеною, якщо задано тип конгруенції (конгруенцію прямих), систему відліку променю конгруенції і початок відліку лінійної координати вздовж променю конгруенції, а також параметри (координати), які задають напрям променю та напрям відліку параметра вздовж променю.

У найпростішому випадку активного перетворення прямокутної декартової системи координат (ПДСК) у полярну систему координат, на площині маємо, що декартова координата x переходить у полярний кут α , де число градусів кута відповідає числу лінійних одиниць координати x . А декартова координата y переходить у полярний радіус ρ у тих саме одиницях вимірювання (рис. 1).

При цьому, пряма лінія m ($y_m = c$) (рис. 1, а), де c – параметр, переходить у коло радіусом $\rho = c$ (рис. 1, б), а пряма лінія n ($y_n = kx + b$) переходить у спіраль Архімеда n' : $\rho = k(\alpha + \gamma)$, де γ – постійний кут, численно рівний параметру b .

У загальному випадку, активне перетворення простору можна задавати функціями. Наприклад, деяка координату x прообразу у ПДСК перетворюється на кут α у СК образу, чисельно рівний координаті x , але цей кут можна відкладати не від полярної осі $O'x'$ (рис. 1, з), а від деякої осі $O'x''$, яка складає з віссю $O'x'$ постійний кут β . У результаті, декартовій координаті x відповідатиме не кут α , а полярному куту $\alpha + \beta$. Тоді, функцією перетворення буде $\alpha = kx + \beta$, де k – коефіцієнт переходу від лінійних одиниць до полярних.

Нехай декартовій координаті y відповідає не полярний радіус ρ , а функція $\rho = ty$, тоді пряма $y = c$ перетвориться на коло $\rho = ty$, а пряма $y = kx + b$ перетвориться у спіраль Архімеда, відмінну від спіралі на рис. 1, з, яка описується рівнянням $\rho = k(\alpha + \beta + \gamma)$, де: α – змінний кут, що відповідає декартовій координаті x ; β – постійний кут нахилу осі $O'x''$ кутового відліку по відношенню до полярної осі $O'x'$; γ – постійний кут, який відповідає параметру b прямої лінії $y = kx + b$.

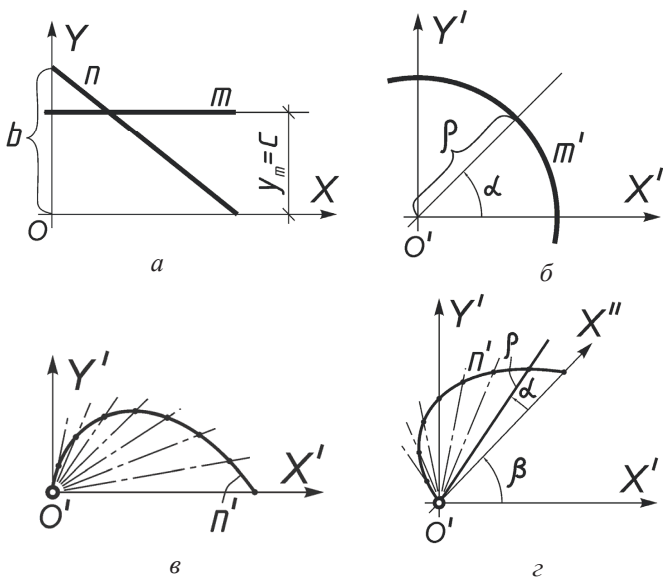


Рис. 1. Приклад активного перетворення координат на площині

Активне перетворення координат зустрічається при розв'язанні

багатьох задач геометричного моделювання. У такому перетворенні аналітичне рівняння прообразу залишається незмінним [9]. Змінюється найменування відповідних координат. Перетворювані образи слід описувати у ПДСК за принципом пасивного перетворення координат, коли змінюється система координат, а не змінюється сам образ. У результаті цього процесу будемо мати прямі та зворотні формули перетворення. Система координат прообразу і система координат образу можуть призначатись абсолютно довільно з урахуванням того, який образ з естетичних або будь-яких інших міркувань бажано отримати.

Основна частина. Для спрощення подальших розрахунків за систему координат прообразу у представлених дослідженнях обираємо прямокутну декартову систему координат. Це обумовлено тим, що у цій системі координат у подальшому є можливість формувати дискретні каркаси криволінійних поверхонь об'єктів дизайну статико-геометричним методом професора С.М. Ковальова.

Поверхня, на яку буде перетворюватись площина із ПДСК, або лінія, на яку буде перетворюватись пряма визначають найбільш зручну для аналітичного опису систему координат образу. Наприклад, якщо обрати горизонтальну лінію у вихідній ПДСК то, у сферичній полярній системі координат вона буде перетворюватись на коло. При використанні формул зворотного перетворення коло буде перетворюватись на лінію, паралельну до осі координат.

Для зручності використання того або іншого обраного геометричного перетворення між системами координат образу та прообразу встановлюється математична залежність – ключ переходу з однієї системи у іншу. У якості ключа виступають прийняті для того чи іншого типу перетворення аналітичні залежності, які забезпечують можливість не замислюватись над самим процесом перетворення, а отримувати нові образи: прямі, криві, поверхні. Викликає зацікавленість перетворення більш простих геометричних фігур, на основі трансформації їх координат, і поява об'єктів (образів) з новими геометричними формами, відмінними від прообразів.

Розглянемо деякі приклади використання активного перетворення координат, коли системою прообразу є ПДСК, а системою образу є полярні циліндрична або сферична системи координат. На рис. 2 представлено прямокутну декартову систему координат та полярні системи координат у суміщених просторах.

Формули переходу із ПДСК у полярну циліндричну систему координат (ЦПСК) представлено нижче.

Ключ перетворення, представленого на рис. 1, а можна записати так: $x \rightarrow x'; y \rightarrow k\beta; z \rightarrow \rho$. Тоді, формули **прямого** перетворення із ПДСК у ЦПСК матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}
 x' &= x; \\
 y' &= z \cos k\beta; \\
 z' &= z \sin k\beta.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Формули **зворотного** перетворення із ЦПСК у ПДСК можна представити так:

$$\begin{aligned}
 x &= x'; \\
 y &= \arcsin \frac{z'}{\sqrt{(y')^2 + (z')^2}}; \\
 z &= \sqrt{(y')^2 + (z')^2}.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

де x, y, z – декартові координати геометричної фігури у системі прообразу, x', y', z' – декартові координати геометричної фігури у системі координат образу.

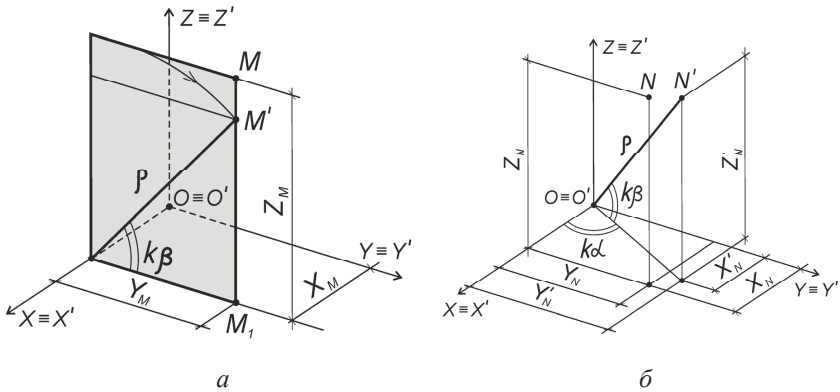


Рис. 2. ПДСК та полярні системи координат, відповідно циліндрична та сферична, у суміщених просторах

Якщо координатною системою образу є циліндрична полярна система координат, то декартова координата x прообразу залишається незмінною $x = x'$ (рис. 2, а). Декартова координата y переходить у кутову координату $k\beta$, де k – коефіцієнт переходу від лінійної міри до кутової. Декартова координата z переходить у радіус-вектор ρ ($\rho = z$).

Тоді формули (1) та (2) прийматимуть вигляд, відповідно, прямих формул:

$$\begin{aligned}x' &= x; \\y' &= z \cos y; \\z' &= z \sin y,\end{aligned}\tag{3}$$

та зворотні:

$$\begin{aligned}x &= x'; \\y &= \arcsin \frac{z'}{\sqrt{(y')^2 + (z')^2}}; \\z &= \sqrt{(y')^2 + (z')^2},\end{aligned}\tag{4}$$

Множина координатних прямих ЦПСК є конгруенцією $K_\Gamma (1,1)$ фокальними фігурами якої виступають дві прямі, одна з яких є невласною. Власна пряма (фокальна фігура) є початком відліку лінійних координат.

Якщо координатною системою образу є сферична прямокутна система координат (СфПСК) (рис. 2, б), то декартова координата x прообразу переходить у кутову координату α ($x = k\alpha$). Решта координат перетворюється так само, як і для ЦПСК.

Активне перетворення ПДСК на СфПСК описується відповідно формулами **прямого** перетворення

$$\begin{aligned}x' &= z \cos x \cos y; \\y' &= z \sin x \cos y; \\z' &= z \sin y,\end{aligned}\tag{5}$$

й формулами **зворотного** перетворення:

$$\begin{aligned}x &= \arccos \frac{x'}{y'}; \\y &= \arcsin \frac{z'}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}}; \\z &= \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}.\end{aligned}\tag{6}$$

Множина координатних прямих СфПСК є конгруенцією $K_\Gamma (1,0)$ із центром у точці O , яка є початком системи відліку координат (рис. 2, б).

Обидві конгруенції (рис. 2) розшаровуються на однопараметричну множину плоских пучків 1-го порядку прямих у пучках 1-го порядку площин. Тоді одна вісь конгруенції є власною чи невласною лінією перетину цих площин. У ЦПСК площини пучка перпендикулярні власній осі Ox конгруенції (рис. 2, а), а у СфПСК один з пучків має полярну вісь $O'z'$. Тому для спрощення, активне перетворення координат у просторі можна звести до перетворення у кожній площині цих пучків.

У такому випадку, перетворення у кожній площині ЦПСК та СфПСК не будуть відрізнятися між собою, а у вихідній ПДСК горизонтальні площини можна замінити перерізами – прямими рівня.

Алгоритм виведення формул, що описують активне перетворення координат можна представити так:

Крок 1 – записати рівняння заданої площини-прообразу довільного положення у вихідній ПДСК ($Oxyz$).

Крок 2 – записати те саме рівняння, замінивши координати функціями, наприклад: $x \rightarrow k\alpha$; $y \rightarrow k\beta$; $z \rightarrow \rho$, де k – коефіцієнт пропорційності, [град/мм].

Крок 3 – у новій системі координат образа ($O'x'y'z'$) записати параметри α , β і ρ через декартові координати x' , y' і z' .

Крок 4 – записати формули зворотного перетворення, для цього отримані вирази (крок 3) підставити у рівняння (крок 2) і визначити координати, як функції $x \rightarrow f_1(x')$; $y \rightarrow f_2(y')$; $z \rightarrow f_3(\rho')$.

Продемонструємо основні інваріанти активного перетворення координат. Для цього, розглянемо перетворення різноманітних прямих (рис. 3), які лежать в одній площині. Відповідність між лінійними та кутовими координатами встановлюється за допомогою одиничного коефіцієнта, так що $k\ell = \frac{\pi}{2}$, де $k = 1$ [град/мм]. Під час переходу прямих (рис. 3, а) з ПДСК до ЦПСК, довільні прямі лінії a й b , що проходять через центр O , перетворюються відповідно у спіралі Архімеда a' і b' , симетричні відносно координатної осі $O'y'$ (рис. 3, б).

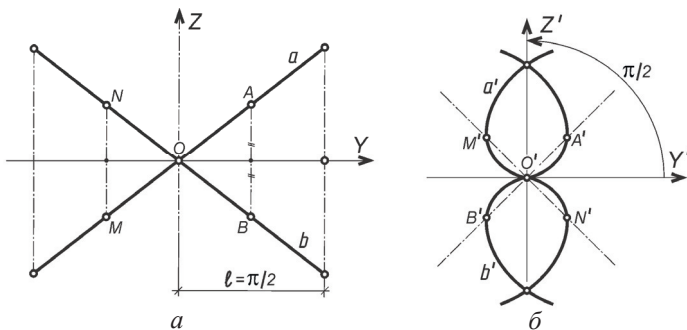


Рис. 3. Можливі перетворення із ПДСК у ЦПСК прямих ліній, що проходять через початок систем координат точку O

Інші прямі c, d, e, f (рис. 4, а), які проходять під кутами до осей Oy і Oz й не проходять через центр O , у системі координат прообразу, переходять відповідно у спіралі c', d', e', f' (рис. 4, б), де маємо ЦПСК образу.

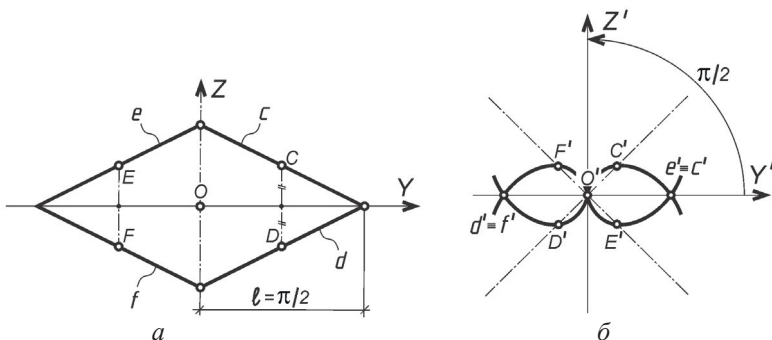


Рис. 4. Можливі перетворення з ПДСК у ЦПСК прямих ліній, які проходять під кутами до координатних осей

Прямі лінії g й h (рис. 5, a), паралельні осі Oy у ПДСК, описані рівняннями $z_g = a$, $z_h = -a$, після перетворення у ЦПСК образа будуть виглядати колом з центром в точці O' і радіусом $R_{h'} = a$.

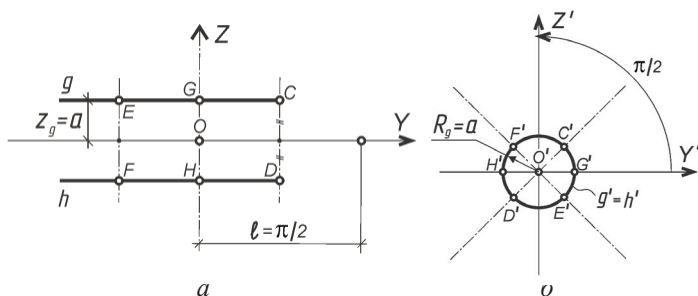


Рис. 5. Можливі перетворення прямих ліній з ПДСК у ЦПСК, які паралельні координатній осі Oy

Тоді, для всіх перетворених прямих характерна *властивість*: всі отримані спіралі у системі координат образу $(O'x'y'z')$ проходять через початок системи координат O' , якщо лінії прообразу перетинають вісь Oy і $z = 0$ у системі координат прообразу $(Oxyz)$, і не є паралельними осі Oy .

Висновки та перспективи. Використання активного перетворення координат розкриває широкі перспективи для створення дискретних каркасів криволінійних поверхонь, коли є можливість разом із вихідними умовами врахувати ще й різноманітні геометричні особливості образів, які моделюються. Безліч координатних систем образу дозволяє отримувати дуже широке коло ліній та поверхонь, на які можуть перетворюватись відповідно прямі або площини. В активному перетворенні координат

чисельні значення координат прообразу можуть бути деякими функціями від чисельних значень координат образу у тих саме або в інших одиницях вимірювання, і навпаки. Рекомендується за основну координатну систему активного перетворення призначати ПДСК, оскільки саме вона є найбільш вживаною у прикладній геометрії, і для неї детально розроблено апарат аналітичної геометрії. Це дозволить не лише описувати геометричні образи, але й вивчати та досліджувати їх геометричні властивості.

Література:

1. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М. : Физматгиз, 1977. 832 с.
2. Rachkovskaya, G.S., Kharabayev, Yu.N. Towards the Construction of Artistic Visual Images by Means of Analytical Geometry and Computer Graphics. *The Journal of Polish Society for Geometry and Engineering Graphics*, Poland, 2006. Vol.16. P. 37-40.
3. Ботвіновська С.І. Аналіз можливостей використання геометричних перетворень при моделюванні дискретних каркасів поверхонь. *Сучасні проблеми моделювання*; зб. наук. праць; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. Мелітополь. Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2018. Вип. 13. – 201с. С. 19-29. <file:///C:/Users/User/Downloads/2639-Article%20Text-5981-1-10-20190909.pdf>
4. Ботвіновська С.І., Ковальов С.М., Золотова А.В. Геометричне моделювання поверхонь СГМ за допомогою перетворення інверсії. *Сучасні проблеми моделювання*; зб. наук. праці МДПУ ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016. Вип. 5. – С. 47–57.
5. Устенко С.А. Геометрична теорія моделювання криволінійних форм лопаткових апаратів турбомашин з оптимізацією їх параметрів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.01.01 «Прикладна геометрія, інженерна графіка». Київ. КНУБА, 2013. – 40 с.
6. Устенко С.А. Комп'ютерна реалізація деформативного перетворення плоских криволінійних обводів. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Праці Харківського державного університету харчування та торгівлі. Харків: ХДУХТ, 2010. Вип. 26. – С. 110–115.
7. Борисенко В.Д., Устенко С.А., Устенко І.В. Деформативне перетворення плоских криволінійних обводів із заданим розподілом їх кривини. *Праці Таврійської державної агротехнічної академії*. Випуск 4 «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Мелітополь: ТДАТУ, 2005. Том 30. – С. 47–52.
8. Скидан И.А. Геометрическое моделирование кинематических поверхностей в специальных координатах: автореф. дис. на соискание науч. степени д-ра техн. наук: спец. 05.01.01 «Прикладная геометрия, инженерная графика». Москва, 1989. – 37 с.

9. Ботвіновська С.І. Теоретичні основи формоутворення в дискретному моделюванні об'єктів архітектури та дизайну: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.01.01 «Прикладна геометрія, інженерна графіка». Київ. КНУБА, 2018. – 43 с.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЕРОБРАЗОВАНИЯ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ

С.И. Ботвиновская, С.М. Васько, А.В. Золотова

*Киевский национальный университет строительства и архитектуры
Житомирский национальный агроэкологический университет*

В работе рассматриваются теоретические вопросы активного преобразования координат, которое предлагается использовать для моделирования дискретных каркасов различных криволинейных поверхностей объектов дизайна. Моделирование таких поверхностей упрощается с использованием современной компьютерной графики. Такой подход позволит не только учитывать при моделировании исходные данные (заданный краевой контур; отдельные узлы каркаса; топологию сетки и т.д.), но и сформировать дискретный каркас поверхности с заданными геометрическими особенностями и эстетическими свойствами. Все это вместе позволит расширить библиотеку дискретно-представленных поверхностей. Представленные исследования ограничиваются активным преобразованием координат, в основе которого лежит преобразование прямых линий. Это связано с тем, что на дискретных каркасах поверхностей пространственные обводы – линии которые можно провести через n заданных узлов дискретной сетки определяются плоскими линиями, а именно их проекциями. Поэтому, в работе авторы исследуют активное преобразование координат для геометрических объектов на плоскости. В активном преобразовании координат численные значения координат узлов поверхности преобразуются могут быть представленными как некоторые функции от численных значений координат узлов поверхности образа, в тех же или в других единицах измерения, и на оборот. Неограниченное количество координатных систем в прикладной геометрии, которые связаны с моделируемым объектом, позволят получить большое количество новых линий и поверхностей, которые будут получены в результате преобразования известных прямых или плоскостей. Рекомендуется в качестве основной координатной системы активного преобразования выбрать прямоугольную декартову систему координат, которая является наиболее изученной в прикладной геометрии. Именно для этой системы координат детально разработан аппарат аналитической геометрии, что позволит не только описывать геометрические образы, а и исследовать их свойства в дальнейшем.

Ключевые слова: активное преобразование координат; преобразование прямых; компьютерное моделирование; дизайн объект; координатные системы.

GEOMETRICAL MODELLING OF OBJECTS BASED ON STRAIGHT LINES TRANSFORMATION

S. Botvinovska, S. Vasko, A. Zolotova

In work theoretical questions of active transformation of coordinates, which is offered to be used for modeling of discrete frameworks of various curvilinear surfaces of objects of design, are considered. Modeling such surfaces is simplified using modern computer graphics. Using the transformation will allow to take into account not only the original data, (the specified frame reference contour; separate knots of a framework; Consider grid topology, etc.), but also form a discrete surface framework with specified geometric features and aesthetic properties. All this together will allow to expand the library of discrete-represented surfaces.

The studies presented are limited to active coordinate transformation based on straight lines transformation. This is due to the fact that on discrete frames of surfaces spatial lines - lines which can be drawn through n specified nodes of the discrete grid are determined by flat lines, namely their projections. Therefore, in the work, the authors investigate the active transformation of coordinates for geometric objects on the plane. In an active coordinate transformation, the numerical coordinate values of the model surface nodes can be represented as some function of the numerical coordinate values of the image surface nodes, in the same or different units.

Unlimited number of coordinate systems in applied geometry that are associated with the objects being modeled will allow you to obtain a large number of new lines and surfaces that will result from the conversion of known straight lines or planes. It is recommended that you select a rectangular Cartesian coordinate system as the primary coordinate system of the active transformation because it is the most studied in applied geometry.

It is for the rectangular Cartesian coordinate system that the analytical geometry apparatus has been developed in detail, which will allow not only to describe geometric appearances, but also to study their properties in the future.

Keywords: active transformation of coordinates; transformation of straight lines; computer modeling; design object; coordinate systems.

Е.А. Гавриленко¹, к.т.н.А.В. Найдыш², д.т.н.Ю.В. Холодняк¹, к.т.н.В.А. Лебедев², к.т.н.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОЧЕЧНОГО РЯДА, ПРИНАДЛЕЖАЩЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОНОТОННОЙ КРИВОЙ

¹ Таврический государственный агротехнологический университет
имени Дмитрия Моторного, Украина

² Мелитопольский государственный педагогический университет
имени Богдана Хмельницкого, Украина

Формирование одномерных обводов по заданным условиям – одна из наиболее востребованных задач геометрического моделирования. Задача решается вариативным дискретным геометрическим моделированием, которое предполагает формирование для исходного ряда промежуточных точек сгущения. Дискретная модель кривой состоит из точечного ряда, заданных геометрических характеристик и алгоритма сгущения.

Дискретно представленная кривая (ДПК) формируется сгущением исходного точечного ряда произвольной конфигурации по участкам, на которых возможно обеспечить монотонное изменение значений ее характеристик. Монотонные участки стыкуются в особых точках. Каждые три последовательные точки ДПК определяют прилегающую плоскость. Четыре прилегающие плоскости, проходящие через две последовательные точки, ограничивают тетраэдр. Цепочка последовательных тетраэдров, определенных на всех участках, является областью расположения гладкой кривой линии постоянного хода, интерполирующей исходный точечный ряд. Кручение на участках ДПК оценивается величиной отношения угла между соседними прилегающими плоскостями к длине соответствующей хорды сопровождающей ломаной линии. Точка сгущения назначается внутри тетраэдра расположения ДПК. В результате последовательных сгущений получим непрерывный обвод постоянного хода, в каждой точке которого существует единственное положение основного трёхгранника. Точка сгущения назначается таким образом, чтобы значения кручения в точках ДПК изменялись монотонно. Это обеспечивает регулярность значений кручения в точках обвода.

Наложение на формируемую ДПК дополнительных условий требует определения соответствующей области возможного решения внутри тетраэдра расположения ДПК.

Ключевые слова: дискретно представленная кривая (ДПК), кручение, радиус кривизны, монотонность изменения характеристик.

Постановка проблемы. Формирование одномерных обводов по заданным условиям – одна из наиболее востребованных задач геометрического моделирования. Одномерные обводы могут использоваться для приближенных вычислений, построения графиков, описывающих явления и процессы, в качестве линейных элементов определителя поверхности. Условиями, определяющими обвод, является исходный точечный ряд, фиксированные геометрические характеристики, назначенные в исходных точках, заданная закономерность изменения характеристик вдоль обвода [4].

На данный момент наиболее разработаны методы моделирования одномерных обводов участками аналитически заданных кривых, состыкованных в исходных точках с обеспечением заданного порядка гладкости. Нарращивание условий, накладываемых на участок обвода, требует увеличения параметрического числа формирующей его кривой. При этом неизбежно возникают особые точки: точки перемены возрастания-убывания кривизны и кручения, точки перегиба и самопересечения кривой. Неконтролируемое возникновение особых точек снижает качество получаемого решения. Особенно важен контроль возникновения особых точек при моделировании динамических поверхностей, функциональное назначение которых – взаимодействие со средой. Основное требование к линейным элементам моделей таких поверхностей – закономерное, желательно монотонное, изменение дифференциально-геометрических характеристик вдоль кривой. Задача может быть решена вариативным дискретным геометрическим моделированием [5], которое предполагает формирование для исходного ряда промежуточных точек сгущения. Дискретная модель кривой состоит из точечного ряда, заданных геометрических характеристик и алгоритма сгущения. Основная проблема вариативного подхода к формированию обводов в том, что кривая и ее характеристики не определены однозначно на всех этапах моделирования.

Разработка алгоритмов формирования одномерных обводов, не требующих аналитического представления его участков, способных обеспечить заданные геометрические свойства кривой даст эффективный инструмент решения задач геометрического моделирования.

Анализ последних исследований и публикаций. Способ формирования гладкой ДПК постоянного хода предложен в [1,3]. ДПК формируется на основе исходного точечного ряда назначением промежуточных точек сгущения. Каждые три последовательные точки определяют прилегающую плоскость (ПП). Четыре последовательные ПП, проходящие через i -ю и $i+1$ -ю точки ограничивают тетраэдр. Цепочка последовательных тетраэдров, определенных на всех участках, является областью расположения гладкой кривой линии постоянного хода, интерполирующей исходный точечный ряд. Кручение на участках ДПК оценивается величиной (B_i^{φ}) отношения угла между соседними ПП (φ_i) к длине соответствующей хорды сопровождающей ломаной линии ($h_i = |i; i+1|$). Точка сгущения назначается внутри тетраэдра расположения ДПК. В результате последовательных сгущений, в пределе, получим

непрерывный обвод постоянного хода, в каждой точке которого существует единственное положение основного трёхгранника. Выполнение при каждом сгущении условия $B_{i-1}^\varphi > B_i > B_i^\varphi$ обеспечивает регулярность значений кручения (B_i) в точках обвода [2].

Наложение на формируемую ДПК дополнительных условий требует определения соответствующей области возможного решения внутри тетраэдра расположения ДПК.

Формулировка целей и задач статьи. Исследовать условия формирования ДПК постоянного хода с монотонным изменением радиусов соприкасающихся окружностей и сфер.

Основная часть. Рассмотрим точечный ряд, расположенный на кривой линии l постоянного хода, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер монотонно возрастают в одном направлении. Кривые с указанным сочетанием характеристик будем называть монотонной. Каждые четыре последовательные точки определяют сферу – $C\phi_i(i-1, i, i+1, i+2)$ и две принадлежащие ей окружности – $Окр_i(i-1, i, i+1)$ и $Окр_{i+1}(i, i+1, i+2)$ (рис. 1).

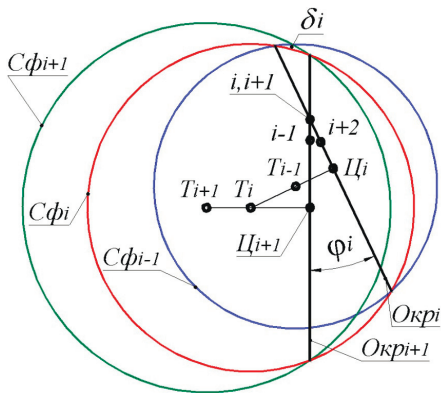


Рис.1.

На рис. 1 кривая l расположена таким образом, что взгляд наблюдателя направлен вдоль прямой $(i, i+1)$. Контуры $C\phi_{i-1}, C\phi_i, C\phi_{i+1}$ – окружности максимального радиуса, расположенные в плоскости P_i , проходящей перпендикулярно хорде $[i, i+1]$ через ее середину. $Окр_i$ и $Окр_{i+1}$ проецируются в хорды контура $C\phi_i$.

Когда расстояние между точками $i-1, i, i+1, i+2$ бесконечно мало, то они определяют соприкасающуюся сферу ($CC\phi_i$) и соприкасающиеся окружности (CO_i и CO_{i+1}). Взаимное расположение центров соприкасающихся сфер (T_i) и соприкасающихся окружностей (C_i) в соответствии с условием

$|C_i, T_i| > |C_i, T_{i-1}|$ означает монотонное возрастание вдоль l радиусов соприкасающихся сфер (R_i^{cf}), а выполнение условия $|C_i, T_i| < |C_{i+1}, T_i|$ означает возрастание радиусов кривизны (R_i).

$CC\phi_{i+1}$ определим прохождением через $CO_{i+1}(i, i+1, i+2)$ и бесконечно близкую точку $i+3$. Монотонное возрастание R_i^{cf} означает, что точка $i+3$ расположена за пределами $CC\phi_i$. Точки $i+1, i+2, i+3$ определяют CO_{i+2} и при этом $R_{i+2} > R_{i+1}$.

Таким образом, кривая линия постоянного хода, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер монотонно возрастают в одном направлении, располагается за пределами своих соприкасающихся сфер. В результате аналогичных рассуждений можно показать, что кривая постоянного хода, вдоль которой радиусы кривизны и радиусы соприкасающихся сфер возрастают в различных направлениях, расположена внутри своих соприкасающихся сфер.

При увеличении расстояний между последовательными точками, принадлежащими l , определяемые этими точками окружности и сферы (Okp_i и $C\phi_i$) будут пересекать кривую. $C\phi_i$ пересекает l в точках $i-1, i, i+1, i+2$. Участки кривой $\dots i-1, i-i+1, i+2 \dots$ расположены за пределами $C\phi_i$, а участки $i-1-i$ и $i+1-i+2$ – внутри нее. Из этого следует, что последовательные $C\phi_{i-1}, C\phi_i, C\phi_{i+1}$ ограничивают область (δ_i), внутри которой расположен участок $i-i+1$ кривой l . На рис. 1 показано сечение δ_i плоскостью P_i .

Аналогичные области, определенные на остальных участках, составляют область возможного расположения ДПК. Все кривые линии, интерполирующие точечный ряд, характеристики которых соответствуют характеристикам l , находятся внутри области возможного расположения ДПК. Для кривой l область δ_i расположена за пределами $C\phi_i$, а для кривой, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер возрастают в противоположных направлениях, δ_i расположена внутри $C\phi_i$.

Кривую линию постоянного хода, вдоль которой радиусы кривизны и соприкасающихся сфер монотонно возрастают или убывают, будем называть монотонной. Возможны восемь различных вариантов сочетаний указанных характеристик кривой. Любую кривую линию можно рассматривать как состоящую из участков монотонных кривых.

Монотонные участки ДПК формируются назначением точек сгущения внутри области возможного по условиям задачи решения.

Выводы. Предложен способ формирования на основе точечного ряда произвольной конфигурации дискретно представленной кривой (ДПК) с регулярным изменением кручения, радиусов соприкасающихся окружностей и сфер. ДПК формируется по участкам, вдоль которых обеспечивается монотонное изменение геометрических характеристик кривой.

Монотонные участки формируются сгущением исходного точечного ряда

и не требуют аналитического представления. Определение области возможного по условиям задачи расположения кривой позволяет оценивать максимальную абсолютную погрешность, с которой ДПК представляет формируемый обвод.

Литература

1. Гавриленко Е.А. Моделирование одномерных обводов по заданным условиям / Е.А. Гавриленко, Ю.В.Холодняк, А.В. Дубинина // Сучасні проблеми моделювання: Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. Вип. 9. С. 162-166.
2. Гавриленко Є.А. Програмна реалізація алгоритму моделювання одновимірних обводів по заданим геометричним умовам / Є.А. Гавриленко, Ю.В. Холодняк // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво : наук. журн. / Луцький НТУ. – Луцьк, 2013. – № 13. – С. 4-9.
3. Гавриленко Е.А. Формирование геометрических характеристик монотонной кривой линии / Е.А. Гавриленко, Ю.В. Холодняк, В.А. Пахаренко // Вісник Херсонського національного технічного університету / ХНТУ. – Херсон, 2016. – Вип. 3 (58). – С. 492-496.
4. Осипов В.А. Машинные методы проектирования непрерывно–каркасных поверхностей / В.А. Осипов. – М.: Машиностроение, 1979. – 248 с.
5. Найдиш А.В. Науково-методологічні основи варіативного дискретного геометричного моделювання / А.В. Найдиш, І.Г. Балюба, В.М. Верещага, Д.В. Спірінцев // Сучасні проблеми моделювання: наукове фахове видання / МДПУ ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2019. – Вып.13. - С. 114-123.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОЧЕЧНОГО РЯДА, ПРИНАДЛЕЖАЩЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОНОТОННОЙ КРИВОЙ

МОДЕЛЮВАННЯ ТОЧКОВОГО РЯДУ, ЩО НАЛЕЖИТЬ ПРОСТОРОВІЙ МОНОТОННІЙ КРИВІЙ

Є.А. Гавриленко, А.В. Найдиш, Ю.В. Холодняк, В.А. Лебедев

Формування одновимірних обводів за заданими умовами - одна з найбільш затребуваних завдань геометричного моделювання. Задача вирішується варіативним дискретним геометричним моделюванням, яке передбачає формування для вихідного ряду проміжних точок згущення. Дискретна модель кривої складається з точкового ряду, заданих геометричних характеристик і алгоритму згущення.

Дискретно представлена крива (ДПК) формується згущенням вихідного точкового ряду довільної конфігурації по ділянкам, на яких можливо забезпечити монотонну зміну значень її характеристик. Монотонні ділянки стикуються в особливих точках. Кожні три послідовні точки ДПК визначають прилягаючу площину. Чотири прилягаючі площини, що проходять через дві послідовні точки, обмежують тетраедр. Ланцюг послідовних тетраедрів,

визначених на всіх ділянках, є областю розташування гладкої кривої лінії постійного ходу, яка інтерполює вихідний точковий ряд. Скрут на ділянках ДПК оцінюється величиною відносини кута між сусідніми прилягаючими площинами до довжини відповідної хорди супроводжуючої ламаної лінії. Точка згущення призначається всередині тетраедра розташування ДПК. В результаті послідовних згущень отримаємо безперервний обвід постійного ходу, в кожній точці якого існує єдине положення основного тригранника. Точка згущення призначається таким чином, щоб значення скруту в точках ДПК змінювалися монотонно. Це забезпечує регулярність значень скруту в точках обводу.

Накладення на сформовану ДПК додаткових умов вимагає визначення відповідної області можливого рішення всередині тетраедра розташування ДПК.

Ключові слова: дискретно представлена крива (ДПК), скрут, радіус кривизни, монотонність зміни характеристик.

MODELING OF A POINT SET WHICH BELONGS TO A SPATIAL MONOTONE CURVE

Eugene Gavrilenko, Andrey Naydysh, Yuliya Kholodnyak, Vladimir Lebedev

The formation of one-dimensional contours on the basis on the given conditions is one of the most popular geometric modeling problems. The problem is solved by variative discrete geometric modeling, which assumes the formation of intermediate points for the initial set of condensation points. The discrete model of the curve consists of a point sets, given geometric characteristics and a condensation algorithm.

A discretely presented curve (DPC) is formed by a condensation of the initial point set of an arbitrary configuration in areas on which it is possible to ensure a monotonic change in the values of its characteristics. Monotone plots are joined at special points. Every three consecutive points of the duodenum define an adjacent plane. Four adjacent planes passing through two consecutive points limit the tetrahedron. The chain of consecutive tetrahedrons defined on all segments is the region of the location of the smooth curve of the constant stroke line interpolating the initial point sets. The torsion on the sections of the DPC is estimated by the value of the ratio of the angle between adjacent adjacent planes to the length of the corresponding chord of the accompanying broken line. The point of thickening is assigned inside the tetrahedron of the DPC. As a result of successive condensations, we obtain a continuous bypass of a constant stroke, at each point of which there is a single position of the main trihedron. The point of condensation is assigned in such a way that the values of the torsion in the duodenum points change monotonically. This ensures that the torsion values are regular at the points of the bypass.

The imposition of additional conditions on the DPC formed requires the definition of the corresponding region of a possible solution within the DPC arrangement tetrahedron.

Keywords: discretely presented curve (DPC), torsion, radius of curvature, monotone change of characteristics.

ПОВТОРЮВАНІСТЬ І РІЗНОМАНІТНІСТЬ В ОЦІНЦІ ПРОЕКТІВ ТИПОВИХ КАРКАСНИХ БУДІВЕЛЬ

*Харківський національний університет
міського господарства імені О.М. Бекетова*

В статті наведені результати аналізу та систематизації пропозицій в напрямку оцінки проектних рішень і визначення додаткових можливостей типового проектування при застосуванні каркасних індустріалізованих будівельних систем в житловому будівництві.

Ключові слова: індустріалізовані будівельні системи, типові проектування, варіантне проектування, архітектурний стиль, уніфікація, повторюваність, різноманітність, взаємозамінність, різнозамінність.

Постановка проблеми. Проблема архітектурного стилю в типовому проектуванні є однією з найбільш гострих проблем творчості сучасних архітекторів.

Відзначимо, що найчастіше стиль розглядається, як естетична категорія, без прив'язки до рівня науково-технічного прогресу. Проте не слід забувати й соціальну складову архітектурного стилю, яка формує відповідний простір і закладає принципи користування масовими спорудами. Адже все, що ми будуємо, розраховане на багато десятиліть і забезпечує певний комфорт своїм мешканцям, формуючи суспільну свідомість цілих поколінь міських жителів.

З іншого боку, архітектурно-стильові проблеми стосуються удосконалення і розвитку принципів містобудування, в яких важко обійтися без можливостей типового проектування і каркасних індустріалізованих будівельних систем (ІБС).

Оскільки індустріалізація взагалі заснована на підвищенні рівня механізації робіт, застосуванні типових конструкцій, і передбачає перехід на повне заводське виготовлення збірних елементів, вона не може не впливати на загальноприйнятні канони архітектури. Зменшуючи кількість індивідуальних конструкцій і складових частин будівель, індустріалізація також відображується і на архітектурному розмаїтті будівель.

Зокрема, ще за радянських часів, пошук найбільш економічних конструктивних схем дозволяв розробити науково обґрунтовані положення за типами квартир, розмірами житлової та підсобної площі, складом

приміщень і санітарно-технічними характеристиками 4-5 поверхових житлових будинків (роботи П. Блохіна, А. Зальцмана, Л. Бумажного) [1-3]. Ці серії були об'єднані спільною архітектурно-стильовою характеристикою і базувалися на єдиному каталозі індустриальних будівельних виробів [4]. Однак, наприклад, тільки одна серія 402 вже містила 22 проекти будинків, які відрізнялися поверховістю, конфігурацією, будівельним об'ємом, орієнтацією за сторонами світу, розташуванням і призначенням вбудованих обслуговуючих приміщень, конструкціями, будівельними матеріалами, тощо.

Основні положення теорії методології заміності і модульності ІБС зібрані в працях Романенко І.І. [5,6].

Особистий внесок авторів полягає в аналізі та систематизації пропозицій на основі зареєстрованих винаходів і літературних джерел в напрямку можливостей типового проектування і застосування каркасних ІБС в житловому будівництві. Проміжні результати аналізу оприлюднені в доповіді на всеукраїнській науково-практичній конференції «Сучасні тенденції розвитку архітектури і містобудування» в 2017 р. [7].

Виклад основного матеріалу. Слід відзначити, що з інженерно-технічного боку, для оцінки будівельних конструкцій і будівельних систем, яким властива різнозамінність, можуть застосовуватись певні технічні показники. Зокрема для збірних ІБС відомі коефіцієнти уніфікації і комбінаторності номенклатури типоелементів, які відповідно характеризують рівень комбінаторності або варіабельності будівлі та дозволяють дати їй певну оцінку.

Коефіцієнт уніфікації k_y визначається, як відношення числа різновидів уніфікованих елементів n_y до загального числа типів елементів у складі номенклатури n відповідно виразу

$$k_y = \frac{n_y}{n} \quad (1)$$

а коефіцієнт комбінаторності k_k - як відношення загального числа різновидів складних систем n_k до числа типів елементів n_y

$$k_k = \frac{n_k}{n_y} \quad (2)$$

Між іншим відзначимо, що протиріччя поміж різноманітністю та ефективністю будівництва існувало завжди і носило об'єктивний характер. Проте, через пошук найбільш ефективних рішень, кількість типових серій з часом лише зростала. І згодом, це привело до появи надлишкової типологічної різноманітності споруд та сприяло створенню величезного діапазону варіабельності проектних параметрів.

На цьому тлі виникала чергова діалектична проблема – проблема взаємозамінності, що з точки зору потреби зменшення діючої номенклатури виробів і необхідності збільшення різноманітності будівель, тільки додавало гостроти й протиріч архітектурно-стильовим проблемам.

Очевидно, що ефективному розв'язанню проблем одноманітності будівель заважали ще й соціальні умови, економічні складові, велика поширеність виробничої бази і відповідних серійних проектів будівель. Не сприяли цікавому формоутворенню мінімальні проектно-розрахункові параметри діафрагмово-стінових систем.

В свою чергу надмірна типовість об'ємно-планувальних рішень громадських будівель призводила до того, що комфортність користування існуючими типовими громадськими закладами ставала незадовільною і переставала відповідати сучасним вимогам. Зокрема, у великих містах добре відома проблема з орієнтацією відвідувачів, як в середині будівлі, так і зовні [8], особливо серед великої кількості схожих однотипних споруд.

Аналіз вищезазначених проблем дозволив виявити, що в загальному вигляді єдину систему орієнтації формують дві взаємопов'язані підсистеми екстер'єрного та інтер'єрного простору [9]. При цьому, якщо архітектурно-стильові проблеми орієнтації відносяться до першої підсистеми, то інтер'єрний простір переважно стосується проблем так званої «функціональної і діяльної орієнтації».

Дослідженнями вдалось визначити, що екстер'єрна або «навігаційна» орієнтація, пов'язана з рівнем комбінаторності типоелементів споруд, який характеризується числом різновидів систем, що утворюються за участю цих елементів. Іншими словами, вона залежить від частоти застосування або повторюваності використання. Зокрема коефіцієнт повторюваності η_n може обчислюватись, як

$$\eta_{II} = \left(1 - \frac{N_t}{N}\right) \cdot 100\% \quad (3)$$

де N_t - кількість типів; N - загальна кількість елементів.

У випадках, коли номенклатура складається з однотипних елементів, показники рівня комбінаторності номенклатури і типа елементу співпадають. Отже, коефіцієнт комбінаторності може відображувати різнозамінність варіантного проектування.

Нагадаємо, що при загальному оцінюванні застосовуються певні порівняльні характеристики. При порівнянні різних збірних ІБС було встановлено, що при різнозамінності необхідно менше типів і типорозмірів елементів, ніж при взаємозамінності.

При цьому, для оцінки результативності проектування і ефективності різнозамінності елементів пропонується застосовувати два показники: коефіцієнт абсолютного різноманіття і коефіцієнт відносного різноманіття.

Для порівняння результатів запропоновано кількість варіантів систем умовно зрівняти за кількістю типів і типорозмірів елементів системи, прийнявши

$$N_B = N_P \quad (4)$$

де N - число варіантів системи з відповідними індексами елементів; B - взаємозамінних; P - різнозамінних.

Це дозволить відчутно зменшити загальну кількість елементів, створити нові ІБС і таким чином досягти певних архітектурно-стильових змін.

Оцінка нових проектних рішень може бути виконана за рахунок порівняння сумарної кількості типів і типорозмірів конструкцій відносно їх максимальних комбінаторних можливостей. Тобто, за умов, описаних виразом (4), коефіцієнт абсолютного різноманіття номенклатури елементів системи можна визначити, як

$$K_P^{abc} = \frac{N_P}{\sum_{i,j}^n n_P \cdot m_P}, \quad (5)$$

де n_P , m_P - число типів і типорозмірів різнозамінних елементів; i, j - відповідний тип, типорозмір елементів.

У свою чергу, коефіцієнт відносного різноманіття номенклатури елементів в ІБС можна визначити співвідношенням множин взаємо- і різнозамінності типів і типорозмірів елементів:

$$K_P^{BIDH} = \frac{\sum_{i,j}^n n_B \cdot m_B}{\sum_{i,j}^n n_P \cdot m_P}, \quad (6)$$

де n_B , m_B - число типів і типорозмірів взаємозамінних елементів.

Таким чином, за допомогою цих коефіцієнтів можна оцінювати область віртуального застосування типових виробів при «нестандартному» застосуванні типових елементів у нових збірних каркасних системах або в нових умовах роботи [10,11].

Висновки та рекомендації для подальших досліджень. У зв'язку з отриманими результатами досліджень, застосування збірного каркасу, призначеного для громадських і допоміжних виробничих будівель, у житловому будівництві, викликає окремий інтерес і, на наш погляд, має певні перспективи. А через гостру потребу збільшення обсягів житлового будівництва і необхідність відродження вітчизняного індустріалізованого будівництва, воно до того ж надзвичайно актуальне [12,13]. Саме для цього якнайкраще підходить вже створена матеріально-технічна база збірної промисловості та науково-технічний потенціал міжвидового каркасу серії 1.020 [14]. Спільне використання цього каркасу, наприклад, зі стіновими панелями, призначеними для житлового крупно панельного будівництва [15], надає широкі можливості творчого пошуку та покращання архітектурно-стильових рішень.

Література

1. *Зодчие Москвы*. Кн. 2. Астафьева–Длугач М. И., Волчок Ю. П., Журавлев А. М. Москва: Московский рабочий, 1988. 368 с.
2. *Современная советская архитектура 1955-1960 гг.* Учебник / под. ред. Н.П. Былинкина и А.В. Рябушина. – Москва.: Стройиздат, 1985. – 201 с.
3. *Архитектура многоэтажных жилых зданий* : [учебник по направлению подготовки 08.03.01 Строительство, профиль «Промышленное и гражданское строительство»] / А.А. Плотников; М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Нац. исследоват. Моск. гос. строит. ун-т. — М.: Издательство МИСИ – МГСУ, 2019. 312 с.
4. *Тарасова Е.А.* Архитектура жилых зданий СССР. 1941–1954 [Электронный ресурс] / Всеобщая история архитектуры. Том 12. Книга первая. Архитектура СССР: М, Стройиздат, 1975 – Режим доступа до ресурсу: http://ussr.totalarch.com/general_history_architecture/1941_1954/house.
5. *Романенко И.И.* ИндустрIALIZED строительные системы: методология заменяемости и модульности. Харьков: ХНАГХ, 2008. – 438 с.
6. *Романенко И.И., Гордієнко С.М.* Підвищення ролі інтегральної типології індустріалізованих систем в управлінні якістю проектів / *Комунальное хозяйство городов*: Респ. меж вед. науч.- техн. сб. Київ: Техніка, 2002. –Вип.36. – С.72–75.

7. Гордієнко С.М. Архітектурно-стильові проблеми сучасного типового проектування житлових будівель з використанням каркасних індустріалізованих систем / *Сучасні тенденції розвитку архітектури і містобудування*: матеріали всеукр. наук.-практ. конф. Харків, листопад 2017 р. / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. С.31–32

8. *Phoenix Children's Hospital* / HKS Architects [Електронний ресурс] - Режим доступу до ресурсу: https://www.arcdaily.com/870774/nelson-mandela-childrens-hospital-sheppard-robson--plus-john-cooper-architecture-plus-gapp-plus-ruben?ad_medium=gallery

9. Велігоцька Ю.С. Дизайн-засоби формування системи орієнтації в дитячих медичних закладах / *Містобудування та територіальне планування* : Наук.-техн. збірник / - К., КНУБА, 2019. Вип.70. 645 с. С. 110–120.

10. А.с. 1472596 СССР, МКИ Е 04В 1/343. Передвижной трансформируемый жилой блок / И.И. Романенко, В.А. Кодин и др. (СССР). - №4207829/29-33. Заявлено 10.03.87; Оpubл. 15.04.89, Бюл.№14.

11. Пат. 5983, Україна, МКВ 1/18. Спосіб зведення житлових багатоповерхових каркасних будівель /Романенко І.І, Гордієнко С.М. (Україна), № 2004032278. Заявлено 29.03.2004. Оpub. 15.04.2005. – Бюл. №4.

12. Державні будівельні норми. Будинки і споруди. Проектування висотних житлових і громадських будинків: ДБН В.2.2. -24:2009. – [Чинні від 2009-09-01] – Київ: Мінрегіонбуд України, 2009. – 133 с. (Державні будівельні норми).

13. Державні Будівельні Норми України. Типове та індустріальне проектування. Типові проекти [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://dbn.co.ua/news/tipove_ta_industrialne_proektuvannja/2011-12-22-124

14. Романенко І.І., Гордієнко С.М. Індивідуалізація житлових будівель на базі типового каркаса міжвидового застосування в умовах сталого розвитку міст / *Коммунальное хозяйство городов*: Науч.-техн. сб. Вып.49. Серия: Технические науки и архитектура. Київ: Техніка. 2003. – С. 326–331.

15. Пат. 67677 А, Україна, МПК Е 04В 2/00. Спосіб зведення зовнішніх стін житлових багатоповерхових каркасних будівель / Гордієнко С.М. (Україна), № 20031210903. Заявлено 02.12.2002. Оpub. 15.06.2004. – Бюл. №6.

ПОВТОРЯЕМОСТЬ И РАЗНООБРАЗИЕ В ОЦЕНКЕ ПРОЕКТОВ ТИПОВЫХ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ

Гордиенко С.Н., к.арх. Велигоцкая Ю.С.

*Харьковский национальный университет
городского хозяйства имени А.Н. Бекетова*

В статье приведены результаты анализа и систематизации предложений, в направлении оценки проектных решений и определения дополнительных возможностей типового проектирования при применении каркасных индустриализованных строительных систем в жилищном строительстве. Принимая во внимание полученные результаты исследований, использование сборного каркаса, предназначенного для общественных и вспомогательных промышленных зданий, в жилищном строительстве имеет достаточно серьезные перспективы. Актуальность представленной тематики исследований объясняется острой потребностью в увеличении объемов жилищного строительства, и необходимостью возрождения отечественного индустриализованного строительства.

Ключевые слова: индустриализованные строительные системы; типовое проектирование; вариантное проектирование; архитектурный стиль; унификация; повторяемость; разнообразие; взаимозаменяемость; разнотипность.

REPEATABILITY AND DIVERSITY IN THE EVALUATION OF TYPICAL FRAMEWORK BUILDING PROJECTS

Gordiienko S.M., P.hD arch. Veligotska Y.S.

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkov

The article presents the results of the analysis and systematization of proposals in the direction of the assessment of design solutions and the identification of additional opportunities for typical design when applying frame industrialized building systems in residential construction.

The problem of architectural style in typical design is one of the most acute problems of creativity of modern architects.

In the engineering and technical assessment of building structures and building systems characterized by interchangeability, certain technical

indicators that characterize the level of combinability or variability of the building may be used.

It is proposed to use two indicators: the coefficient of absolute diversity and the coefficient of relative diversity, to evaluate the efficiency of design and the efficiency of interchangeability of elements.

Due to the results of the research, the use of prefabricated frame for public and auxiliary industrial buildings in housing, is of particular interest and has certain prospects. And because of the urgent need to increase the volume of housing construction and the need to revive domestic industrialized construction, it is also extremely relevant.

The material and technical base of the prefabricated industry and the scientific and technical potential of the 1.020 interspecific frame are best suited for this purpose. Sharing this frame with, for example, wall panels designed for large-panel residential construction offers great opportunities for creative search and improvement of architectural and styling solutions.

Keywords: industrialized building systems, typical design, variant design, architectural style, prefabricated building systems, unification, repeatability, diversity, combinability, interchangeability, resent.

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ПАРАМЕТРАМИ ТОЧКОВИХ ДЖЕРЕЛ ЕНЕРГІЇ І ПАРАМЕТРАМИ ЗАДАНИХ ТОЧОК ЕНЕРГЕТИЧНОГО ПОЛЯ

Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

Пропонується розглянути ряд задач, які пов'язано з геометричним моделюванням фізичних полів, що породжуються точковими джерелами енергії.

У даному дослідженні показано шляхи вирішення оптимізаційних задач визначення потужностей точкових джерел енергії, що породжують енергетичне поле, та їх розміщення на площині при заданих потенціалах точок цього поля у заданих місцях.

Постановка проблеми. При моделюванні енергетичного поля виникає ряд задач, які пов'язано з визначенням потенціалу енергії в довільній точці простору від різного виду джерел енергії. Особливу цікавість для практики представляє ряд зворотних задач, які пов'язано з визначенням потужностей та положення точкових джерел при заданих потенціалах і положеннях точок енергетичного поля.

Аналіз останніх досліджень. У проаналізованих роботах [1] та [2], які пов'язано з визначенням потенціалу енергії в точках двовимірного та тривимірного простору, розглядалась проблема вирішення зворотних задач, які пов'язано з визначенням, наприклад, потужностей джерел енергії при заданих потенціалах точок енергетичного поля. Але авторами цих робіт не враховувався вплив відстаней між точками фізичного поля і точковими джерелами енергії на форму цього поля.

Формулювання цілей статті. Визначити обмеження, які потрібно накладати на задані точки фізичного поля із заданими потенціалами, при заданих точкових джерелах енергії.

Визначити потужності та положення точкових джерел енергії на площині при заданому числі потенціалів точок енергетичного поля у заданих місцях.

Основна частина. Геометричне моделювання фізичних полів, що породжуються точковими джерелами енергії, дозволяє розв'язувати цілий ряд перспективних задач, пов'язаних з освітленням території, опаленням приміщень тощо.

Основною з цих задач можна вважати визначення потужності джерел та їх розміщення на площині при заданих потенціалах точок поля у заданих місцях.

Похідними від цієї основної задачі можна вважати такі:

1. Визначення положення точкових джерел енергії, якщо задані їх потужності для забезпечення заданих потенціалів заданих точок поля;
2. Визначення мінімальної потужності джерел для забезпечення заданих потенціалів заданих точок поля;
3. Визначення потужності і положення заданої кількості джерел однакової потужності;
4. Визначення мінімальної кількості джерел однакової чи різної потужності;
5. Визначення співвідношення кількості джерел енергії та їх потужностей тощо.

Зазначені задачі з одного боку можуть мати множину розв'язань, а з іншого боку – певні обмеження.

Якщо задача має множину розв'язань, то виникає задача пошуку оптимального розв'язання.

Більшість перелічених задач зводиться до розв'язання системи рівнянь [3]:

$$U_{x,y} = U_1 t_1 + U_2 t_2 + \dots + U_n t_n, \quad (1)$$

де U_i – потужність i -го точкового джерела енергії;

$U_{x,y}$ – потенціал поля у точці з координатами x та y ;

$t_i = f(l)$ – параметр впливу відстані від точки поля до джерела енергії на потенціал поля в заданій точці.

Невідомими в системі рівнянь (1) є потужності U_i точкових джерел енергії та координати цих джерел.

Можливі різні схеми визначення параметра t [4], з яких найпростішою є схема з обмеженою відстанню від джерел енергії до точок поля. Хоча ця схема не дає точні значення параметра t , але аналітично описується лінійною залежністю цього параметра від відстані l :

$$t_i = \frac{l_{\max} - l_i}{l_{\max}}, \quad (2)$$

де l_i – відстань від точки поля до i -го джерела енергії;

l_{\max} – задана максимальна відстань від точок поля до джерела енергії;

Кількість заданих точок фізичного поля пов'язана залежністю з кількістю джерел енергії. Наприклад, при одному джерелі енергії можна задавати потенціали не більше ніж у трьох точках поля: U_A ,

U_B, U_C відповідно у точках поля $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$. Система рівнянь (1) приймає вигляд:

$$\begin{aligned} U_A &= \frac{U_1 \left(l_{\max} - \sqrt{(x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2} \right)}{l_{\max}}, \\ U_B &= \frac{U_1 \left(l_{\max} - \sqrt{(x_1 - x_B)^2 + (y_1 - y_B)^2} \right)}{l_{\max}}, \\ U_C &= \frac{U_1 \left(l_{\max} - \sqrt{(x_1 - x_C)^2 + (y_1 - y_C)^2} \right)}{l_{\max}}, \end{aligned} \quad (3)$$

де U_1 – невідома потужність точкового джерела енергії;

x_1, y_1 – невідомі координати точкового джерела енергії.

Якщо в точках A, B і C задано однакові потенціали (U_A), то джерело енергії збігається з центром кола, що проходить через задані точки.

Потужність точкового джерела визначається за формулою:

$$U = \frac{U_A \cdot l_{\max}}{l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2}}, \quad (4)$$

де $x_0; y_0$ – координати центра кола.

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{(2y_A + y_B + y_C)(y_B - y_A)(y_C - y_A) + x_A^2(y_B - y_C) + x_B^2(y_C - y_A) - x_C^2(y_B - y_A)}{2[x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) - x_C(y_B - y_A)]}, \\ y_0 &= \frac{(2x_A + x_B + x_C)(x_B - x_A)(x_C - x_A) + y_A^2(x_B - x_C) + y_B^2(x_C - x_A) - y_C^2(x_B - x_A)}{2[y_A(x_B - x_C) + y_B(x_C - x_A) - y_C(x_B - x_A)]}. \end{aligned}$$

При двох джерелах енергії різної потужності число рівнянь системи (1) повинно дорівнювати числу невідомих, з яких дві - потужності заданих джерел, а решта чотири - координати двох точкових джерел.

При двох джерелах однакової потужності число невідомих параметрів дорівнює п'яти.

У роботі [5] було показано, що ізолініями плоского поля, що породжується двома джерелами енергії, є множина софокусних еліпсів, фокуси яких збігаються з точковими джерелами енергії. Задані точки поля з однаковими потенціалами повинні належати одній ізолінії поля, тобто еліпсу, який можна провести через п'ять точок, що відповідає зазначеним п'яти параметрам.

Потрібно зазначити, що не всякі п'ять точок належать одному еліпсу. Тому на їх розміщення потрібно накладати певні обмеження. Наведені приклади показують, що заданій кількості точок поля з заданими потенціалами відповідає певне максимальне число точкових джерел енергії. Якщо при заданому числі джерел енергії число заданих точок поля менше максимального, то виникають вільні параметри положення джерел енергії. У цьому випадку існують певні залежності між параметрами положення джерел енергії.

Покажемо це на прикладі визначення залежності між параметрами положення двох джерел енергії з різними потужностями при трьох заданих точках енергетичного поля з заданими потенціалами.

Для скорочення аналітичних викладок в рівняннях (3) виконаємо заміну:

$$\begin{aligned} l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2} &= a_1; \\ l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2} &= a_2; \\ l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_1)^2 + (y_B - y_1)^2} &= b_1; \\ l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_2)^2 + (y_B - y_2)^2} &= b_2; \\ l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_1)^2 + (y_C - y_1)^2} &= c_1; \\ l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_2)^2 + (y_C - y_2)^2} &= c_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Тоді система рівнянь (3) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{U_A \cdot l_{\max} - U_2 a_2}{a_1}; \\ U_1 &= \frac{U_B \cdot l_{\max} - U_2 b_2}{b_1}; \\ U_1 &= \frac{U_C \cdot l_{\max} - U_2 c_2}{c_1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Звідки:

$$U_1 = \frac{l_{\max}(U_B a_2 - U_A b_2)}{a_2 b_1 - a_1 b_2}, \quad (7)$$

$$U_1 = \frac{l_{\max}(U_C a_2 - U_A c_2)}{a_2 c_1 - a_1 c_2}, \quad (8)$$

$$U_2 = \frac{l_{\max}(U_A b_1 - U_B a_1)}{a_2 b_1 - a_1 b_2}, \quad (9)$$

$$U_2 = \frac{l_{\max}(U_A c_1 - U_C a_1)}{a_2 c_1 - a_1 c_2}. \quad (10)$$

Виключаючи з (7) і (8) U_1 , або з (9) і (10) U_2 отримаємо:

$$U_A(b_1 c_2 - b_2 c_1) + U_B(a_2 c_1 - a_1 c_2) + U_C(a_1 b_2 - a_2 b_1) = 0, \quad (11)$$

або з врахуванням (5):

$$\begin{aligned} U_A & \left[l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_1)^2 + (y_B - y_1)^2} \right] \left[l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_2)^2 + (y_C - y_2)^2} \right] - \\ & - \left[l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_2)^2 + (y_B - y_2)^2} \right] \left[l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_1)^2 + (y_C - y_1)^2} \right] + \\ & + U_B \left[l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2} \right] \left[l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_1)^2 + (y_C - y_1)^2} \right] - \\ & - \left[l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2} \right] \left[l_{\max} - \sqrt{(x_C - x_2)^2 + (y_C - y_2)^2} \right] + \\ & + U_C \left[l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2} \right] \left[l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_2)^2 + (y_B - y_2)^2} \right] - \\ & - \left[l_{\max} - \sqrt{(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2} \right] \left[l_{\max} - \sqrt{(x_B - x_1)^2 + (y_B - y_1)^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

З рівняння (12) видно, що між координатами двох точкових джерел енергії при заданих трьох точках A , B і C енергетичного поля з заданими потенціалами існує залежність, за якою три координати з чотирьох можна задавати, а четверту – визначати за формулою (12). Потужності джерел за відомими параметрами положення можна визначити за формулами (7) - (10).

Висновки. З дослідження видно, що існують залежності між параметрами джерел енергії та заданими потенціалами в заданих точках фізичного поля.

Література

1. Скочко В. І. Спеціальні геометричні моделі процесів, що розвиваються в суцільному середовищі: дис...к. техн. наук: 05.01.01. [Текст]:/ В.І. Скочко - К.: КНУБА, 2012. – 269с.
2. Сергейчук О.В. Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків. Дис...д. техн. наук: 05.01.01. [Текст]:/ О.В. Сергейчук - К.: КНУБА, 2008. 425с.

3. Мостовенко А.В. Геометрическое моделирование физических полей / А.В. Мостовенко, С.Н. Ковалёв // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць/ МДПУ ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2019.– Вип. 14. – С. 101-106.
4. Мостовенко О.В. Вплив відстаней між точками інтерполянта та заданими точками на його форму [Текст] / А.В. Мостовенко, С.Н. Ковалев // Управління розвитком складних систем. – 2019. - №37. – С. 78 – 82.
5. Мостовенко О.В. Ізолії рівних потенціалів енергетичного поля на площині [Текст] / А.В. Мостовенко // Управління розвитком складних систем. – 2019. - №40. – С. 85 – 89.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ И ПАРАМЕТРАМИ ЗАДАНЫХ ТОЧЕК ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

А.В. Мостовенко

Предлагается рассмотреть ряд задач, которые связаны с геометрическим моделированием физических полей, порождаемых точечными источниками энергии.

В данном исследовании показаны пути решения оптимизационных задач определения мощностей точечных источников энергии, порождающих энергетическое поле, и их размещение на плоскости при заданных потенциалах точек этого поля в заданных местах.

DEFINITION OF DEPENDENCE BETWEEN ENERGY POINT PARAMETERS AND ENERGY FIELD POINT PARAMETERS

A. Mostovenko

It is suggested to consider a number of problems related to the geometric modeling of physical fields generated by point sources of energy.

This study shows the ways of solving the optimization problems of determining the capacities of point sources of energy generating an energy field and their location on a plane at given potentials of points of this field in given places.

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАМКНЕНОГО ПЛОСКОГО КОНТУРУ З ЗАСТОСУВАННЯМ РАЦІОНАЛЬНИХ КУБІЧНИХ КРИВИХ

*Національний технічний університет України “Київський політехнічний
інститут імені Ігоря Сікорського”*

В статті описано спосіб геометричного моделювання замкненого плоского контуру з застосуванням раціональних кубічних кривих. При моделюванні була поставлена задача скласти контур з мінімальної кількості сегментів кривих не вище третього порядку.

В якості прикладу виконана апроксимація профіля лопатки турбіни. Для цього плоский замкнений контур лопатки розбито на дві частини. Верхня та нижня частини апроксимуючого контуру в точках перегину профіля лопатки мають спільні дотичні. Верхня частина контуру, обмежена точками перегину, складається з двох сегментів раціональних кривих третього порядку, які в спільній точці мають однакову кривину. Сегмент першої кубічної кривої проходить через три точки заданого контуру лопатки турбіни, причому в цих точках має спільні з заданим контуром дотичні. Переміщення особливої точки першої кубічної кривої в визначених межах дозволяє модифікувати її форму, а також провести сегмент кривої ще через одну точку заданого контуру і гарантує відсутність в межах сегменту небажаних точок - особливої точки, точок розриву та перегину. Після конструювання сегменту першої кубічної кривої визначається радіус кривини в його кінцевій точці. Сегмент другої кубічної кривої, як і сегмент першої, має з заданим контуром лопатки турбіни три спільні точки з дотичними в них. Переміщення особливої точки другої кубічної кривої в певних межах попередньо визначеної кривої забезпечує в точці стику з сегментом першої кубічної кривої задану кривину, а також гарантує відсутність в межах сегменту особливої точки, точок розриву та перегину. Нижня частина контуру профіля лопатки турбіни апроксимована сегментом кривої другого порядку, який проходить через три точки контуру лопатки, та в кінцевих точках має спільні з контуром дотичні.

Рівняння кривих визначені в параметричному виді в проективній площині і записані в афінній площині в векторно-параметричному виді.

Запропонований спосіб може бути використаним при моделюванні як плоских замкнених контурів, так і при моделюванні плоских обводів другого порядку гладкості, сегментами яких є раціональні кубічні криві.

Ключові слова: геометричне моделювання плоского контуру, радіус

Постановка проблеми. В різних галузях техніки виникають задачі, пов'язані з розробкою плоских криволінійних обводів. Для вирішення задач геометричного моделювання обводів широко застосовуються сплайни, криві Без'є тощо. При моделюванні криволінійного обводу доводиться використовувати декілька кривих, які стикаються між собою.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанню геометричного моделювання замкнених контурів, наприклад, профілів лопаток турбін, присвячені роботи [1, 2] та ін. Для опису профіля застосовують різноманітні криві: параболи, еліпси, криві Без'є та ін. Метою статті є подальший розвиток геометричного моделювання замкненого криволінійного контуру з застосуванням кубічних раціональних кривих.

Ціль статті. Розробити спосіб геометричного моделювання замкненого плоского контуру, складеного з мінімальної кількості складових частин, з застосуванням раціональних кривих третього порядку.

Основна частина. Моделювання контуру виконувалося для поперечного перерізу лопатки турбіни, зображеного в [1] (рис.1а).

Точки A та C обрані на перерізі візуально, як точки перегину. Верхня частина профілю, обмеженого точками A та C , складена з двох раціональних кривих третього порядку ($\kappa_{3п1}$ та $\kappa_{3п2}$ на рис.1б), які стикаються в точці E . Точка E обиралася на перерізі візуально таким чином, щоб дотичні в цій точці до обох кубічних кривих співпадали з дотичною до перерізу. Нижня частина профілю описана кривою другого порядку. В точках A та C криві, що стикаються в них, мають спільні дотичні (AB та CB відповідно), кубічні криві в точці E мають однакову кривину. Точки A, B, C та E є базовими точками проєктивної системи координат P^2_1 .

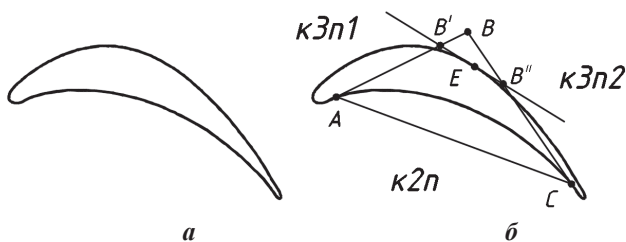


Рис.1. Поперечний переріз

Для визначення рівняння $\kappa_{3п1}$ переходимо в проєктивну систему координат P^2_2 з базовими точками EB^1AE^1 (рис.2), де точка B^1 є точкою перетину дотичної до перерізу в точці E з прямою AB , а точка E^1 обрана візуально таким чином, щоб дотична в ній до перерізу співпадала з дотичною до $\kappa_{3п1}$ [3].

КЗп1 при цьому проходить через точки E, E^I, A , які належать перерізу, і має дотичні AB^I та EB^I (а також дотичну в точці E^I), які співпадають з дотичними до перерізу. При цих сталих параметрах завдання особливої (вузлової) точки $S'(a:b:c)$ кубічної кривої в "дозволеній" зоні [4], що гарантує відсутність в межах сегменту EE^IA точок розриву та перегину, надає можливість проведення простої дуги кривої ще через одну задану точку з одночасним моделюванням її форми (рис.2).

Рівняння такої кЗп в P^2 має вигляд:

$$\rho x_0 = p + mt; \quad \rho x_1 = bt[(b-a)t - c + b]; \quad \rho x_2 = t^2(lt + n), \quad (1)$$

де $p = c(a-b)$, $m = 2b^2 - a(c+b)$, $l = a(c-b)$, $n = 2b^2 - c(a+b)$.

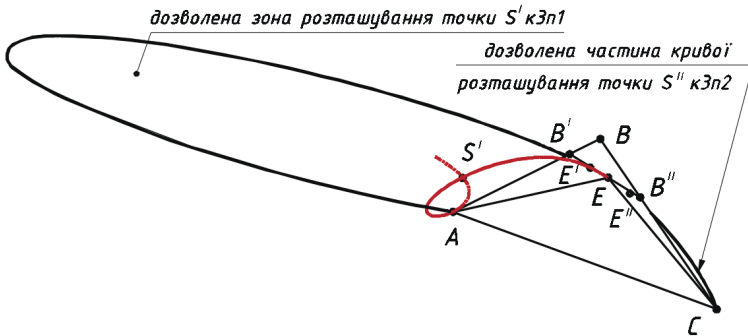


Рис. 2. Конструювання кЗп1

В A^3 рівняння кривої (1), записане за допомогою формул переводу з P^2_2 в A^3 [5], має вигляд

$$r = \sum_{i=0}^2 A_i r_i x_i / \sum_{i=0}^2 A_i x_i, \quad (2)$$

де $A_1 / A_0 = -EE^I_{EB^I} / B^I E^I_{EB^I}$, $A_2 / A_1 = -B^I E^I_{AB^I} / AE^I_{AB^I}$, $r_0 \equiv r_E$, $r_1 \equiv r_{B^I}$, $r_2 \equiv r_A$, $E^I_{EB^I} = EB^I \cap AE^I$, $E^I_{AB^I} = EE^I \cap AB^I$.

Після визначення радіуса кривини $R_{кр}$ кЗп1 в точці E переходимо до конструювання кЗп2. Рівняння кривої визначається в проєктивній системі координат P^2_3 з базовими точками $EB^{II}CE^{II}$, де B^{II} – точка перетину вже визначеної спільної дотичної до обох кЗп в точці E з прямою CB , а точка E^{II} обирається візуально на перерізі таким чином, щоб дотична до перерізу в цій точці була також дотичною для кривої кЗп2. КЗп2 при цьому проходить через точки E, E^{II}, C , які належать перерізу, та має дотичні EB^{II} та CB^{II} (і дотичну в точці E^{II}), які співпадають з дотичними до перерізу.

Для побудови кЗп2, яка має в точці E заданий радіус кривини, визначаємо в межах «дозволеної» зони частину кривої другого порядку,

при переміщенні по якій особливий точки к3п2 – точки $S^{\text{II}}(a^{\text{II}}:b^{\text{II}}:c^{\text{II}})$, маємо гарантований радіус кривини в точці E [6,7].

Переміщуючи по цій кривій особливу точку S^{II} к3п2, модифікуємо форму сегмента шуканої кривої (рис.3). Рівняння к3п2 при цьому аналогічні рівнянням к3п1 (1) та (2).

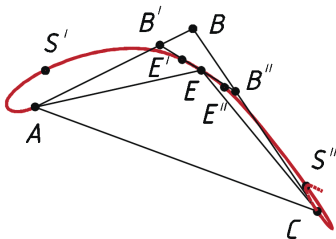


Рис. 3. Конструювання к3п2

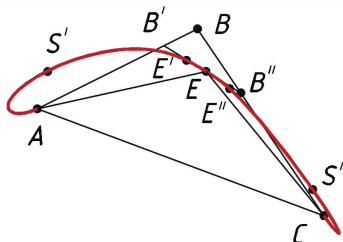


Рис.4. Апроксимація верхньої частини перерізу

Нижня частина перерізу апроксимована кривою другого порядку (к2п), яка проходить через точки A та C , має дотичні AB та CB , спільні відповідно з дотичними до к3п1 та к3п2 в цих точках, і проходить через точку E^{III} , обрану на перерізі таким чином, щоб в цій точці дотична до к2п співпадала з дотичною до перерізу (рис.5).

Рівняння цієї к2п в проєктивній системі координат $ABCE^{\text{III}}$ P_4^2 та в A^3 відповідно мають вигляд

$$\rho x_0 = 1; \quad \rho x_1 = t; \quad \rho x_2 = t^2 \quad (3)$$

та

$$r = \sum_{i=0}^2 A_i r_i x_i / \sum_{i=0}^2 A_i x_i, \quad (4)$$

де $A_1 / A_0 = -AE_{AB} / BE_{AB}$, $A_2 / A_1 = -BE_{BC} / CE_{BC}$, $r_0 \equiv r_A$, $r_1 \equiv r_B$, $r_2 \equiv r_C$, $E_{AB} = E^{\text{III}} C \cap AB$, $E_{BC} = AE^{\text{III}} \cap BC$.

В таблицях 1-4 наведені вихідні, а також результуючі дані для апроксимуючого контуру; для обох к3п в спільній точці E радіус кривини $R_{\text{кр}} = 262.186$, проєктивні координати особливих точок к3п1 та к3п2 дорівнюють відповідно: S^{I} (4.87351; -9.05513; -388.809), S^{II} (-12.7549; 18.0073; 324.262).

На рис.6 зображено вихідний переріз з накладеним на нього апроксимуючим контуром.

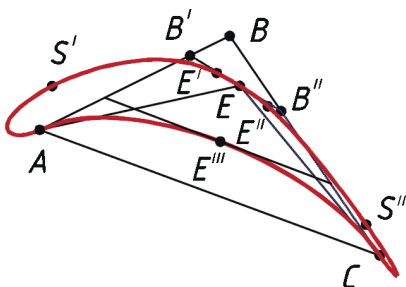


Рис.5. Апроксимація перерізу

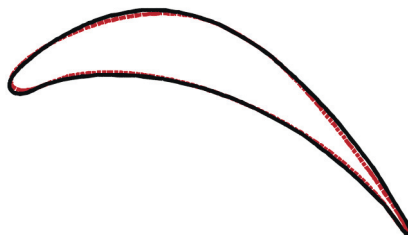


Рис.6. Суміщення перерізу та апроксимуючого контуру

Таблиця 1

Координати базисних точок

	A	B	C	E	B ^I	B ^{II}	E ^I	E ^{II}	E ^{III}
P ² ₁	1:0:0	0:1:0	0:0:1	1:1:1					
P ² ₂	0:0:1			1:0:0	0:1:0		1:1:1		
P ² ₃			0:0:1	1:0:0		0:1:0		1:1:1	
P ² ₄	1:0:0	0:1:0	0:0:1						1:1:1

Таблиця 2

Коефіцієнти A₀/A₁

	P ² ₁	P ² ₂	P ² ₃	P ² ₄
A ₁ /A ₀	7.57156	0.77976	1.31673	1.04226
A ₂ /A ₁	1.97377	0.0123	0.09254	1.07224

Таблиця 3

Координати базисних точок в A²

	A	B	C	E	B ^I	B ^{II}	E ^I	E ^{II}	E ^{III}	S ^I	S ^{II}
Координати точок в A ²											
42.5871; 74.9265											
98.9199; 102.8045											
143.3771; 37.6875											
101.899; 87.8045											
87.14902791; 96.97932582											
114.1551815; 80.48919842											
95.0738; 91.8022											
110.1905; 81.9514											
96.138; 71.4355											
46.2577; 88.1427											
139.37780328; 46.80483658											

Коефіцієнти рівняння кЗп

$x = \sum_{j=0}^3 b_j t^{3-j} / \sum_{j=0}^3 a_j t^{3-j}; y = \sum_{j=0}^3 c_j t^{3-j} / \sum_{j=0}^3 a_j t^{3-j}.$				
кЗп1	$a_0=-0.000150624$	$a_1=0.0005316$	$a_2=-0.0038261$	$a_3=-0.0358239$
	$b_0=-0.00641465$	$b_1=0.0516297$	$b_2=-0.128249$	$b_3=-3.65042$
	$c_0=-0.0112858$	$c_1=0.0541774$	$c_2=-0.496341$	$c_3=-3.15153$
кЗп2	$a_0=-0.00343793$	$a_1=0.0060088$	$a_2=-0.0213739$	$a_3=-0.0948684$
	$b_0=-0.492921$	$b_1=0.658813$	$b_2=-3.02441$	$b_3=-9.66699$
	$c_0=-0.129567$	$c_1=0.523371$	$c_2=-1.36349$	$c_3=-8.34584$

Висновки. Виконана апроксимація замкненого плоского контуру двома раціональними кривими третього порядку та однією кривою другого порядку. Криві третього порядку зістиковані між собою по другому порядку гладкості, з кривою другого порядку – по першому.

Перспективи подальших досліджень. Може бути доцільною розробка способу геометричного моделювання подібного контуру за допомогою раціональних кривих третього порядку, які в точках перегину вихідного контуру теж мають точки перегину.

Література

1. *Борисенко В.Д.* Геометричне моделювання обводів профілів лопаток турбін раціональними кривими Безье / В.Д. Борисенко, Д.В. Котляр // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійський державний агротехнічний університет – Вип.4, т.46. – Мелітополь: ТДАТУ, 2010. – С.19–26.
2. *Комар В.С.* Удосконалення профілів лопаток осевого турбодетандера / В.С. Комар // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2009. – Вип. 81. – С.155–158.
3. *Коваль Г.М.* Об одном проективном способе конструирования кривой третьего порядка / Г.М. Коваль // Прикл. геометрия и инж. графика. – К.: Будівельник, 1987. – Вип.43. – С. 73 – 74.
4. *Коваль Г.М.* Модифікація форми кривої третього порядку переміщенням особливої точки кривої / Г.М. Коваль // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2009. – Вип. 81. – С.138–142
5. *Надолінний В.А.* Основы теории проективных рациональных поверхностей / Автореферат дисс. ... докт. техн. наук, 05.01.01. – М., 1989. – 30 с.
6. *Коваль Г.М.* Конструирование рациональных кривых третьего порядка с заданными радиусами кривизны / Г.М. Коваль // К.: КПИ, 1994. – 6с. – Деп. в ГНТБ Украины 22.02.94, № 400 – Ук94.
7. *Коваль Г.М.* Спосіб локальної модифікації плоского обводу

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАМКНУТОГО ПЛОСКОГО КОНТУРА С ПРИМЕНЕНИЕМ РАЦИОНАЛЬНЫХ КУБИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Г.М. Коваль, М.В. Лазарчук

В статье описывается способ геометрического моделирования замкнутого плоского контура с применением рациональных кубических кривых. При моделировании была поставлена задача составить контур из минимального количества сегментов кривых не выше третьего порядка.

В качестве примера выполнена аппроксимация профиля лопатки турбины. Для этого плоский замкнутый контур лопатки разбит на две части. Верхняя и нижняя части аппроксимирующего контура в точках перегиба профиля лопатки имеют общие касательные. Верхняя часть контура, ограниченная точками перегиба, составлена из двух сегментов рациональных кривых третьего порядка, которые в общей точке имеют одинаковую кривизну. Первый сегмент кубической кривой проходит через три точки заданного контура лопатки турбины, причем в этих точках имеет общие с заданным контуром касательные. Перемещение особой точки первой кубической кривой в определенных пределах позволяет модифицировать ее форму, а также провести сегмент кривой через еще одну точку заданного контура и гарантирует отсутствие особой точки, точек разрыва и перегиба в пределах сегмента. После конструирования первого сегмента кубической кривой определяется радиус кривизны в его конечной точке. Сегмент второй кубической кривой, как и сегмент первой кривой, имеет с заданным контуром лопатки турбины три общие точки и касательные в них. Перемещение особой точки второй кубической кривой в пределах дуги ранее определенной кривой обеспечивает в точке стыка с сегментом первой кубической кривой заданную кривизну, а также гарантирует отсутствие в пределах сегмента особой точки, точек разрыва и перегиба. Нижняя часть контура профиля лопатки турбины аппроксимирована сегментом кривой второго порядка, который проходит через три точки контура лопатки, причем в конечных точках имеет общие с контуром касательные.

Уравнения кривых определены в параметрическом виде в проективной плоскости и записаны в аффинной плоскости в векторно-параметрическом виде.

Предложенный способ может быть использован как при моделировании плоских замкнутых контуров, так и при моделировании плоских обводов второго порядка гладкости, сегментами которых являются рациональные кривые третьего порядка.

Ключевые слова: геометрическое моделирование плоского контура, радиус кривизны, рациональная кубическая кривая.

GEOMETRIC MODELING OF A CLOSED FLAT CONTOUR WITH THE APPLICATION OF RATIONAL CUBIC CURVES

G. Koval, M. Lazarchuk

The article describes the method of geometric modeling of a closed planar contour using rational cubic curves. When modeling, the task was to make a contour from the minimum number of curve segments not more than third order.

An approximation is made for the turbine blade profile. To do this, a flat closed contour of the blade is divided into two parts. The upper and lower parts of the approximating contour at the inflection points of the blade profile have common tangents. The upper part of the contour bounded by inflection points consists of two segments of rational third-order curves having the same curvature at a common point. The first segment of the cubic curve passes through three points of the given contour of the turbine blade, and at these points has tangents common with this contour. Moving the singular point of the first cubic curve within certain limits allows you to change its shape, as well as draw a segment of the curve through an additional point of the given contour and guarantees the absence of a singular point, break and inflection points within the of segment. After constructing the first segment of the cubic curve, the radius of curvature at the endpoint of the segment is determined.

The segment of the second cubic curve, like the segment of the first curve, has three common points and tangents in them with a given contour of the turbine blade. Moving the singular point of the second cubic curve within the arc of the previously defined curve provides the specified curvature at the junction with the segment of the first cubic curve, and also guarantees the absence of a singular point, break points, and inflection points within the of segment. The lower part of the turbine blade profile is approximated by a segment of a second-order curve that passes through three points of the blade profile, and at the end points shares common tangents with the contour. The equations of the curves are determined in parametric form in the projective plane, and then written in the affine plane in vector-parametric form.

The proposed method can be used both for modeling closed planar contours and for modeling planar contours of the second order of smoothness, the segments of which are rational curves of the third order.

Keywords: geometric modeling of a planar contour, radius of curvature, rational cubic curve.

Київський національний університет будівництва і архітектури

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ІНТЕГРАЦІЇ СОНЯЧНОЇ ЕНЕРГІЇ У ВИСОТНІ БІОКЛІМАТИЧНІ БУДІВЛІ

У статті розглядається геометричне моделювання інтеграції сонячної енергії у висотні біокліматичні будівлі. Для моделювання змінних параметрів сонячного опромінення застосовано геометричну модель добового конуса сонячних променів. Зони ефективного опромінення на поверхнях висотних біокліматичних будівель визначаються при геометричному моделюванні на них зон постійного, перемінного затінення та постійного освітлення при заданих параметрах часу, географічного та просторового розташування поверхні.

Ключові слова: відновлювальна сонячна енергія; сонячна радіація; висотні біокліматичні будівлі

Постановка проблеми. Особливістю висотних будинків є їх високе енергоспоживання у порівнянні з будинками меншої поверховості, що можна компенсувати за рахунок інтеграції сонячної енергії [1]. Інтеграція сонячної енергії у висотну забудову дає можливість зменшити енергетичне навантаження. Актуальною задачею є розробка засобів, здатних обґрунтувати прийняття рішень щодо доцільності інтеграції геліосистем при енергетично ефективному проектуванні висотних будівель.

Аналіз досліджень. Можливості енергозбереження на основі геометричних досліджень умов сонячного опромінення, природного освітлення відображені у кандидатських, докторських дисертаціях та основних публікаціях, виконаних на кафедрі архітектурних конструкцій КНУБА, пов'язаних з розділом «Світлотехніка» архітектурно - будівельної фізики [2]. Окремим напрямком виділяються дослідження стосовно сонячного опромінення у зв'язку із задачами використання сонячної енергії. У [3,4] розглянуті питання геометричного моделювання в отриманні просторових моделей надходження сонячної радіації на площини та поверхні, з урахуванням азимута, кута нахилу, географічної широти, проміжку часу в годинах, добах на основі добового конуса сонячних променів. У роботах [5,6] розглядаються задачі визначення граней чи зон поверхні оболонки для проектування сумішених з конструкціями будівель геліоприймачів.

Основна частина. Використання сонячної енергії у сучасних висотних будівлях приводить до постановки задачі визначення ефективності розміщення геліоприймальних пристроїв на їх поверхнях.

Отже, цільовим об'єктом дослідження є висотні будівлі та їх елементи, де планується розмістити геліоприймачі для отримання енергії Сонця. Питання оптимізації розміщення геліоприймачів на поверхні висотної будівлі має визначатися комплексно з урахуванням різних факторів впливу. В основі проектування біокліматичних висотних будівель лежить принцип їх максимальної адаптації до оточуючого природного середовища, з урахуванням багатьох аспектів клімату, їх добових та сезонних змін, що розглядається на трьох рівнях: макроклімат; мезоклімат, мікроклімат [7].

Моделювання процесів інтеграції геліосистем у будівлю на геометричній основі включає моделювання руху Сонця, параметрів поверхонь самої будівлі та елементів геліосистем, що надає можливість обґрунтованого та ефективного вибору для вирішення різних задач, що виникають у процесі проектування.

При геометричному моделюванні інтеграції геліосистем у висотну біокліматичну будівлю на макрорівні, відбувається первинний аналіз щодо потенціалу сонячного опромінення відповідно до географічного розташування об'єкта будівництва на планеті. Різноманітним регіонам планети характерна різна тривалість та інтенсивність сонячної радіації. На рис. 1 представлена геометрична модель зміни тривалості сонячного опромінення для заданого дня року (22.06) при зміні розташування об'єкта будівництва на планеті.

В основі лежить застосування геометричної моделі добового конуса сонячних променів Φ , що була запропонована проф. О.Л. Підгорним [3]. Дотична площина до поверхні земної кулі визначає положення площини

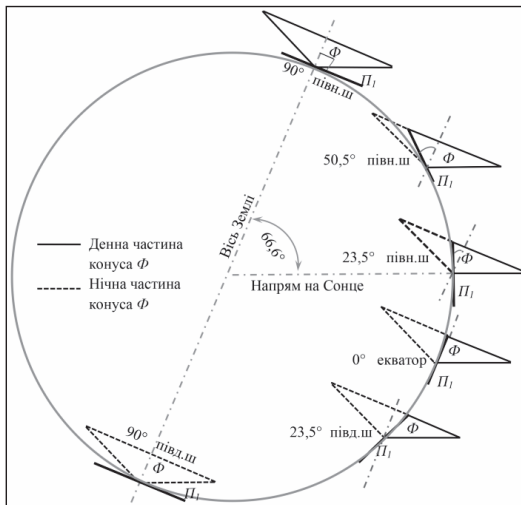


Рис.1 Зміна денної та нічної частини добового конуса Φ 22.06 на різних географічних широтах

горизонту Π_i на заданій широті, а також розділ добового конуса Φ на денну та нічну частину, якщо його вершина знаходиться у площині горизонту. Кут між віссю конуса Φ і площиною горизонту Π_i є рівним широті δ місцевості [2,3]. На рис. 1 видно, що при переміщенні вершини конуса Φ по поверхні земної кулі, денна частина конуса Φ , а відповідно і тривалість сонячного опромінення змінюється у зв'язку зі зміною δ від свого максимального

значення (24 години) з північного полярного кола (90^0 півн. ш.) до північного полюса (90^0 півд. ш.) до мінімального (нуль годин) і пройде через відмітку рівних дня і ночі на екваторі 0^0 .

При геометричному моделюванні геліосистем на мезо та мікрорівнях відбувається аналіз щодо потенціалу сонячного опромінення висотної будівлі відповідно до його форми, положення та тінеутворюючого впливу оточення. Ціллю геометричного моделювання є визначення зон ефективного сонячного опромінення на поверхні висотної будівлі. Зони ефективного сонячного опромінення на поверхнях висотних будівель визначаються геометричним моделюванням зон утворення власних та падаючих тіней з урахуванням динаміки сонячного світла.

Зони постійного, перемінного освітлення, постійного затінення на поверхні висотної будівлі визначають місця раціонального розташування геліосистем. Так зони постійного освітлення є найкращими для розташування в них фотоелектричних панелей, на ефективність роботи яких впливає відсутність затінення. Області постійного та змінного затінення, в яких переміщуються контури власної тіні на поверхні висотної будівлі визначаються за допомогою змінних годинних твірних добового конуса сонячних променів для заданих параметрів дня року та широти місцевості (рис. 2). Контур власної тіні на поверхні Δ визначиться, як лінія

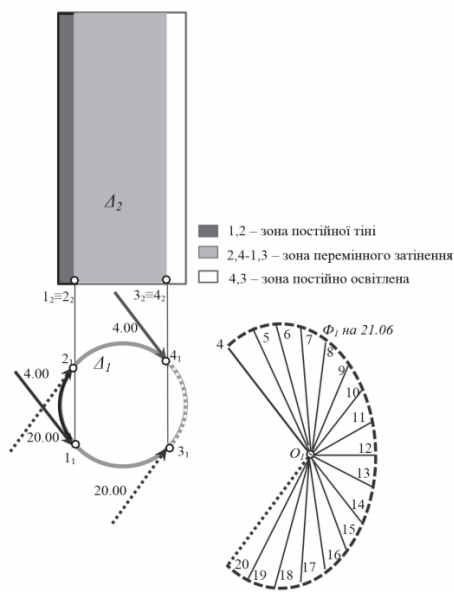


Рис. 2 Визначення зон руху власної тіні на циліндричній поверхні для 21.06 на широті $50,5^0$ півн. ш.

дотику до неї циліндричної обгортної поверхні променів для заданої години дня. Для поверхонь 2-го порядку це коло і еліпс (сфера, еліпсоїд, одно порожнинний гіперболоїд), гіпербола (одно і двопорожнинні гіперболоїди), парабола (параболоїд обертавання, еліптичний і гіперболічний параболоїди), дві прямі (конічні і циліндричні поверхні).

Межа між зонами перемінного та постійного затінення є лінією світлового розділу як обвідна всіх освітлених частин. Межа між зонами постійного освітлення і перемінного затінення є межею тіньового розділу як обвідна всіх контурів власних тіней. Зону постійного

променів дає можливість визначати на поверхні висотної будівлі зони постійного освітлення, перемінного та постійного затінення для визначення місця розташування на ній геліоприймальних пристроїв. Крім того, надає можливість визначення годинних параметрів зон освітлення поверхні висотної будівлі прямим сонячним світлом. Відповідно, визначати координати Сонця (A_{so} , H_{so}) в зонах освітлення та розраховувати оптимальні кути нахилу геліоприймальних пристроїв для отримання енергії Сонця.

Література

1. Zhigilina A., Ponomarenko A. (2018) Energy efficiency of high-rise buildings. E3S Web of Conferences 33.02003, doi: : <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20183302003>.
2. Підгорний О.Л. Можливості енергозбереження на основі геометричних досліджень умов сонячного опромінення, природного та штучного освітлення // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ, 2007. – Вип. 78. – С. 5-10.
3. Підгорний О.Л. Геометричне моделювання надходження сонячної радіації на різні поверхні// Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ, 1993. – Вип. 54. – С. 10-12.
4. Моделювання на ПК умов змінного прямого сонячного опромінення / Методичні вказівки до практичних занять та виконання розрахунково-графічних робіт з розділу «Архітектурна світлотехніка» / уклад. О.Л. Підгорний, О.В. Кривенко. Київ: КНУБА, 2007, 52с.
5. Мартинов В.Л. Моделювання надходження сонячної радіації на гранні поверхні архітектурних об'єктів. Дис. канд. техн. наук: 05.01.01. Київ: КИСИ, 1993. – 118с.
6. Запривода В.І. Геометричне моделювання надходження сонячної радіації на поверхні просторових покриттів архітектурних об'єктів. Дис. канд. техн. наук: 05.01.01. Київ: КНУБА, 2002. – 137с.
7. Кривенко О.В. Біокліматична архітектура як явище в екологічній архітектурі// Енергоефективність в будівництві та архітектурі. Київ: КНУБА, 2013. Вип. 4, С.155-160

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕГРАЦИИ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ В ВЫСОТНЫХ БИОКЛИМАТИЧЕСКИХ ЗДАНИЯХ

Кривенко О.В.

*Киевский национальный университет
строительства и архитектуры*

Особенностью высотных зданий является их высокое энергопотребление в сравнении со зданиями меньшей этажности. Использование солнечной энергии позволяет уменьшить энергетическую нагрузку. Актуальной задачей является

разработка средств, способных обосновать принятие решений о целесообразности интеграции гелиосистем при энергетически эффективном проектировании высотных зданий.

В статье рассматриваются способы геометрического моделирования при определении эффективного солнечного облучения на поверхностях высотных биоклиматических зданий. В основе проектирования биоклиматических высотных зданий лежит принцип их максимальной адаптации к окружающей природной среде, который рассматривается на трех уровнях: макроклимат, мезоклимат, микроклимат.

При геометрическом моделировании интеграции гелиосистем в высотное биоклиматическое здание на макроуровне, происходит первичный анализ относительно потенциала солнечного облучения в соответствии с географическим расположением объекта строительства на планете. Применение геометрической модели суточного конуса солнечных лучей Φ , которая была предложена проф. А.Л. Подгорным, позволяет проводить анализ изменения продолжительности солнечного облучения для заданного дня года при изменении географического расположения объекта строительства на планете.

При геометрическом моделировании гелиосистем на мезо и микроуровнях происходит анализ относительно потенциала солнечного облучения высотного здания в соответствии с его формой, положением и затенением. В статье предложено зоны эффективного солнечного облучения на поверхностях высотных зданий определять геометрическим моделированием зон образования собственных и падающих теней с учетом динамики солнечного света. Зоны постоянного, переменного освещения, постоянного затенения на поверхности высотного здания определяют места рационального расположения гелиосистем.

Ключевые слова: возобновляемая солнечная энергия; солнечная радиация; высотные биоклиматические здания.

GEOMETRIC MODELING OF INTEGRATION OF SOLAR ENERGY IN HIGH-RISE BIO-CLIMATE BUILDINGS

Krivenko O.

Kiev National University of Construction and Architecture

A feature of high-rise buildings is their high energy consumption compared to buildings of lower height. The use of solar energy can reduce the energy load. An urgent task is to develop tools that can justify decision-making on the feasibility of integrating solar systems in the energy-efficient design of high-rise buildings.

The article discusses the methods of geometric modeling in determining the effective solar radiation on the surfaces of high-rise bioclimatic buildings. The design of bioclimatic high-rise buildings is based on the principle of their maximum adaptation to the natural environment, which is considered at three levels: macroclimate, mesoclimate and microclimate.

In geometric modeling of the integration of solar systems into a high-rise bioclimatic building at the macro level, a primary analysis is carried out regarding the potential of solar radiation in accordance with the geographical location of the

high-rise buildings on the planet. Application of the geometric model of the diurnal cone of solar rays Φ , which was proposed by prof. A. Podgorny allows you to analyze changes in the duration of solar exposure for a given day of the year when changing the geographical location of the construction site on the planet.

Geometric modeling of heliosystems at the meso and micro levels analyzes the potential for solar radiation of a high-rise building in accordance with its shape, position and shading. In the article, it is proposed that zones of effective solar radiation on the surfaces of tall buildings be determined by geometric modeling of the zones of formation of intrinsic and incident shadows, taking into account the dynamics of sunlight. Zones of constant, variable lighting, constant shading on the surface of a high-rise building determines the location of the rational arrangement of solar systems.

Keywords: renewable solar energy; solar radiation; high-rise bioclimatic buildings.

МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ЗУБЧАСТИХ ЗАЧЕПЛЕНЬ У СИСТЕМІ КОМПАС

*Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут» імені Ігоря Сікорського*

У роботі наведена методика автоматизованого розрахунку та моделювання зубчастих зачеплень за допомогою САПР КОМПАС. Система КОМПАС обладнана досить розвинутим комплексом бібліотек стандартних виробів, типових елементів конструкцій та розрахункових програм. Для розрахунку та побудови тривимірної моделі зубчастого зачеплення був застосований програмний комплекс «Gears», який дозволяє задавати геометричні параметри зачеплення, такі як модуль, кількість зубців колеса або шестерні, передаточне число та інші. Результати розрахунку доступні для редагування та наступного перерахунку. Система також надає декілька варіантів та дозволяє зробити вибір між ними. Результати розрахунків застосовуються для створення просторових моделей деталей та їх з'єднання у складальну одиницю. Система КОМПАС дозволяє напівавтоматичне створення кресленника за просторовою моделлю.

Ключові слова – зубчасте зачеплення, система КОМПАС, тривимірне моделювання, розрахунок зачеплень, модуль, шестерня, вал, шпонкові пази, канавки для виходу шліфувального круга.

Постановка проблеми. Розрахунок зубчастих зачеплень досить трудомісткий процес, що завжди виконується висококваліфікованими спеціалістами. Але сучасні системи автоматичного проектування (САПР) надають все більше можливостей для моделювання та розрахунку складних систем та механізмів. Тому пошук рішень для широко розповсюджених типових задач стає максимально автоматизованим, що дозволяє суттєво прискорити процедуру створення моделей та їх розрахунки.

Ціль статті. Використовуючи вбудований в КОМПАС комплекс програм виконати конструкторські та перевірочні розрахунки зубчастого зачеплення, напівавтоматично створити моделі деталей зачеплення та внести корективи до них з мінімальними змінами вихідних умов за короткий час.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Методика проведення розрахунку зубчастих передач досить розповсюджена і не стикається з

принциповими труднощами [2], але все це займає чимало часу. Тому автоматизація цього процесу та побудови тривимірної моделі дозволить скоротити час проектування багатьох пристроїв.

Основна частина. Система КОМПАС обладнана досить великою бібліотекою стандартних виробів, конструктивних та технологічних елементів, типових рішень та розрахунків, яка охоплює різні галузі промисловості. Найбільш розвинута бібліотека типових конструкцій та комплексів для проведення розрахунків у машинобудуванні.

Так, наприклад, з використанням бібліотеки «Вали та механічні передачі 3D» можливо розраховувати та створювати моделі і, відповідно, кресленики наступних видів передач:

- зубчастих циліндричних із зовнішнім та внутрішнім зачепленням;
- зубчастих конічних із прямими та круговими зубцями;
- клиноременних;
- черв'ячних.

Окрім того, значною перевагою використання даної системи є можливість побудови моделі не лише згідно вітчизняної нормативної бази (ГОСТ, ДСТУ), але й за стандартами інших країн (AGMA 201.02, ASA B6b, DIN 3972-52, ISO 53:1998, JIS B 1701-1973) [1].

За допомогою вказаної бібліотеки були змодельовані вал-шестерня в зачепленні з зубчастим колесом, насадженим на вал (рис. 1). Більш детально зупинимося на параметрах та розрахунку зубчастої частини валу-шестерні, деякі вхідні дані для цього наведені на рис. 2.

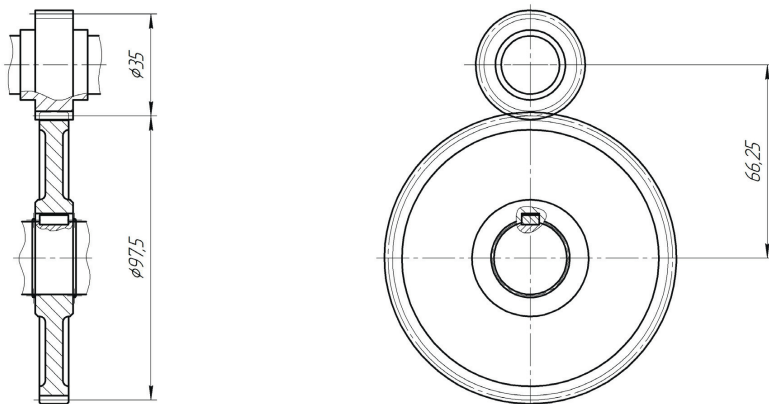


Рис. 1. Кресленик зубчастого зачеплення

Для побудови ступенів валу та шестерні, конструктивних елементів (шпонкові пази, канавки для виходу шліфувального круга) застосовувались

бібліотеки стандартних елементів, що значним чином скоротило витрату часу на розробку ескізів кожного елемента. Комплекс програм «Gears» дає можливість провести наступні види розрахунків:

- геометричний;
- на міцність;
- на витривалість;
- проектний.

Наименование и обозначение параметра		Ведущее колесо	Ведомое колесо
1. Число зубьев	z_1, z_2	28	78
2. Модуль, мм	m_n	1.25	
3. Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	β	0° 0' 0"	
4. Направление линии зуба ведущего колеса	—	прямое	
5. Угол профиля зуба исходного контура	α	20° 0' 0"	
6. Коэффициент высоты головки зуба исходного контура	h_a^*	1	
7. Коэффициент радиального зазора исходного контура	c^*	0.25	
8. Коэффициент радиуса кривизны переходной кривой в граничной точке профиля зуба исходного контура	ρ_f^*	0.38	
9. Ширина зубчатого венца, мм	b_1, b_2	14	13
10. Коэффициент смещения исходного контура	$x_{1,2}$	0.741	1.133
11. Диаметр измерительного ролика, мм	D_1, D_2	2.173	2.173
12. Инструмент для обработки	—	рейка	рейка
13. Параметры инструмента	—		

Рис. 2. Вхідні дані для проведення геометричного розрахунку зубчастого зачеплення

Для розробки моделі зубчастого зачеплення та проведення перевірки властивостей цей моделі зачеплення застосовувався програмний модуль «Gears». Спочатку необхідно було провести геометричний розрахунок та визначити геометричні параметри ведучого та веденого коліс (основними з яких є кількість зубців, модуль, кут нахилу зубців на ділільному циліндрі, напрям лінії зубців ведучого колеса, ширина зубчастого вінця).

Результати розрахунку за вказаними даними наведені у діалоговому вікні (рис. 3). Деталізацію за конкретними параметрами можна отримати окремо в табличному вигляді, деякі з результатів проведеного розрахунку наведені в табл. 1.

При виконанні проектного розрахунку система надає список оптимальних варіантів передачі методом дискретного пошуку, та при необхідності, дозволяє додати геометричні обмеження на результати.

Для кожного з отриманих варіантів можна провести розрахунок на витривалість та міцність, сформувати відповідні файли результатів, зручні для перегляду.

Ход расчёта			
☐ Контролируемые и измерительные параметры			
Возможность измерения постоянной хорды	Есть	Есть	
Возможность измерения длины общей нормали	Есть	Есть	
Возможность измерения размера по роликам	Есть	Есть	
☐ Критерии качества зацепления			
Подрезание зубьев	Нет	Нет	
Интерференция зубьев	Нет	Нет	
Заострение зубьев	Нет	Нет	
Коэффициент перекрытия в пределах нормы	Да		
Контролируемые, измерительные параметры и параметры качества зацепления в норме.			

Рис. 3. Результати геометричного розрахунку зубчастого зацеплення

Таблица 1.

Витяг з результатів геометричного розрахунку

Определяемые параметры			
Передаточное число	u	2,786	
Межосевое расстояние, мм	a_w	$68,362^{+0,02}_{-0,1}$	
Делительный диаметр, мм	d	35	97,5
Диаметр вершин зубьев, мм	d_a	38,892	102,372
Диаметр впадин зубьев, мм	d_f	33,728	97,207
Начальный диаметр, мм	d_v	36,116	100,609
Основной диаметр, мм	d_b	32,889	91,62
Угол зацепления	α_{tw}	24°24'14"	
Контролируемые и измерительные параметры			
Постоянная хорда, мм	\bar{s}_c	2,329	2,644
Высота до постоянной хорды, мм	\bar{h}_c	1,522	1,955
Радиус кривизны разноимённых профилей зуба в точках, определяющих постоянную хорду, мм	ρ_s	7,225	18,08
Радиус кривизны активного профиля зуба в нижней точке, мм	ρ_p	5,41	17,866
Условие $\rho_s > \rho_p$ (возможность измерения постоянной хорды)	—	выполнено	выполнено
Число зубьев в длине общей нормали	$Z_{\Pi r}$	5	11
Длина общей нормали, мм	Π	$17,73^{+0,055}_{-0,125}$	$41,081^{+0,07}_{-0,14}$

Обрані параметри одразу використовуються при моделюванні зубчастого зацеплення. Саму модель можна отримати, вказавши необхідні геометричні характеристики колеса чи шестерні [3]. Після розробки моделей окремих деталей та встановлення зв'язків між ними, була отримана модель зацеплення [4], що представлена на рис. 4.

Висновки та перспективи. Використання спеціалізованих вузькоспрямованих програмних комплексів допомагає знаходити оптимальні розв'язки типових інженерних задач без зайвих витрат часу та

ресурсів. При цьому є можливість вибору найкращого варіанту розрахунку, який задовольняє наперед заданим умовам.

Тому слід ширше впроваджувати автоматизовані системи проектування не тільки при створенні складних промислових та будівельних об'єктів, а навіть у навчальному процесі при розв'язуванні локальних завдань студентами.

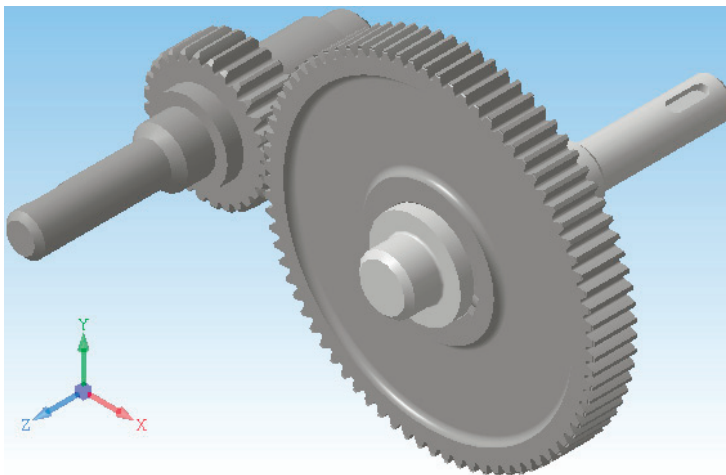


Рис. 4. Просторова модель зубчастого зачеплення

Література:

1. Офіційний сайт АСКОН [Електронний ресурс]
<http://machinery.ascon.ru>
2. Глухарев Б.Г., Зубарев Н.И. Зубчатые соединения. Справочник, 2-е издание. Машиностроение, 1983.
3. О.М.Канський, Н.В. Білицька, О.Г.Гетьман. Про питання тривимірного моделювання у системі КОМПАС-3D. Матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності» Випуск 3. – К: ДІА, 2014 р. с.107-110..
4. І.В. Івчук, Н.В. Білицька, Г.С. Мартиненко. Застосування системи «КОМПАС» для створення твердотільної моделі складальної одиниці. Матеріали 6-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених». Вип.6. – К., ДІА, 2017 р. с.290-294.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ В СИСТЕМЕ КОМПАС

А.С. Мартыненко, Н.В. Белицкая, А.Г. Гетьман

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут» імені Ігоря Сікорського

В работе приведена методика автоматизированного расчета и моделирования зубчатых зацеплений с помощью САПР КОМПАС. Система КОМПАС оснащена достаточно развитым комплексом библиотек стандартных изделий, типовых элементов конструкций и расчетных программ. Для расчета и построения 3D модели зубчатого зацепления был использован программный комплекс «Gears», который позволяет задавать геометрические параметры зацепления, такие как передаточное число, модуль, количество зубцов колеса или шестерни и др. Результаты расчета доступны для редактирования и последующего перерасчета. Система также предоставляет несколько вариантов и позволяет выбрать предпочтительный. Результаты расчетов используются для создания 3D моделей деталей и их соединения в сборку. Система КОМПАС дает возможность полуавтоматического создания чертежей по 3D моделям.

Ключевые слова: зубчатое зацепление, система КОМПАС, трехмерное моделирование, расчет зацеплений, модуль, вал, шпоночные пазы, канавки для выхода шлифовального круга.

SIMULATION AND CALCULATION OF GEARED CLUTCHES IN THE SYSTEM «KOMPAS»

A. Martynenko, N. Bilytska, A. Hetman

The paper presents a technique for automated calculation and simulation of gears using CAD KOMPAS. The KOMPAS system is equipped with a fairly developed set of libraries of standard products, typical structural elements and calculation programs. To calculate and build a three-dimensional model of gearing, the “Gears” software package was used, which allows you to set geometric gearing parameters, such as gear ratio, module, number of gears of a wheel or gear, etc. The calculation results are available for editing and subsequent recalculation. The system also provides several options and allows to choose the preferred ones. The calculation results are used to create spacial models of parts and their connection into an assembly unit. The KOMPAS system enables semi-automatic creation of drawings for spacial models.

Keywords: gearing, KOMPAS system, three-dimensional modeling, calculation of gearing, module, shaft, keyways, grooves for the exit of the grinding wheel.

КІЛЬКІСНИЙ АНАЛІЗ НУЛЬ-ВИМІРНИХ (ТОЧКОВИХ) МНОЖИН МЕТОДАМИ ФРАКТАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Луцький національний технічний університет, Україна

Запропоновано алгоритми аналізу та кількісної оцінки точкових множин на основі методів фрактальної геометрії. Продemonстровано можливість застосування розробленої методики аналізу плям розпилення та напilenня для вирішення прикладних технічних завдань. Зокрема, запропоновано метод фрактальної діагностики якості розпилення палива форсунками дизельних двигунів для оцінки ефективності ремонту деталей паливної апаратури, а також методика кількісної фрактальної оцінки якості нанесення порошкових матеріалів трибостатичним способом на металеві поверхні.

Використання методів фрактального геометричного аналізу точкових множин дозволяє оперативно аналізувати й оптимізовувати технологічні процеси на підприємствах машинобудівної та автомобільної галузей.

Постановка проблеми. Усі форми, які створюються на основі рівнянь аналітичної геометрії, обмежені, як правило, площинами або найпростішими поверхнями. Використання такого підходу не дозволяє адекватно описати геометричні характеристики природних об'єктів із усіма, їм притаманними, дрібними деталями. При цьому, створювані аналітичні моделі виглядають занадто спрощеними і досить приблизно відображають реальні природні об'єкти.

Для опису складних геометричних форм та явищ «природного» характеру вчені все частіше використовують таке геометричне поняття як фрактали. Фрактал походить від латинського прикметника “fractus” і в перекладі означає той, що складається із фрагментів. Мандельброт [1] запропонував попередньо формулювати визначення фрактала у наступній формі: фракталом називається множина, розмірність Хаусдорфа якої строго більша його топологічної розмірності. Згодом Мандельброт звужив визначення, запропонувавши замінити наступним: фракталом називається структура, що складається із частин, які у певному сенсі подібні до цілого. Отже, там, де закінчуються правильні геометричні форми починаються фрактальні об'єкти.

На практиці фрактальні структури, як правило, представляються певними множинами точок, які утворюють плоскі або просторові геометричні форми. При аналізі кількісних характеристик таких множин найбільш широко використовується метод підрахунку клітин. В основу

даного методу покладена процедура розбиття n -вимірного простору на (гіпер)куби з ребром довжиною d , після чого виконується підрахунок числа $N(d)$ кубів, які містять принаймні одну точку даної множини. Однак, такий підрахунок числової міри множини не несе в собі ніякої інформації про геометричні властивості структури [2].

Отже, однією із числових характеристик фрактальних структур є їх фрактальна розмірність – дробове число, яке узагальнено характеризує складність геометрії, але не дає відповіді на важливі, для практичних реалізацій, запитання про вид структури – точкова це множина, множина ліній чи плоских або просторових фігур; геометричну форму елементів множини – прямолінійний чи криволінійний, замкнутий чи не замкнутий елемент фрактального об'єкту тощо.

Дослідження можливостей характеризувати фрактальний об'єкт не лише числовим значенням розмірності, але й додатковою геометричною інформацією про нього, дозволить більш повно розуміти його практичну суть. А геометрична ідентифікація фрактальних форм дозволить отримати крім потрібних характеристик ще й додаткові параметри, які можна використовувати для аналізу структури й управління фрактальним об'єктом з метою надання йому необхідних властивостей.

Таким чином, актуальними є дослідження геометричних характеристик фрактальних структур, розробка алгоритмів для їх кількісного аналізу та застосування знайдених властивостей для ефективного вирішення прикладних задач у різних технічних галузях.

Аналіз останніх досліджень. Теорія фракталів достатньо широко використовується у різних галузях науки, зокрема у фізиці, механіці, матеріалознавстві [2, 3, 4] тощо. Як правило, усі ці дослідження зосередженні навколо визначення та аналізу дробової розмірності фрактальних об'єктів.

Існує багато методів визначення фрактальної розмірності, як числової характеристики самоподібної або самоафінної структури. Серед основних слід відзначити: метод Річардсона, який історично є одним із перших і застосовується для самоподібних геометричних образів; метод Колмогорова, застосовується для самоподібних фрактальних кривих; метод Мінковського (box-counting метод), застосовується як для самоподібних, так і самоафінних образів; методи Корчака, Херста, Расса, RSM, Фур'є тощо. Проте кожен із цих методів дає найкращі результати лише для певних фрактальних структур.

Аналіз літератури показав, що вирішення практичних задач обмежується лише використанням різноманітних методів визначення фрактальної розмірності досліджуваного об'єкту. При цьому не виявлено робіт, у яких крім обчислення фрактальної розмірності, як числової (дробової) характеристики структури, проводився не лише аналіз, але і ставилась задача її геометричної ідентифікації.

Формулювання цілей роботи. Метою роботи є розробка методики й алгоритмів кількісного аналізу точкових (нуль-вимірних) множин методами фрактальної геометрії з метою швидкого аналізу та діагностування різноманітних технічних агрегатів для оптимізації відповідних технологічних процесів. Показати дієвість запропонованої методики та комп'ютерної реалізації розроблених алгоритмів для числового аналізу точкових плям на прикладах: оперативної діагностики працездатності форсунок дизельних ДВЗ та кількісної оцінки якості нанесення порошкових матеріалів на металічні поверхні складної геометрії.

Основна частина. Аналіз використання фракталів для ефективного розв'язання задач у різних галузях знань показує, що значна їх кількість пов'язана із дискретними точковими множинами, утвореними нуль-вимірними геометричними об'єктами. До них відносяться, наприклад, плями розпилення дизпалива форсунками двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ), плями, що характеризують якість роботи розприскувачів або розпилювачів рідин, плями від нанесення порошкових матеріалів або сухих фарб на поверхні тощо. Кожна із вищеперерахованих множин має фрактальну природу. Їх дослідження дозволить суттєво удосконалити сучасні технології виробництва та ремонту обладнання для ефективного нанесення матеріалів із краплинною або порошковою структурою.

Вивчаючи літературні джерела, було виявлено, що задачі оптимізації процесу роботи дизельних ДВЗ прямо пов'язані із підвищенням вимог до паливної апаратури, яка забезпечує тиск впорскування палива і, зокрема, до основного її елементу – форсунок-розпилювачів. Низький ресурс розпилювачів форсунок, порівняно із ресурсом інших елементів паливної апаратури, вимагає проведення досліджень та спеціальних робіт для збільшення тривалості їх роботи. Актуальним завданням є отримання інформації про дефекти розпилювачів форсунок, адже вона є вихідною при вирішенні завдання підвищення ресурсу роботи ДВЗ.

Економічність, екологічність, потужність та інші характеристики двигуна залежать від якості розпилення палива. Якість розпилення палива дизельною форсункою визначається дрібністю крапель, однорідністю дисперсії, а також рівномірністю розподілу крапель палива в об'ємі струменю. Усі ці геометричні характеристики можна аналізувати при дослідженні взаємозв'язку дробової розмірності фрактальних точкових геометричних структур із якістю розпилення палива форсунками на різних контактних поверхнях.

Основними параметрами розпилювачів форсунок, які можуть контролюватися на сучасних приладах і стендах, є: якість розпилення, гідравлічна щільність розпилювача та форсунки, герметичність запірних конусів розпилювача форсунки, тиск початку впорскування палива форсункою, хід голки розпилювача форсунки, пропускна здатність форсунки.

Слід зазначити, що один із основних показників діагностування, а саме

аналіз якості розпилення палива форсункою, на сьогодні проводиться або із використанням надто складних і дорогих методів, або на примітивному візуальному рівні. При аналізі літературних джерел не виявлено робіт щодо розробки механізмів кількісної оцінки якості факела розпилення палива під час ремонту, коли форсунка знаходиться на стенді, а не у двигуні.

Слід палива на папері чи пластику під час розпилення палива форсункою має вигляд стохастичного фракталу. Досліджуючи фрактальні параметри факела впорскування чи плям суміші, отриманих від розпилення, можна швидко кількісно оцінити якість роботи форсунок певних конструкцій.

Нами був створений і експериментально протестований метод фрактальної діагностики якості розпилення палива форсунками дизельних ДВЗ та розроблено алгоритми його комп'ютерної реалізації. Запропонований метод дає можливість швидко та ґрунтовно проводити технічну діагностику форсунок для оцінки їх технічного стану [5].

Зміст методу полягає в наступному. На прилад типу КІ-562Д монтується еталонна форсунка відповідного маркування. Створюється необхідний тиск впорскування і на папері отримується множина плям дизельного пального від розпилення її соплами. Заміряються основні геометричні параметри: кути нахилу форсунки до поверхні нанесення плям і відстань від сопла до цієї ж поверхні. Далі, із фіксованими геометричними параметрами всіх відстаней і кутів, за допомогою фотокамери отримуються знімки еталонних плям, один із яких наведено на рис. 1, а.

Виявлено, що метод порівняння плям розпилення і визначення їх фрактальної розмірності безпосередньо залежить від умов отримання фотографій цих плям. Колір дизпалива, тиск відкриття сопла форсунки, відстань від сопла до ватману, на якому відображається пляма розпилення, кут нахилу ватману до центрованого сопла під час проведення експерименту мають бути однаковими.

Крім того, отримані зображення приводяться до єдиного формату та фіксованого розміру (ширина 1500 пікселів). Цей розмір був вибраний як максимально ефективний для підрахунку фрактальної розмірності зображень такого виду. Для того, щоб алгоритм фрактальної ідентифікації був стійкішим до умов освітлення, усі кольорові зображення перетворювалися у напівтони.

Як і будь-яка інша система розпізнавання зображень, система фрактальної ідентифікації плям розпилення палива форсунками дизельних ДВЗ складається із декількох стандартних процедур [6].

Перша процедура – це сегментація зображення плями розпилення, тобто встановлення дискретних границь інтенсивності крапель на зображенні. Виділення сегменту, який буде далі розглядатись при аналізі та встановленні дробової розмірності, пов'язане із відстанню між окремими частинками плям (рис. 1, б). Відстань не повинна бути більша, ніж 3 пікселі.

Далі зображення плям нормалізується і приводиться до піксельного скелету з відповідними геометричними параметрами (рис. 1, в). Фрактальна розмірність «еталонних» плям визначалась за допомогою декількох різних програм підрахунку розмірності із використанням запропонованих нами алгоритмів.

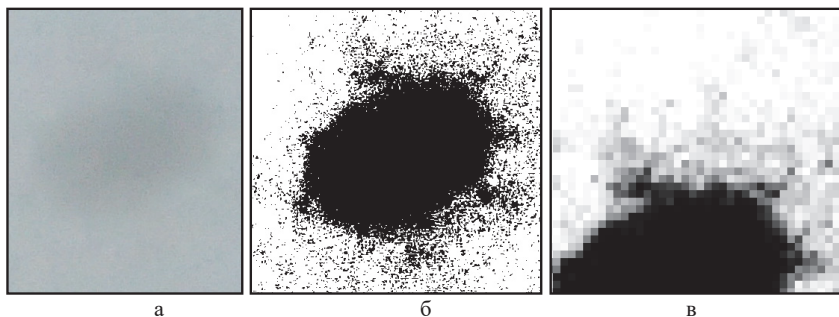


Рисунок 1

Фрактальна розмірність десяти зразків розпилення дизельного палива еталонною форсункою коливалась у межах $D = 1,29 \dots 1,31$.

Далі, на тому ж стенді, досліджувалися декілька різних ремонтних форсунок, із тими ж геометричними параметрами розташування. Приклад однієї плями, отриманої від розпилення дизельного палива однією з ремонтних форсунок, наведено на рис. 2, а.

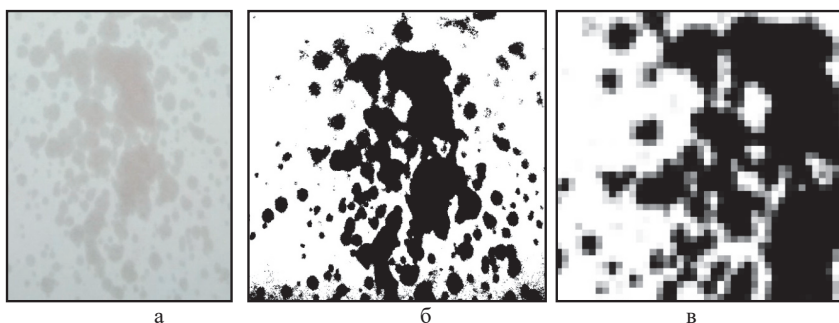


Рисунок 2

Використовуючи процедури ідентифікації зображень плям розпилення ремонтною форсункою (рис. 2, б, в) виявлено, що фрактальна розмірність плям від впорскування склала $D = 1,7 \dots 1,83$, що значно перевищувало розмірність зображень плям від впорскування еталонною форсункою.

Експеримент і подальші спроби експлуатації ремонтних форсунок показали, що при утворенні ними плям розпилення із фрактальною

розмірністю до $D = 1,38$, їх нормальна працездатність відновлюється шляхом промивання елементів прецизійних пар і чистки сопел.

При показниках фрактальної розмірності плям від розпилення ремонтною форсуною більше $D = 1,40$, для подальшої експлуатації слід замінити розпилювач форсунки.

Запропонований нами метод є ефективним для оперативної діагностики форсунок дизельних ДВЗ. Він базується на аналізі відомих методів фрактального моделювання об'єктів із дробовою розмірністю та корегуванні алгоритмів для оцінки фрактальних характеристик саме точкових множин, які можуть виступати моделями крапель палива у плямах розпилення форсунок ДВЗ.

Ще одним застосуванням досліджень фрактальної структури точкових множин стали порошкові технології фарбування криволінійних поверхонь трибостатичним напиленням [7]. Проаналізувавши конструкції пістолетів для нанесення порошкових фарб, було виявлено, що триборозпилювачі мають ряд переваг перед пістолетами з електростатичним напиленням: менша вага, суттєво менша вартість, ефективність нанесення порошків у важкодоступні місця тощо.

Однак, як виявилось, актуальною практичною задачею оптимізації процесів нанесення порошкових фарб трибостатами є усунення основного недоліку таких пристроїв – складність досягнення достатньої величини заряду без попереднього регулювання порошкових сумішей за дисперсністю та вологістю. Висока швидкість руху частинок різних розмірів і вологості при напиленні із недостатньою їх наелектризованістю призводить до здування порошку з деталей та суттєво знижує ефективність його осадження. Вирішити поставлену проблему неможливо без технології кількісної оцінки зображень напилення порошкових фарб, їх аналізу та запровадження ефективних способів впливу на якість трибостатичної зарядки.

Нами була запропонована конструкція універсального розпилювача трибопістолета, яка дозволяє, за рахунок спеціально розробленого оснащення та відповідної методики його застосування, керувати процесом трибозарядки порошкових фарб різної дисперсності, вологості, матеріалу [7].

Основа конструкції стандартного трибопістолета (рис. 3) не змінюється. Головним елементом удосконаленої конструкції є спіральний елемент зі спеціальними кріпленнями, що як конструктор, збирається у сердечнику триборозпилювача (рис. 4).

Таке удосконалення дозволило швидко й ефективно збільшувати шлях і площу зарядних поверхонь, кількість і силу зіткнень між частинками порошку та зарядними поверхнями, а також між самими частинками, силу взаємодії частинок із зарядними поверхнями розпилювача, і тим самим, керувати ступенем наелектризованості порошку, а значить і якістю його осадження на фарбовані деталі.



Рисунок 3

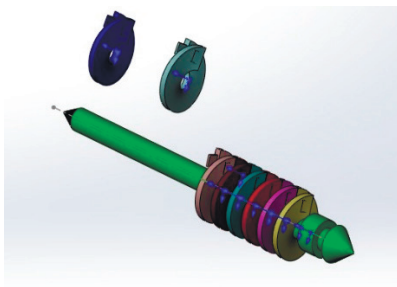


Рисунок 4

Для ефективного застосування запропонованої конструкції розпилювача необхідні дієві методи оцінки якості нанесення різних порошкових матеріалів, із різною дисперсністю та хімічними властивостями на різні за геометрією поверхні, виготовлені із різних матеріалів. До таких методів можна, знову ж таки, віднести методи фрактальної геометрії, методи підрахунку фрактальної розмірності для чисельного аналізу технологічних процесів та якості осадження порошків на фарбовані деталі.

Для практичної реалізації розроблених методики та конструкції розпилювача трибопістолета, на підприємстві із порошкового фарбування елементів кузовів автомобілів для одного і того ж матеріалу фарбування проведена серія експериментів із дослідження якості порошкового фарбування.

Для цього стандартним пістолетом (рис. 3) на заземлену плоску поверхню із встановленої відстані наносилася порошкова фарба різних виробників, різної дисперсності і з різними термінами зберігання. Приклад одного зразка із зображенням напilenня порошку відповідної фірми, обробленими фотографіями для підрахунку фрактальної розмірності наведено на рис. 5.

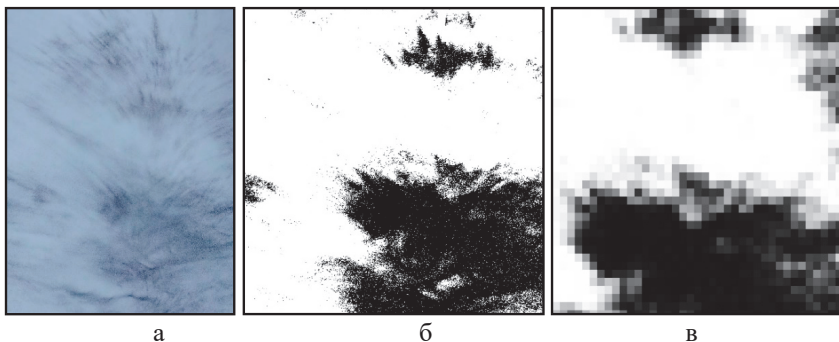


Рисунок 5

Далі в конструкцію розпилювача додавалися почергово шнекові елементи (рис. 4) і знову проводився процес напilenня, фотографування та

фіксації, як змінюється ефект осипання порошкових матеріалів. Приклад плями від роботи розпилювача з сімома шнековими елементами й обробленими зображеннями наведено на рис. 6.

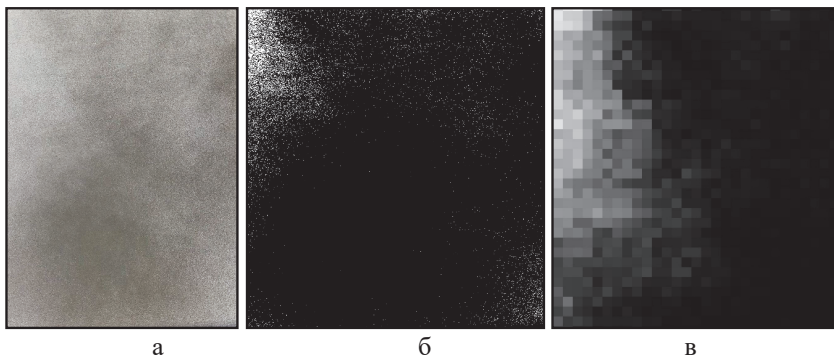


Рисунок 6

Навіть візуально видно, як при одних і тих же умовах змінюється якість нанесення даного виду порошкової фарби зі зміненими умовами трибозарядки частинок порошків.

Показник фрактальної розмірності зразків зображень плям напилення збільшувався із застосуванням і збільшенням кількості шнекових елементів у конструкції розпилювача трибопістолета. Так фрактальна розмірність зображення на рис. 5 складала $D = 1,54$, а фрактальна розмірність плями на рис. 6 – $D = 1,81$.

Результати цілком зрозумілі та легко пояснюються. Додаючи в конструкцію шнекові елементи, було збільшено довжину шляху проходження порошку у триборозпилювачі, при цьому збільшуючи кількість зіткнень окремих частинок порошку як між собою, так і зі стінками розпилювача. Це давало можливість сильніше заряджати частинки різного розміру кожної порошкової фарби, а від так – суттєво зменшувати ефект осипання порошку на фарбованому матеріалі. Встановлено, що оптимальна якість фарбування (після полімеризації) порошками досягалася тоді, коли фрактальна розмірність плям напилення складала від 1,68 до 1,84 одиниць.

Запропонована методика оперативної діагностики форсунок дизельних ДВЗ та кількісної оцінки якості нанесення порошкових матеріалів на металеві поверхні складної геометрії, в основі якої лежить фрактальний аналіз точкових множин, дозволить суттєво оптимізувати технологічні виробничі процеси на невеликих підприємствах машинобудівної та автомобільної галузей.

Висновки. У даній роботі запропоновано методику, алгоритми та комп'ютерну реалізацію кількісного аналізу точкових (нуль-вимірних) множин методами фрактальної геометрії, з метою швидкого аналізу та діагностування різноманітних технічних агрегатів і для оптимізації

відповідних технологічних процесів.

Подальша робота планується в напрямку ідентифікації та кількісного фрактального аналізу зображень, пов'язаних із одновимірними та двовимірними множинами (оцінка сітки міських доріг, планувальної структури міст, геології визначених за площею ареалів, властивостей розміщення популяцій тварин тощо).

Перелік джерел посилання

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002, - 656 с.
2. Федер Е. Фракталы: [пер. с англ.] / Е. Федер. – М.: Мир, 1991.
3. Самчук В.П., Клак Ю.В., Прушко І.В. Дискретне моделювання фрактальних геометричних об'єктів у машинобудуванні // Наукові нотатки ЛНТУ. – Луцьк: ЛНТУ, 2013. - Вип. 42. - С. 220-224.
4. Самчук В.П., Клак Ю.В. Дискретне формування фрактальних структур із заданою розмірністю статико-геометричним методом // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Зб. наук. пр. - Київ, 2013. - Вип. 91. – С. 226-233.
5. Pustiulha, S., Samostian, V., Tolstushko, N., Korobka, S., Babych, M.: Fractal diagnostics of the degree of fuel atomization by diesel engine injectors. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 6, 8(90), 40-47 (2017).
6. Пустюльга С.І., Самостян В.Р., Головачук І.П., Придюк В.М., Оксенюк В.А. Методика ідентифікації зображень п'ятен розпилу палива форсунками // Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті. – Луцьк, 2018. – Вип. 2 (11). с. 110-116.
7. Pustiulha, S., Holovachuk, I., Samchuk, V., Samostian, V., Prydiuk, V.: Improvement of the technology of tribostate application of powder paints using fractal analysis of spray quality. 2 International conference on Design, Simulation, Manufacturing: The Innovation Exchange 11-14 june, 2019, Lutsk, DOI:10.1007/978-3-030-22365-6_28, – 10с.

QUANTITATIVE ANALYSIS OF NULL-DIMENSIONAL (POINTS) MULTIPLICITY BY METHODS OF FRACTAL GEOMETRY

S. Pustylulga V. Samchuk, V. Samostian, I. Holovachuk

The algorithms of analysis and quantitative estimation of point sets on the basis of fractal geometry methods are proposed. It is shown the possibility of application of the developed method of sputtering and sputter analysis for solving applied technical problems. In particular, the method of fractal diagnostics of fuel spray nozzles with diesel engine nozzles was proposed to evaluate the efficiency of repair of fuel equipment components, as well as the method of quantitative fractal estimation of the quality of applying powder materials to metal surfaces in a tribostatic way. Using methods of fractal geometric analysis of point sets allows to efficiently analyze and optimize technological processes at the enterprises of machine-building and automobile industry.

<i>Зміст</i>	
<i>Н.В. Бондаренко, В.Д. Печук</i> МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З ЗАПІЗНЮВАННЯМ ЗА ДОПОМОГОЮ УЗАГАЛЬНЕНИХ МЕТОДІВ РУНГЕ-КУТТИ	3
<i>С.І. Ботвіновська, С.М. Васько, А.В. Золотова</i> ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРЯМИХ ЛІНІЙ	12
<i>Е.А. Гавриленко, А.В. Найдьш, Ю.В. Холодняк, В.А. Лебедев</i> МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОЧЕЧНОГО РЯДА, ПРИНАДЛЕЖАЩЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОНОТОННОЙ КРИВОЙ	23
<i>С.М. Гордієнко, Ю.С. Велігоцька</i> ПОВТОРЮВАНІСТЬ І РІЗНОМАНІТНІСТЬ В ОЦІНЦІ ПРОЕКТІВ ТИПОВИХ КАРКАСНИХ БУДІВЕЛЬ	29
<i>С.М Ковальов, О.В. Мостовенко</i> ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ПАРАМЕТРАМИ ТОЧКОВИХ ДЖЕРЕЛ ЕНЕРГІЇ І ПАРАМЕТРАМИ ЗАДАНИХ ТОЧОК ЕНЕРГЕТИЧНОГО ПОЛЯ	37
<i>Г.М. Коваль, М.В. Лазарчук</i> ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАМКНЕНОГО ПЛОСКОГО КОНТУРУ З ЗАСТОСУВАННЯМ РАЦІОНАЛЬНИХ КУБІЧНИХ КРИВИХ	43
<i>О.В. Кривенко</i> ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ІНТЕГРАЦІЇ СОНЯЧНОЇ ЕНЕРГІЇ У ВИСОТНІ БІОКЛІМАТИЧНІ БУДІВЛІ	51
<i>Г.С. Мартиненко, Н.В. Білицька, О.Г. Гетьман</i> МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ЗУБЧАСТИХ ЗАЧЕПЛЕНЬ У СИСТЕМІ КОМПАС	58
<i>С.І. Пустюльга, В.П. Самчук, В.Р. Самостян, І.П. Головачук</i> КІЛЬКІСНИЙ АНАЛІЗ НУЛЬ-ВИМІРНИХ (ТОЧКОВИХ) МНОЖИН МЕТОДАМИ ФРАКТАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ	64
<i>Зміст</i>	73