

ISSN 2410-2547

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF STRUCTURES

Науково-технічний збірник
Scientific-and-technica collected articles

Випуск 96

Заснований у 1965 р.

КИЇВ 2015

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61

Головний редактор *В.А. Баженов*, д-р техн. наук
Заступник головного редактора *С.О. Пискунов*, д-р техн. наук
Відповідальний секретар *О.В. Геращенко*, канд. техн. наук

Редакційна колегія:

П.В. Алявдін, д-р техн. наук (Польща)
Ю. Аткочиунас, д-р техн. наук (Литва)
О.М. Белостоцький, д-р техн. наук (Росія)
І. Елішаков, д-р техн. наук (США)
С.Н. Кривошапко, д-р техн. наук (Росія)
С.Ю. Фіалко, д-р техн. наук (Польща)
Чан Дик Тінг, д-р техн. наук (В'єтнам)
Л.М. Лобанов, д-р техн. наук, академік
НАН України

А.В. Перельмутер, д-р техн. наук
Ю.В. Верюжський, д-р техн. наук
О.Ф. Дащенко, д-р техн. наук
П.В. Ясний, д-р техн. наук
В.В. Гайдайчук, д-р техн. наук
Г.М. Іванченко, д-р техн. наук
П.П. Лізунов, д-р техн. наук
І.І. Солодей, д-р техн. наук

Рекомендовано до випуску Вченою радою Київського національного університету будівництва і архітектури.

Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-технічний збірник. – Вип. 96 / Голов. ред. В.А. Баженов. –К.: КНУБА, 2015. – 167 с. – Укр. та англ. мовами.

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі опору матеріалів, будівельної механіки, теорії пружності і пластичності. Особливу увагу приділено розробці й розвитку методів розрахунку міцності, стійкості, динаміки просторових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності, пластичних властивостей руйнування матеріалів; питанням чисельної реалізації рішень на ЕОМ; дослідженню напружено-деформованого стану тіл складної структури при сталях і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи.

Призначений для наукових працівників, викладачів, виробничників, докторантів, аспірантів та студентів.

Індексація і партнери



<http://opir.knuba.edu.ua/>
Адреса редакційної колегії:
КНУБА, Повітрофлотський пр., 31.
м. Київ, 03037
Тел.: (044) 248-3040
E-mail: omtc@knuba.edu.ua

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61
© КНУБА, 2015

УДК 624.15

ОЦІНКА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОНСТРУКЦІЙ БУДІВЛІ ПРИ ДІЇ СЕЙСМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

М.Г. Мар'єнков¹

доктор технічних наук, старший науковий співробітник

Д.В. Богдан¹

кандидат технічних наук

В.О. Сахаров²

доктор технічних наук, доцент

¹ДП "Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій"²Київський національний університет будівництва і архітектури

В статті приведені результати оцінки просторової взаємодії елементів системи «основа – фундамент – верхня удова» при дії сейсмічних навантажень. Враховано процеси згасання коливань в ґрунті та інженерних конструкціях. Проведено розрахунки будівлі на пальовій основі та порівняння результатів за першою формою власних коливань. Виконано порівняння амплітуд коливань конструкції при пружних та нелінійних деформаціях.

Ключові слова: ґрунтова основа, фундамент, деформації, напруження, амплітуда, сейсмічні навантаження, моделювання, згасання коливань.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями. Для будівель чи споруд, які будуються в сейсмічно-небезпечних районах, виникає необхідність оцінки напружено-деформованого стану конструкцій при дії сейсмічних навантажень [1, 2]. В більшості випадків розрахунки обмежуються використанням спрощеного емпіричного спектрального метода. Для багатопверхових або відповідальних будівель проводяться розрахунки динамічної взаємодії елементів системи «основа – фундамент – будівля» засобами чисельного моделювання.

ДБН В.1.1-12:2014 [3] рекомендують виконувати прямий динамічний розрахунок висотних будівель з використанням акселерограм. При цьому значення сейсмічних навантажень, переміщень і деформацій конструкцій слід визначати з урахуванням просторової роботи конструкцій і особливостей нелінійного деформування конструкцій.

Визначення нелінійної поведінки конструкцій при інтенсивних сейсмічних впливах є основою при проектуванні сейсмостійких конструкцій із заданою категорією пластичності згідно вимог Єврокоду 8 [4] та оцінки сейсмостійкості існуючих будівель і споруд. У зв'язку з цим є необхідність розробки методів нелінійного динамічного розрахунку, які могли б надійно передбачати стан конструкцій при впливі землетрусів.

Специфіка граничних станів будівельних конструкцій, підданих сейсмічному впливу, вимагає контролювати весь процес сейсмічної реакції споруди, а саме, зміну фізико-механічних характеристик його елементів аж до вичерпання їх несучої здатності (настання граничних станів).

На етапі проектування для задач даного класу має суттєве значення вивчення динамічних властивостей системи в цілому [1], наявність коректних даних по навантаженням та згасанню коливань в різних середовищах, а також, у разі необхідності, дослідження впливу сусідніх існуючих конструкцій. Слід зауважити, що значний вплив на власні частоти та форми коливань має ґрунтова основа, ігнорування властивостями якої при взаємодії елементів системи «основа – фундамент – будівля» може призводити до значних похибок, насамперед для фундаментів, від яких залежать і наземні конструкції [2]. Такі задачі вимагають додаткового вивчення ґрунтового середовища для створення коректних моделей основи, розробки ефективних методик розрахунку, орієнтованих на використання потужної обчислювальної техніки.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. На сучасному етапі проектування будівель динамічні розрахунки, як правило, виконуються методом скінченних елементів шляхом дискретизації диференційних рівнянь і побудови систем алгебраїчних рівнянь, порядок яких досягає сотень тисяч і більше. При чисельному моделюванні таких процесів розрахунки проводяться за спектральним та прямими динамічними методами [3]. Останні мають можливість найбільш повно оцінити вплив сейсмічного навантаження на напружено-деформований стан інженерних конструкцій в різні відрізки часу. Крім цього, для подальших розрахунків, наприклад, впливу коливань на обладнання, проводиться побудова поверхових спектрів відгуку. У відповідності до нормативних вимог різних держав при аналізі напружено-деформованого стану конструкцій необхідно користуватись різними критеріями для описання процесів деформування різних середовищ. Зважаючи на високу складність задач даного класу, для проведення розрахунків на інженерному рівні існують методики, спрямовані на часткове врахування особливостей нелінійного деформування висотних будівель при дії динамічних навантажень, переважно, в межах спектрального методу, отриманих за допомогою нелінійних розрахунків для значно спрощених систем [4].

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття. Для оцінки поведінки при сейсмічних навантаженнях необхідно проводити дослідження взаємодії елементів системи «основа – фундамент – будівля» з урахуванням реальних процесів динамічної взаємодії. До одного з таких процесів відносить

згасання коливань як в конструкціях, так і ґрунтовій основі. При використанні найбільш розповсюджених спектральних методів, або методів з розкладанням в неповний спектр по власних формах є певні обмеження, що призводять до необхідності застосування однакових частотно-незалежних параметрів згасання для всіх середовищ [5]. В реальних умовах процеси згасання в ґрунтах та інженерних конструкціях суттєво відрізняються і проявляються в різній мірі в залежності від частоти коливань. В даній роботі застосовано прямий динамічний метод інтегрування в часі за схемою Н'юмарка, що дозволяє враховувати різні параметри згасання в середовищах і реалізувати їх частотну залежність.

Мета роботи – проведення порівняльного аналізу сейсмічного впливу на напружено-деформований стан несучих конструкцій багатоповерхової будівлі за різними методами.

Об'єкт дослідження являє собою 16-ти поверхову каркасно-монолітну будівлю, яка запроектована в сейсмічно-небезпечному районі м. Одеси. Фундаменти складаються із збірних призматичних залізобетонних паль перерізом $35 \times 35 \text{ см}$ та довжиною $L=10.4 \text{ м}$, які об'єднані монолітним стрічковим залізобетонним ростверком, товщиною 1 м .

Ґрунтові умови представлені шарами лесового суглинку в твердому стані, суглинків в напівтвердому стані, глини напівтвердої, під які підстеляються вапняки. Фізико механічні параметри основи представлені в табл. 1.

Таблиця 1

Фізико-механічні показники ґрунтової основи

ІГЕ	Назва	Товщина, м	Модуль деформацій, МПа	Коеф. Пуассона	Щільність, т/м^3
2	Суглинок твердий	1	15	0.35	1.71
3	Суглинок напівтвердий	2.9	10	0.35	1.62
4	Суглинок напівтвердий	3	12	0.35	1.85
5	Суглинок текучопластичний	1	5	0.35	1.89
6	Суглинок тугопластичний	2	10	0.35	1.91
7	Суглинок напівтвердий	8	15	0.35	1.91
8	Глина напівтверда	2	18	0.42	1.96
10	Вапняк	>0.8	40	0.4	1.96

З метою уточнення сейсмічності будівельного майданчика були проведені геофізичні дослідження. По результатам вишукувань

сейсмічність території була визначена в 7 балів. Для проведення оцінки напружено-деформованого стану несучих конструкцій під дією сейсмічних навантажень ІГФ НАНУ, за результатами робіт з сейсмомікрорайонування майданчика будівництва, були сгенеровані синтезовані акселерограми, які відповідають умовам майданчика [10].

В динамічних задачах особливості прийнятих розрахункових схем, наприклад, при повному защемленні будівлі на рівні фундаменту або при врахуванні просторового ґрунтового масиву та ін., в значній мірі впливають як на власні форми та частоти коливань, так і на розподіл напружено-деформованого стану конструкцій. Врахування невагомої основи призводить до втрати інерційних властивостей ґрунтового масиву, що також вносить значні похибки. Так, при попередніх дослідженнях [5] каркасної чотирьохповерхової промислової будівлі це призвело до зміщення (збільшення до 1.5 разів) перших власних частот коливань, що зменшило резонансний вплив від сейсмічних коливань. Врахування інерційних сил ґрунтової основи поряд з її просторовою об'ємною жорсткістю є більш обґрунтованим з точки зору фізичних властивостей ґрунтової основи, проте неоднозначним залишається питання врахування розмірів прилегло до будівлі масиву, який істотно впливає на динамічні характеристики системи.

В реальних умовах вимушені коливання з часом згасають. Такі процеси можна характеризувати двома причинами: внутрішній опір за рахунок деформування матеріалу конструкції, вузлів і т.д. та зовнішній опір внаслідок взаємодії з оточуючим середовищем.

Для дискретних систем із багатьма ступенями свободи для методу скінченних елементів (МСЕ) із врахуванням згасання необхідно розв'язати систему звичайних диференційних рівнянь:

$$[M] \frac{d^2}{dt^2} \{U\} + [C] \frac{d}{dt} \{U\} + [K] \{U\} = \{Q(t)\}, \quad (1)$$

де $[M]$ – матриця мас, $[C]$ – матриця демпфування, $[K]$ – матриця жорсткості; $\{U(t)\}$ – вектор переміщень, $\{Q(t)\}$ – вектор навантажень, як функції часу.

Для описання процесів згасання при заповненні матриці $[C]$ слід використовувати залежності, отримані на базі експериментальних даних для відповідних середовищ. Проте враховуючи складність та високу вартість, а в окремих випадках і неможливість проведення експериментів, можна скористатись нормативними даними щодо згасання коливань.

Відомо [6], що в реальних конструкціях згасання коливань залежать від швидкості деформації матеріалу і зростає із збільшенням частоти коливань. Для випадку пружного розповсюдження хвиль, яскравим

представником описання такої поведінки є модель Фойгта [Гольштейн], яка використана в даній роботі.

Сейсмічні коливання, що розповсюджуються в середовищах, носять, переважно, пружний характер. Використання моделі в'язко пружного середовища дозволяє проводити якісну та кількісну оцінку формування характерних зон розподілу напружень, оцінити вплив конкретного сейсмічного навантаження в кожний момент часу, а також спрогнозувати найбільш небезпечні спектри вимушених коливань будівлі.

Конструкції будівлі та ґрунтової основи розглядались як в'язко-пружні середовища із різними демпфуючими властивостями ґрунту та конструкцій. Параметри згасання приймалися у відповідності до рекомендацій норм [3] через коефіцієнт демпфування, як відсоток від критичного коефіцієнта демпфування, який приймав значення:

- для ґрунтів основи $\xi = 10\%$;
- для залізобетонних конструкцій будівлі $\xi = 5\%$.

Відповідно до моделі Фойгта параметр згасання знаходиться в лінійній залежності від частоти і визначається в залежності від обраної частоти, як:

$$C_K = 2 \frac{\xi}{\omega_0}, \quad (2)$$

де ω_0 - кругова частота (перша або інша) будівлі; ξ - коефіцієнт демпфування.

Матриця демпфування в цьому випадку буде визначатись, як:

$$[C] = C_K [K]. \quad (3)$$

Особливість цієї моделі полягає у зростанні інтенсивності згасання разом із частотою коливань (рис. 1). Використання різних параметрів згасання для ґрунту та конструкцій дозволяє отримати різну реакцію відповідних середовищ при сейсмічних навантаженнях, що відповідає реальним умовам.

При чисельних дослідженнях хвилі, які розповсюджуються в дослідному об'ємі ґрунту, можуть віддзеркалюватись від зовнішнього контуру границь (де обмежені тільки переміщення або кути поворотів). Але в реальних

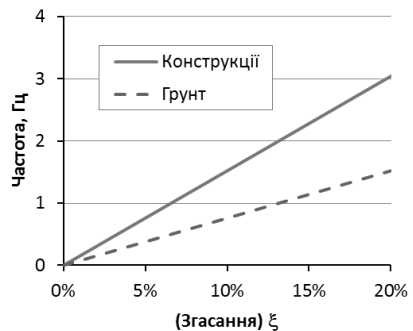


Рис. 1. Залежність згасання від частоти коливань

умовах хвилі не повертаються в дослідну зону і певна частина енергії коливань передається в зовнішнє середовище. Тому граничні умови повинні це враховувати шляхом моделювання взаємодії з оточуючим середовищем.

В роботі використано метод граничного демпфування, запропонований Лізмером [7], який забезпечує поглинання енергії, що приходить на границю. Метод побудований на використанні в'язкого демпфування ступенів свободи на приграничних елементах. Приймається, що в ґрунтах має місце пружне розповсюдження первинних і вторинних хвиль і зазначені граничні умови описуються наступними рівняннями:

$$\sigma_{zz} = a\rho V_p u'_z \quad \text{- первинна хвиля,}$$

$$\tau_{xz} = b\rho V_s u'_x \quad \text{- вторинна хвиля,}$$

$$\tau_{yz} = b\rho V_s u'_y \quad \text{- вторинна хвиля,}$$

де швидкості первинних та вторинних хвиль можна визначити за формулами:

$$V_p = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)\rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}. \quad (4)$$

При таких умовах границя може поглинати як гармонійні, так і негармонійні коливання, а характеристики поглинання не залежать від частоти хвиль.

Реалізація методу достатньо зручна для чисельних методів. Ці умови змінюють матрицю демпфування в стандартному рівнянні руху. Тобто для реалізації наведених залежностей необхідно додати ρV_p та ρV_s в демпферні складові граничних ступенів свободи. Для зміни матриці демпфування, здійснюється одне корегування відповідного діагонального елемента демпфування у відповідності з рівнянням:

$$C_{ii} = \int_{\Gamma} a\rho V_p d\Gamma \quad \text{первинна хвиля в напрямку } z,$$

$$C_{ii} = \int_{\Gamma} b\rho V_s d\Gamma \quad \text{вторинна хвиля в напрямку } x \text{ або } y. \quad (5)$$

Реалізація моделей поглинання на поверхні дозволяє враховувати "випроміювання" енергії в оточуюче середовище. Також цей ефект можна досягти шляхом збільшення відстані до граничних умов, щоб хвилі, які відбиваються від границь, встигли згаснути до повертання в досліджувану зону за рахунок внутрішнього поглинання енергії. Проте це призводить до значного збільшення кількості рівнянь і відповідно до збільшення часу розрахунку та комп'ютерних ресурсів.

Оцінка напружено-деформованого стану будівель і споруд при будівництві в сейсмічно небезпечних районах, згідно діючих норм [3], передбачає виконання розрахунків на особливе сполучення навантажень з урахуванням сейсмічних дій. Беручи до уваги, що представлені дослідження проводяться в умовах в'язко пружної роботи середовищ, що дозволяє проводити оцінку повного напруженого стану конструкцій будівлі шляхом лінійної комбінації зусиль чи деформацій, а також зважаючи, що найбільшу складність має аналіз впливу сейсмічної складової навантажень, в даній роботі приведені результати оцінки напружено-деформованого стану конструкцій тільки від складової сейсмічного навантаження.

В якості сейсмічного впливу прийнято фрагменти тривалістю 10 с з набору синтезованих акселерограм (aap11c, aap12c), отриманих Інститутом геофізики НАНУ [10] на базі геофізичної обробки землетрусів з території Вранча (Румунія). Фрагмент акселерограми обирався за критерієм збереження переважаючого періоду коливань, що відповідає першій власній частоті захищеної будівлі (без урахування ґрунтового масиву) та відповідних максимально можливих амплітуд прискорень (рис. 2). Обидві акселерограми мають різні спектри частот та амплітуди коливань, але вважаються найбільш ймовірними для майданчику будівництва.

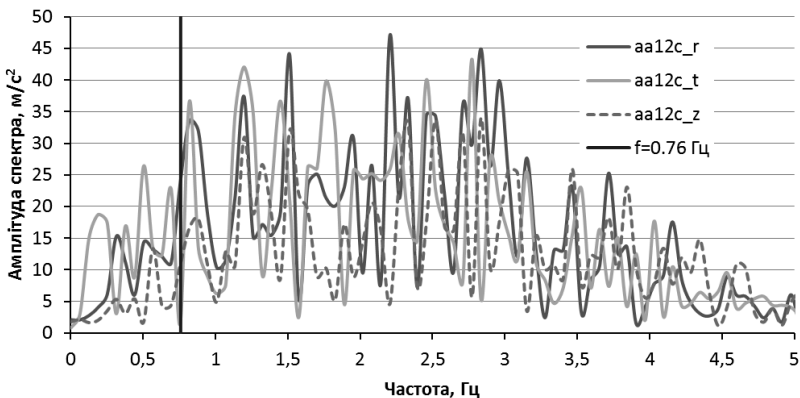


Рис. 2. Спектр (збільшено в 10 разів) фрагменту акселерограми (aap12c) із зазначенням власної частоти будівлі (0.76 Гц)

Для оцінки напружено-деформованого стану конструкцій будівлі під дією сейсмічних впливів моделювання здійснювалось шляхом прямого інтегрування в часі за схемою Ньюмарка, де на кожному кроці інтегрування аналізувався повний напружено-деформований стан системи в цілому. Крок інтегрування був прийнятий за $dt=10\text{мс}$. Використовувалась також методика,

запропонована в [11], яка оснований на розкладанні вимушених коливань будівлі за формами власних коливань.

Для проведення досліджень була створена розрахункова модель будівлі, як системи "основа - фундамент - будівля" в умовах тривимірної задачі. До її складу ввійшли шарувата ґрунтова основа, конструкції паль фундаментів, об'єднані ростверками, та несучі конструкції надземної (надфундаментної) частини. Скінченно-елементна модель будівлі представлена на рис. 3.

Ґрунтова основа представлена тривимірного об'ємного ґрунтового масиву, з урахуванням реального нашарування ґрунтів у відповідності до геологічного розрізу. Характеристики основи прийняті згідно геологічних вишукувань. Розміри ґрунтової основи в плані склали близько 155 м x 155 м, загальна товщина ґрунтової основи прийнята близько 70 м.

Конструкції фундаментів складаються з паль у вигляді окремих стрижнів, які жорстко з'єднані з ростверком. Вважалось, що конструкції стін жорстко з'єднанні з горизонтальними несучими елементами (плитами перекриття), до яких примикають.

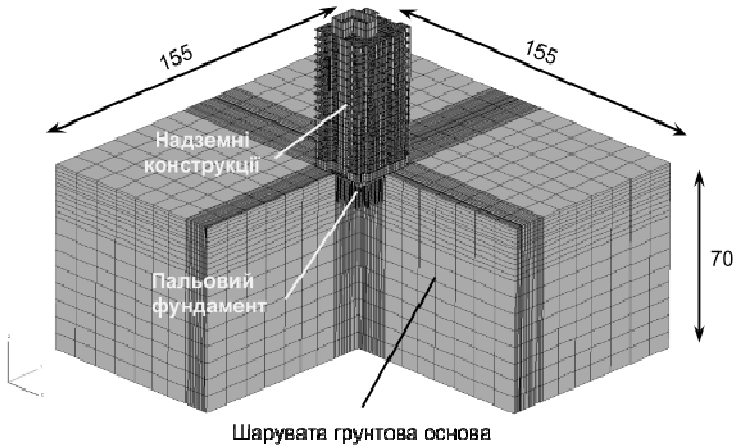


Рис. 3. Скінченно-елементна модель будівлі, як системи "основа – фундамент – будівля"

Нижня частина розрахункової схеми обмежена площиною, яка закріплена від вертикальних та горизонтальних переміщень. По бічним площинам на основу накладені в'язі в'язкого граничного демпфування за теорією Лізмера [7].

Розрахунки напружено-деформованого стану пальового фундаменту спільно з ґрунтовою основою виконувались методом скінченних елементів (МСЕ) на базі автоматизованої системи наукових досліджень (АСНД) «VESNA» з реалізованою в ній моментною схемою МСЕ (МСМСЕ), що дозволяє отримати підвищену збіжність результатів [8]. Система розрахована на розв'язок лінійних та нелінійних задач механіки суцільного середовища при статичних та динамічних (в т.ч. сейсмічних) навантаженнях, а також має необхідні засоби для створення та реалізації нових алгоритмів, скінченних елементів, тощо. Система включає скінченно-елементні бібліотеки та алгоритми розв'язку задач механіки (включаючи механіку ґрунтів), які були випробувані в обчислювальних комплексах «ПРОЧНОСТЬ-75», «РОСИНКА» та інших.

Як було зазначено раніше, діючі нормативні документи [3] при розрахунках на сейсмічні навантаження дозволяють використовувати розрахункові схеми, що складаються з конструкції будівлі, закріпленої на рівні фундаментів. Аналіз перших власних частот показав, що врахування ґрунтового масиву або еквівалентної основи на базі коефіцієнту жорсткості основи з урахуванням приєднаних мас призводить до результатів, що суттєво відрізняються між собою (табл. 2). У випадку використання фіксованого динамічного навантаження (акселерограми) такий ефект може призвести до різного відгуку в конструкціях будівлі, і відповідно, до виникнення різних деформацій та зусиль.

Таблиця 2

Перші власні частоти при різних розрахункових схемах та

різних комплексах

АСДН "VESNA"		ПК "ЛИРА"	
Защемлення по плиті	З палями та ґрунтом (3D CE)	Защемлення по плиті	З палями та ґрунтом (пружні в'язі)
0.76 Гц	0.36 Гц	0.63 Гц	0.57 Гц

Для комплексу акселерограм варіанту 1 (aар11с), було отримано, що від початку дії характер та інтенсивність коливань будівлі в перпендикулярних напрямках формувалися по різному (рис. 4). Відповідно до акселерограми максимальні амплітуди прискорень по всім напрямкам мають близькі значення і відбуваються в межах 1.5 с. Коливання будівлі в напрямку X_2 (радіальний напрямок дії навантаження) до 4 с в рівні фундаменту та останнього поверху не перевищували 3.6см. Проте в подальшому горизонтальні відхилення значно збільшувались і при 6.6 с сягнули

переміщень 11.2 см. Максимальні переміщення в рівні фундаментів на 4.6 с склали 3.7 см. Період коливань в даному напрямку склав $T_{1r}=2.75$ с.

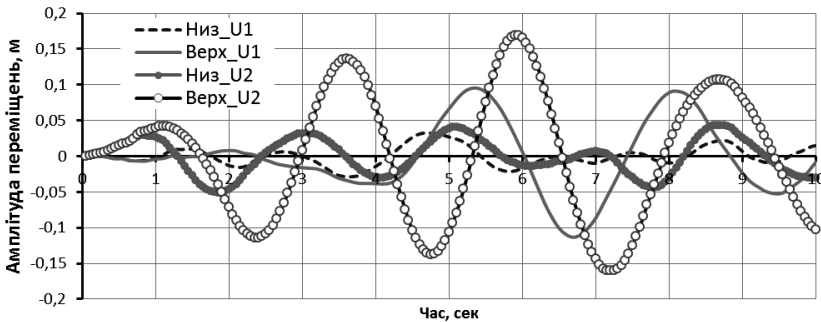


Рис. 4. Коливання будівлі в напрямках X1 та X2 при дії акселерограми №1 (aap11c)

В перпендикулярному напрямку коливання будівлі мали більш рівномірний характер. Від початку дії навантажень амплітуда коливань зростала і на рівні верху будівлі досягла свого максимуму на 5.8 с із значенням 16.6 см. Коливання фундаментної плити за рахунок деформування ґрунту не перевищили 4.3 см (при 8.6 с). Період коливання будівлі в цьому напрямку склав $T_{2r}=2.3$ с. Зміщення фаз коливань характеризує утворення колових (еліпсоподібних) рухів будівлі в плані.

Амплітуда максимальних вертикальних переміщень склала 1.3 см. Різниця вертикальних переміщень між фундаментом та верхом будівлі (деформування конструкції по висоті) не перевищила 6 мм.

Аналіз напруженого стану показав, що при навантаженнях найбільші огинаючі вертикальні напруження стиснення виникають у нижніх поверхах в ядрі жорсткості, пілонах, що розташовані навколо ліфтової шахти та чотирьох колонах периферійної зони. Значення максимальних напружень в цих конструкціях складають близько 4.0...6.0 МПа з окремими локальними зонами до 8.0 МПа (рис 5,а).

Вертикальні зусилля, що виникають в палях фундаментів від динамічної складової навантаження для переважної кількості паль знаходяться в діапазоні від 450 кН до 1000 кН (рис 5,б). Проте в периферійних зонах ці напруження досягають вдвічі більших значень. Максимальні зусилля в палях виникають переважно в периферійній та кутовій зонах. Слід відзначити, що виникнення максимальних напружень можливе нижче голови паль, і в даній задачі максимуми розташовувались у верхній третині довжини паль в зоні ПЕ-4.

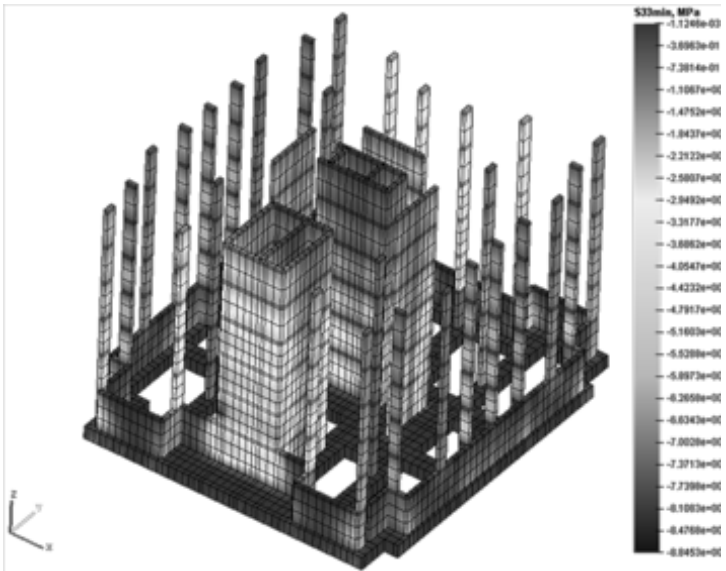
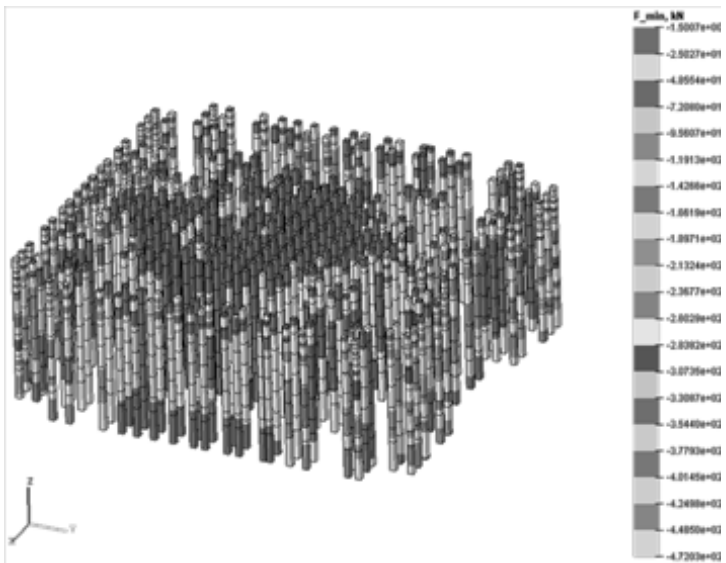
*a**b*

Рис. 5. Розподіл огинаючих вертикальних стискаючих напружень до 5-го поверху (а) та в конструкція пального фундаменту (б) при дії акселерограми №1 (аар 11с)

При дії навантаження від акселерограми варіанту 2 (аар 12с) характер коливань будівлі змінився. В напрямку X_1 від початку дії навантаження спостерігаються коливання з амплітудою в межах 5 см, які наприкінці дії акселерограми (9 с) досягають свого максимуму із значенням 6.3 см. Період коливань в цих умовах склав близько $T_{11}=1.95$ с. Слід зауважити, що при такому навантаженні амплітуда коливань на рівні фундаментів та верху будівлі мають один порядок.

В перпендикулярному напрямку X_2 переміщення носять більш рівномірний характер і мають вдвічі більші значення.

Як видно з рис. 6,а, на 6-й секунді амплітуда коливань у верхній частині будівлі досягає свого максимуму із значенням 20 см, в той час як в рівні фундаменту загальні переміщення не перевищили 3.3 см. Період коливань в цій площині склав $T_{21}=2.5$ с.

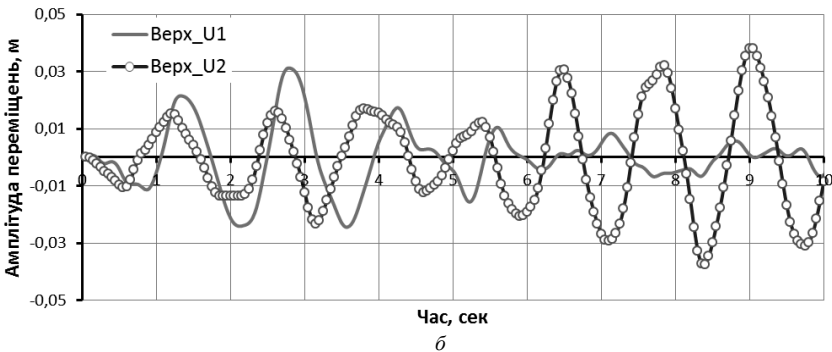
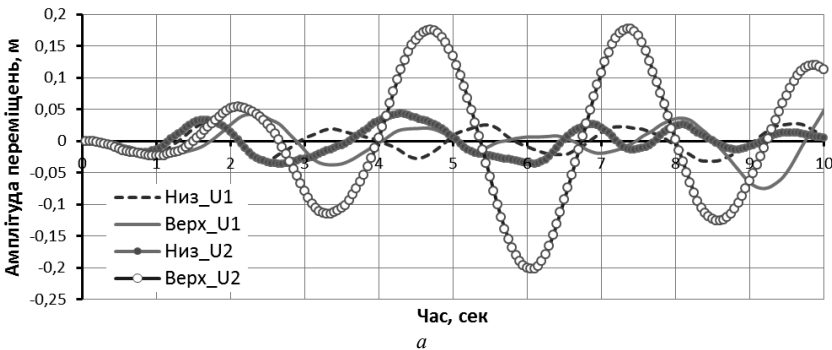


Рис. 6. Коливання будівлі в напрямках X_1 та X_2 при дії акселерограми №2 (аар 12с)

При використанні спрощеної розрахункової схеми за умов відсутності ґрунтової основи та обмеженні переміщень на рівні фундаментів

застосування таких самих навантажень (Варіант 2 - аар 12с) призводить до принципово інших результатів (рис. 6,б).

Відсутність інерційної та податливої основи в першу чергу значно зменшило амплітуди коливань. Максимальні відхилення верху будівлі в напрямках X_1 та X_2 не перевищили 3 см та 4 см відповідно. Час формування максимальних коливань будівлі також відрізняється від варіанту врахування основи. Частота коливань будівлі підвищилася – періоди коливань в площинах вздовж X_1 та X_2 склали близько $T_{1f}=1.45$ с та $T_{2f}=1$ с.

Результати лінійних та нелінійних розрахунків просторової моделі будівлі при моделюванні ґрунтової основи пружними в'язями. Для порівняння результатів будівля на пальовому фундаменті була розрахована в програмному комплексі "ЛИРА 9.6" [9], яка є комп'ютерною системою для структурного аналізу та проектування.

Розрахункова модель складається з 16 житлових поверхів, має підвальный поверх та поверх з технічними приміщеннями. Динамічні розрахунки виконані у відповідності до вимог ДБН В.1.1-12:2014 [3].

Розрахункова схема, прийнята у вигляді просторової системи, відображає конструктивні рішення розглянутої будівлі та включає стержневі та пластинчаті (оболонкові) скінченні елементи.

Загальна висота від рівня підлоги до рівня верху плити покриття складає 54.4 м.

Стержневі елементи в розрахунковій схемі моделюють роботу колон, оболонкові елементи моделюють роботу діафрагм жорсткості, перекриття та фундаментного ростверку. З'єднання елементів між собою - жорстке.

Загальний вигляд розрахункової схеми представлений на рис. 7.

За проектом в якості фундаменту прийняті монолітні залізобетонні ростверки з бетону С20/25, товщиною 1000 мм на збірних залізобетонних палях перерізом 350x350 мм (рис. 9). Кількість паль, їх довжина від рівня підшви ростверків та заглиблення в шар ПЕ-7 складає відповідно: $n=321$ шт., $L=10.4$ м та $h_{\text{загл.}}=1.2$ м. При розрахунку навантажень на палі крім вертикальних враховувалися і горизонтальні навантаження, що виникають при вітрових та сейсмічних впливах.

Аналіз конструктивного рішення пальового фундаменту показав:

1. Основою пальового фундаменту служить – суглинок, ПЕ-7 з модулем деформації $E = 19$ МПа, $I_L < 0.06$, $e = 0.717$.

2. Під підшвою плитного ростверку передбачена бетонна підготовка товщиною 100 мм.

3. Розрахунок будівлі на пальовому фундаменті виконувався за комплексною схемою «основа – фундамент – наземні конструкції» при сейсмічності площадки 7 балів [10].

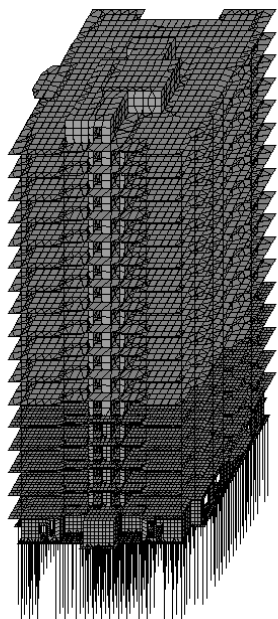


Рис. 7. Комп'ютерна модель будівлі

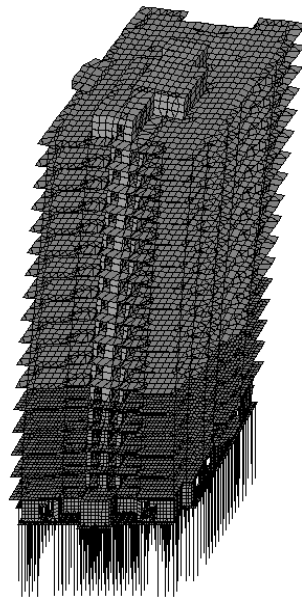


Рис. 8. Перша форма власних коливань будівлі

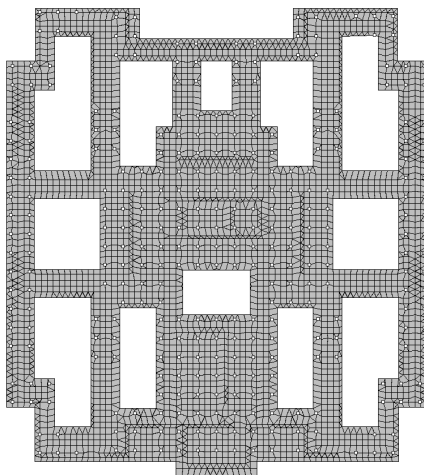


Рис. 9. Схема пальового поля та фундаментного ростверку

При виконанні розрахунків пальових фундаментів прийнята наступна планувальна відмітка ґрунту основи – 40.43 м, що вище рівня дна конювану на 2.73 м. Схема пальового поля представлена рис. 9. Палі моделювалися за допомогою універсальних скінченних елементів КЭ-10 з жорсткістю, характерною для бруса перерізом 35х35 см. Характеристики жорсткості ґрунтової основи по довжині паль моделювалися за допомогою одновузлових скінченних елементів пружних в'язей КЭ-56. Вертикальне навантаження на палі визначалося залежно від комбінацій можливих завантажень.

Розрахунок наземної частини будівлі. При проектуванні будівель в сейсмічних районах повинні бути враховані вимоги, викладені в ДБН [3].

Зокрема, жорсткість будівлі повинна бути такою, щоб перекося поверхів від сейсмічних впливів не перевищували допустимих значень, а для визначення зусиль в несучих елементах конструкцій слід враховувати таку кількість форм власних коливань споруди, при якій сума модальних мас була не меншою за 85% при горизонтальних впливах та не менше 75% при вертикальних впливах.

Модальний аналіз. Тривимірна модель є багатомасовою системою. Маси зосереджені у всіх вузлах розрахункової динамічної моделі будівлі.

Для задоволення вимог ДБН [3] за сумою модальних мас, комп'ютерна модель будівлі повинна бути розрахована з врахуванням перших 10 форм власних коливань. Вищі форми не враховувались оскільки їх вклад складав менше 10%.

В результаті проведених розрахунків отримані динамічні характеристики розглянутої моделі будівлі за формами власних коливань (табл. 3).

Таблиця 3

Динамічні параметри комп'ютерної моделі будівлі

Номер форм коливань	Частота коливань, Гц	Період коливань, с	Сума модальних мас при сейсмічних впливах в завантаженнях, %	
			6	7
1	0.568	1.761	55.545	1.320
2	0.592	1.690	56.940	57.830
3	0.742	1.348	58.466	57.876
4	0.975	1.025	58.467	57.877
5	0.975	1.025	58.467	57.877
6	1.737	0.576	58.467	57.877
7	1.739	0.575	58.467	57.877
8	2.058	0.486	58.467	57.883
9	2.058	0.486	58.467	57.883
10	2.058	0.486	58.467	57.883

Перша форма власних коливань, що являє собою поступальні коливання вздовж осі X , представлена на рис. 8. Друга форма коливань являє собою поступальні коливання вздовж осі Y та третя форма - кручення.

Результати розрахунку системи "основа - фундамент - наземні конструкції" при статичних та динамічних навантаженнях. Статичні та сейсмічні навантаження в розрахунках прийнято у відповідності до вимог діючих в Україні ДБН. Динамічна жорсткість основи визначена за методикою СНиП 2.02.05-87 "Фундаменты машин с динамическими нагрузками".

Приведені нижче результати розрахунків отримані за допомогою програмного комплексу "Лира".

В результаті проведених розрахунків отримані динамічні характеристики розглянутої моделі будівлі за першими десяти формами власних коливань. Розрахункові значення періодів власних коливань будівлі за першою, другою та третьою формами, відповідно, дорівнюють: $T_1= 1.761$ с; $T_2= 1.69$ с; $T_3= 1.35$ с.

Здатність будівлі деформуватися при сейсмічних впливах, що визначається перекосами поверхів, не повинна перевищувати допустимих значень, що залежать від конструктивного рішення. Стосовно розглянутого конструктивного рішення (будівля із залізобетонним каркасом з вертикальними діафрагмами та ядрами жорсткості) при слабкому землетрусі допустиме значення перекоосу при пружних коливаннях дорівнює $1/250$ висоти поверху [3], що при висоті поверху 3 м складає $3000/250=12$ мм.

Максимальні розрахункові горизонтальні переміщення верху будівлі при сейсмічних навантаженнях, визначених за спектральним методом [3] при інтенсивності 8 балів (проектний земетрус), дорівнюють:

- при сейсмічному впливі вздовж осі X - 166.3 мм;
- при сейсмічному впливі вздовж осі Y - 41.8 мм.

Максимальні значення перекоосів поверхів складають - $1/253$ висоти поверха, що не перевищує допустиме значення, що дорівнює $1/250$.

За результатами експериментальних статичних та динамічних досліджень стін будівлі встановлено, що для виключення крихкого руйнування конструкцій, що споруджуються в сейсмічних районах, їх армування не повинно перевищувати 4% . Підбір арматури на основні сполучення навантажень здійснювався як за першим, так і за другим (з врахуванням обмежень за шириною розкриття тріщин) граничним станом, а при розрахунку на особливе сполучення навантажень - тільки за першим граничним станом, оскільки розрахунок на сейсмічні впливи за спектральним методом [3] допускає можливість утворення пошкоджень

конструкції, які не призводять до їх руйнування. При розрахунках сейсмічних навантажень коефіцієнт K_1 був прийнятий 0.3.

Результати розрахунку нелінійних переміщень будівлі. Максимальні горизонтальні переміщення поверхів будівлі були визначені за результатами розрахунку просторової моделі будівлі з врахуванням фізичної нелінійності бетону та арматури при одночасній дії вертикальних статичних та сейсмічних навантажень. Застосовувався алгоритм розрахунку просторових непружних моделей будівель на основі методу спектру несучої здатності (СНЗ), який дозволяє визначити стан будівельних конструкцій при сейсмічних впливах різної інтенсивності. Даний підхід рекомендується нормами України [3], Єврокодом 8 та кодом АТС-40 (США).

Для визначення нелінійної динамічної реакції будівлі при сейсмічних впливах інтенсивністю 8 балів був розрахований СНЗ, наведений на рис. 10. Точка перетину графіку СНЗ та спектру сейсмічного впливу " S_a-S_d " є прогнозованим максимальним горизонтальним переміщенням будівлі на відмітці 36.00 м, де коефіцієнт першої форми η дорівнює одиниці. Отримане розрахункове нелінійне переміщення верху будівлі (відм. 48.00 м) дозволяє зробити висновок, що ширину антисейсмічного шва між секціями будівлі слід прийняти не менше 0.9 м.

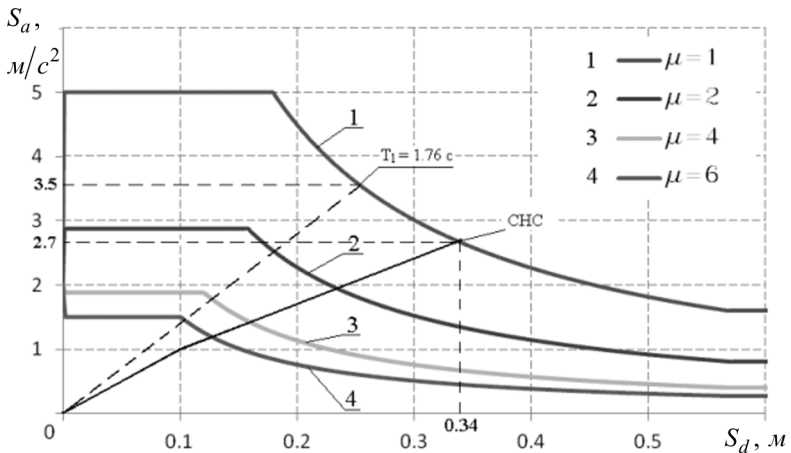


Рис. 10. До визначення нелінійних переміщень будівлі при сейсмічних впливах 8 балів

Висновки. Таким чином аналіз сейсмограм коливань в зоні фундаментів та конструкцій верхнього перекриття дозволяє зробити наступні висновки:

1. Розрахунки впливу сейсмічних навантажень на конструкції будівель слід проводити для системи "основа – фундамент – будівля". Нехтування інерційною податливою основою призводить до значного викривлення результуючого напружено-деформованого стану. Для розглянутої будівлі амплітуда коливань зменшилась до 8 раз, а частота збільшилась більш ніж вдвічі.

2. Частоти власних коливань за першою формою при використанні двох просторових моделей (грунт 3D CE та пружні в'язі) відрізняються суттєво (до 1,6 рази).

3. Максимальні розрахункові горизонтальні амплітуди коливань у верхній частині будівлі досягають 20 см при розрахунках пружної просторової моделі (впливи акселерограм інтенсивністю 8 балів). За результатами розрахунків нелінійної моделі з використанням методики норм [3] амплітуди горизонтальних коливань досягають 34 см (при 8 балах).

4. Зусилля, що виникають в палях фундаментів від сейсмічної складової, мають найбільші значення у зонах по периметру будівлі.

5. Максимальні вертикальні зусилля в частині паль периферійної зони розташовані нижче голови паль і знаходяться у верхній третині довжини паль.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Бойко І.П., Сахаров В.О., Сахаров С.О.* Дослідження динамічних властивостей конструкцій системи «основа – фундамент – надземні конструкції» // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник. – К.: КНУБА, 2006. – Вип. 30.
2. *Boyko I., Sakharov O., Nemchyynov Yu.* The peculiarities of stress-strain state at interaction of high-rise buildings and structures with the base // Proc. of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. – Millpress, 2005, vol.2 – p. 1447-1449.
3. ДБН В.1.1-12:2014. Будівництво у сейсмічних районах України. – К.: Мінрегіон України, 2014. – 110 с.
4. *Немчинов Ю.И., Марьенков Н.Г. и др.* Проектирование зданий с заданным уровнем обеспечения сейсмостойкости (с учетом рекомендаций Еврокода 8, международных стандартов и требований ДБН). // Будівельні конструкції: зб. наук. пр. – К.: НДІБК, 2012. - Вип. 76. - С. 8-60.
5. *Бойко І.П., Сахаров В.О.* Дослідження взаємодії багатопверхових будівель як елементів системи «основа – фундамент – надземні конструкції» при статичних та динамічних навантаженнях. / Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві: науково-технічний збірник. – Вінниця. – УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2009. с. 53-59.
6. *Бирбраер А.Н.* Расчет конструкций на сейсмостойкость. - СПб.: Наука, 1998.-255 с.
7. *Lysmer J., Kuhlemeyer R.L.* Finite Dynamic Model for Infinite Media, Jour. Of the Eng. Mech. Div. Proc. of the ASCE, v.95, N4, 1969.
8. *Метод конечных элементов в механике твердых тел. / Под редакцией А.С. Сахарова, И. Альтенбаха* – К.: Вища школа, 1982; Лейпциг: ФЭБ Файхбухферлаг, 1982. – 80 с.

9. ПК "Лира", версия 9.4. Программный комплекс для расчета и проектирования конструкций. Справочно-теоретическое пособие под ред. академика АИН Украины А.С. Городецкого. – Киев – М.: 2003. – 464 с.
10. Отчет по теме: «Определение сейсмической опасности строительной площадки по адресу: Одесская область, Овидиопольский район, Таировский сельсовет, возле ЖМ «Ульяновка» с. Мизикевича (строительный адрес ЖМ «Радужный-1») по данным сейсмического районирования и генерирования расчетных акселерограмм». – ИГФ НАНУ: Киев-Одесса, 2013 г. – 89 с.
11. *Марьенков Н. Г.* Экспериментально-теоретические методы оценки сейсмостойкости зданий. – Дис. ... доктора техн. наук. – Одесса: 2013.- 352 с.

REFERENCES

1. *Boyko I., Sakharov V., Sakharov S.* Investigation of dynamic properties of structures of the system "base - foundation - overground constructions" // Bases and foundations: Interdepartmental scientific and technical collection. - K.: NIISK, 2006. - Vol. 30.
2. *Boyko I., Sakharov O., Nemchinov Yu.* The peculiarities of stress-strain state at interaction of high-rise buildings and structures with the base // Proc. of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. – Millpress, 2005, vol.2 – p. 1447-1449.
3. DBN V.1.1-12:2006. Construction in seismic regions of Ukraine. - K.: Ukraine Ministry of Construction, 2006.
4. *Nemchinov Yu, Maryenkov N. and others.* Building design with a given level of seismic resistance (with the recommendations of Eurocode 8 , international standards and requirements DBN) . // Building constructions: Collection of scientific papers. - K.: NIISK, 2008. - Vol. 76. - P. 8-60.
5. *Boyko I., Sakharov V.* Interaction of multi-storey buildings as elements of the system "base - foundation - overground constructions" under static and dynamic loads. / Modern technologies, materials and structures in construction, scientific and technical collection. - Vinnytsia. - Universum-Vinnytsia . - 2009. 128p, 53-59 .
6. *Birbraer A.* Structure analysis of seismic stability. - SPb., Nauka, - 1998. 255p.
7. *Lysmer J., Kuhlemeyer R.L.* Finite Dynamic Model for Infinite Media, Jour. Of the Eng. Mech. Div. Proc. of the ASCE, v.95, N4, 1969.
8. The finite elements method in the mechanics of solids. / Edited by A. Sakharov, I. Altenbah - K.: Vishcha Shkola, 1982; Leipzig: VEB Fayhbuhferlag, 1982. - 80p.
9. ПК "Лира", версия 9.4. Program complex for calculation and design of structures. Reference theoretical manual ed. by academician AES of Ukraine A. Gorodetsky. - Kiev - M.: 2003. - 464s.
10. Report on the theme: "The definition of seismic hazard of the construction site at the following address: Odessa region, Ovidiopol district , village council Tairovsky near HE "Ulyanovka" village Mizikevicha (building address HE "Raduzhnyj-1") according to the seismic zoning and generating calculated accelerograms". - Kiev-Odessa, 2013 - 89p.
11. *Maryenkov N.* Experimental and theoretical methods for evaluating earthquake resistance of buildings: Thesis ... dr. of tech. sciences. - Odessa: 2013. - 352 p.

Maryenkov M.G., Bogdan D.V., Sakharov V.O.

EVALUATION OF STRESS-STRAIN STATE OF CONSTRUCTION STRUCTURES UNDER SEISMIC LOADS EXPOSURE

The results of spatial interaction evaluation of the elements in the "basis - foundation - structure" system under seismic loads exposure were presented in this paper. The oscillation damping processes in the ground and engineering constructions were taken into account. Calculations of the structure on pile foundation and comparison of the results from the first form of natural vibrations were conducted. The comparison of the oscillation amplitudes of the construction under elastic and non-linear deformations was made.

Keywords: dirt basis, foundation , deformation , stress, amplitude, seismic loads , modeling, oscillation damping.

Марьянков Н.Г., Богдан Д.В., Сахаров В.А.

ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ЗДАНИЯ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

В статье приведены результаты оценки пространственного взаимодействия элементов системы «основание – фундамент – верхнее строение» при воздействии сейсмических нагрузок. Учтены процессы затухания колебаний в грунте и конструкциях здания. Проведены расчеты строения на свайном основании и сравнения результатов по первой форме собственных колебаний. Сделано сравнение амплитуд колебаний конструкции при упругих и нелинейных деформациях.

Ключевые слова: грунтовое основание, фундамент, деформации, напряжения, амплитуда, сейсмические нагрузки, моделирование, затухание колебаний.

УДК 539.3

ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ ПРИ ВИВЧЕННІ БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ

В.А. Баженов¹,
доктор. техн. наук, професор

О.В. Шишов¹,
канд. техн. наук, доцент

¹*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

Представлено методика застосування програмних засобів у навчальному процесі на кафедрі будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури.

Ключові слова: програми, електронний підручник, електронний посібник, програмний комплекс, тестування знань

Процес навчання з опору матеріалів та будівельної механіки складається з пред'явлення навчальної інформації, виконання розрахункових робіт, де визначається напружено-деформований стан типових розрахункових схем, та в контролі якості і об'єму засвоєного навчального матеріалу. На кафедрі будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА) комп'ютерні технології застосовуються на всіх зазначених етапах.

Вивчення будівельної механіки пов'язане не лише із засвоєнням значного обсягу навчального матеріалу, а насамперед з великим обсягом обчислювальної роботи при виконанні навчальних завдань та розрахункових робіт. Тому при викладенні типових розрахунків та виконанні індивідуальних студентських робіт здебільшого розглядаються порівняно прості розрахункові схеми, для аналізу яких достатньо складати і розв'язувати системи рівнянь, що містять, переважним чином, не більше чотирьох невідомих величин. Застосування програмних засобів дозволяє зменшувати обсяги обчислювальних процедур та аналізувати більш складні схеми. Крім того, використання комп'ютерних технологій дозволяє індивідуалізувати пред'явлення навчального матеріалу та контролювати процес його засвоєння кожним студентом.

Програмні продукти, на яких базується процес навчання, можна поділити на стандартне програмне забезпечення, спеціалізовані навчальні програми, електронні підручники і навчальні посібники, а також програмні комплекси які широко розповсюджені в проектній практиці.

Стандартне програмне забезпечення має загальне призначення для всіх користувачів і складається з програмних продуктів, що забезпечують функціонування комп'ютерів (ОС Windows), а також застосовується для підготовки документації (Microsoft Office, Adobe Reader, архіватори, електронні перекладачі, засоби комп'ютерної графіки, такі як растровий графічний редактор Paint, векторний графічний редактор CorelDraw і т.ін.).

Спеціалізоване програмне забезпечення навчального процесу по кафедрі будівельної механіки складається з оригінальних прикладних програм, створених викладачами кафедри.

Сюди слід віднести електронний підручник з будівельної механіки, низку прикладних програм, що призначаються для виконання розрахункових робіт по курсу будівельної механіки, а також програмний комплекс КОНТРОЛЬ, який здійснює тестування знань студентів.

Протягом 2000 – 2014 р.р. на кафедрі будівельної механіки КНУБА видано декілька підручників та навчальних посібників [1] – [3], які успішно використовуються у навчальному процесі. Водночас у 2007-2008 р.р. у рамках Державної програми "Інформаційні і комунікаційні технології в освіті і науці" підготовлено україномовний електронний підручник з будівельної механіки [4]. Архівний файл підручника розташовано на сторінці кафедри будівельної механіки (http://www.knuba.edu.ua/ukr/?page_id=458) і призначено для вільного використання студентами вищих навчальних закладів України. Для використання підручника його необхідно розархівувати в кореневий каталог будь-якого логічного диска комп'ютера користувача.

Електронний підручник представлено у форматі PDF (Portable Document Format) і являє собою систему окремих файлів, кожен з яких вміщує окрему главу. Зв'язок між ними здійснюється за допомогою гіперпосилань. Переміщення по тексту кожної глави здійснюється шляхом гортання сторінок або через гіперпосилання.

На рис. 1 представлено фрагмент сторінки однієї з глав.

Підручник складається з 28 глав, які згруповано у восьми розділах, і змістовно повністю відповідає програмі бакалаврів будівництва.

Особливість підручника полягає в тому, що викладення матеріалу кожної глави представлено в двох видах: докладний, що супроводжується докладним виведенням основних залежностей та багатьма числовими прикладами, та скорочений, де наводяться основні положення без виведення та відсутні числові приклади. Читач у процесі безпосередньої роботи з підручником вибирає той чи інший спосіб викладання.

Крім підручника, створено електронний україномовний навчальний посібник з будівельної механіки [5], який також розташовано на сторінці кафедри будівельної механіки. Посібник складається з 18 глав, де

наводяться приклади розрахунків типових розрахункових схем (ферми, балки, арки, рами) на статичні та динамічні дії різними методами. На рис.2 показано фрагменти титульної сторінки та змісту підручника.

ЗМІСТ ПІДРУЧНИКА

- 9. Тришарнірні арки
 - 9.1. Основні поняття
 - 9.2. Розрахунок арки при довільному навантаженні
 - 9.3. Розрахунок арки при дії вертикального навантаження
 - 9.4. Розрахунок арки з горизонтальною затяжкою
 - 9.5. Приклади визначення внутрішніх зусиль в арках
- Залитання для самоперевірки
- ДОПОМОГА

ДО ЗМІСТУ ПІДРУЧНИКА ДОПОМОГА

Виберіть форму подання навчального матеріалу

Докладне подання
 Скорочене подання

9. Тришарнірні арки

Зміст глави

[9.1. Основні поняття](#)

[9.2. Розрахунок арки при довільному навантаженні](#)

[9.3. Розрахунок арки при дії вертикального навантаження](#)

[9.4. Розрахунок арки з горизонтальною затяжкою](#)

[9.5. Приклади визначення внутрішніх зусиль в арках](#)

[Залитання для самоперевірки](#)

9.1. Основні поняття

Тришарнірною аркою називають плоску геометрично незмінювану систему, що складається з двох кривих стержнів, які з'єднуються між собою та основою трьома шарнірами (рис.9.1).

Рис.1

<p>В.А.Баженов, Г.М.Іванченко, О.В.Шпшов, С.О.Пискунов</p> <p>БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА</p> <p>Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування</p> <p>Навчальний посібник</p>	<p>ЗМІСТ</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>1. Система сил на площині.....</td> <td style="text-align: right;">5</td> </tr> <tr> <td>1.1. Короткі теоретичні відомості</td> <td style="text-align: right;">5</td> </tr> <tr> <td>1.2. Довільна система сил</td> <td style="text-align: right;">11</td> </tr> <tr> <td>1.3. Задачі для самоконтролю</td> <td style="text-align: right;">16</td> </tr> <tr> <td>2. Кінематичний аналіз плоских систем і визначення реакцій у в'язях</td> <td style="text-align: right;">17</td> </tr> <tr> <td>2.1. Короткі відомості про кінематичний аналіз</td> <td style="text-align: right;">17</td> </tr> <tr> <td>2.2. Приклади кінематичного аналізу розрахункових моделей</td> <td style="text-align: right;">27</td> </tr> <tr> <td>2.3. Схеми задач для самостійного розв'язування</td> <td style="text-align: right;">41</td> </tr> <tr> <td>3. Розрахунок плоских статично визначуваних ферм</td> <td style="text-align: right;">43</td> </tr> <tr> <td>3.1. Короткі теоретичні відомості</td> <td style="text-align: right;">43</td> </tr> <tr> <td>3.2. Приклади визначення внутрішніх зусиль у стержнях простих ферм</td> <td style="text-align: right;">47</td> </tr> <tr> <td>3.3. Схеми задач для самостійного розв'язування</td> <td style="text-align: right;">53</td> </tr> <tr> <td>4. Статично визначувані просторові ферми.....</td> <td style="text-align: right;">54</td> </tr> <tr> <td>4.1. Короткі теоретичні відомості</td> <td style="text-align: right;">54</td> </tr> <tr> <td>4.2. Приклад розв'язування просторової ферми</td> <td style="text-align: right;">60</td> </tr> <tr> <td>4.3. Задачі для самостійного розв'язування</td> <td style="text-align: right;">64</td> </tr> </table>	1. Система сил на площині.....	5	1.1. Короткі теоретичні відомості	5	1.2. Довільна система сил	11	1.3. Задачі для самоконтролю	16	2. Кінематичний аналіз плоских систем і визначення реакцій у в'язях	17	2.1. Короткі відомості про кінематичний аналіз	17	2.2. Приклади кінематичного аналізу розрахункових моделей	27	2.3. Схеми задач для самостійного розв'язування	41	3. Розрахунок плоских статично визначуваних ферм	43	3.1. Короткі теоретичні відомості	43	3.2. Приклади визначення внутрішніх зусиль у стержнях простих ферм	47	3.3. Схеми задач для самостійного розв'язування	53	4. Статично визначувані просторові ферми.....	54	4.1. Короткі теоретичні відомості	54	4.2. Приклад розв'язування просторової ферми	60	4.3. Задачі для самостійного розв'язування	64
1. Система сил на площині.....	5																																
1.1. Короткі теоретичні відомості	5																																
1.2. Довільна система сил	11																																
1.3. Задачі для самоконтролю	16																																
2. Кінематичний аналіз плоских систем і визначення реакцій у в'язях	17																																
2.1. Короткі відомості про кінематичний аналіз	17																																
2.2. Приклади кінематичного аналізу розрахункових моделей	27																																
2.3. Схеми задач для самостійного розв'язування	41																																
3. Розрахунок плоских статично визначуваних ферм	43																																
3.1. Короткі теоретичні відомості	43																																
3.2. Приклади визначення внутрішніх зусиль у стержнях простих ферм	47																																
3.3. Схеми задач для самостійного розв'язування	53																																
4. Статично визначувані просторові ферми.....	54																																
4.1. Короткі теоретичні відомості	54																																
4.2. Приклад розв'язування просторової ферми	60																																
4.3. Задачі для самостійного розв'язування	64																																

Рис.2

Спеціалізоване програмне забезпечення призначене для виконання розрахункових робіт, виконання курсових та дипломних проєктів. Прикладні програми комплексу об'єднано в програмному навчальному комплексі АСИСТЕНТ. Тут зібрано комп'ютерні програми, які реалізують розрахунки різного виду стержневих систем на статику, динаміку та стійкість. Комплекс призначено для роботи в ОС Windows і може бути встановлений в кореневих каталогах будь-яких логічних дисків як в комп'ютерних класах, так і на домашніх комп'ютерах. Архівний файл комплексу АСИСТЕНТ розташовано на сторінці кафедри будівельної механіки.

Усі складові програми комплексу можна розділити на наступні види.

- **Числові методи.** Тут зібрано програми з розв'язання нелінійних алгебраїчних та систем лінійних алгебраїчних рівнянь, програми, що реалізують ті чи інші методи роботи з числовими матрицями (складання, множення, транспонування, обернення тощо).
- **Розрахункові роботи.** Зазначені програми призначено лише для виконання розрахункових робіт, які виконують студенти спеціальностей ПЦБ та МБ: "Розрахунок тришарнірної арки", "Розрахунок плоскої ферми", "Розрахунок нерозрізної балки", "Розрахунок плоскої стержневої системи методом скінченних елементів", "Динамічний розрахунок рами", "Розрахунок рамної системи на стійкість". Всі програми базуються на єдиній методиці, за якою студент виконує певні фрагменти розрахунку заданих схем. Програма перевіряє правильність результатів розрахунку і у разі правильності видає результати розрахунків аналогічних фрагментів. Такий підхід, з одного боку, звільняє студента від великого обсягу рутинних числових процедур, а з іншого – гарантує правильність результатів. У разі наявності в "ручному" розрахунку помилки програма виконує послідовний аналіз проміжних числових результатів і в режимі діалогу допомагає студенту знайти та виправити припущену помилку. Результати розрахунку виводяться в робоче вікно програми у графічному вигляді (епюри, графіки, форми коливань тощо) та у вигляді числових результатів. Останні можуть бути виведені на принтер.
- **Проєктування.** Тут зібрано три прикладні програми, які можна використовувати при виконанні курсових та дипломних проєктів. Це програма статичного розрахунку плоских стержневих систем на будь-які силові дії, програма розрахунку на динамічні дії зосереджених сил та моментів та програма розрахунку на стійкість рамних систем від дії вузлових сил.
- **Допоміжні програми.** Використовуються в міру необхідності при виконанні як розрахункових так і проєктних робіт. Це

спеціалізований калькулятор, програма,, яка визначає відстань від точки до прямої, коефіцієнти спеціальних функцій для розрахунку стержневих систем на стійкість методом переміщень тощо.

- **Короткий довідник** з будівельної механіки дозволяє оперативно переглядати основні поняття та співвідношення будівельної механіки.
- **Тестування знань.** Дозволяє користувачу перевіряти свої знання з основних тем будівельної механіки.

Керування роботою комплексу здійснюється за допомогою спадних меню, розташованих у верхньому рядку його робочого вікна (рис. 3).



Рис. 3

Вибір курсором миші того чи іншого пункту меню призводить до розкриття підменю програмних засобів, призначених для тих чи інших дій. Так вибір пункту **Розрахунки** розкриває підменю нижчого рівня, де прикладні програми згруповано за функціональними ознаками. При цьому у робоче вікно комплексу виводиться список прикладних програм, що реалізують розв'язання задач відповідного розділу.

Зокрема, вибір пункту **Числові методи** (рис. 4,а) дозволяє розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь, задачі матричної алгебри (сумирування, віднімання, множення, транспонування матриць, обчислення визначників та власних значень тощо) обчислювати корені алгебраїчних нелінійних рівнянь.

Вибір пункту **Розрахункові роботи** виводить в робоче вікно список прикладних програм для виконання розрахункових робіт по курсу

будівельної механіки (рис. 4,б). Як було зазначено, усі програми розділу засновані на сполученні "ручних" і комп'ютерних розрахунків.

Розрахунки	Тестування знань	Довідки	Сервіс	Про програму
Числові методи	▶	Розв'язання лінійних алгебраїчних рівнянь		
Розрахункові роботи	▶	Матрична алгебра		
Проектування	▶	Розв'язання нелінійних алгебраїчних рівнянь		
Вихід				

a

Розрахунки	Тестування знань	Довідки	Сервіс	Про програму
Числові методи	▶			
Розрахункові роботи	▶	Розрахунок тришарнірної арки		
Проектування	▶	Розрахунок плоскої ферми		
Вихід		Розрахунок нерозрізної балки		
		Розрахунок рами методом скінченних елементів		
		Динамічний розрахунок рам		
		Розрахунок рам на стійкість		

б

Розрахунки	Тестування знань	Довідки	Сервіс	Про програму
Числові методи	▶			
Розрахункові роботи	▶			
Проектування	▶	Статичний розрахунок плоских стержневих систем		
Вихід		Динамічний розрахунок плоских стержневих систем		
		Стійкість плоских стержневих систем		

в

Рис. 4

Як приклад (рис. 5) показано процедуру введення вхідних даних і результатів "ручних" розрахунків при перевірці зусиль в певному перерізі тришарнірної арки, а на рис. 6 – результати комп'ютерного розрахунку, якщо всі перевірки виконано успішно.

Вибір пункту **Проектування** (рис. 4,в) дозволяє завантажувати прикладні програми для розрахунку будь-яких плоских стержневих систем на статику, динаміку та стійкість. Програми призначено для розрахунку порівняно нескладних схем, які зустрічаються при виконанні курсових і дипломних проектів і видають графічні та числові результати без проміжних перевірок.

Крім зазначених програм, комплекс АСИСТЕНТ вміщує допоміжні програми: спеціалізований калькулятор, електронний короткий довідник з будівельної механіки, програму тестування тощо.

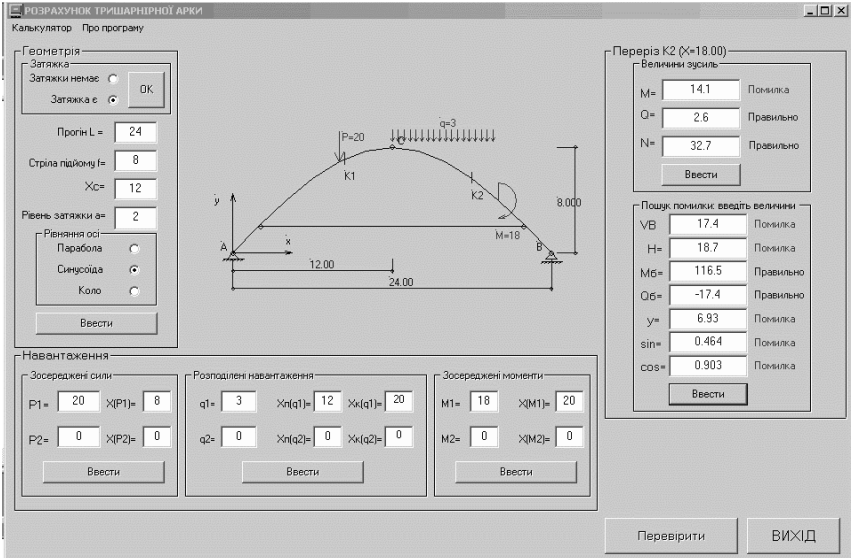


Рис. 5

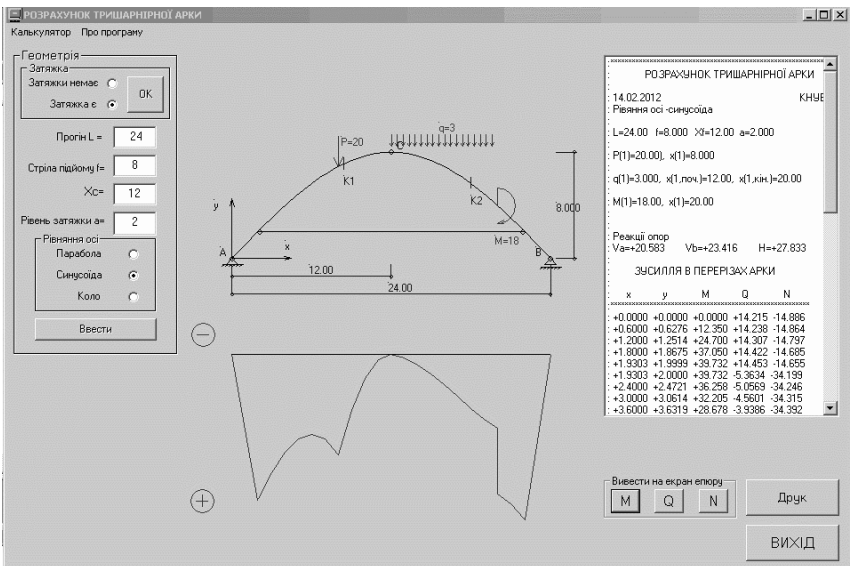


Рис.6

Програмний комплекс АСИСТЕНТ і Електронний підручник можуть бути встановлені на комп'ютер окремо і функціонувати автономно. Якщо ж на комп'ютері встановлено обидва програмні продукти, то з електронного підручника можна безпосередньо звертатись до комплексу АСИСТЕНТ. Отже, підручник та навчальний комплекс утворюють єдину систему.

Тестування. Для поточного і модульного контролю знань студентів використовується розроблений на кафедрі програмний комплекс КОНТРОЛЬ. Комплекс призначений для роботи в мереженому режимі. Всі програми і файли комплексу розташовані на кафедральному сервері, а всі комп'ютери локальної мережі відіграють роль робочих станцій (рис. 7).

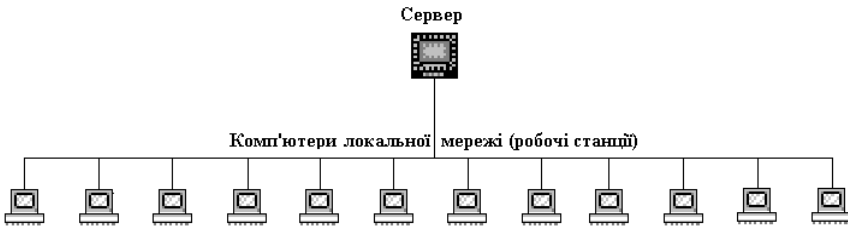


Рис.7

Сервер дозволяє користувачам локальної мережі мати доступ до файлів, розміщених на носіях інформації сервера. В процесі роботи частина логічного дискового простору робочої станції є відображенням частини дискового простору сервера. Основна обробка і пошук інформації для користувача будь-якої робочої станції здійснюється на сервері. Функції клієнтської частини на робочій станції зводяться до введення даних і відображення результатів. Таким чином, робоча станція (комп'ютер користувача) лише забезпечує доступ до обчислювальних ресурсів сервера, тобто працює в режимі віддаленого терміналу.

Головне вікно програми може мати два вигляди. Вигляд вікна автоматично вибирається програмою залежно від виду відповіді на тестове питання. Так, якщо відповідь на тестове запитання повинна бути вибране зі списку запропонованих, тобто носить вибірковий характер (це, як правило, теоретичні запитання), вікно набуває вигляд, показаний на рис. 8,а.

Якщо ж відповідь має фіксований характер (як правило, це числовий результат розрахунку, який необхідно виконати в процесі тестування), то головне вікно автоматично перебудовується до вигляду, представленого на рис.8,б.

Тема: Діагностика Довідка

Шифр групи: ПЦБ-51 Прізвище І.Б: Симонов Пароль: *****

Вибирайте запитання

1 2 3 4 5

Ввод

Не знаю Відкласти

Запитання

У наведених на рисунку шарнірно-нерухомих опорах виникають ...

Варіанти відповідей:

... лише горизонтальна силова реакція

... горизонтальна і вертикальна силові реакції

... горизонтальна і вертикальна силові реакції та момент

... лише вертикальна силова реакція

Перше запитання

Залишилось: 39 хв.

а

Тема: Діагностика Довідка

Шифр групи: ПЦБ-51 Прізвище І.Б: Симонов Пароль: *****

Вибирайте запитання

3 4 5

Ввод

Не знаю Відкласти

Запитання

Чому дорівнює ступінь геометричної змінюваності розрахункової схеми?

Відповідь:

13

Відповідь: неправильна

Залишилось: 38 хв.

б

Рис. 8

Матеріал дисципліни "Будівельна механіка" розбитий на 13 модулів (тем). Тестування здійснюється перевіркою відповідей на тестові білети для вибраної теми. Білети вибираються програмою випадковим чином, причому програма відстежує номери білетів, що пред'являлися користувачеві при попередніх тестуваннях і не допускає їх повторного пред'явлення.

Кількість запитань у тестовому білеті може коливатися від 5 до 10. Введені відповіді аналізуються програмою шляхом порівняння з еталонними відповідями. Наприкінці тестування програма повідомляє інтегральну оцінку знань з вибраної теми.

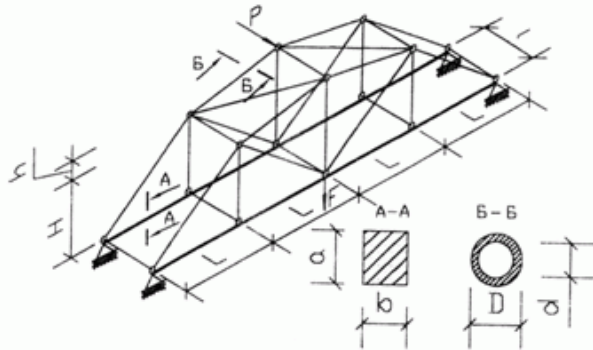
Отже комплекс виконує наступні дії:

- Дозволяє вибрати певну тему для тестування.
- Вибирає випадковим чином тестовий білет для вибраної теми.
- Дає студенту можливість вибирати у будь-якому порядку питання білета і виводить на екран тестові запитання, рисунки і, у разі потреби, варіанти можливих відповідей.
- За певними правилами підраховує кількість набраних балів і залежно від їхньої кількості виставляє оцінку знанням і умінням студента з обраної теми.
- Дозволяє в процесі тестування запускати допоміжні програми (калькулятор, програму розв'язання систем алгебраїчних рівнянь, короткий довідник з будівельної механіки і т.п.). Ці програми запускаються безпосередньо з головного вікна програми за допомогою меню.
- Автоматично створює, зберігає і оновлює файли результатів, файли статистики для кожної академгрупи, а також файл загальної статистики для всіх академгруп.
- Відстежує своєчасність проведення тестування і автоматично знижує оцінку, якщо тестування відбувається пізніше визначеного терміну.
- Дозволяє викладачам переглядати результати тестування.

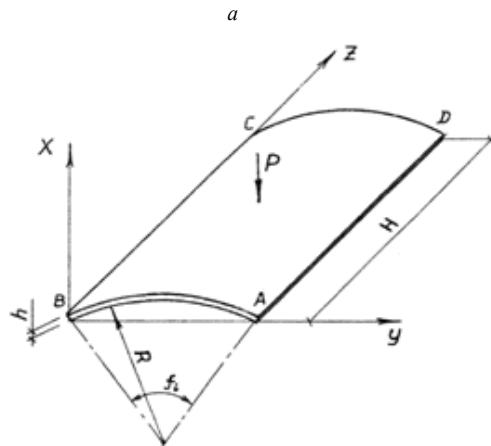
Програмні комплекси АСИСТЕНТ і КОНТРОЛЬ двомовні. За другу мову прийнята російська. Студент вибирає мову безпосередньо в процесі роботи з комплексами.

У процесі засвоєння згаданих комплексів магістранти виконують дві індивідуальні роботи: розрахунок складної просторової стержневої конструкції та розрахунок плити або оболонки (рис. 9). Кожен студент, відповідно до індивідуального завдання, складає інформацію з використанням демо-версій комплексів, задаючись геометрією, поперечними перерізами елементів, матеріалом и навантаженнями, виконує розрахунок, виводить і аналізує одержані результати. На рис. 9.а

показано індивідуальне завдання на визначення напружено-деформованого стану (НДС) мостових ферм, а на рис. 9,б – завдання на визначення НДС циліндричної панелі.



Визначити напружено-деформований стан (НДС) конструкції від дії осереджених вузлових сил P та F .



Визначити напружено-деформований стан (НДС) циліндричної панелі покриття від дії власної ваги та центрально прикладеної вертикальної осередженої сили P .

б

Рис.8

У результаті використання комп'ютерних технологій, по-перше, ускладнюються розрахункові схеми без значного збільшення трудомісткості, по-друге, підвищується достовірність результатів і, нарешті, по-третє, студенти опановують основні прийоми роботи з сучасними промисловими програмними комплексами, без яких на теперішній час не обходиться розробка проектів інженерних споруд.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В.* Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання. Підручник — К.: ВІПОЛ, 2013. – 896 с.
2. *Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В., Пискунов С.О.* Будівельна механіка. Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування. Навчальний посібник. – К.: Каравела, 2010 р. – 504 с.
3. *Баженов В.А., Криксунов Е.З., Перельмутер А.В., Шишов О.В.* Інформатика. Інформаційні технології в будівництві. Системи автоматизованого проектування. Підручник – К.: Каравела, 2011. – 488
4. *Баженов В.А., Шишов О.В.* Будівельна механіка. Електронний підручник. <http://www.knuba.edu.ua/ua/facultes/10/38>, 2008.
5. *Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В., Пискунов С.О.* Будівельна механіка. Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування. Навчальний посібник. <http://www.knuba.edu.ua/ua/facultes/10/38>. 2014.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Perelmuter A.V., Shishov O.V.* Budivelna mechanika. Comp'uterni technologies i modeluvannya. Pidrucnyk . (Structural mechanics. Computer's technologies and designing) — К.: VIPOL, 2013. – 896 s.
2. *Bazhenov V.A., Ivanchenko G.M., , Shishov O.V., Piskunov S.O.* Будівельна механіка. Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування. Навчальний посібник. (Structural mechanics. Calculation exercises, Tasks. Computer's testing) – К.: Caravela, 2010 – 504 s.
3. *Bazhenov V.A., Kriksunov E.Z., Perelmuter A.V., Shishov O.V.* Інформатика. Інформаційні технології в будівництві. Системи автоматизованого проектування. Підручник (Informatics. Information technologies in building) – К.: Caravela, 2011. – 488 s.
4. *Bazhenov V.A., Shishov O.V.* Будівельна механіка. Електронний підручник. (Structural mechanics. Electronic textbook) - <http://www.knuba.edu.ua/ua/facultes/10/38>, 2008.
5. *Bazhenov V.A., Kriksunov E.Z., Perelmuter A.V., Shishov O.V.* Інформатика. Інформаційні технології в будівництві. Системи автоматизованого проектування. Підручник (Informatics. Information technologies in building). <http://www.knuba.edu.ua/ua/facultes/10/38>. 2014.

Bazhenov V.A., Shishov O.V.

APPLICATION OF PROGRAMMATIC FACILITIES AT STUDY OF STRUCTURAL MECHANICS

The method of application of programmatic facilities is presented in an educational process on the department of structural mechanics of the Kievan national university of building and architecture.

Keywords: programs, electronic textbook, electronic manual, programmatic complex, testing of knowledges.

Баженов В.А., Шишов О.В.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

Представлена методика применения программных средств в учебном процессе на кафедре строительной механики Киевского национального университета строительства и архитектуры.

Ключевые слова: программы, электронный учебник, электронное пособие, программный комплекс, тестирование знаний.

УДК 539.3

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ОБОЛОНОК ВІД ДІЇ НЕСТАЦІОНАРНИХ ДИНАМІЧНИХ ВПЛИВІВ З ВИКОРИСТАННЯМ РЕДУКОВАНИХ МОДЕЛЕЙ

В.К. Чибіряков¹,
доктор техн. наук, професор

А.Д. Легостаєв¹,
канд. техн. наук, доцент

Н.А. Гречух¹

О.О. Яковенко¹

*¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

Запропоновано ефективний алгоритм дослідження динамічної поведінки оболонок на дію нестационарних динамічних впливів. Алгоритм базується на застосуванні існуючої методики розрахунку складних оболонок, в тому числі підкріплених ребрами, побудованих на основі моментної схеми МСЕ з застосуванням редукованих моделей, що значно знижує число степенів вільності. Динамічні рівняння редукованої моделі з початковими умовами перетворюються на незв'язану систему звичайних диференціальних рівнянь руху, кожне з окремих рівнянь з відповідними початковими умовами розв'язується чисельно за методом Рунге-Кути четвертого порядку точності.

Оболонки характеризуються невичерпним різноманіттям геометричних форм і високою несучою здатністю, а тому як елементи різного роду конструкцій знаходять широке застосування у техніці і будівництві.

Для надання більшої жорсткості оболонки підкріплюються ребрами, що істотно підвищує їх міцність при незначному збільшенні маси конструкції. Інколи за технологічними вимогами оболонки мають вирізи, які також підкріплюються ребрами.

Таким чином, в одній конструкції можуть бути і ребра, і вирізи, отже, всю конструкцію необхідно розглядати як оболонку ступінчасто-змінної жорсткості.

Розрахунки на міцність, коливання і стійкість таких конструкцій грають важливу роль при проектуванні сучасних апаратів, машин і споруд. Проте поведінка тонкостінних конструкцій з урахуванням дискретності розташування ребер, накладок і вирізів досліджена недостатньо. Причини тому - складність обліку згаданих чинників і необхідність вирішення громіздких крайових задач.

При розгляді місцевого посилення або ослаблення оболонок необхідно залучати складніші моделі, ніж модель Кірхгофа - Лява. Крім того, спільно з розрахунками на міцність і стійкість слід вирішувати задачі раціонального вибору підкріплень і параметрів кривини. Тому розробка математичних моделей поведінки оболонок ступінчасто-змінної товщини, що якнайповніше враховують їх роботу при динамічних навантаженнях, і проведення на їх основі досліджень стійкості і коливань, а також вибір раціональних параметрів конструкцій, є актуальними задачами.

Розв'язання задач динаміки пропонується шляхом застосування принципу просторової декомпозиції оболонок за методом скінченних елементів. На основі накопиченого досвіду можна стверджувати, що найбільш сприятливим у цьому випадку є використання універсального скінченного елемента, співвідношення для якого базуються на положеннях тривимірної теорії пружності, і загально визнаної моментної схеми МСЕ. Такий СЕ дає змогу враховувати переміщення тіла як жорсткого цілого і природнім чином враховувати сили інерції зсуву і повороту.

Геометрія оболонок визначається точковим каркасом із задоволенням умов його регулярності, що суттєво спрощує алгоритми побудови матриць жорсткості і мас моделі конструкції. Нерегулярності типу вирізів, включень ділянок, виконаних з матеріалу з іншими фізичними властивостями, а також ділянок ступінчатої зміни жорсткості, можна обійти шляхом введення спеціальних скінченних елементів типу "пустий елемент", "включення" та "ребро". Всі ділянки з особливостями повинні вписуватись в лінії сіткової області.

Границям цих областей призначається спеціальний код.

Передбачено варіювання розташуванням точкових опор і їх кількістю, що дає змогу корегувати динамічні характеристики конструкцій – частоти і форми власних коливань. Це сприяло проведенню досліджень присвячених розв'язанню задач динаміки континуальних конструкцій (пластин і оболонок) з точковими опорами. Точного розв'язку задач такого типу не існує. Запропоновано декілька методів їх чисельної реалізації.

Реальні пластинчасто-оболонкові конструкції в межах несучої поверхні можуть мати приєднані маси, такі як радіодеталі, вузли машин, розміри площинки контакту яких з несучою поверхнею конструкції можна вважати точковими. Наявність приєднаних мас вносить інерційну неоднорідність динамічної моделі, яку слід враховувати при визначенні частот і форм власних коливань конструкції.

Дослідження динамічних характеристик пластин і оболонок з приєднаними масами є досить складною задачею, актуальність якої визначається потребами практики. Важливим моментом розв'язання таких задач є визначення простих і надійних методів сприйнятливих для

проведення багатоваріантних розрахунків в процесі проектування конструкцій з особливостями.

Математичне моделювання на ЕОМ поведінки оболонкових конструкцій в звичайних і аварійних режимах під дією нестационарних динамічних навантажень дає змогу цілеспрямовано виконати фізичне моделювання при проведенні натурних експериментів. Поєднання математичних досліджень і спланованих за їх допомогою експериментів у значній мірі визначає точність і достовірність остаточного висновку щодо розв'язку задачі.

Вивчення поведінки пластин і оболонок при імпульсному навантаженні вважається найбільш повним, якщо воно стосується великих прогинів з позицій нелінійної теорії. Але природно вважати, що дослідження початкової стадії перехідного процесу може бути проведено за допомогою лінеаризованих залежностей.

Останнім часом в роботах по динаміці оболонкових конструкцій наголошується на обмеженість гіпотез, які лежать в основі класичної теорії оболонок. Уточнені теорії розвиваються в напрямку застосування моделі Тимошенко, яка враховує деформацію зсуву та інерцію повороту.

Побудова співвідношень МСЕ на основі положень тривимірної теорії пружності автоматично задовольняє названим вимогам.

1. Рівняння руху дискретної моделі оболонки

У кожному мить часу напружено-деформований стан оболонки як тривимірного тіла повинен задовольняти варіаційному рівнянню руху, яке у відповідності до принципу Лагранжа-Даламбера, набуває вигляду:

$$\int_v \sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv - \int_v \rho \left(F_i - \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \right) \delta u^i dv - \int_s X_i \delta u^i ds = 0. \quad (1.1)$$

Подальші дії, що стосуються виведення формул для обчислення коефіцієнтів матриці жорсткості СЕ пов'язані з визначенням градієнтів і їх похідних через переміщення, апроксимація яких у межах СЕ подається за полілінійним законом:

$$u^i = \sum_{S_1=+1} \sum_{S_2=+1} \sum_{S_3=+1} u^i_{S_1 S_2 S_3} \prod_{\delta=1}^3 \left(S_{(\delta)} x^{(\delta)} + \frac{1}{2} \right), \quad (1.2)$$

де $S_{(\delta)}$ – параметри, які визначають положення вузла в локальній системі координат,

$$S_{(\delta)} = \begin{cases} 1 & \text{при } x^{(\delta)} > 0, \\ 0 & \text{при } x^{(\delta)} < 0, \end{cases}$$

$u^i_{S_1 S_2 S_3}$ – переміщення вузлів СЕ в декартовій системі координат.

При чисельній реалізації МСЕ для тонких оболонок і оболонок середньої товщини суттєвим фактором отримання сприйнятливої точності результатів обчислень є стійкість обчислювального процесу щодо помилок округлення. У випадку лінійного розподілення переміщень по товщині чисельні експерименти показали, що найбільш стійкі результати досягаються тоді, коли в якості незалежних параметрів переміщень прийняти переміщення вузлів на серединній поверхні :

$$U'_{S_2S_3} = \frac{1}{2} (u'_{+1S_2S_3} + u'_{-1S_2S_3}) \quad (1.3)$$

і узагальнених кутів повороту ребер СЕ, орієнтованих по товщині. Кутові переміщення визначаються як різниця переміщень відповідних вузлових точок на обмежуючих поверхнях СЕ

$$\gamma'_{S_2S_3} = u'_{+1S_2S_3} - u'_{-1S_2S_3} \cdot \quad (1.4)$$

Це докладно викладено в роботах [2,4].

Що стосується визначення інерційних характеристик дискретної моделі, в методі скінчених елементів найбільш сприйнятною для розв'язання задач динаміки є узгоджена матриця мас, методика визначення якої аналогічна процедурі побудови матриці жорсткості.

В подальшому виконується перегрупування і приведення подібних членів таким чином, щоб перейти від підсумовування по елементам до підсумовування по індексам компонент невідомих усієї конструкції. Відповідність між номерами вузлів усієї конструкції і локальними номерами вузлів в скінчених елементах устанавлюється за допомогою матриць відповідності та “шаблонів” сіткової області. У результаті таких перетворень, дискретний аналог варіаційного рівняння у матричній формі набуває вигляду

$$\{\delta u\}^T ([K]\{u\} + [M]\{\ddot{u}\} - \{Q(t)\}) = 0, \quad (1.5)$$

де $\{u\}, \{\ddot{u}\}$ - n -вимірні вектори узагальнених переміщень і прискорень вузлів дискретної моделі конструкції (n -загальне число ступенів вільності моделі); $[K], [M]$ - матриці жорсткості і мас усієї моделі конструкції; $\{Q(t)\}$ - вектор узагальнених вузлових сил. Необхідною і достатньою умовою, що задовільняє рівняння (1.5) при довільних (але сумісних із в'язями) варіаціях вектора $\{\delta u\}$ є та умова, що співвідношення у дужках повинно дорівнювати нулю

$$[K]\{u\} + [M]\{\ddot{u}\} - \{Q(t)\} = 0. \quad (1.6)$$

2. Про редуковані моделі

Розв'язання задач динаміки вимагає приблизно на порядок більше витрат машинного часу у порівнянні з витратами на розв'язання

відповідної задачі статики. В той же час у більшості випадків щодо практичних застосувань слід визначити лише деяку частину власних частот нижньої частини спектру дискретної моделі.

У зв'язку з цим виникла проблема редукування (зниження порядку) системи розв'язувальних рівнянь.

Суть більшості методів редукування полягає у пошуку такого перетворення вектора невідомих

$$\{u\} = [U]\{q\}, \quad (2.1)$$

щоб вектор нових узагальнених координат мав значно меншу розмірність, а нижні частоти власних коливань вихідної і редукованої моделей були близькими. Можливість такого перетворення пояснюється тією обставиною, що у випадку прийняття складовими $[U]$ визначені якимось чином m власних векторів вихідної задачі, то отримаємо редуковану систему m -го порядку, власні значення якої повністю співпадають з власними значеннями, що відповідають вибраним для перетворення власним векторам вихідної моделі.

Викладене положення лежить в основі алгоритму одночасних ітерацій у підпросторі [1].

У даній роботі набув розвитку метод базисних векторів, який не пов'язаний зі способом дискретизації вихідної задачі і найбільш повно проявив себе стосовно скінченно-елементної моделі [3].

Суть метода полягає у переході до нових узагальнених координат за допомогою співвідношення (2.1). Підставляючи (2.1) у (1.5) отримаємо систему рівнянь руху редукованої моделі, що набуває вигляду:

$$[B]\{\ddot{q}\} + [A]\{q\} = \{P(t)\}, \quad (2.2)$$

де

$$[A] = [U]^T [K][U], \quad (2.3)$$

$$[B] = [U]^T [M][U], \quad (2.4)$$

$$\{P(t)\} = [U]^T \{Q(t)\} \quad (2.5)$$

відповідно матриці жорсткості, мас і вектор узагальнених сил, які характеризують рух редукованої моделі [5].

3. Дослідження нестационарних коливань оболонок від дії ударних та імпульсних навантажень

При дії навантажень, які змінюються в часі за будь-яким законом напружено-деформований стан оболонки є суперпозицією усіх власних коливань і визначається загальним розв'язком визначальних динамічних рівнянь з урахуванням початкових умов. Наближений розв'язок дає редукована модель, яка приводить до рівняння (2.2). Невідомі функції, що

залежать від часової координати, повинні задовольняти початковим умовам. По суті, рівняння (2.2) є системою звичайних диференціальних рівнянь по часовій координаті. Ця система є зв'язаною і тому одним з варіантів побудови її загального розв'язку, що визначає поведінку редукованої моделі в часі, полягає в перетворенні зв'язаної системи диференціальних рівнянь до незв'язаної. Це можливо, оскільки як матриця мас $[B]$ так і матриця жорсткості $[A]$ в (2.2) є симетричними та позитивно визначеними.

Оскільки матриця мас $[B]$ є позитивно визначеною, то існує корінь з цієї матриці. В методі скінченних елементів матриця мас не є діагональною, тому знаходження $\sqrt{[B]}$, виконується за наступним алгоритмом. Знаходяться власні числа та нормовані власні вектори матриці $[B]$ та з їх допомогою матриця $[B]$ перетворюється на діагональну

$$[B]^* = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

і знаходиться матриця

$$\sqrt{[B]}^* = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\lambda_n} \end{bmatrix},$$

а далі оберненим перетворенням будувється шукана матриця $\sqrt{[B]}$. Це є основою подальшого перетворення динамічних рівнянь редукованої моделі (2.2).

Вважаючи матрицю $[B] = \sqrt{[B]} \cdot \sqrt{[B]}$ множимо ліву і праву частини (2.2) ліворуч на $(\sqrt{[B]})^{-1}$.

Виконаємо наступні математичні перетворення в (2.2):

$$(\sqrt{[B]})^{-1} [\sqrt{[B]} \cdot \sqrt{[B]} \cdot \{\ddot{q}\} + [A] \cdot \{q\}] = (\sqrt{[B]})^{-1} \{P(t)\}.$$

Врахуємо те, що $(\sqrt{[B]})^{-1} \cdot \sqrt{[B]} = E$, де E – одинична матриця.

Остаточно отримаємо

$$\sqrt{[B]} \frac{d^2\{q\}}{dt^2} = -(\sqrt{[B]})^{-1} [A]\{q\} + (\sqrt{[B]})^{-1} \{P(t)\}.$$

Виконаємо тотожне перетворення в правій частині

$$\sqrt{[B]} \frac{d^2\{q\}}{dt^2} = -(\sqrt{[B]})^{-1} [A] (\sqrt{[B]})^{-1} (\sqrt{[B]}) \{q\} + (\sqrt{[B]})^{-1} \{P(t)\}.$$

Позначимо

$$\begin{aligned} \sqrt{[B]}\{q\} &= \{q\}^*, \\ (\sqrt{[B]})^{-1} [A] (\sqrt{[B]})^{-1} &= [A]^*, \\ (\sqrt{[B]})^{-1} \{P(t)\} &= \{p(t)\}^*, \end{aligned}$$

що дає

$$\frac{d^2\{q\}^*}{dt^2} = -[A]^* \{q\}^* + \{p(t)\}^*.$$

Для перетворення матриці $[A]^*$ до діагонального вигляду знаходимо її власні числа та нормовані власні вектори. З нормованих власних векторів утворимо матрицю $[S]$, стовпчиками якої є компоненти власних векторів.

Оскільки матриця $[A]^*$ є симетричною, то її власні вектори взаємно ортогональні. А оскільки ці вектори ще й нормуються, тому матриця $[S]$ є ортогональною, а обернена до неї співпадає з транспонованою $[S]^{-1} = [S]^T$.

Перетворення зв'язаної системи звичайних диференціальних рівнянь за допомогою матриці $[S]$ приводить до незв'язаної системи окремих диференціальних рівнянь в результаті наступних дій:

$$[S]^T \frac{d^2\{q\}^*}{dt^2} = -[S]^T [A]^* \{q\}^* + [S]^T \{p(t)\}^*.$$

Виконаємо тотожне перетворення в правій частині, враховуючи $[S] \cdot [S]^T = E$,

$$[S]^T \frac{d^2\{q\}^*}{dt^2} = -[S]^T [A]^* [S] [S]^T \{q\}^* + [S]^T \{p(t)\}^*.$$

Тоді, оскільки

$$[S]^T [A]^* [S] = [A],$$

де

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Позначимо $[S]^T \{q\}^* = \{q\}^{**}$, $[S]^T \{p(t)\}^* = \{p(t)\}^{**}$.

Остаточно отримуємо співвідношення

$$\frac{d^2 \{q\}^{**}}{dt^2} + \lambda_i \{q\}^{**} = \{p(t)\}^{**}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Аналогічні перетворення виконуються з заданими початковими умовами, яким задовольняють невідомі $\{q\}$ та їх похідні по t . В результаті отримуємо початкові умови для $\{q\}^*$, а потім для $\{q\}^{**}$ та їх похідних по часі. Це дає n окремих задач для диференціальних рівнянь другого порядку з початковими умовами (тобто задачі Коші).

Розв'язання окремих задач Коші виконуються за методом Рунге-Кути четвертого порядку точності. Після знаходження розв'язків n задач Коші до певного значення часової координати виконуються зворотній перехід від $\{q\}^{**}$ до $\{q\}^*$ і потім до $\{q\}$, що визначає шуканий розв'язок в певний момент часу і потім продовжується інтегрування до наступного моменту часу і так далі.

Слід зазначити, що при дослідженні нестационарних коливань на значних проміжках по часовій координаті необхідно до математичної моделі залучати складові, які приводять до згасання коливань. Якщо згасання коливань не враховується, то розроблена методика дозволяє адекватно дослідити початковий процес нестационарних коливань.

Методика апробована на розв'язанні динамічної задачі для прямокутної пластини затисненої по контуру від імпульсного розподіленого навантаження (рис. 1,а), закон зміни якого в часі наведений на (рис. 1,б).

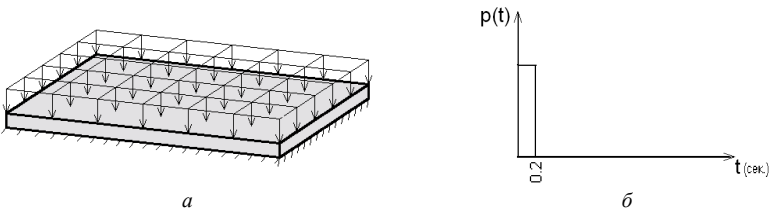


Рис. 1. Пластина під дією імпульсного навантаження:
(а) - загальний вигляд пластини; (б) - закон дії навантаження

Матриці жорсткості і мас побудовані для редукованої моделі пластини методом базисних вузлів, схема яких показана на рис. 2.

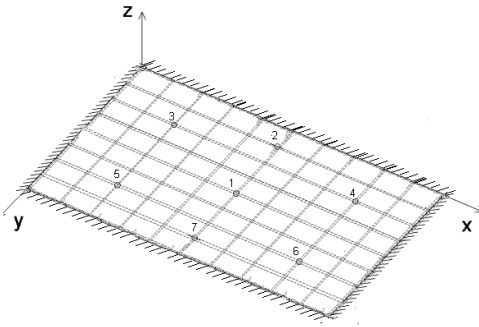


Рис. 2. Схема розміщення базисних вузлів

У кожному базисному вузлі враховувався тільки один ступінь вільності – переміщення по нормалі до поверхні пластини. Редукована модель нараховує сім ступенів вільності, чому відповідають розміри матриць жорсткості і мас математичної моделі задачі.

Результатом розв'язку задачі є переміщення базових вузлів в вихідній системі координат пластини, наведених на (рис. 3) та форми деформованої поверхні пластини на початковому етапі нестационарних коливань.

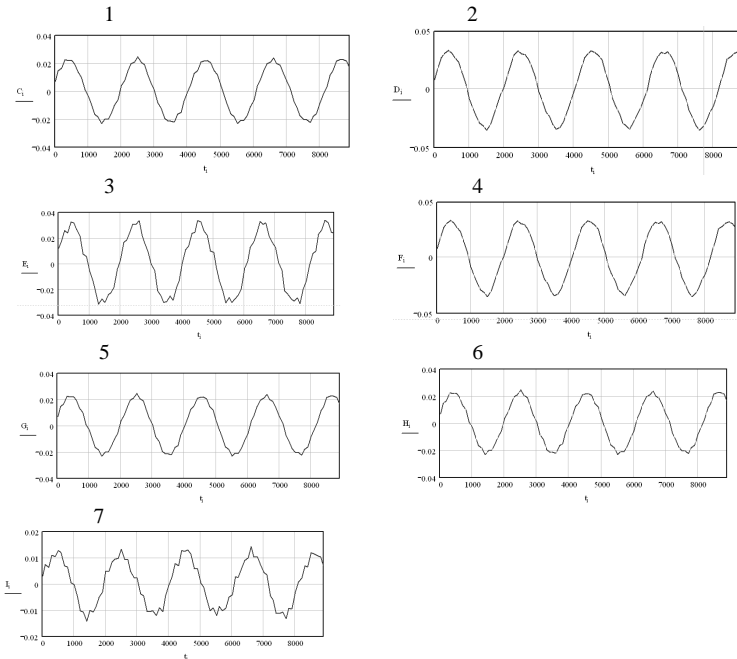


Рис. 3. Переміщення базисних вузлів в часі

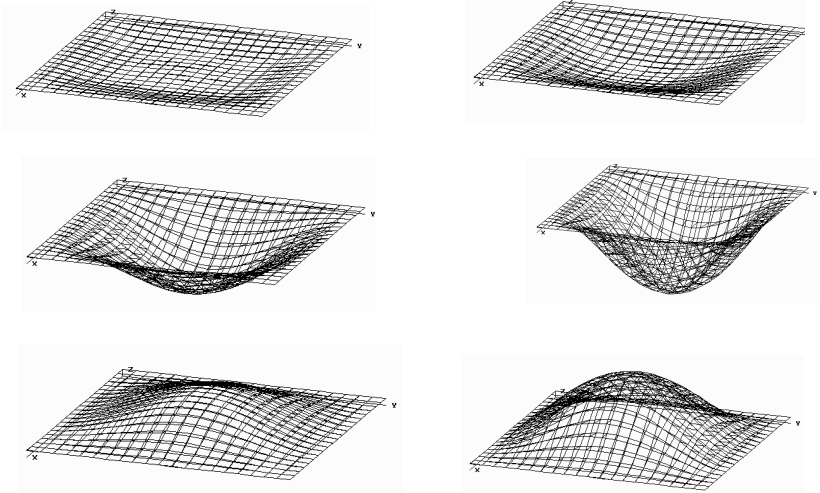


Рис. 4. Початковий процес нестационарних коливань пластини (переміщення значно збільшені для наочності)

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Клаф, Дж. Пензиен.* Динамика сооружений. –М: Стройиздат, 1981, -345 с.
2. *Кислокий В.Н., Легостаев А.Д., Сахаров А.С., Соловей Н.А.* Об одном варианте метода конечных элементов в задачах статике и динамики консольных оболочек //Опір матеріалів і теорія споруд, – Київ: Будівельник, 1974, вип. 27. с. 45-52.
3. *Кислокий В.Н., Легостаев А.Д.* Реализация метода конечных элементов в задачах исследования свободных колебаний оболочек и пластин //Опір матеріалів і теорія споруд, – Київ: Будівельник, 1974, вип. 27. с. 24_32.
4. *Легостаев А.Д., Гречух Н.А.* Побудова співвідношень МСЕ для просторового попередньо напруженого скінченного елемента //Опір матеріалів і теорія споруд,– Київ: Будівельник, 2009 вип. 84.-76 с.
5. *Легостаев А.Д., Н.А.Гречух Н.А.* Коливання пластинчатих конструкцій з урахуванням приєднаних мас, пружних в'язей і вирізів //Опір матеріалів і теорія споруд, – Київ: Будівельник, 2009 вип. 83. с.51-62.

REFERENCES

1. *Klaf, Dzh. Penzien.* Dinamika sooruzheniy. – M: Stroyizdat, 1981. – 345 s.
2. *Kislookiy V.N., Legostaev A.D., Saharov A.S., Solovey N.A.* Ob odnom variante metoda konechnykh elementov v zadachah statiki i dinamiki konsolnykh obolochek // Opir materialiv i teoriia sporud, – Kyiv: Budivelnik, 1974, vyp. 27. s. 45-52.
3. *Kislookiy V.N., Legostaev A.D.* Realizatsiya metoda konechnykh elementov v zadachah issledovaniya svobodnykh kolebaniy obolochek i plastin // Opir materialiv i teoriia sporud, – Kyiv: Budivelnik, 1974, vyp. 27. s. 24-32.

4. *Lehostaev A.D., Hrechukh N.A.* Pobudova spivvidnoshen MSE dlia prostorovoho poperedno napruzhenoho skinchennoho elementa //Опір матеріалів і теорія споруд, – Kyiv: Budivelnik, 2009 vyp. 84.-76 c.
5. *Lehostaev A.D., Hrechukh N.A.* Kolyvannia plastynchatykh konstruksii z urakhuvanniam pryednanykh mas, pruzhnykh viazei i vyriziv //Опір матеріалів і теорія споруд, – Kyiv: Budivelnik, 2009 vyp. 83. s.51-62.

Чибиряков В.К., Легостаев А.Д., Гречух Н.А., Яковенко А.А.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ОБОЛОЧЕК ОТ ДЕЙСТВИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕДУЦИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ

Предложен эффективный алгоритм исследования динамического поведения оболочек на действие нестационарных динамических воздействий. Алгоритм базируется на применении существующей методики расчета сложных оболочек, в том числе подкрепленных ребрами, построенный на основе моментной схемы МКЭ с применением редуцированных моделей, что значительно снижает число степеней свободы. Динамические уравнения редуцированной модели с начальными условиями превращаются в несвязанную систему обыкновенных дифференциальных уравнений движения, каждое из отдельных уравнений с соответствующими начальными условиями решается численно методом Рунге-Куты четвертого порядка точности

Chybiryakov V.K., Legostaev A.D., Hrechuh N.A., Yakovenko O.O.

METHOD OF RESEARCH OF SHELLS ON THE NONSTATIONARY DYNAMICAL EFFECTS USING REDUCTION MODELS

An efficient algorithm studies the dynamic behavior of shells on the effect of unsteady dynamic influences. The algorithm is based on the use of existing methods of calculating complex membranes, including reinforced by ribs, is based on the FEM circuit torque using reduced vowels models, which significantly reduces the number of degrees of freedom. Dynamic equation reduced model with initial conditions turn into unbound system of ordinary differential equations of motion, each individual equations with appropriate initial conditions is solved numerically by the method of Runge-Kuta fourth order accuracy

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): Чибіряков Валерій Кузьмич, доктор технічних наук, професор кафедри «Математики»

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Чибірякову Валерію Кузьмичу

Адреса домашня:

Роб. тел. +38(044) 241 55 95

мобільний тел.:

дом. тел.:

E-mail

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): Легостаєв Анатолій Дмитрович, кандидат технічних наук, доцент кафедри «Будівельної механіки»

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Легостаєву Анатолію Дмитровичу

Адреса домашня:

Роб. тел. +38(044) 241 55 95

мобільний тел.: 096 34 05918

дом. тел.:

E-mail

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): Гречух Наталія Анатоліївна, наук. співробітниця кафедри «Будівельної механіки».

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Гречух Наталії Анатоліївні

Адреса домашня: м.Київ, 02222, булв. В.Висоцоцько,7

Роб. тел. +38(044) 241 55 95

мобільний тел.:

дом. тел.: (044530 46 85

E-mail: natniism@ukr.net

УДК 539.3

ВПЛИВ НАГРІВУ НА СТІЙКІСТЬ І ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ СФЕРИЧНОЇ ПАНЕЛІ ПРИ ЗМІНІ УМОВ КОМБІНОВАНОГО ЗАКРІПЛЕННЯ КОНТУРУ

О.П. Кривенко¹,
канд. техн. наук

¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

Вивчається вплив величини попереднього нагріву на втрату стійкості та власні коливання пружної пологої осесиметричної сферичної панелі при комбінованому закріпленні контуру: одна частина контуру жорстко затиснута, інша має шарнірне опирання. Розглядається послідовна зміна одного типу кінематичних граничних умов на інший.

Ключові слова: гнучка оболонка, нелінійне деформування, стійкість, власна частота, власна форма коливань, термосилове навантаження, комбіноване закріплення контуру.

Вступ

Однією з найважливіших задач на стадії проектування тонкостінних оболонкових конструкцій, що широко застосовуються в будівництві, авіаційній, ракето-космічній техніці й інших галузях промисловості, є динамічний розрахунок. Необхідним елементом дослідження динаміки оболонок є визначення власних частот і форм малих коливань [1-4], особливо це стосується частот із нижнього спектру.

Власні коливання оболонок без урахування початкових зусиль і переміщень досліджувались у багатьох роботах. Відомо, що наявність силових статичних навантажень істотно впливає на частоти і форми коливань [5-11]. А той факт, що при навантаженнях, рівних критичним, нижча частота власних коливань оболонки стає рівною нулю, дозволяє точніше визначати параметри критичних навантажень. За останнє десятиріччя кількість робіт за тематикою зросла. Впливу температурних навантажень на коливання оболонок приділено значно менше уваги [12-15]. При цьому, в [13] зазначено, що вплив температурних полів на частоти власних коливань є більш відчутним при наявності напружень, що викликані дією силових навантажень. У [7] відмічено, що найчутливішими до впливу на власні коливання статичних навантажень є тонкостінні оболонкові конструкції. Саме тому пружні тонкі та середньої товщини оболонки, що знаходяться під дією термосилового навантаження, є об'єктом нашого дослідження.

Форма нелінійного деформування, стійкість та коливання оболонок залежать від низки факторів, до яких відноситься і спосіб закріплення конструкції [16-18]. Зазвичай оболонки знаходяться під дією силових і

температурних полів. Температурні деформації можуть істотно змінити жорсткість тонкої оболонки. При цьому вплив нагріву на втрату стійкості та власні коливання гнучких оболонок при зміні граничних умов залишається ще недостатньо вивченою проблемою.

Постановка задачі та метод дослідження.

Внаслідок експлуатації тонкостінних конструкцій при статичних і динамічних навантаженнях часто виникають нелінійні ефекти, що пов'язані з появою великих переміщень. Отже, моделювання роботи таких елементів необхідно виконувати з урахуванням геометрично нелінійних співвідношень. Особливо це важливо при дослідженні динамічної поведінки конструкції. Така ситуація може виникнути при визначенні частот і форм власних коливань оболонки відносно деякого початкового деформованого стану, яке може бути обумовлено дією статичного навантаження такого, як гідростатичний тиск, власна вага, снігове навантаження тощо. Тому такий підхід покладено в основу методики розрахунку.

У роботі розглянуто питання впливу нагріву на стійкість і власні коливання тонких пологих осесиметричних сферичних панелей, що навантажені тиском, при зміні параметрів комбінованого закріплення контуру.

Для розв'язання поставленої задачі використовується комплексний підхід, що базується на геометрично нелінійній скінченноелементній методиці [16, 17, 19, 20] дослідження напружено-деформованого стану (НДС), стійкості та позакритичної поведінки тонких неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях у поєднанні зі скінченноелементною методикою [11] розрахунку неоднорідних оболонок на власні коливання з урахуванням переднапруженого стану на кожному кроці термосилового навантаження.

Методика [16, 17, 19, 20] спирається на співвідношення тривимірної теорії термопружності, скінченноелементне формулювання задачі у приростах і використання моментної схеми скінчених елементів. Методика призначена для чисельного дослідження статичних процесів геометрично нелінійного деформування, втрати стійкості та критичної поведінки широкого класу тонких неоднорідних оболонок, що знаходяться в умовах складного термосилового навантаження. Достовірність методики обґрунтована чисельними дослідженнями збіжності та точності розв'язків для різних класів пружних неоднорідних оболонок.

Методика розрахунку неоднорідних оболонок на власні коливання з урахуванням переднапруженого стану [11] базується на скінченноелементних співвідношеннях, в яких на кожному кроці

навантаження враховуються накопичені на попередніх ($s-1$) кроках напруження $\overset{\circ}{\sigma}_{s-1}^{ij} = \sum_{k=1}^{s-1} \Delta_k \sigma^{ij}$.

Задача з визначення власних частот і форм коливань неоднорідної оболонки реалізується кроковим методом за два етапи.

На першому етапі на кожному кроці навантаження за методикою [16, 17] розв'язується статична задача нелінійного деформування оболонки. На цьому етапі при відповідних приростах навантаження визначається НДС оболонки: її деформована форма (нові координати) та прирости полів переміщень і напружень.

На другому етапі поточного кроку при визначеній на першому етапі новій формі оболонки та наявності її переднапруженого стану навантаження приймається рівним нулю (тобто «знімається»), і розв'язується задача на власні коливання за методикою [11]. На цьому етапі (для кожного кроку навантаження) власні частоти та власні форми коливань обчислюються до появи від'ємного значення основного тону (найнижчої) частоти, оскільки за динамічним критерієм навантаження, при якому з'являється від'ємне значення основного тону частоти, відповідає моменту втрати стійкості оболонки і приймається за критичне [7]. Надалі, на наступних кроках навантаження, визначення частот власних коливань оболонки не виконується, а досліджується лише її закритична поведінка. Точність розрахунку на власні коливання оболонки з урахуванням переднапруженого стану підтверджується збігом величини верхнього критичного навантаження з отриманим в інший спосіб.

Вплив комбінованих граничних умов на стійкість і власні коливання нагрітої панелі.

Розглянуто питання нелінійного деформування, втрати стійкості та власних коливань круглої у плані пологої сферичної панелі з комбінованим закріпленням контуру: одна частина контуру оболонки жорстко затиснута, інша – шарнірно оперта. Досліджено вплив на стійкість і коливання панелі послідовної заміни першого типу закріплення на другий. Попередньо нагріта панель сталої товщини навантажувалася зовнішнім рівномірним тиском інтенсивністю q .

Дія на оболонку нагріву та тиску (яка на рис. 1, a позначена як $T + q$) реалізовувалась у такий спосіб: спочатку панель поступово нагрівалась рівномірно за об'ємом на величину $T^\circ\text{C}$, а потім при зафіксованому температурному полі навантажувалася тиском інтенсивністю q .

Розглянуто три варіанти попереднього нагріву оболонки: на $T = 0^\circ$, 20° та 40°C .

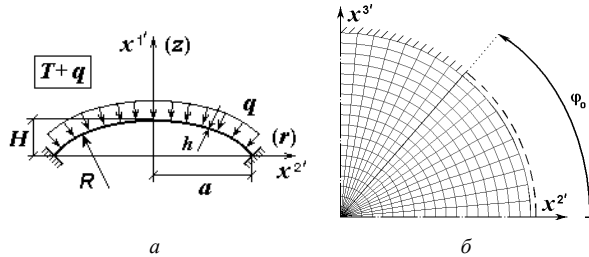


Рис. 1. Сферична панель з комбінованим спиранням по контуру

Дослідження проведено при таких вихідних даних: модуль пружності $E = 2.0 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, коефіцієнт лінійного розширення $\alpha = 0.125 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$, об'ємна вага $\rho = 7.85 \cdot 10^{-3} \text{ кг/см}^3$, прискорення вільного падіння $g = 981 \text{ см/сек}^2$, товщина панелі $h = 1 \text{ см}$. Геометрія панелі задана радіусом опорного контуру $a = 1 \text{ м}$ і радіусом серединної поверхні $R = 12.52 \text{ м}$ при параметрі пологості $k = H/h = 4$. Результати досліджень подані з використанням безрозмірних параметрів: $\bar{q} = a^4 q / (Eh^4)$, $\bar{u}' = u' / h$ (u' – прогин панелі вздовж декартової осі x^1). Оскільки форма деформування панелі має дві площини симетрії, за розрахункову модель було прийнято чверть панелі з рівномірною сіткою $18 \times 18 \text{ СЕ}$, що забезпечує збіжність розв'язків.

Комбіноване закріплення контуру визначалось за наступною схемою. Шарнірно оперта частина контуру панелі задавалась кутом φ_0 ($0^\circ \leq \varphi_0 \leq 90^\circ$). У зазначеному напрямку (рис. 1, б) відбувалась зміна граничних умов: заміна жорсткого затиснення на шарнірне опираання. При цьому граничним значенням кута φ_0 відповідали однорідні кінематичні умови: $\varphi_0 = 0^\circ$ – жорстке затиснення усього контуру (↕), $\varphi_0 = 90^\circ$ – шарнірне опираання по усьому контуру (↪). Проміжне значення кута φ_0 ($0^\circ < \varphi_0 < 90^\circ$) визначало комбіноване закріплення контуру оболонки (↗).

Досліджувалося два фактори впливу (різні граничні умови та різні величини нагріву) на стійкість і коливання сферичної панелі.

1. Результати дослідження впливу зазначених факторів на нелінійне деформування та втрату стійкості панелі наведено в роботі [18].

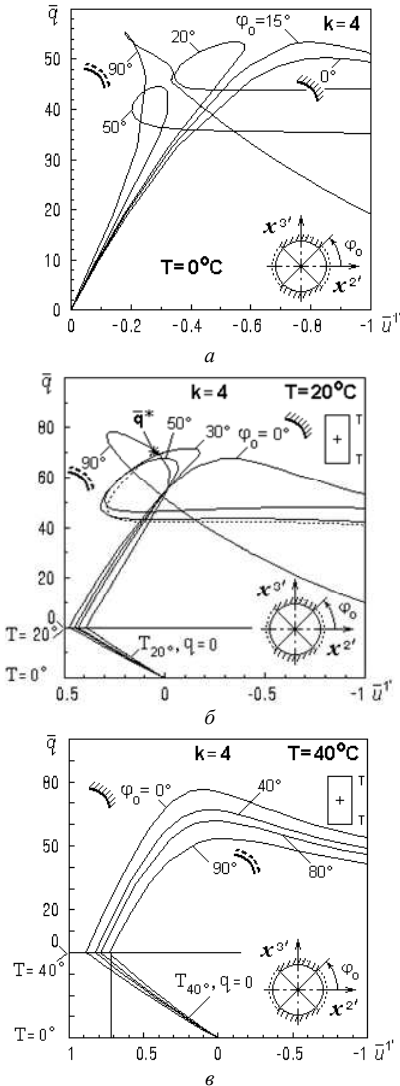


Рис. 2. Еволюція діаграм “навантаження-прогин” в центрі панелі:

(а) без нагріву; (б) при попередньому нагріві на $T = 20^\circ\text{C}$; (в) при $T = 40^\circ\text{C}$

Результати досліджень на рис. 2 демонструють еволюцію діаграми “навантаження \bar{q} – прогин \bar{u}^1 ” центра панелі при зміні граничних умов для трьох варіантів нагріву. Характер зміни вигляду діаграми від параметра комбінованого закріплення контуру φ_0 істотно залежить від величини попереднього нагріву оболонки [18].

Виявлено нелінійну залежність величини верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^{\beta}$ від зміни кута φ_0 для варіантів $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ (рис. 3). Нелінійна залежність величини $\bar{q}_{кр}^{\beta}$ від параметра φ_0 пов’язана зі зміною форми деформування панелі [18].

Згідно з розрахунками для всіх варіантів граничних умов і нагріву на діаграмах “ $\bar{q} - \bar{u}^1$ ” до верхньої критичної точки $\bar{q}_{кр}^{\beta}$ відсутні точки розгалуження (окрім випадку шарнірного опирання ($\varphi_0 = 90^\circ$) при нагріві на $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$). При аналізі розв’язків, які відповідають цим варіантам, виявлено, що в околі точки $\bar{q} = \bar{q}^*$ діаграми “ $\bar{q} - \bar{u}^1$ ” можливе виникнення двох

суміжних гілок розв'язку з розгалуженням форми рівноваги: перша відповідає осесиметричній формі деформування (а), друга – неосесиметричній (б) (рис. 3, табл. 1). Нові гілки розв'язків, що зменшують величину критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^e$ до \bar{q}^* , показані на рис. 3 пунктирною лінією.

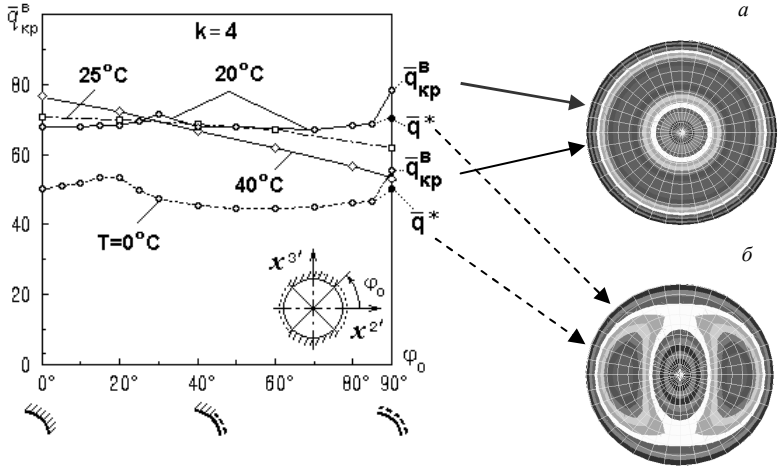


Рис. 3. Залежності $\bar{q}_{кр}^e$ від зростання області шарнірного опирання для різних величин нагріву

Таблиця 1
Вплив зміни кінематичних граничних умов та величини нагріву на значення $\bar{q}_{кр}^e$

ϕ_0 , град	$T = 0^\circ\text{C}$		$T = 20^\circ\text{C}$		$T = 40^\circ\text{C}$	
	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %
0	50,40	–	67,82	–	76,40	–
20	53,50	6,15	68,72	1,33	72,15	-5,56
50	44,54	-11,63	67,79	-0,04	64,14	-16,05
90	55,48	10,08	78,35	15,53	53,50	-29,97
	$\bar{q}^* = 50,05$	-0,69	$\bar{q}^* = 69,82$	2,95		

2. Результати дослідження впливу на власні частоти та форми

коливань оболонки комбінованих граничних умов та величин нагріву подано на рис. 4 – рис. 9 та в табл. 2 – табл. 5.

Для трьох варіантів термосилового навантаження на рис. 4 спостерігається еволюція діаграм “нижча власна частота – навантаження” (“ $\omega_1 - \bar{q}$ ”) у залежності від способу закріплення контуру панелі (параметра граничних умов φ_0). Складному

характеру діаграм “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ” (рис. 2) відповідає своя перебудова кривих “ $\omega_1 - \bar{q}$ ”. Для ненагрітої оболонки (рис. 4, а) найменше значення частоти ω_1 отримано при $\varphi_0 = 50^\circ$ (доля шарнірного опирання складає 55%). Для нагрітої до $T = 40^\circ\text{C}$ панелі (рис. 4, в) для усіх значень \bar{q} відбувається зниження частоти ω_1 при зростанні долі шарнірного опирання (збільшення параметра φ_0). Така сама картина спостерігається для нагрітої до $T = 20^\circ\text{C}$ панелі при навантаженнях, менших за $\bar{q} \approx 60$. При підході до $\bar{q}_{кр}^6$ діаграми практично збігаються, що пов’язано з перебудовою власних форм коливань оболонки (рис. 9).

Аналіз залежності величини нижчої власної частоти ω_1 від величини нагріву для різних кінематичних граничних умов (рис. 5) показав наступне.

Підвищення нагріву приводить

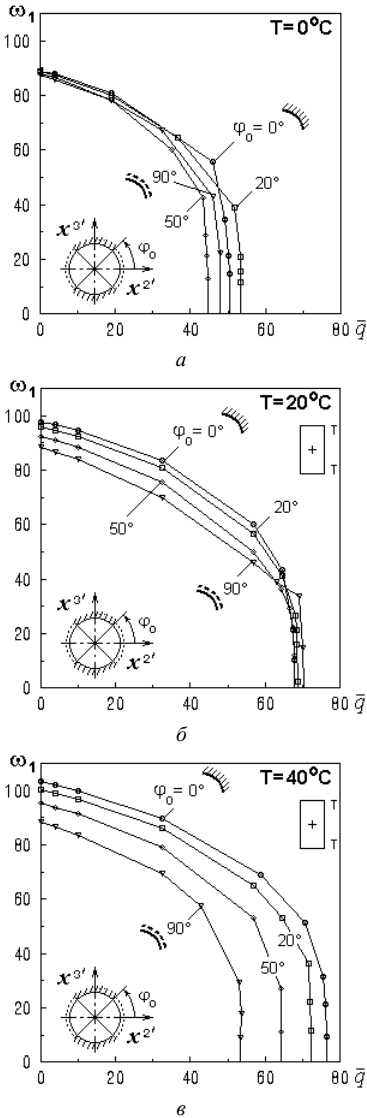


Рис. 4. Залежність діаграм “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” від параметра граничних умов φ_0 для різних величин нагріву

до зростання частоти ω_1 при жорсткому затисненні усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$) (рис. 5, а) та при незначній долі його шарнірного закріплення ($\varphi_0 = 20^\circ$) (рис. 5, б). При $\varphi_0 = 50^\circ$ зростання величини нагріву з $T = 20^\circ\text{C}$ до $T = 40^\circ\text{C}$ мало впливає на діаграми “ $\omega_1 - \bar{q}$ ”: різниця частот ω_1 для відповідних \bar{q} не перевищує 6% (рис. 5, в). При шарнірному опиранні по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$) (рис. 5, г) ці залежності ускладнюються: при збільшенні величини тиску в діапазоні $0 \leq \bar{q} \leq 32$ нагрів практично не впливає на частоту ω_1 , як наслідок – діаграми збігаються; при подальшому навантаженні тиском нагрів на $T = 40^\circ\text{C}$ приводить до зниження власної частоти ω_1 , що пов’язано з перебудовою власних форм коливань оболонки (рис. 9).

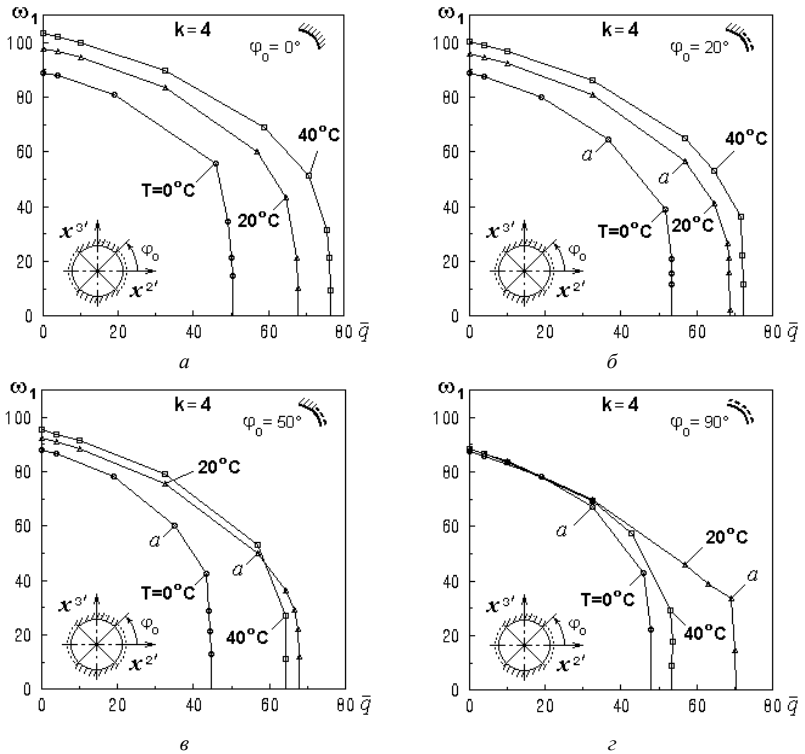






Рис. 5. Залежність діаграм “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” від величини нагріву для різних φ_0

Побудовані графіки (рис. 5) дозволяють знайти критичні навантаження за динамічним критерієм. Навантаження, що відповідають точці $\omega_1=0$ цього графіка, визначають шукане верхнє критичне навантаження $\tilde{q}_{кр}^e$. У табл. 2 проаналізовані величини критичних навантажень, що отримані за статичним розрахунком ($\bar{q}_{кр}^e$) і за графіком “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” ($\tilde{q}_{кр}^e$) (рис. 5). Отримано гарний збіг результатів розрахунку. При нагрівах на $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ і шарнірному опиранні по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$) маємо, що знайдена за нелінійним статичним розрахунком точка розгалуження розв’язків \bar{q}^* практично збігається з відповідними величинами $\tilde{q}_{кр}^e$: для $T = 0^\circ\text{C}$ різниця складає $-3,97\%$; для $T = 20^\circ\text{C}$ вона становить $0,72\%$.

Таблиця 2

Критичне навантаження, що визначено за власними частотами коливань

φ_0 , град	$T = 0^\circ\text{C}$			$T = 20^\circ\text{C}$			$T = 40^\circ\text{C}$		
	$\tilde{q}_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\tilde{q}_{кр}^e)$, %	$\tilde{q}_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\tilde{q}_{кр}^e)$, %	$\tilde{q}_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\tilde{q}_{кр}^e)$, %
 0	50,32	50,40	-0,16	67,74	67,82	-0,12	76,45	76,40	0,06
 20	53,26	53,50	-0,45	68,71	68,72	-0,01	72,26	72,15	0,15
 50	44,84	44,54	0,67	67,74	67,79	0,07	64,19	64,14	0,08
 90	48,06	$\bar{q}^* =$ 50,05	-3,97	70,32	$\bar{q}^* =$ 69,82	0,72	53,23	53,50	0,05

Залежність нижчої власної частоти ω_1 від величини нагріву для різних значень параметра граничних умов φ_0 для ненавантаженої тиском панелі ($\bar{q} = 0$) приведена на рис. 6. Найменш відчутний вплив на величину ω_1 від нагріву панелі маємо при шарнірному опиранні по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$), коли різниця за ω_1 не перевищує $1,17\%$ (табл. 3 – 5). Найбільший – при жорсткому затисненні усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$), різниця складає $16,15\%$ (табл. 5).

В табл. 3–5 наведено чотири нижчі власні частоти коливань панелі для трьох варіантів нагріву оболонки при відсутності навантаження тиском ($\bar{q} = 0$). Графічно ці залежності зображені на рис. 7.

У всіх випадках (табл. 3–5, рис. 7, а-в) найбільші значення власних частот коливань ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 має оболонка з жорстким затисненням усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$), а найменші – має

оболонка з шарнірним опиранням по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$).

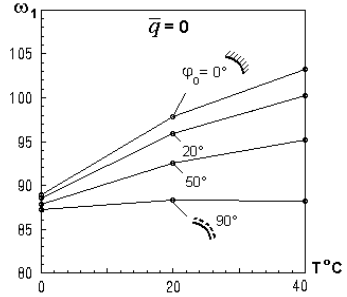


Рис. 6. Залежність власної частоти ω_1 від величини нагріву при $\bar{q} = 0$

Таблиця 3

Вплив зміни кінематичних граничних умов на нижчі власні частоти ненагрітої оболонки

φ_0 , град	$T = 0^\circ \text{C}$, $\bar{q} = 0$				
	ω_1 , Гц	Δ , % ($\varphi_0 = 0$)	ω_2 , Гц	ω_3 , Гц	ω_4 , Гц
0	88,911	–	108,81	124,55	182,91
20	88,573	-0,38	102,58	122,06	172,28
50	87,835	-1,21	99,408	118,65	164,56
90	87,279	-1,84	94,169	109,75	155,13

Таблиця 4

Вплив зміни кінематичних граничних умов на нижчі власні частоти нагрітої на $T = 20^\circ \text{C}$ оболонки

φ_0 , град	$T = 20^\circ \text{C}$, $\bar{q} = 0$					
	ω_1 , Гц	Δ , % ($\varphi_0 = 0$)	$\Delta(T = 20^\circ \text{C}, \varphi_0)$, %	ω_2 , Гц	ω_3 , Гц	ω_4 , Гц
0	97,790	–	9,99	116,25	132,73	186,73
20	95,860	-1,97	8,23	112,07	130,82	177,56
50	92,493	-5,42	5,30	109,95	128,16	170,95
90	88,300	-9,70	1,17	104,21	124,16	163,42

Таблиця 5

Вплив зміни кінематичних граничних умов на нижчі власні частоти нагрітої на $T = 40^{\circ}\text{C}$ оболонки

φ_0 , град	$T = 40^{\circ}\text{C}$, $\bar{q} = 0$						
	ω_1 , Гц	Δ , % ($\varphi_0 = 0$)	Δ , % ($T = 0^{\circ}\text{C}$ φ_0)	Δ , % ($T = 20^{\circ}\text{C}$ $\varphi_0 = 0$)	ω_2 , Гц	ω_3 , Гц	ω_4 , Гц
0	103,27	–	16,15	5,60	124,00	142,14	191,50
20	100,29	-2,89	13,23	4,62	121,23	140,85	184,03
50	95,195	-7,82	8,38	2,92	118,64	139,19	178,29
90	88,241	-14,55	1,10	-0,07	113,82	137,38	172,70

Для ненагрітої панелі (табл. 3) для різних умов закріплення контуру різниця за частотою ω_1 не перевищує 1,84%, а різниця за іншими нижчими частотами ω_2 , ω_3 , ω_4 знаходиться в діапазоні 2 – 15%.

Для нагрітої панелі на $T = 20^{\circ}\text{C}$ (табл. 4) і на $T = 40^{\circ}\text{C}$ (табл. 5) власна частота коливань ω_1 зростає відносно частоти ненагрітої оболонки відповідно на 9,99 і 16,15% при жорсткому затисненні усього контуру ($\varphi_0 = 0^{\circ}$) та практично не змінюється при шарнірному опираючому по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^{\circ}$) – різниці складає 1,17 та 1,10%, відповідно.

Нагрів оболонки на $T = 40^{\circ}\text{C}$ (табл. 5) приводить до незначного зростання ω_1 відносно відповідної частоти нагрітої на $T = 20^{\circ}\text{C}$ панелі для параметра $\varphi_0 = 0^{\circ}$, $\varphi_0 = 20^{\circ}$, $\varphi_0 = 50^{\circ}$ (5,6 – 2,92%), та зменшення на 0,07% при $\varphi_0 = 90^{\circ}$.

З аналізу залежностей нижчих власних частот від параметра φ_0 (рис. 7) можна зробити такі висновки. Збільшення долі шарнірно опираючому φ_0 для кожного значення нагріву приводить до падіння власних частот коливань ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 відносно відповідних величин при $\varphi_0 = 0^{\circ}$. Так, наприклад, при $T = 0^{\circ}\text{C}$ (рис. 7, а; табл. 3) це зменшення для ω_1 не перевищує 1,84%, при $T = 20^{\circ}\text{C}$ (рис. 7, б; табл. 4) частота ω_1 падає на 9,70%, а при $T = 40^{\circ}\text{C}$ (рис. 7, в; табл. 5) частота ω_1 зменшується на 14,55%.

3. Характер зміни нижчих чотирьох власних форм коливань оболонки в залежності від граничних умов і навантаження схематично зображено на рис. 9. Аналіз власних форм коливань панелі у відповідності до різних моментів навантаження (рис. 5) показав наступне.

1. Для жорстко затиснутої за контуром панелі ($\varphi_0 = 0^\circ$) нагрів на $T = 0^\circ$, 20° та 40°C не впливає на власні форми коливань. Характер перших чотирьох власних форм коливань оболонки (рис. 9, а) не змінюється при усіх рівнях навантаження, що відповідають діаграмам “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” (рис. 5, а).

Слід відмітити, що після нагріву, стріла підйому панелі зростає, і при $T = 40^\circ\text{C}$ для жорстко затиснутої панелі досягає $k \approx 4.9$, для шарнірно опертої – $k \approx 4.7$ (рис. 2, в). При цьому власні коливання відбуваються відносно нової форми оболонки, що має більшу жорсткість, ніж вихідна (рис. 8). Для наочності форми подані у викривленому масштабі.

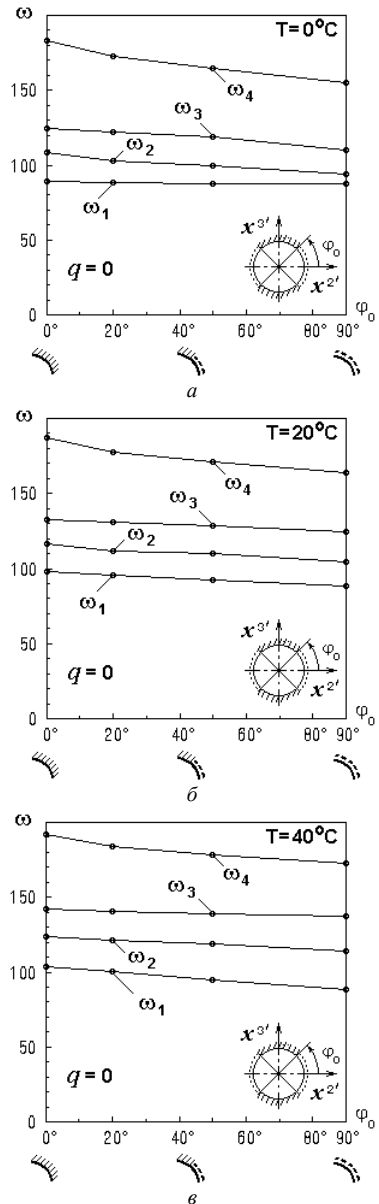


Рис. 7. Залежність нижчих власних частот від зростання області шарнірного опирання для різних величин нагріву при $\bar{q} = 0$

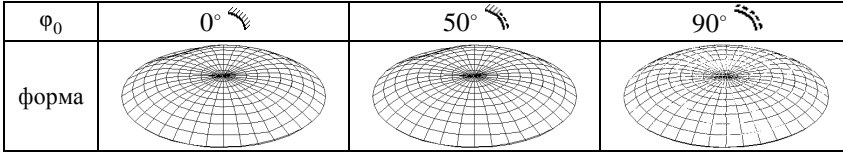
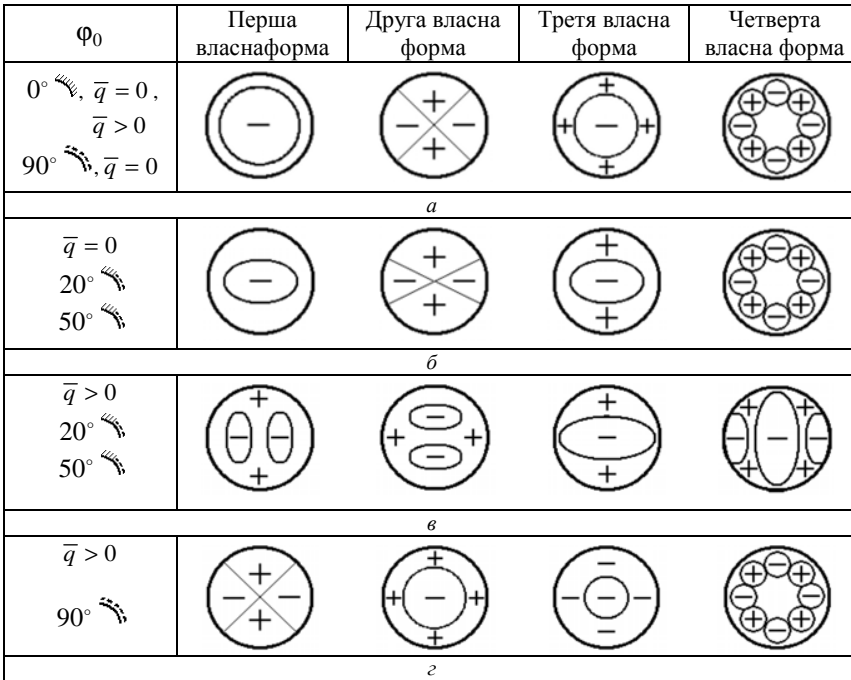


Рис. 8. Форма деформування панелі після нагріву $T = 10^\circ + 30^\circ \text{C}$ ($\bar{q} = 0$)

Рис. 9. Вплив навантаження та граничних умов на власні форми коливань панелі

2. При комбінованому закріпленні контуру ($\varphi_0 = 20^\circ$  та $\varphi_0 = 50^\circ$ ) характер зміни перших чотирьох власних форм коливань панелі істотно залежить як від величини нагріву, так і від рівня навантаження. Для ненавантаженої тиском панелі ($\bar{q} = 0$) власні форми коливань (рис. 9, б) мало відрізняються від форм при жорсткому затисненні контуру (рис. 9, а) – кругове деформування (що відповідає першій власній частоті ω_1) приймає наближену до еліптичної форму, розтягуючись у бік шарнірного опирання, як більш слабкого способу закріплення.

При попередніх нагрівах панелі на $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ у процесі навантаження тиском спостерігається зміна вигляду перших власних форм коливань. При навантаженнях, що відповідають ділянкам діаграм " $\omega_1 - \bar{q}$ " (рис. 5, б, в) до точки "а", загальний характер перших чотирьох власних форм (рис. 9, б) не змінюється. Починаючи з точки "а", зростання навантаження приводить до трансформації відповідних форм (рис. 9, в). У першій власної форми з'являються дві вм'ятини, що розміщені в області шарнірного опирання.

Попередній нагрів панелі на $T = 40^\circ\text{C}$ не змінює характер перших чотирьох власних форм коливань за усією діаграмою " $\omega_1 - \bar{q}$ ". Цей факт можна пояснити підвищенням жорсткості оболонки через нагрів.

3. При шарнірному опиранні контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$) перші власні форми коливань панелі, як і при розглянутому вище комбінованому закріпленні контуру оболонки, також істотно залежать від величини нагріву та рівня силового навантаження. Для ненавантаженої тиском панелі ($\bar{q} = 0$) власні форми коливань при всіх нагрівах мають вигляд схожий на форми, що має оболонка при жорсткому затисненні контуру (рис. 9, а).

При попередніх нагрівах панелі на $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ у процесі навантаження тиском спостерігається зміна вигляду перших власних форм коливань. При навантаженнях, що відповідають ділянкам діаграм " $\omega_1 - \bar{q}$ " (рис. 5, з) до точки "а", характер власних форм залишається без зміни (рис. 9, а). Починаючи з точки "а", зростання навантаження приводить до перебудови відповідних форм (рис. 9, з). Одержана форма власних коливань ω_1 відповідає формі втрати стійкості панелі за неосесиметричною формою (рис. 3, б).

Попередній нагрів панелі на $T = 40^\circ\text{C}$ не змінює вигляд перших чотирьох власних форм коливань за усією діаграмою " $\omega_1 - \bar{q}$ ". Цей факт, як і вище, можна пояснити підвищенням через нагрів жорсткості оболонки.

Висновки

Досліджено вплив на стійкість і коливання навантаженої тиском пружної сферичної панелі двох факторів: комбінованих кінематичних граничних умов та різних величин нагріву.

Застосовано комплексний підхід до розв'язування статичних задач геометрично нелінійного деформування та втрати стійкості пружних оболонок у поєднанні з методикою розрахунку тонких оболонок на власні

коливання з урахуванням переднапруженого стану на кожному кроці навантаження.

Проведені дослідження дозволили проаналізувати вплив величини попереднього нагріву та різних комбінацій закріплення контуру на втрату стійкості та власні коливання напруженої пологої осесиметричної сферичної панелі. Визначено нижчі власні частоти коливань оболонки, що залежать від величини прикладеного зовнішнього рівномірно розподіленого тиску. Проаналізовано зміну перших власних форм коливань оболонки в залежності від виду комбінованого закріплення контуру, попереднього нагріву та рівня силового навантаження.

Отримані нові результати можуть бути використані при проектуванні елементів несучих оболонкових конструкцій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Репецкий О.В.* Численные расчеты собственных колебаний лопаток турбомашин с использованием МКЭ // Проблемы прочности. – 1988. – №4. – С. 31-36.
2. *Бреславский И.Д., Аврамов К.В.* Колебания геометрически нелинейных пологих оболочек переменной толщины, защемленных по части контура // Динамические системы, 2009. – Вып. 27. – С. 17-29.
3. *Каиров А.С., Морзун С.А.* Исследование собственных колебаний лопаток турбомашин методом конечных элементов // 36. наук. праць НУК – Миколаїв, 2012. – №5-6. – С. 76-80.
4. *Чернобрышко М.В., Аврамов К.В., Романенко В.Н., Тонконоженко А.М., Батутина Т.Я.* Собственные колебания обтекателей ракет-носителей // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Серія: Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь, 2013. – Вып. 137/2013 – С. 15-18.
5. *Болотин В.В.* О влиянии безмоментного напряженного состояния на спектр собственные колебаний тонких упругих оболочек // Изв. АН СССР: Механика и машиностроение, 1962. – № 4. – С. 52-60.
6. *Киричок И.Ф.* Динамика тонких упругих оболочек с начальными напряжениями // Прикл. механика, 1970. – № 6. – вып. 3. – С. 16-24.
7. *Агапов В.П.* Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций. – Учебное пособие / М : Изд. АСВ, 2000. – 152 с.
8. *Карпов В.В., Сальников А.Ю.* Устойчивость и колебания пологих оболочек ступенчато-переменной толщины при конечных прогибах. / СПбГАСУ. СПб.: 2002. – 124 с.
9. *Гавриленко Г.Д., Мацнер В.И., Кутенкова О.А.* Свободные колебания продольно сжатых подкрепленных оболочек с осесимметричными вмятинами и выпучинами // Пробл. прочности, 2009. – № 2. – С. 125-137.
10. *Жгутов В.М.* Математическое и компьютерное моделирование нелинейных свободных колебаний упругих пологих оболочек ступенчато-переменной толщины // Инженерно-строительный журнал, 2010. – №4. – С. 38-48.
11. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Легостаев А.Д.* Стійкість і власні коливання неоднорідних оболонок з урахуванням напруженого стану // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2015. – Вып. 96.
12. *Киричок И.Ф.* Влияние начальных температурных напряжений на собственные колебания ортотропных цилиндрических оболочек // Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1970. – Вып. 9. – С. 281-290.

13. *Флячок В.М., Швець Р.Н.* Влияние неравномерного нагрева на собственные колебания анизотропных цилиндрических оболочек // Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1981. – Вып. 9. – С. 48-53.
14. *Воробьев Ю.С., Дьяконенко К.Ю., Кулишов С.Б., Скрицкий А.Н.* Влияние температурной неоднородности на колебания охлаждаемых монокристаллических лопаток газовых турбин // Вестник двигателестроения, 2009. – № 3. – С. 140-143.
15. *Быков Ю.А. Гнесин В.И.* Влияние температурной неравномерности на аэротермоупругие колебания турбинной лопатки // Технологии конструкционных материалов и машиностроения, 2011. – С. 39-44.
16. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
17. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих оболочек неоднородной структуры: Модели, методы, алгоритмы, малоизученные и новые задачи. – М.: Книжный дом «ЛИБРИКОМ», 2013. – 336 с.
18. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Влияние параметров комбинированного закрепления контура на потерю устойчивости пологих оболочек при термосиловых нагрузках // Труды Международной научно-практической конференции «Инженерные системы – 2012». Москва, 16–18 апреля 2012. – М.: РУДН, 2012. – С. 139-144.
19. *Vazhenov V.A., Solovei N.A., Krivenko O.P.* Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2014. – Вып. 92. – С. 121-147.
20. *Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П., Мищенко О.А.* Моделирование процессов нелинейного деформирования и потери устойчивости упругих неоднородных оболочек // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2014. – № 5. – С. 14–33.

REFERENCES

1. *Repetskiy O.V.* Chislennyye raschety sobstvennykh kolebaniy lopatok turbomashin s ispolzovaniyem MKE // Problemy prochnosti. – 1988. ? №4. – С. 31-36.
2. *Breslavskiy I.D., Avramov K.V.* Kolebaniya geometricheski nelineynykh pologikh obolochek peremennoy tolshchiny. zashchemlennykh po chasti kontura // Dinamicheskiye sistemy. 2009. – Вып. 27. – С. 17-29.
3. *Kairov A.S., Morgun S.A.* Issledovaniye sobstvennykh kolebaniy lopatok turbomashin metodom konechnykh elementov // Zb. nauk. prats NUK – Mikolaiv. 2012. ? №5-6. ? S. 76-80.
4. *Chernobryvko M.V., Avramov K.V., Romanenko V.N., Tonkonozhenko A.M., Batutina T.Ya.* Sobstvennyye kolebaniya obtekatel'ey raket-nositeley // Visnyk SevNTU: zb. nauk. pr. Seriya: Mekhanika, enerhetyka, ekolohiya. – Sevastopol', 2013. – Вып. 137/2013 – С. 15-18.
5. *Bolotin V.V.* O vliyaniі bezmomentnogo napryazhennogo sostoyaniya na spektr sobstvennykh kolebaniy tonkikh uprugikh obolochek // Izv. AN SSSR: Mekhanika i mashinostroyeniye. 1962. – № 4. – С. 52-60.
6. *Kirichok I.F.* Dinamika tonkikh uprugikh obolochek s nachalnymi napryazheniyami // Prikl. mekhanika. 1970. – № 6. – вып. 3. – С. 16-24.
6. *Agapov V.P.* Metod konechnykh elementov v statike. dinamike i ustoychivosti prostranstvennykh tonkostennykh podkreplennykh konstruksiy. – Uchebnoye posobiye / M : Izd. ASV. 2000. – 152 s.
7. *Karpov V.V., Salnikov A.Yu.* Ustoychivost i kolebaniya pologikh obolochek stupenchato-peremennoy tolshchiny pri konechnykh progibakh. / SPbGASU. SPb.: 2002. – 124 s.
8. *Gavrilenko G.D., Matsner V.I., Kutenkova O.A.* Svobodnyye kolebaniya prodolno shtatykh podkreplennykh obolochek s osesimmetrichnymi vmyatinami i vypuchinami // Probl. prochnosti. 2009. – № 2. – С. 125-137.

9. *Zhgutov V.M.* Matematicheskoye i kompyuternoye modelirovaniye nelineynykh svobodnykh kolebaniy uprugikh pologikh obolochek stupenchato-peremennoy tolshchiny // Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2010. – №4. – S. 38-48.
10. *Bazhenov V.A., Kryvenko O.P., Lehostayev A.D.* Stiykist' i vlasni kolyvaniya neodnorodnykh obolonok z urakhuvanniam napruzhenoho stanu // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2015. – Vyp. 95.
11. *Kirichok I.F.* Vliyaniye nachalnykh temperaturnykh napryazheniy na sobstvennyye kolebaniya ortotropnykh tsilindricheskikh obolochek // Teplovyeye napryazheniya v elementakh konstruksiy. 1970. – Vyp. 9. – S. 281-290.
12. *Flyachok V.M., Shvets R.N.* Vliyaniye neravnomernogo nagreva na sobstvennyye kolebaniya anizotropnykh tsilindricheskikh obolochek // Teplovyeye napryazheniya v elementakh konstruksiy. 1981. – Vyp. 9. – S. 48-53.
13. *Vorobyev Yu.S., Diakonenko K.Yu., Kulishov S.B., Skritskiy A.N.* Vliyaniye temperaturnoy neodnorodnosti na kolebaniya okhlazhdayemykh monokristallicheskikh lopatok gazovyykh turbin // Vestnik dvigatelestroyeniya. 2009. – № 3. – S. 140-143.
14. *Bykov Yu.A., Gnesin V.I.* Vliyaniye temperaturnoy neravnomernosti na aerotermouprugiy kolebaniya turbinnoy lopatki // Tekhnologii konstruksionnykh materialov i mashinostroyeniya. 2011. – S. 39-44.
15. *Bazhenov V.A., Kryvenko O.P., Solovey M.O.* Neliniyne deformuvannya ta stiykist' pruzhnykh obolonok neodnorodnoyi struktury. – K.: ZAT «Vipol», 2010. – 316 s.
16. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A.* Nelineynoye deformirovaniye i ustoychivost uprugikh obolochek neodnorodnoy struktury: Modeli. metody. algoritmy. maloizuchennyye i novyye zadachi. – M.: Knizhnyy dom «LIBRIKOM». 2013. – 336 s.
17. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A.* Vliyaniye parametrov kombinirovannogo zakrepleniya kontura na poteryu ustoychivosti pologikh obolochek pri termosilovykh nagruzkakh // Trudy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Inzhenernyye sistemy – 2012». Moskva. 16–18 aprelya 2012. – M.: RUDN. 2012. – S. 139-144.
18. *Bazhenov V.A., Solovei N.A., Krivenko O.P.* Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2014. – Vyp. 92. – C. 121-147.
19. *Bazhenov V.A., Solovey N.A., Krivenko O.P., Mishchenko O.A.* Modelirovaniye protsessov nelineynogo deformirovaniya i poteri ustoychivosti uprugikh neodnorodnykh obolochek // Stroitelnaya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy. 2014. – № 5. – S. 14–33.

О.П. Кривенко

ВЛИЯНИЕ НАГРЕВА НА УСТОЙЧИВОСТЬ И СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УСЛОВИЙ КОМБИНИРОВАННОГО ЗАКРЕПЛЕНИЯ КОНТУРА

Изучается влияние величины предварительного нагрева на потерю устойчивости и собственные колебания упругой пологой осесимметричной панели при комбинированном закреплении контура: одна часть контура зашкреплена, другая – шарнирно оперта. Рассматривается последовательное изменение одного типа кинематических граничных условий на другой.

Ключевые слова: гибкая оболочка, нелинейное деформирование, устойчивость, собственная частота, собственная форма колебаний, термосиловая нагрузка, комбинированное закрепление контура.

O.P. Krivenko

THE EFFECT OF HEATING ON THE STABILITY AND NATURAL VIBRATIONS OF A SPHERICAL PANEL WITH THE CHANGING COMBINED FIXATION OF THE BOUNDARY

The effect of values pre-heating on the buckling and free vibration of the axisymmetric elastic shallow panel with the combined fixation of the boundary is investigated. The panel has one section of the boundary clamped and the other hinged. The sequential partial replacement of one kind of kinematic boundary conditions by another is considered.

Key words: flexible shell, non-linear deformation, stability, eigenfrequency, eigenmode, thermo-mechanical load, combined fixation of the boundary.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КРИВЕНКО Ользі Петрівні.

Адреса домашня: 03035, Україна, м. Київ, вул. Кудряшова 7-б, кв. 145, КРИВЕНКО Ользі Петрівні

Роб. тел. +38(044) 245-48-29;

мобільний тел.: +38(066) 048-32-77.

E-mail – olakor@ukr.net

UDC 539.3

METHOD OF COMPENSATING LOADS FOR SHALLOW SHELLS. VIBRATION AND STABILITY PROBLEMS

Tran Duc Chinh¹

Prof. Dr. Sc.

¹*Ho Chi Minh City University of Transport, Viet Nam*

Based on the integral representation of the displacements functions through Green's functions, the author proposed a method to solve the system of differential equations of the given problem. The equations were solved approximately by reducing to algebraic equations by finite difference techniques in Samarsky scheme. Some examples are given for calculation of eigenvalues of shallow shell vibration problem, which are compared with results received by Onyashvili using Galerkin method.

Introduction

The stability and vibration problems of shallow shells have been studied by many scientists [1], [2]. The usual approaches for those problem were based on the partial differential equations of high order with unknown functions being displacement w and stress \emptyset functions. Integrating these equations by analytical method usually are too difficult because of the high order of the differential equations even if for bending problems [3].

On the base of the integral representation of displacement functions through Green functions the author has proposed a numerical method for solving the differential equations of the problem. These equations were solved approximately after producing them into linear algebraic equations by finite difference technique.

Governing equations

Vlasov governing differential equations for thin shallow shell with variable curvatures in the form of the three displacements (u, v, w) have been employed [4,5]

$$L_{11}(\bar{u}) + L_{12}(\bar{v}) + L_{13}(\bar{w}) + [(1 - \nu^2) / Eh][X_0 - m(\partial^2 \bar{u} / \partial t^2)] = 0;$$

$$L_{21}(\bar{u}) + L_{22}(\bar{v}) + L_{23}(\bar{w}) + [(1 - \nu^2) / Eh][Y_0 - m(\partial^2 \bar{v} / \partial t^2)] = 0;$$

$$L_{31}(\bar{u}) + L_{32}(\bar{v}) + L_{33}(\bar{w}) + [(1 - \nu^2) / Eh][Z_0 - m(\partial^2 \bar{w} / \partial t^2)] = 0,$$

where $L_{11}, L_{32}, \dots, L_{33}$ – linear differential operator of the shell, h – thickness of the shell, X_0, Y_0, Z_0 – harmonic surface loads located on the shell, m – density of the mass for a unit area, E – Young's modules, ν – Poisson coefficient.

For convenience in integration and computation, the dimensionless *Cartesian* coordinates are used. In the case of free vibration $X_0=Y_0=Z_0=0$.

The three displacement it he governing equations are assumed in the form

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}(X, Y, t) &= u(X, Y) \sin \omega t \\ \bar{v}(X, Y, t) &= v(X, Y) \sin \omega t \\ \bar{w}(X, Y, t) &= w(X, Y) \sin \omega t \end{aligned} \right\}. \quad (1.1)$$

Substituting the above into the governing equations for free vibration of the shells gives

$$\left. \begin{aligned} L_{11}(u) + L_{12}(v) + L_{13}(w) &= \lambda u \\ L_{21}(u) + L_{22}(v) + L_{23}(w) &= \lambda v \\ L_{31}(u) + L_{32}(v) + L_{33}(w) &= \lambda w \end{aligned} \right\}. \quad (1.2)$$

In the case of elastic stability the governing equations of the shell are

$$\left. \begin{aligned} L_{11}(\bar{u}) + L_{12}(\bar{v}) + L_{13}(\bar{w}) &= 0, \\ L_{21}(\bar{u}) + L_{22}(\bar{v}) + L_{23}(\bar{w}) &= 0, \\ L_{31}(\bar{u}) + L_{32}(\bar{v}) + L_{33}(\bar{w}) &= \lambda^* L_{34}(\bar{w}), \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

where operators in dimensional coordinates are [4,5]

$$L_{11} = \partial^2 / \partial X^2 + [(1-\nu)/2] \left(\partial^2 / \partial Y^2 \right); \quad L_{12} = [(1+\nu)/2] \left(\partial^2 / \partial X \partial Y \right);$$

$$L_{22} = \partial^2 / \partial Y^2 + [(1-\nu)/2] \left(\partial^2 / \partial X^2 \right);$$

$$L_{13} = -(k_1 + \nu k_2) (\partial / \partial X) - k_{12} (1-\nu) (\partial / \partial Y);$$

$$L_{23} = -(k_2 + \nu k_1) (\partial / \partial Y) - k_{12} (1-\nu) (\partial / \partial X);$$

$$L_{21} = L_{12}; \quad L_{31} = L_{13}; \quad L_{32} = L_{23};$$

$$L_{33} = (D/C) \Delta^2 + k_1^2 + 2\nu k_1 k_2 + k_2^2 + 2(1-\nu) k_{12}^2;$$

with $k_1 = \left(\partial^2 Z / \partial X^2 \right)$; $k_2 = \partial^2 Z / \partial Y^2$; $k_{12} = \partial^2 Z / \partial X \partial Y$

and $Z = Z(X, Y)$ – the middle surface equation of the shell.

Besides

$$L_{34} = N_x \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} \right) + 2N_{xy} \left(\frac{\partial^2}{\partial X \partial Y} \right) + N_y \left(\frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) \quad [4,5];$$

$$\lambda = -m \left[(1-\nu^2) / EH \right] \omega^2; \quad \lambda^* = \left[(1-\nu^2) / EH \right] N_{cr};$$

$$D = Eh^3 / [12(1-\nu^2)]; \quad C = Eh / [(1-\nu^2)].$$

Method of analysis

The method to be presented is based on integral representation of the displacement functions through Green functions, by which the governing differential equations of the problem are converted into linear algebraic equations by using finite difference technique.

According to this method, the region of the shell is divided into a set of orthogonal lines $X = X_m$ ($m = 1, \dots, M$) and $Y = Y_n$ ($n = 1, \dots, N$).

The highest derivatives of u , v , w in Eqs (1.2) and (1.3) are denoted by:

$$\partial^2 u / \partial X^2 = -k(X, Y); \quad \partial^2 v / \partial X^2 = -s(X, Y); \quad \partial^4 w / \partial X^4 = -p(X, Y);$$

$$\partial^2 u / \partial Y^2 = -d(X, Y); \quad \partial^2 v / \partial Y^2 = -t(X, Y); \quad \partial^4 w / \partial Y^4 = -q(X, Y).$$

With the help of integrating along the line $Y = Y_n$, Eq. (2.1) can be transformed [6] into

$$\left. \begin{aligned} u &= \int_0^1 f(X, \zeta, Y_n) k(\zeta, Y_n) d\zeta; \\ v &= \int_0^1 e(X, \zeta, Y_n) s(\zeta, Y_n) d\zeta; \\ w &= \int_0^1 a(X, \zeta, Y_n) p(\zeta, Y_n) d\zeta, \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

where f , e and a are Green functions associated with the (2.1) and the boundary conditions correspond to a clamped shell as follows $u = v = w = w' = 0$ at $X = 0$ and $X = 1$.

The integral equations (2.2) can be reduced to a summation by using Simpson's rule and for the numerical integration and by using second degree interpolation L to relate the functions k , s and p at point (ξ, Y_n) to those at points (X, Y_n) . Then Eqs (2.2) become

$$\left. \begin{aligned} u_n &= f_n a L_n k_n = F_n \cdot k_n \\ v_n &= f_n a L_n s_n = E_n \cdot k_n \\ w_n &= f_n a L_n p_n = A_n \cdot k_n \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

For all the lines paralleled to the X - axis, Eqs. (2.3) in matrix notation are $u = Fk$, $v = Fk$, $w = AP$.

Similarly, Eqs. (2.1) can be reduced to

$$u = T^1 H T d^* = H \cdot d,$$

$$v = T^1 G T d^* = G \cdot d,$$

$$w = T^1 B T d^* = B \cdot d ,$$

where * indicates the sequence of the nodal point along the lines paralleled to X – axis ; T – a unitary transformation matrix to rearrange the nodal points in the Y –direction to the same order as those in the X –direction.

The required derivatives of u, v and w in *Eqs.* (1.2) and (1.3) are obtained by using the derivatives of Green's functions and the procedure of the differential operators. For u , for example, the derivatives are

$$u' = F'k = F'F^{-1}u ;$$

$$u' = HH^{-1}u ;$$

$$u'' = -k = -F^{-1}u ;$$

$$u'' = -d = -H^{-1}u ;$$

$$u' = FF^{-1}HH^{-1}u .$$

In the similar way, the derivatives for v and w can be obtained.

Now we consider the shallow shell for which the middle surface equation is

$$Z(X, Y) = c \left[(X-a)^2/a^2 + (Y-b)^2/b^2 - (X-a)^2(Y-b)^2/(a^2b^2) - 1 \right],$$

By using the dimensionless variables ($X = X/2a$), $y = Y/2b$ we obtain the differential operators of the shell as follows

$$L'_{ij} = 4a^2 L_{ij}, \quad i, j, = 1, 2, 3, 4.$$

$$L'_{11} = \left(\partial^2 / \partial x^2 \right) + ((1-\nu)/2) r^2 \left(\partial^2 / \partial y^2 \right);$$

$$L'_{12} = ((1+\nu)/2) r \left(\partial^2 / \partial x \partial y \right) = L'_{21};$$

$$L'_{22} = r^2 \left(\partial^2 / \partial y^2 \right) + ((1-\nu)/2) r^2 \left(\partial^2 / \partial x^2 \right);$$

$$L'_{23} = -4r(c/a) \left\{ r^2 \left[1 - (2x-1)^2 \right] + \nu \left[1 - (2y-1)^2 \right] \right\} (\partial / \partial y) + \\ + 8(c/a) r (1-\nu) (2x-1) (2y-1) (\partial / \partial x) = L'_{32};$$

$$L'_{33} = -4r(c/a) \left\{ \left[1 - (2y-1)^2 \right] + \nu r^2 \left[1 - (2x-1)^2 \right] \right\} (\partial / \partial x) + \\ + 8(c/a) r (1-\nu) (2x-1) (2y-1) (\partial / \partial x) = L'_{31};$$

$$L'_{33} = - \left(h^2 / 48a^2 \right) \left[\left(\partial^4 / \partial x^4 \right) + 2r \left(\partial^4 / \partial x^2 \partial y^2 \right) + r^4 \left(\partial^4 / \partial y^4 \right) \right] + \\ + 16(c/a)^2 \left\{ \left[1 - (2y-1)^2 \right]^2 + r^4 \left[1 - (2x-1)^2 \right]^2 \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& + 2vr^2 \left[1 - (2y-1)^2 \right] \left[1 - (2x-1)^2 \right] + 8r^2 (1-\nu)(2x-1)^2 (2y-1)^2; \\
L'_{34} & = (N_x/N_{cr}) + 2r(N_{xy}/N_{cr}) \left(\partial^2 / \partial x \partial y \right) + r^2 (N_y/N_{cr}) \partial^2 / \partial y^2; \\
\lambda & = -4a^2 m \left((1-\nu^2) / Eh \right) \omega^2; \quad \lambda^* = \left((1-\nu^2) / Eh \right) N_{cr}; \quad r = a/b.
\end{aligned}$$

a. Free vibration problem

Substitution of the derivatives of u , v and w in Eqs. (1.2) and simplification will yield to eigenvalue problem

$$[C - \lambda I] \{D^*\} = 0,$$

where

$$[C] = \begin{Bmatrix} L'_{11} & L'_{12} & L'_{13} \\ L'_{21} & L'_{22} & L'_{23} \\ L'_{31} & L'_{32} & L'_{33} \end{Bmatrix}; \quad \{D^*\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix};$$

$$L'_{11} = -F^{-1} - ((1-\nu)/2)r^2 H^{-1};$$

$$\begin{aligned}
L'_{12} & = -4(c/a) \left\{ \left[1 - (2y-1)^2 \right] + vr^2 \left(1 - (2x-1)^2 \right) \right\} AA^1 + \\
& + 8(1-\nu)r^2 (c/a)(2x-1)(2y-1)BB^1;
\end{aligned}$$

$$L'_{21} = ((1+\nu)/2)rF'F^1H^{-1}; \quad L'_{22} = -r^2G^{-1} - ((1-\nu)/2)E^{-1};$$

$$\begin{aligned}
L'_{23} & = -4r(c/c) \left\{ r^2 \left[1 - (2x-1)^2 \right] + v \left[1 - (2y-1)^2 \right] \right\} F'F^{-1} + \\
& + 8(c/a)r(1-\nu)(2x-1)(2y-1)AA^1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L'_{31} & = 4(c/a) \left\{ r^2 \left[1 - (2x-1)^2 \right] + v \left[1 - (2y-1)^2 \right] \right\} GG^{-1} + \\
& + 8(1-\nu)(c/a)(2y-1)(2y-1)E'E^{-1};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L'_{33} & = -\left(h^2 / 48a^2 \right) \left(-A^{-1} + 2r^2 A''A'BB^{-1} + r^4 B^{-1} \right) + \\
& + 16(c/a)^2 \left\{ \left[1 - (2y-1)^2 \right]^2 + r^4 \left[1 - (2x-1)^2 \right]^2 \right\} + \\
& + 2vr^2 \left[1 - (2y-1)^2 \right] \left[1 - (2x-1)^2 \right] + 8r^2 (1-\nu)(2x-1)^2 (2y-1)^2.
\end{aligned}$$

b. The elastic stability problem

In the similar way, *Eqs.* (1.3) can be solved for determining the buckling loads. The differential operators L'_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) are the same as formulated in *Eqs.* (2.4), and

$$L'_{34} - (N_x/N_{cr})A''A^{-1} + 2r(N_{xy}/N_{cr})A'A^{-1}BB^{-1} + r^2(N_y/N_{cr})BB^{-1}.$$

Substituting L'_{11}, \dots, L'_{34} into *Eqs.* (1.3) reduces them to linear algebraic equations:

$$\left[C^* - \lambda^* I \right] \{ \bar{w} \} = 0.$$

For non-trivial solution of \bar{w}

$$\left[C^* - \lambda^* I \right] = 0,$$

where

$$C^* = -L^{-1}_{34} L'_{31} L^{-1}_{41} L'_{42} \left(L'_{22} - L'_{21} L^{-1}_{11} L'_{12} \right)^{-1} = \left(L'_{21} L^{-1}_{11} L'_{13} - L'_{23} \right) - L^{-1}_{34} L^{-1}_{41} L'_{43} + \\ + L^{-1} L'_{32} \left(L'_{23} - L'_{21} L^{-1}_{11} L'_{12} \right)^{-1} \left(L'_{21} L^{-1}_{11} L'_{12} \right)^{-1} \left(L'_{21} L^{-1}_{11} L'_{13} - L'_{23} \right) + L^{-1}_{34} L'_{33}.$$

Results and discussions

The free vibration problem was solved for the shallow shell, the middle surface equation of which is

$$Z = c \left[(X-a)^2 / z^2 + (Y-b)^2 / b^2 + (X-b)^2 (X-b)^2 / (a^2 b^2) - 1 \right],$$

$$X = 2ax; \quad Y = 2by.$$

The present results are based on the following dimensions and properties of the shell $a = b = 22,8 \text{ cm}$, $h = 0,1587 \text{ cm}$, $E = 3,3 \cdot 10^2 \text{ KN/cm}^2$, $\nu = 0,4$. The form of Green function f , e and a was given by Korenev B.G. [6]

The convergence of the solution for free vibration was shown in Table 1. It is obviously that the convergence is more rapid for low ratio ($c/h = 5$) than for higher ratio ($c/h=16$). It is found that the main factors affecting on the convergence are the mesh size, the rise of thickness ratio, boundary conditions and the degree of Green function used in the solution. In Table 2 the comparison of the results of minimum natural frequency of the shell with Galerkin solution was given.

Table 1

Mesh $N \times N$	$R = a/b = 1,0$			
	$c/h = 5$		$c/h = 10$	
Mode	1 st mode	2 nd mode	1 st mode	2 nd mode
3 x 3	28,031	28,031	70,476	70,476
5 x 5	37,333	40,419	69,677	72,204
7 x 7	41,288	41,822	82,608	73,904
9 x 9	40,865	42,171	49,543	81,466
11 x 11	40, 793	41,924	82,998	83,427
13	40,815	42,210	83,526	84,122

Remarks : 1st mode – symmetrical with respect to the x and y directions; 2nd mode – anti-symmetrical with respect to the x and y directions; Multiplier $(1/a^2)\sqrt{D/M}$

Table 2

Case	Method	ω
$c/h = 0$	Present method	9,0042
$a/b = 1$	Galerkin method [2]	9,0359
$c/h = 5$	Present method	22,536
$a/b = 0,5$	Galerkin method [2]	26,985
$c/h = 5$	Present method	40,815
$a/b = 1,0$	Galerkin method [2]	42,501
$c/h = 10$	Present method	61,053
$a/b = 1,0$	Galerkin method [2]	81,294
$c/h = 16$	Present method	83,426
$a/b = 1$	Galerkin method [2]	133,255
Multiplier $(1/a^2)\sqrt{D/M}$		

Acknowledgement

The author would like to thanks Prof. Dr. Sc. *Dao Huy Bich* for useful remarks and discussion about obtained results.

REFERENCES

- [1] Volmir, A.S. The stability of deformable systems. M., Nauka, 1975 (in Russian).
- [2] Onyashvili, V.D. The Vlasov's theory applied to shallow shell vibration problem. M, Gosstroizdat, 1950 (in Russian).
- [3] Tran Duc Chinh, The generalized system method applied to shallow anisotropic shell bending problem (in Vietnamese) "Proceedings of the 5th National Conference on Mechanics" – Hanoi, 1993.

-
- [4] Mileykovsky, I.E. The practical methods applied to shallow shell bending problems. M, Stroiizdat, 1970 (in Russian).
- [5] Vlasov, V.Z. The general theory of shells and its applications to technology. M, Gostekhizdat, 1949 (in Russian).
- [6] Korenev, B.G. Some applications of the Green's function theory in mathematical physics structural mechanics. M.Fizmatgiz, 1965 (in Russian).

УДК 539.3

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

Ю.В. Ворона¹

кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки

І.Д. Кара¹

аспірант кафедри будівельної механіки

¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

Метод граничних інтегральних рівнянь застосовується для розв'язання в аналітичній формі зв'язаної задачі термопружності про поширення сферичних хвиль. Знайдені замкнені вирази повністю збігаються з розв'язками, отриманими традиційним способом.

Ключові слова: фундаментальний розв'язок, термопружне середовище, сферичні хвилі.

Вступ

Застосування апарату методу потенціалу для задач зв'язаної термопружності бере початок з робіт В.Новацького [1] і В.Д.Купрадзе [2], в яких було проведено узагальнення формули Соміліани та отримано фундаментальний розв'язок рівнянь термопружності (функцію Гріна для необмеженого термопружного середовища). Граничний аналог формули Соміліани традиційно використовується в якості граничного інтегрального рівняння (ГІР) відносно невизначених граничними умовами функцій переміщень, навантажень, температури та теплового потоку. Після виходу перших публікацій з'явилась досить велика кількість робіт (відзначимо, наприклад, [3-7]), присвячених різним аспектам чисельної реалізації методу ГІР. Водночас поза увагою дослідників деякою мірою залишилися аналітичні можливості методу. Хоча область їх застосування обмежується тілами канонічної форми, при вмілому використанні вони дозволяють надійно контролювати важливі проміжні і вихідні розрахункові співвідношення і результати.

В даній статті аналітично з використанням ГІР розв'язується задача про поширення гармонічних сферичних хвиль в термопружному середовищі. Отримана зручна для перетворень та обчислень форма фундаментального розв'язку задачі та його узагальненої похідної. Наведені результати аналітичного інтегрування по сфері компонент фундаментального розв'язку. Проведене співставлення і відмічена збіжність отриманих даних з відомими розв'язками. Надалі результати статті будуть використані при побудові алгоритму та всебічному тестуванні програмних засобів для

чисельного аналізу за методом граничних елементів термопружних коливань тривимірних елементів конструкцій довільної форми.

1. Основні співвідношення

Диференціальні співвідношення, які описують усталені гармонічні коливання з частотою ω однорідного термопружного тіла, за відсутності масових сил та внутрішніх теплових джерел мають вигляд

$$\mu u_{j,kk} + (\lambda + \mu) u_{k,kj} + \rho \omega^2 u_j - \gamma \theta_{,j} = 0, \quad (1)$$

$$\theta_{,kk} + \frac{i\omega}{\kappa} \theta + i\omega \eta u_{k,k} = 0, \quad (2)$$

де u_k – амплітудне значення компоненти вектора переміщень, λ і μ – константи Ламе, ρ – густина матеріалу, θ – амплітуда температури, $\gamma = 3K\alpha_t$, α_t – коефіцієнт теплового розширення, K – модуль об'ємного стиснення $\left(K = \frac{3\lambda + 2\mu}{3} \right)$, κ – коефіцієнт теплопровідності, $\eta = \frac{\gamma T_0}{\lambda_0}$, T_0 – температура в ненапруженому стані, λ_0 – коефіцієнт теплопровідності.

Амплітуди напружень визначаються за допомогою співвідношення Дюгамеля-Неймана

$$\sigma_{kj} = \delta_{kj} (\lambda e - \gamma \theta) + 2\mu \varepsilon_{kj}, \quad (3)$$

яке з урахуванням лінійного зв'язку між деформаціями ε_{kj} і переміщеннями

$$\varepsilon_{kj} = \frac{1}{2} (u_{k,j} + u_{j,k}), \quad e = \varepsilon_{kk} = u_{k,k}$$

перетворюється на

$$\sigma_{kj} = \delta_{kj} (\lambda u_{m,m} - \gamma \theta) + \mu (u_{k,j} + u_{j,k}). \quad (4)$$

В точках границі розрахункової області відомими є переміщення u_k або навантаження $t_k = \sigma_{jk} n_j$ (n_j – компонента вектора зовнішньої нормалі). Крім того, на границі має бути заданим або розподіл температури, або щільність теплового потоку q через поверхню, причому згідно із законом Фур'є $q = -\lambda_0 \frac{\partial \theta}{\partial n}$

2. Фундаментальний розв'язок

Фундаментальний розв'язок задачі, наведений в [2], може бути поданий у вигляді сукупності чотирьох частин, перша з яких – це переміщення в напрямку осі x_k точок пружного простору від дії одиничної зосередженої сили, спрямованої вздовж осі x_j :

$$U_{kj}(r, \omega) = \frac{\delta_{kj}}{4\pi\mu} \frac{\exp[i\lambda_3(\omega)r]}{r} - \sum_{m=1}^3 \alpha_m(\omega) \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_j} \frac{\exp[i\lambda_m(\omega)r]}{r}, \quad k, j = 1, 2, 3, \quad (5)$$

де r – це відстань між точкою, в якій визначається переміщення та точкою, де діє зосереджена сила, $\alpha_1(\omega) = \frac{\lambda_2^2 - k_1^2}{4\pi\rho\omega^2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)}$,

$$\alpha_2(\omega) = \frac{k_1^2 - \lambda_1^2}{4\pi\rho\omega^2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)}, \quad \alpha_3(\omega) = -\frac{1}{4\pi\rho\omega^2}, \quad k_1^2 = \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}, \quad \lambda_3^2 = \frac{\rho\omega^2}{\mu}.$$

Крім того величини λ_1^2 і λ_2^2 задовольняють співвідношенням

$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 = \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu} + \frac{i\omega}{\kappa} + \frac{i\omega\eta\gamma}{\lambda + 2\mu}, \quad \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 = \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu} \cdot \frac{i\omega}{\kappa}.$$

Виконуючи в (5) диференціювання, отримаємо

$$U_{kj}(r, \omega) = \frac{\delta_{kj}}{4\pi\mu} \frac{\exp[i\lambda_3(\omega)r]}{r} - \sum_{m=1}^3 \alpha_m(\omega) \left[\delta_{kj} U_0(r, \omega, m) + r_{,j} r_{,k} U_2(r, \omega, m) \right],$$

де

$$U_0(r, \omega, m) = \frac{\exp[i\lambda_m(\omega)r]}{r^3} [i\lambda_m(\omega)r - 1],$$

$$U_2(r, \omega, m) = \frac{\exp[i\lambda_m(\omega)r]}{r^3} [3 - 3i\lambda_m(\omega)r - \lambda_m^2(\omega)r^2].$$

Далі друга частина фундаментального розв'язку – це температура точок пружного простору від дії одиничної зосередженої сили, спрямованої вздовж осі x_j :

$$U_{4j}(r, \omega) = \sum_{m=1}^2 \beta_m(\omega) i\omega\eta \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\exp[i\lambda_m(\omega)r]}{r}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (6)$$

де

$$\beta_1(\omega) = -\beta_2(\omega) = -\frac{1}{4\pi(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda + 2\mu)}.$$

Після диференціювання отримаємо наступний вираз для компонент U_{4j}

$$U_{4j}(r, \omega) = \frac{i\omega\eta}{4\pi(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda + 2\mu)} r_{,j} r [U_0(r, \omega, 2) - U_0(r, \omega, 1)].$$

В свою чергу, третя частина фундаментального розв'язку – це переміщення від дії зосередженого теплового джерела, інтенсивність якого W дорівнює за величиною коефіцієнту теплопровідності λ_0 , так що величина-

на W/λ_0 дорівнює одиниці. Компоненти цієї третьої частини задаються виразом

$$U_{k4}(r, \omega) = -\sum_{m=1}^2 \beta_m(\omega) \gamma \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\exp[i\lambda_m(\omega)r]}{r}, \quad k=1,2,3, \quad (7)$$

який після диференціювання набуває вигляду

$$U_{k4}(r, \omega) = \frac{\gamma}{4\pi(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda + 2\mu)} r_{,k} r [U_0(r, \omega, 1) - U_0(r, \omega, 2)].$$

Нарешті, остання компонента матриці фундаментальних розв'язків задачі, що відповідає розподілу в просторі температури, яка спричинена дією згаданого вище зосередженого теплового джерела, визначається наступним чином

$$U_{44}(r, \omega) = \frac{1}{4\pi(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} [(\lambda_2^2 - k_1^2) \exp[i\lambda_2(\omega)r] - (\lambda_1^2 - k_1^2) \exp[i\lambda_1(\omega)r]]. \quad (8)$$

За допомогою співвідношень (4) неважко шляхом диференціювання отримати напруження в пружному середовищі на площинках з компонентами нормалі n_k . Напруження, що виникають внаслідок дії зосередженої сили мають вигляд

$$T_{jk}(r, \lambda_m) = n_j [\lambda U_{lk,l} - \gamma U_{4k}] + \mu n_l [U_{jk,l} + U_{lk,j}] \quad k, j, l=1, 2, 3, \quad (9)$$

або після диференціювання та приведення подібних

$$\begin{aligned} T_{jk}(r, \lambda_m) = & \frac{1}{4\pi} \left[\delta_{jk} \frac{\partial r}{\partial n} + n_k r_{,j} + \frac{\lambda}{\mu} n_j r_{,k} \right] r U_0(r, \lambda_3) + \\ & + \sum_{m=1}^3 (\lambda \lambda_m^2 \alpha_m - i\omega \gamma \beta_m) n_j r_{,k} r U_0(r, \lambda_m) - \\ & - 2\mu \left\{ \sum_{m=1}^3 \alpha_m \left(\delta_{jk} \frac{\partial r}{\partial n} + n_k r_{,j} + n_j r_{,k} \right) \frac{1}{r} U_2(r, \lambda_m) + \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^3 \alpha_m r_{,j} r_{,k} \frac{\partial r}{\partial n} T_3(r, \lambda_m) \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

де

$$T_3(r, \omega, m) = \frac{e^{i\lambda_m(\omega)r}}{r^4} [-i\lambda_m^3 r^3 + 6\lambda_m^2 r^2 + 15i\lambda_m r - 15],$$

тоді як напруження, що виникають внаслідок дії зосередженого теплового джерела визначаються виразами

$$T_{j4}(r) = n_j [\lambda U_{k4,k} - \gamma U_{44}] + \mu n_k [U_{j4,k} + U_{k4,j}], \quad k, j=1, 2, 3,$$

або

$$T_{j4}(r) = \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda + 2\mu)} \left\{ n_j [T_0(r, \omega, 2) - T_0(r, \omega, 1)] + \right. \\ \left. + r_{,j} \frac{\partial r}{\partial n} [U_2(r, \omega, 1) - U_2(r, \omega, 2)] \right\},$$

де

$$T_0(r, \omega, m) = \frac{e^{i\lambda_m(\omega)r}}{r^3} \left(\frac{\rho\omega^2}{2\mu} r^2 - \lambda_m^2 r^2 - i\lambda_m r + 1 \right).$$

3. Граничні інтегральні рівняння

За наявності фундаментального розв'язку та його узагальненої похідної задача може бути досліджена за методом граничних інтегральних рівнянь. Вихідною точкою при цьому є узагальнені формули Соміліані, отримані в [1] на основі теорем взаємності:

$$u_k(p) + \int_{\Gamma} u_j(Q) T_{jk}(p, Q) d\Gamma - \int_{\Gamma} t_j(Q) U_{jk}(p, Q) d\Gamma = \\ = \frac{\gamma}{i\omega\eta} \left[\int_{\Gamma} \theta(Q) \frac{\partial U_{4k}(p, Q)}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial \theta(Q)}{\partial n} U_{44}(p, Q) d\Gamma \right], \quad (11)$$

де точка p знаходиться всередині розрахункової області, обмеженої границею Γ , а точка Q знаходиться на самій границі.

$$\frac{\partial U_{4k}(r, \omega)}{\partial n} = \frac{i\omega\eta}{4\pi(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda + 2\mu)} \left\{ n_k [U_0(r, \omega, 2) - U_0(r, \omega, 1)] + \right. \\ \left. + r_{,k} \frac{\partial r}{\partial n} [U_2(r, \omega, 2) - U_2(r, \omega, 1)] \right\}, \quad (12)$$

та

$$\theta(p) + \int_{\Gamma} \theta(Q) \frac{\partial U_{44}(p, Q)}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial \theta(Q)}{\partial n} U_{44}(p, Q) d\Gamma = \\ = \frac{i\omega\eta}{\gamma} \left[\int_{\Gamma} u_j(Q) T_{j4}(p, Q) d\Gamma - \int_{\Gamma} t_j(Q) U_{j4}(p, Q) d\Gamma \right], \quad (13)$$

$$\frac{\partial U_{44}}{\partial n} = \frac{1}{4\pi(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} r \frac{\partial r}{\partial n} \left[(\lambda_2^2 - k_1^2) U_0(r, \omega, 2) - (\lambda_1^2 - k_1^2) U_0(r, \omega, 1) \right]. \quad (14)$$

Граничні інтегральні рівняння відносно незаданих граничними умовами функцій отримаємо, якщо спрямуємо полюс p до точки P , яка знаходиться на границі. У тому разі, коли т. P лежить на гладкій ділянці границі, ГІР мають наступний вигляд

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_k(P) + \int_{\Gamma} u_j(Q) T_{jk}(P, Q) d\Gamma - \int_{\Gamma} t_j(Q) U_{jk}(P, Q) d\Gamma = \\ = \frac{\gamma}{i\omega\eta} \left[\int_{\Gamma} \theta(Q) \frac{\partial U_{4k}(P, Q)}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial \theta(Q)}{\partial n} U_{44}(P, Q) d\Gamma \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\theta(P) + \int_{\Gamma} \theta(Q) \frac{\partial U_{44}(P, Q)}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial \theta(Q)}{\partial n} U_{44}(P, Q) d\Gamma = \\ = \frac{i\omega\eta}{\gamma} \left[\int_{\Gamma} u_j(Q) T_{j4}(P, Q) d\Gamma - \int_{\Gamma} t_j(Q) U_{j4}(P, Q) d\Gamma \right], \end{aligned} \quad (16)$$

причому всі інтеграли, що входять до складу рівнянь (15), (16) є сингулярними і розуміються за Коші.

ГІР (15), (16) складають алгоритмічну основу для розв'язання задачі про термопружні коливання масивних тіл.

4. Поширення сферичних хвиль в термопружному середовищі

4.1 Загальний підхід до розв'язання задачі

В якості прикладу розглянемо розповсюдження гармонічних хвиль від сферичної порожнини радіусу a . В такому разі потенціал амплітуд радіальних переміщень задається виразом [1]

$$\Phi(R) = \frac{A_1 e^{i\lambda_1 R} + A_2 e^{i\lambda_2 R}}{R},$$

де R – радіальна координата.

За відомого потенціалу температуру можна знайти з рівняння

$$(\Delta + k_1^2)\Phi - m\theta = 0, \quad (17)$$

де $k_1^2 = \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}$, $m = \frac{\gamma}{\lambda + 2\mu}$, а оператор Δ – Лапласа.

Зважаючи на те, що у випадку центральної симетрії

$$\Delta \equiv \left(\partial^2 / \partial R^2 \right) + (2/R)(\partial / \partial R),$$

шляхом безпосереднього диференціювання знаходимо

$$\Delta\Phi(R) = - \frac{A_1 \lambda_1^2 e^{i\lambda_1 R} + A_2 \lambda_2^2 e^{i\lambda_2 R}}{R},$$

після чого з виразу (17) для визначення температури будемо мати

$$\theta(R) = \frac{A_1 (k_1^2 - \lambda_1^2) e^{i\lambda_1 R} + A_2 (k_1^2 - \lambda_2^2) e^{i\lambda_2 R}}{mR}. \quad (18)$$

В свою чергу вирази для радіальних переміщень і напружень мають вигляд

$$u_R(R) = \frac{\partial \Phi}{\partial R} = \frac{A_1(i\lambda_1 R - 1)e^{i\lambda_1 R} + A_2(i\lambda_2 R - 1)e^{i\lambda_2 R}}{R^2}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{RR}(R) &= -\frac{4\mu}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} - \rho \omega^2 \Phi = \\ &= -\frac{4\mu}{R^3} \left[A_1(i\lambda_1 R - 1 + 0, 25\lambda_3^2 R^2) e^{i\lambda_1 R} + A_2(i\lambda_2 R - 1 + 0, 25\lambda_3^2 R^2) e^{i\lambda_2 R} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

За допомогою співвідношень (17)-(20) може бути розв'язана значна кількість задач про поширення гармонічних сферичних хвиль. Так, якщо на границі порожнини задані умови $u_R(a) = 0$, $\theta(a) = \theta_a$, то підставивши $R = a$ у вирази (18) і (19), виходячи з граничних умов, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів A_1 , A_2 , розв'язавши яку будемо мати

$$A_1 = -\frac{\theta_a m a}{Z_u} (i\lambda_2 a - 1) e^{-i\lambda_1 a}, \quad A_2 = \frac{\theta_a m a}{Z_u} (i\lambda_1 a - 1) e^{-i\lambda_2 a}.$$

Тут введено позначення $Z_u = (k_1^2 - \lambda_2^2)(i\lambda_1 a - 1) - (k_1^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_2 a - 1)$.

Отже, розв'язок задачі має наступний вигляд

$$\theta(R) = \frac{\theta_a a}{R Z_u} \left[(k_1^2 - \lambda_2^2)(i\lambda_1 a - 1) e^{i\lambda_2(R-a)} - (k_1^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_2 a - 1) e^{i\lambda_1(R-a)} \right],$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta(R)}{\partial R} &= -\frac{\theta_a a}{R^2 Z_u} \left[(k_1^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_2 a - 1)(i\lambda_1 R - 1) e^{i\lambda_1(R-a)} - \right. \\ &\quad \left. - (k_1^2 - \lambda_2^2)(i\lambda_1 a - 1)(i\lambda_2 R - 1) e^{i\lambda_2(R-a)} \right], \end{aligned}$$

$$u_R(R) = \frac{\theta_a m a}{R^2 Z_u} \left[(i\lambda_2 R - 1)(i\lambda_1 a - 1) e^{i\lambda_2(R-a)} - (i\lambda_1 R - 1)(i\lambda_2 a - 1) e^{i\lambda_1(R-a)} \right],$$

$$\begin{aligned} \sigma_{RR}(R) &= \frac{4\mu \theta_a m a}{R^3 Z_u} \left[(i\lambda_1 a - 1)(1 - i\lambda_2 R - 0, 25\lambda_3^2 R^2) e^{i\lambda_2(R-a)} - \right. \\ &\quad \left. - (i\lambda_2 a - 1)(1 - i\lambda_1 R - 0, 25\lambda_3^2 R^2) e^{i\lambda_1(R-a)} \right]. \end{aligned}$$

На границі параметри НДС мають наступні значення

$$u_R(a) = 0, \quad \theta(a) = \theta_a,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = -\frac{\partial \theta(a)}{\partial R} = \frac{\theta_a}{aZ_u} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_2 a - 1)(i\lambda_1 a - 1), \quad (21)$$

$$t_R = -\sigma_{RR}(a) = \frac{\theta_a m a}{Z_u} \mu i (\lambda_1 - \lambda_2) \lambda_3^2. \quad (22)$$

4.2 Застосування методу ГПР

Розв'яжемо тепер цю задачу, користуючись методом ГПР. З урахуванням центральної симетрії рівняння (15), (16) можна записати таким чином

$$u_R(a) \left[\frac{1}{2} + \int_{\Gamma} n_k(P) n_j(Q) T_{jk}(P, Q) d\Gamma \right] - t_R \int_{\Gamma} n_k(P) n_j(Q) U_{jk}(P, Q) d\Gamma = \\ = \frac{\gamma}{i\omega\eta} \left[\theta_a \int_{\Gamma} n_k(P) \frac{\partial U_{4k}}{\partial n}(P, Q) d\Gamma - \frac{\partial \theta}{\partial n} \int_{\Gamma} n_k(P) U_{44}(P, Q) d\Gamma \right], \quad (23)$$

$$\theta_a \left[\frac{1}{2} + \int_{\Gamma} \frac{\partial U_{44}}{\partial n}(P, Q) d\Gamma \right] - \frac{\partial \theta}{\partial n} \int_{\Gamma} U_{44}(P, Q) d\Gamma = \\ = -\frac{i\omega\eta}{\gamma} \left[u_R(a) \int_{\Gamma} n_j(Q) T_{j4}(P, Q) d\Gamma - t_R \int_{\Gamma} n_j(Q) U_{j4}(P, Q) d\Gamma \right]. \quad (24)$$

Інтеграли по поверхні сфери, які входять у рівняння (23), (24), можуть бути визначені аналітично:

$$\int_{\Gamma_s} U_{44}(P, Q) d\Gamma = \frac{i}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[\frac{(\lambda_1^2 - k_1^2)}{\lambda_1} (e^{2i\lambda_1 a} - 1) - \frac{(\lambda_2^2 - k_1^2)}{\lambda_2} (e^{2i\lambda_2 a} - 1) \right], \quad (25)$$

$$\int_{\Gamma_s} \frac{\partial U_{44}(P, Q)}{\partial n} d\Gamma = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left\{ (\lambda_1^2 - k_1^2) \left[e^{2i\lambda_1 a} \left(1 - \frac{1}{i\lambda_1 a} \right) + \frac{1}{i\lambda_1 a} \right] - \right. \\ \left. - (\lambda_2^2 - k_1^2) \left[e^{2i\lambda_2 a} \left(1 - \frac{1}{i\lambda_2 a} \right) + \frac{1}{i\lambda_2 a} \right] \right\}, \quad (26)$$

$$\int_{\Gamma_s} n_j(Q) U_{j4}(P, Q) d\Gamma = \frac{m}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[\frac{i}{a} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) + \right. \\ \left. + e^{2i\lambda_2 a} \left(1 - \frac{1}{i\lambda_2 a} \right) - e^{2i\lambda_1 a} \left(1 - \frac{1}{i\lambda_1 a} \right) \right], \quad (27)$$

$$\int_{\Gamma_s} n_j(Q) T_{j4}(P, Q) d\Gamma = \frac{\mu m}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[i \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \left(\frac{2}{a^2} - \frac{k_2^2}{2} \right) + \frac{e^{2i\lambda_2 a}}{a} \left(2 - \frac{2}{i\lambda_2 a} + \frac{k_2^2 a}{2i\lambda_2} \right) - \frac{e^{2i\lambda_1 a}}{a} \left(2 - \frac{2}{i\lambda_1 a} + \frac{k_2^2 a}{2i\lambda_1} \right) \right], \quad (28)$$

$$\int_{\Gamma_s} n_k(P) U_{4k}(P, Q) d\Gamma = \frac{i\omega\eta}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda + 2\mu)} \left[\frac{i}{a} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) + e^{2i\lambda_2 a} \left(1 - \frac{1}{i\lambda_2 a} \right) - e^{2i\lambda_1 a} \left(1 - \frac{1}{i\lambda_1 a} \right) \right], \quad (29)$$

$$\int_{\Gamma_s} n_k(P) \frac{\partial U_{4k}}{\partial n}(P, Q) d\Gamma = \frac{i\omega\eta}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda + 2\mu)} \left[i(\lambda_1 - \lambda_2) + \frac{i}{a^2} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) + \frac{e^{2i\lambda_2 a}}{a} \left(2 - \frac{1}{i\lambda_2 a} - i\lambda_2 a \right) - \frac{e^{2i\lambda_1 a}}{a} \left(2 - \frac{1}{i\lambda_1 a} - i\lambda_1 a \right) \right], \quad (30)$$

$$\int_{\Gamma_s} n_k(P) n_j(Q) U_{jk}(P, Q) d\Gamma = \frac{i}{2\mu a^2 \lambda_3^3} \left[1 + a^2 \lambda_3^2 + e^{2ia\lambda_3} (a^2 \lambda_3^2 + 2ia\lambda_3 - 1) \right] - 2\pi \sum_{m=1}^3 \alpha_m \left[\frac{e^{2ia\lambda_m}}{a} \left(2 - ia\lambda_m - \frac{1}{ia\lambda_m} \right) - i\lambda_m + \frac{1}{ia^2 \lambda_m} \right], \quad (31)$$

$$\int_{\Gamma} n_k(P) n_j(Q) T_{jk}(P, Q) d\Gamma_s = \frac{\lambda}{2\mu} \left[e^{2ia\lambda_3} \left(1 - \frac{1}{ia\lambda_3} \right) + \frac{1}{ia\lambda_3} \right] + \frac{e^{2ia\lambda_3}}{a^3 \lambda_3^3} \left(a^3 \lambda_3^3 + 3ia^2 \lambda_3^2 - 4a\lambda_3 - 2i \right) + ia^2 \lambda_3^2 + 2i \left[+ 2\pi \sum_{m=1}^3 \left(\lambda \lambda_m^2 \alpha_m - i\omega\eta \gamma \beta_m \right) \left[e^{2ia\lambda_m} \left(1 - \frac{1}{ia\lambda_m} \right) + \frac{1}{ia\lambda_m} \right] - 2\mu \frac{\pi}{a^2} \sum_{m=1}^3 \alpha_m \left[e^{2ia\lambda_m} \left(8 - 6ia\lambda_m - \frac{4}{ia\lambda_m} - 2a^2 \lambda_m^2 \right) - 2i\lambda_m a + \frac{4}{ia\lambda_m} \right] \right]. \quad (32)$$

Отже, система ГІР (15), (16) перетворилась на систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} A_{21}t_R - B_{21} \frac{\partial \theta}{\partial n} = B_{11}\theta_a \\ A_{22}t_R - B_{22} \frac{\partial \theta}{\partial n} = B_{12}\theta_a, \end{cases} \quad (33)$$

де введено позначення

$$\begin{aligned} A_{21} &= - \int_{\Gamma_s} n_k(P) n_j(Q) U_{jk}(P, Q) d\Gamma, & A_{22} &= - \frac{i\omega\eta}{\gamma} \int_{\Gamma_s} n_j(Q) U_{j4}(P, Q) d\Gamma, \\ B_{21} &= - \frac{\gamma}{i\omega\eta} \int_{\Gamma_s} n_k(P) U_{4k}(P, Q) d\Gamma, & B_{11} &= \frac{\gamma}{i\omega\eta} \int_{\Gamma_s} n_k(P) \frac{\partial U_{4k}(P, Q)}{\partial n} d\Gamma, \\ B_{22} &= - \int_{\Gamma_s} U_{44}(P, Q) d\Gamma, & B_{12} &= \frac{1}{2} + \int_{\Gamma_s} \frac{\partial U_{44}(P, Q)}{\partial n} d\Gamma. \end{aligned}$$

Розв'язок системи (33) після деяких алгебраїчних перетворень набуває вигляду, що повністю співпадає з (21), (22). На рисунку 1 показані графіки зміни знайдених граничних параметрів термопружного стану в залежності від безрозмірного параметру частоти $p = \omega a \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}$. Цифрами 1 і 2

помічені відповідно дійсна і уявна частини нормованої функції граничних радіальних навантажень $t_R^{norm} = \frac{t_R}{\mu \theta_a m} \cdot 10^5$, а цифрами 3 і 4 – дійсна і уявна частини величини $\frac{\partial \theta^{norm}}{\partial n} = \frac{\partial \theta}{\partial n} \frac{a}{\theta_a} \cdot 10^{-4}$.

Розв'язки задач про розповсюдження термопружних хвиль від сферичної порожнини при деяких інших варіантах граничних умов наведені в [1]. Так у разі, коли у всіх точках границі амплітуди температури однакові і дорівнюють θ_a , а силові навантаження відсутні ($t_R = 0$), амплітуди шуканих параметрів на границі порожнини дорівнюють

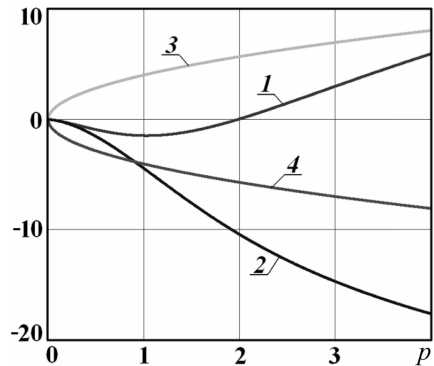


Рис. 1

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = -\frac{\theta_a}{aZ_t} \left[(k_1^2 - \lambda_2^2)(i\lambda_2 a - 1)q_1 - (k_1^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_1 a - 1)q_2 \right], \quad (34)$$

$$u_R(a) = \frac{\theta_a m}{aZ_t} \left[(i\lambda_1 a - 1)q_2 - (i\lambda_2 a - 1)q_1 \right], \quad (35)$$

де

$$q_1 = 4\mu(1 - i\lambda_1 a - 0,25k_2^2 a^2), \quad q_2 = 4\mu(1 - i\lambda_2 a - 0,25k_2^2 a^2), \\ Z_t = (k_1^2 - \lambda_1^2)q_2 - (k_1^2 - \lambda_2^2)q_1.$$

В свою чергу, система ГР (15), (16) перетворюється на систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих $u_R(a)$ і $\frac{\partial \theta}{\partial n}$:

$$\begin{cases} A_{11}u_R(a) - B_{21}\frac{\partial \theta}{\partial n} = B_{11}\theta_a \\ A_{12}u_R(a) - B_{22}\frac{\partial \theta}{\partial n} = B_{12}\theta_a \end{cases} \quad (36)$$

де порівняно із коефіцієнтами системи (34) введені ще такі

$$A_{11} = \frac{1}{2} + \int_{\Gamma_s} n_k(P)n_j(Q)T_{jk}(P,Q)d\Gamma, \quad A_{12} = \frac{i\omega\eta}{\gamma} \int_{\Gamma_s} n_j(Q)T_{j4}(P,Q)d\Gamma.$$

Знову розв'язок системи (36), складеної на основі співвідношень методу ГР, після деяких перетворень збігається із виразами (34), (35). Нормовані значення амплітуд граничних переміщень та нормальної похідної температури наведені на рис. 2.

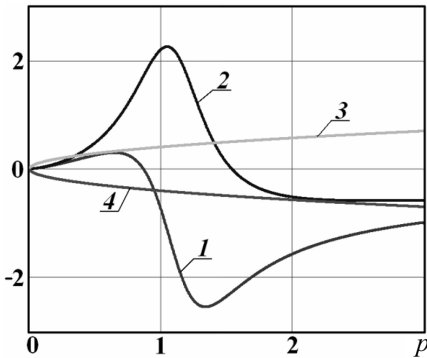


Рис. 2

Позначки 1 і 2 відповідають дійсній та уявній частині

$$u_a^{norm} = \frac{u_R(a)}{a\theta_a m} \cdot 10^5, \quad \text{тоді як по}$$

значки 3 і 4 – аналогічним час-

$$\text{тинам } \frac{\partial \theta^{norm}}{\partial n} = \frac{\partial \theta}{\partial n} \frac{a}{\theta_a} \cdot 10^{-4}.$$

Якщо ж на границі порожнини відсутні коливання температури, а амплітуди радіальних силових навантажень мають в усіх точках границі однакові значення, то розв'язок задачі згідно [2] має вигляд

накові значення, то розв'язок задачі згідно [2] має вигляд

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = \frac{t_R a}{m Z_t} (k_1^2 - \lambda_2^2)(k_1^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_2 a - i\lambda_1 a), \quad (37)$$

$$u_R(a) = \frac{t_R a m}{Z_t} \left[(k_1^2 - \lambda_2^2)(i\lambda_1 a - 1) - (k_1^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_2 a - 1) \right], \quad (38)$$

а алгебраїчний аналог системи ГП відносно невідомих $u_R(a)$ і $\frac{\partial \theta}{\partial n}$ набуває вигляду

$$\begin{cases} A_{11}u_R(a) - B_{21} \frac{\partial \theta}{\partial n} = -A_{21}t_R \\ A_{12}u_R(a) - B_{22} \frac{\partial \theta}{\partial n} = -A_{22}t_R \end{cases} \quad (39)$$

Результати розв'язання системи (39) шляхом алгебраїчних перетворень можуть бути приведені до вигляду (37), (38). На рис. 3 показані графіки нормованих величин

$$u_a^{norm} = \frac{u_R(a)}{a} \frac{\mu}{t_R}$$

(дійсній частині відповідає позначка 1, а уявній – 2) та

$$\frac{\partial \theta^{norm}}{\partial n} = \frac{\partial \theta}{\partial n} \frac{\mu m}{t_R} \cdot 10^{-5}$$

(позначки 3 і 4).

Зазначимо, що при чисельних розрахунках радіус порожнини дорівнював 3 м, а фізико-механічні параметри матеріалу мали наступні значення $\mu = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $\nu = 0,25$,

$\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$, $\alpha_t = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$, $\lambda_0 = 30 \text{ Вт/(м}\cdot\text{град)}$, $\kappa = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

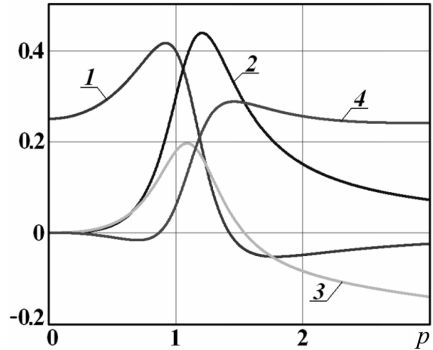


Рис. 3

Висновки

Збіжність аналітичних розв'язків, отриманих двома різними способами, свідчить про коректність всіх проміжних і остаточних результатів застосування методу ГП та про можливість їх використання під час розробки і всебічного тестування програмних засобів, призначених для чисельного аналізу за методом граничних елементів зв'язаних термопружних коливань тривимірних елементів конструкцій складної форми.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Новацкий В.* Динамические задачи термоупругости. М: Мир, 1970. – 256 с.
2. *Купрадзе В.Д. (обш. ред.)* Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости. М: Наука, 1976. – 664 с.
3. *Tosaka N., Suh I.G.* Boundary element analysis of dynamic coupled thermoelasticity problems // *Computational Mechanics*. – 1991. V. 8. – P. 331-342
4. *Dargush G.F., Banerjee P.K.*, Development of a boundary element method for time dependent planar thermoelasticity // *Int. J. Solid Struct.* – 1989. – No 25. - P. 999–1021.
5. *Tehrani P.H., Eslami M.R.* Two-dimensional time-harmonic dynamic coupled thermoelasticity analysis by boundary element method formulation // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. – 1998. – V. 22. - No 3, - P. 245-250
6. *Sladek V., Sladek J.*, Boundary integral equation method in thermoelasticity. Part I: general analysis // *Appl. Math. Modelling*. – 1984. - No 7. – P. 241–253.
7. *Игумнов Л.А., Литвинчук С.Ю., Пазин В.П.* Применение метода граничных интегральных уравнений для анализа задач трехмерной динамической теории упругости // *Проблемы прочности и пластичности*. – 2010. – вып. 72. – С. 146-153

REFERENCES

1. *Nowacki W.* Dinamicheskiye zadachi termouprugosti (Dynamic problems of thermoelasticity) / Edited by G.S. Shapiro. – М: Mir, 1970. – 256 s.
2. *Kupradze V.D. (obshh. red.)* Trekhmernye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti i termouprugosti (Three-dimensional problems of the mathematical theory of elasticity and thermoelasticity). – М: Nauka, 1976. – 663 s..
3. *Tosaka N., Suh I.G.* Boundary element analysis of dynamic coupled thermoelasticity problems // *Computational Mechanics*. – 1991. V. 8. – P. 331-342
4. *Dargush G.F., Banerjee P.K.*, Development of a boundary element method for time dependent planar thermoelasticity // *Int. J. Solid Struct.* – 1989. – No 25. - P. 999–1021.
5. *Tehrani P.H., Eslami M.R.* Two-dimensional time-harmonic dynamic coupled thermoelasticity analysis by boundary element method formulation // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. – 1998. – V. 22. - No 3, - P. 245-250
6. *Sladek V., Sladek J.*, Boundary integral equation method in thermoelasticity. Part I: general analysis // *Appl. Math. Modelling*. – 1984. - No 7. – P. 241–253.
7. *Igunnov L.A., Litvinchuk S.Ju., Pazin V.P.* Primenenie metoda granichnykh integral'nykh uravnenij dlja analiza zadach trehmernoj dinamicheskoy teorii uprugosti (Using of Boundary Integral Equation Method for 3-D dynamic thermoelasticity problems analysis) // *Problemy prochnosti i plastichnosti*. – 2010. – vyp. 72. – S. 146-153

Vorona Yu.V., Kara I.D.

APPLICATION OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATION METHOD FOR THERMOELASTICITY PROBLEMS

Boundary Integral Equation Method is used for solving analytically the problems of coupled thermoelastic spherical wave propagation. The resulting mathematical expressions coincide with the solutions obtained in a conventional manner.

Keywords: *fundamental solution, thermoelastic media, spherical waves.*

Ворона Ю.В., Кара И.Д.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Метод граничных интегральных уравнений применяется для решения в аналитической форме связанной задачи термоупругости про распространение сферических волн. Найденные замкнутые выражения полностью совпадают с решениями, полученными традиционным способом.

Ключевые слова: *фундаментальное решение, термоупругая среда, сферические волны.*

Автори

Кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки ВОРОНА Юрій Володимирович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел. + 38(044) 2454829

E-mail- yuvv@ukr.net

Аспірант кафедри будівельної механіки КАРА Ірина Дмитрівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел. + 38(044) 2454829

E-mail- ikruska007@ukr.net

УДК 539.3

ПОШУК МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ НАВАНТАЖЕННЯ КРУГОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ СТИСНУТОЇ ОБОЛОНКИ В УМОВАХ СТІЙКОСТІ ТА МІЦНОСТІ ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ДАНИХ

В.О. Бараненко¹

Доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки

Д.Л. Волчок¹

Кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки

¹*Придніпровська державна академія будівництва та архітектури
49600, м. Дніпропетровськ, вул. Чернишевського, 24а*

В даній роботі надається детермінована задача і задача стохастичного програмування визначення максимального значення такої характеристики, як величини осьової сили стисненої кругової циліндричної оболонки при заданих параметрах форми: радіусу, товщини і довжини за умовами несучої здатності: стійкості та міцності. До реалізації цих задач залучається метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло) [9]. Побудовано алгоритм імітаційного (статистичного) моделювання. Результати дослідження порівнюються з детермінованим розв'язанням у випадку даних стохастичної природи.

Ключові слова: циліндрична оболонка, умови несучої здатності, осьова сила, метод Монте-Карло, статистичне (імітаційне) моделювання

Вступ

Розвиток сучасної теорії оптимального проектування оболонок пов'язаний як з розробками формулювань задач, так і з розробками методів їх реалізації. В процесі аналізу проектної ситуації призначаються: критерій якості (цільова функція); функції обмеження; параметри оптимізації.

Цільова функція аналітичним чином зв'язує параметри проекту, виражає якість об'єкта проектування. Найчастіше вибирають в якості цільової функції - обсяг матеріалу конструкції, вагу конструкції, вартість проекту, надійність, довговічність, механічні характеристики та інше. В оптимізаційних задачах будівельної механіки функціями обмежень виступають, найчастіше, умови несучої здатності конструкції. Параметрами оптимізації як правило є геометричні та механічні характеристики елементів конструкції. Можуть бути інші параметри. До розв'язання таких задач застосовують різні математичні методи, зокрема, класичні (методи математичного аналізу та варіаційне числення) [1], методи оптимального керування [2], динамічного програмування [3], принцип максимуму Понтрягіна [4], методи випадкового пошуку [5], нелінійного програмування [6] та ін. [7], [8].

В даній роботі надається детермінована задача і задача стохастичного програмування визначення максимального значення такої характеристи-

ки, як величини осьової сили стисненої кругової циліндричної оболонки при заданих параметрах форми: радіусу, товщини і довжини за умовами несучої здатності: стійкості та міцності. До реалізації цих задач залучається метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло) [9]. Цей метод набув широке розповсюдження в різних галузях науки і техніки, і зокрема, в теорії оптимального проектування, оскільки він пред'являє найбільш низькі вимоги до виду цільової функції та обмежень, добре працює з задачами великої вимірності та ін.

Постановка детермінованої задачі

Розглядається ортотропна кругова циліндрична оболонка, геометричні характеристики якої радіус R , товщина h і довжина L - задані величини. Матеріал оболонки характеризується модулем пружності Юнга і Пуассона відповідно E , ν і σ_0 - міцністю матеріалу на стиснення в осьовому напрямі, в якому діє стискаюча повздожня сила N^* . Умови закріплення оболонки - шарнірне опирання. Для такої механічної системи призначимо фізичні обмеження у вигляді [10]

$$g_1(x) = P_{kp}^M \geq u; \quad (1)$$

$$g_2(x) = P_{kp}^C \geq u; \quad (2)$$

$$g_3(x) = P_R \geq u. \quad (3)$$

де P_{kp}^M , P_{kp}^C - відповідно місцеве і загальне критичне зусилля; P_R - міцність оболонки; $u = N^*$; $x = \{x_1, x_2, x_3\}$; $x_1 = h$; $x_2 = R$; $x_3 = L$; $x_i > 0$; $i = 1, 2, 3$.

Запишемо наближений вираз [10] для критичного осьового зусилля P_{kp}^M при шарнірному опиранні оболонки:

$$P_{kp}^M = Dx_1^2, \quad (4)$$

де $D = 2\pi E / \sqrt{3(1-\nu^2)}$.

Наближені вирази критичного зусилля P_{kp}^C для шарнірно опертого стержня з кільцевим поперечним перерізом і міцності оболонки на стиск N^* відповідно запишуться як [10, 11]

$$P_{kp}^C = Bx_1x_2^3x_3^{-2}; \quad (5)$$

$$P_R = Cx_1x_2, \quad (6)$$

де $B = \pi^3 E$; $C = 2\pi\sigma_0$.

Таким чином, обмеження (1), (4) визначає можливість місцевої втрати стійкості оболонки, обмеження (2), (5) визначає можливість загальної втрати

стійкості оболонки, як стержня. Виконання обмеження (3), (6) забезпечує можливість не руйнування оболонки при стисканні її силою N^* .

Необхідно при заданих значеннях вихідних параметрів оболонки h , R , L , фізичних характеристиках E , μ , σ_0 знайти таке максимальне значення величини u , при якому задовольняється умова несучої здатності (1)-(6).

Внаслідок маємо таку задачу нелінійної оптимізації:

$$u^{opt} = \arg \left\{ \max_{u \in [u^-, u^+]} u \mid g_i(x) \geq u; i = 1, 2, 3 \right\}. \quad (7)$$

Границі допустимої області $[u^-, u^+]$ задаються.

Метод розв'язання задачі

До реалізації оптимізаційної задачі (7) застосовано метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло). Детальніше обговорення чисельних досліджень цього методу в галузі оптимального проектування конструкцій (ОПК) подано в спеціальних оглядах літератури, зокрема в [12], [13]. Метод статистичних випробувань широко застосовується у всіх випадках симуляції на ЕОМ (або імітаційного моделювання). Детальний опис цього математичного апарату наведено в монографії [14].

Нелінійна задача оптимізації є багатоекстремальною. Велика кількість локальних екстремумів по суті стирає грань між оптимальним проектуванням і звичайним варіантним: з тим же успіхом можливо розглядати та признавати оптимальним будь яку опорну вершину допустимого багатогранника. Похибка цього методу визначається похибкою генерації псевдовипадкових чисел, що згенеровані в комп'ютері та обсягом вибірки.

Шаблон (або алгоритм) застосування методу для задачі оптимізації (7) буде таким:

Крок 1. Задати область пошуку змінної u .

Крок 2. Випадковим чином згенерувати детерміновані значення u в області пошуку $[u^-, u^+]$.

Крок 3. Обчислити вирази $g_i(x)$; $i = 1, 2, 3$ обмежень в (7). Якщо три умови тут виконуються одночасно, то треба запам'ятати значення цільової функції u , при яких виконались умови в (7).

Крок 4. Виконати дії кроків 2 - 3 M разів.

Крок 5. Вибрати із отриманих значень $\{u_j\}$ максимальне. В результаті маємо $u^* = \max \{u_j\}$ - величину критичного навантаження.

Величина M є обсягом виборки, який задається, він досить великий і підбирається до виявлення збіжності. В наочному прикладі величина M досягає декількох мільйонів.

Ілюстративний приклад

Для $E = 8,16 \cdot 10^4 \text{ Па}$; $\sigma_0 = 162 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $\nu = 0,3$; $L = 300 \text{ см}$; $x_1 = 0,07 \text{ см}$; $x_2 = 10 \text{ см}$; $10^3 \leq u \leq 2 \cdot 10^5$ виконано числовий експеримент (табл. 1). Бачимо (див. рис. 1), що починаючи з $M = 10^5$ можна вважати, що збіжність досягнута.

Таблиця 1
Збіжність цільової функції

$\lg M$	u (Н) цільова функція	Імовірність отримання результату
1	67036	0,600
2	70904	0,380
3	71082	0,382
4	71216	0,356
5	71247	0,360
6	71251	0,353
7	71251	0,353

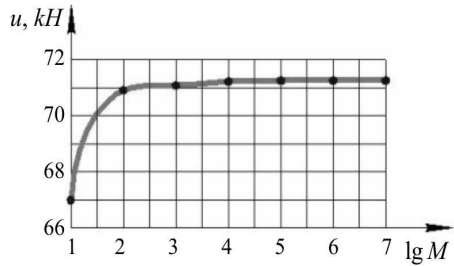


Рис. 1. Збіжність цільової функції

Таблиця 2
Вплив товщини і радіусу на величину максимального значення осьової сили

h , см	u (Н)				
	($R = 5$)	($R = 10$)	($R = 15$)	($R = 20$)	($R = 25$)
0,01	3102,9	3103	3102	3103	3103
0,02	7027,96	12412	12412,17	12411,82	12412,19
0,03	10542,11	27927	27927,42	27927,28	27927,27
0,04	14056,12	40715	49648,74	49648,74	49648,73
0,05	17570,11	50893	76340,34	77576,16	77576,92
0,06	21084,15	61072	91608,83	111709,68	111709,67
0,07	24598,28	71251	106876,97	142502,5	152049,4
0,08	28111,26	81430	122145,0	162860,14	198594,9
0,09	31626,02	91688	137413,22	183217,55	
0,1	35140,38	101787	152681,38		
0,12	42167,26	122145	183214,48		
0,15	45681,93	152681			

За даними табл. 2 побудована номограма (рис. 2) для визначення максимального значення осьової сили при різних визначених даних R і h . Вона показує як впливає на величину u збільшення (зменшення) характеристик R і h .

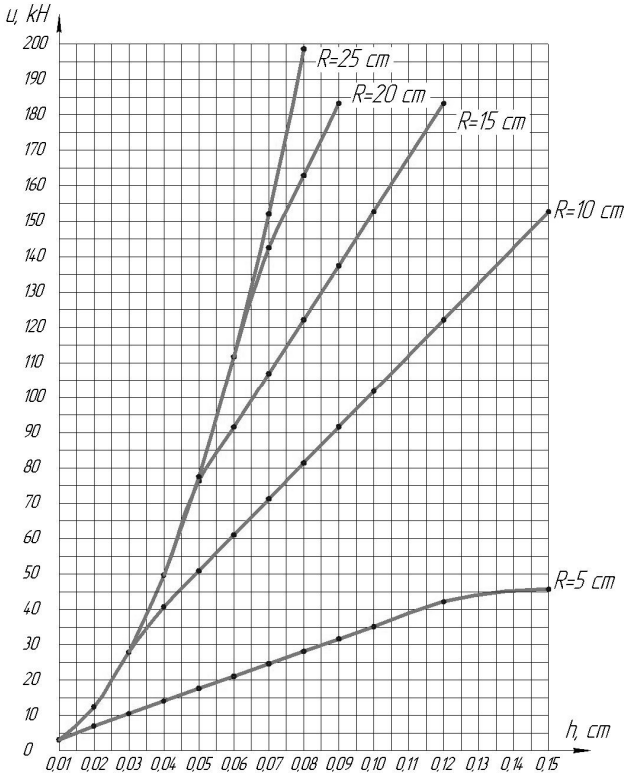


Рис. 2. Номограма визначення максимальної величини осьової сили, що діє на оболонку від різних значень геометричних характеристик радіусу R і товщини h

ССР модель

Знаходження максимального значення сили, що стискає циліндричну оболонку для випадкових даних формулюється як така задача стохастичного програмування, в якій має місце обмеження на імовірність виконання деякої події (chance constrained programming, CCP):

$$u^* = \arg \left\{ \max_{u>0} u \mid \text{Pr ob}(g_i(\xi) \geq u^*) \geq \alpha; i = 1, 2, 3 \right\}, \quad (8)$$

де α - заздалегідь довірчий рівень $0 < \alpha < 1$.

У цій задачі $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ є вектор випадкової величини із заданою щільністю $f_i(x)$; $i=1,2,3$ імовірності розподілу компонентів $\xi_1 = h$, $\xi_2 = R$. Співвідношення g_i ; $i=1,2,3$ - дійснозначні, визначені співвідношеннями (1)-(6), безперервні функції. Тоді $g_i(\xi)$; $i=1,2,3$ також будуть випадковими величинами.

Позначимо через A подію, що полягає в одночасному виконанні трьох нерівностей

$$A = ((u - g_1(\xi)) \leq 0) \wedge ((u - g_2(\xi)) \leq 0) \wedge ((u - g_3(\xi)) \leq 0), \quad (9)$$

де знак \wedge є зв'язування логічне "і".

Задача оптимізації, таким чином, полягає в знаходженні максимального значення u^* такого, що виконується умова

$$\text{Pr ob}(A) \geq \alpha. \quad (10)$$

Метод розв'язання

Основним етапом чисельного підходу до розв'язання задачі (8) є обчислення ймовірності (10). Для цього скористаємося поняттям статистичного моделювання. Нехай виконується N випробувань події A . У кожному випробуванні отримується випадковий вектор ξ_k ; $k = \overline{1, N}$. Позначимо через M число випадків, коли виконується всі умови у виразі (9). Іншою мовою, M є число випадкових векторів, що задовольняють заданій системі нерівностей (9).

Для існування статистичної ймовірності події вимагається [15]:

1) можливість здійснювати необмежене число $N \rightarrow \infty$ випробувань, в кожному з яких подія A настає або не настає, тобто має місце функція $h(\xi_k)$, визначена як

$$h(\xi_n) = \begin{cases} 1, u^* - g_i(\xi_n) \leq 0; n = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, 3; \\ 0, \text{ в інших випадках;} \end{cases} \quad (11)$$

2) як статистичну імовірність події A приймають відносну частоту, тобто M/N чи число, близьке до неї. Подальше використання закону великих чисел (теорема Чебишева) дозволяє стверджувати, що при великому числі випробувань відношення M/N буде близьке до величини вірогідності виконання події A . Тобто має місце

$$\text{Pr ob}(A) = \frac{M}{N} = \frac{\sum_{n=1}^N h(\xi_n)}{N} \rightarrow \alpha; \text{ при } N \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Звідси випливає, що $M = \alpha N$.

Приведені вище міркування покладемо в основу алгоритму імітаційного моделювання обчислення ймовірності події A в (9) і обчислення u^* в задачі (8).

Алгоритм статистичного моделювання

Крок 1. Задати досить велике число N і значення α .

Крок 2. Обчислити цілу частину числа αN , тобто $M = \lfloor \alpha N \rfloor$, де $\lfloor \cdot \rfloor$ - позначення функції антье - округлення до найближчого цілого числа в меншу сторону.

Крок 3. Випадковим чином отримати величини ξ_m ; $t = 1, 2; n = 1, 2, \dots, N$ відповідно до заданих законів розподілу імовірності кожної випадкової величини ξ_1 і ξ_2 .

Крок 4. Для кожного j обчислити елементи послідовності $\{f_j\} = \min_i (g_i(\xi_{ij})); i = 1, 2, 3; j = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2$.

Крок 5. Вибрати M -ий найбільший елемент з отриманої послідовності $\{f_j\}; j = \overline{1, N}$. Цей елемент буде шуканим значенням величини u^* .

Ілюстративний приклад

Відповідно до запропонованого алгоритму виконано ряд числових експериментів. Для ілюстрації взято трикутний розподіл випадкових величин ξ_1 і ξ_2 . Для кожної величини щільність імовірності визначається як:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)}, & \text{якщо } a < x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}, & \text{якщо } m \leq x \leq b \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (13)$$

Алгоритм обчислення випадкової величини x буде таким [16]:

Крок 1. Обчислити $c = \frac{(m-a)}{(b-a)}$.

Крок 2. Отримати псевдовипадкові числа $w = random$ за законом рівномірного розподілу випадкової величини на відрізьку $[0,1]$.

Крок 3. Якщо $w < c$, то $y = \sqrt{cw}$, інакше $y = 1 - \sqrt{(1-c)(1-w)}$.

Крок 4. Вчислити $x = a + (b-a)y$.

При таких значеннях початкових даних :

$E = 8,16 \cdot 10^4 \text{ Па}$; $\sigma_0 = 162 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $L = 300 \text{ см}$; $\nu = 0,3$; $N = 2 \cdot 10^5$; $m_R = 10 \text{ см}$; $m_h = 0,07 \text{ см}$; $\alpha = 0,98$; $M = 196 \cdot 10^3$ отримані результати для щільності розподілу випадкової величини (13) при різних розкидах Δ_ξ , які подано в таблиці 3.

Таблиця 3

Результати статистичного моделювання (виявлення збіжності)

№ експерименту	Характеристики експерименту: розкид випадкової величини, см	Величина u^* (Н)	Відносна похибка, $\frac{ u^* - u_{\text{det}} }{u_{\text{det}}} 100\%$
1	$\Delta_h = 0,001$ $\Delta_R = 0,01$	72324	1.5
2	$\Delta_h = 0,0005$ $\Delta_R = 0,005$	71781	0.74
3	$\Delta_h = 0,0001$ $\Delta_R = 0,001$	71356	0.15
4	$\Delta_h = 0,00001$ $\Delta_R = 0,0001$	71261	0.01
5 Детермінований випадок	$h^{\text{det}} = 0,07$ $R^{\text{det}} = 10$	71251	

Таким чином, при малих значеннях розкиду випадкової величини виявляється також і малий розкид значення несучої сили. Зростання неточності у вихідних (початкових) даних призводить до значного збільшення оцінки осьової сили.

Так при $h: a_1 = 0,04; m_1 = 0,07; b_1 = 0,1$ (збільшення Δ_h складає 43% від h), $R: a_2 = 7; m_2 = 10; b_2 = 13$ (збільшення Δ_R складає 30% від R), отримано $u^* = 127,771 \text{ кН}$, що на 79% більше від детермінованого значення $u^* = 71,251 \text{ кН}$.

Висновки. На завершення зробимо такі висновки:

1) За допомогою імітаційного моделювання показана можливість реалізації задачі визначення максимального значення осьового навантаження, що діє на шарнірно-оперту кругову циліндричну оболонку в умовах повної і неповної інформації (стахастичної).

2) В результаті числових експериментів отримана інформація у формі номограми про поведінку такої важливої характеристики - максимальної величини осової сили за умови виконання обмежень по стійкості та міцності.

3) Зменшення характеристик розкиду випадкової величини веде до детермінованих значень осової сили.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Гольдштейн Ю.Б., Соломеш М.А.* Вариационные задачи статики оптимальных стержневых систем. - Л.: Изд. ЛГУ. - 1980. - 208 с.
2. *Гринёв В.Б., Филиппов А.П.* Оптимизация элементов конструкции по механическим характеристикам -К.: Наукова думка. - 1975. - 294 с.
3. *Почтман Ю.М., Бараненко В.А.* Динамическое программирование в задачах строительной механики - М.: Стройиздат. - 1984. - 110 с.
4. *Дзюба А.П.* Оптимальное проектирование конструкций на основе принципа Л.С. Понтрягина. - Днепропетровск: Изд. ДГУ. - 1984 - 136 с.
5. *Растригин Л.А.* Статистические методы поиска М.: Наука. 1968. - 376 с.
6. *Малков В. П., Угодчиков А.Г.* Оптимизация упругих систем. - М.: Наука - 1981. - 288 с.
7. *Гуляев В.И., Баженов В.А., Кошкин В.Л.* Методы оптимизации в строительной механике - К.: УМКВО. - 1989. - 192 с.
8. *Рейман М.И., Шапиро Г.С.* Оптимальное проектирование деформируемых твердых тел. Механика деформируемого твердого тела. Том 12. - Итоги науки и механики. - М.: 1978 с 5 - 90.
9. *Бусленко Н.П., Голенко Д.И., Соболев Н.М., Срагович В. Г., Шрейдер Ю. А.* Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) - М.: Физматгиз, 1962. - 332 с.
10. *Гинзбург И.Н., Кан С.Н.* Об одном методе выбора оптимальных параметров тонкостенной конструкции // «Труды VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Днепропетровск, 1969» - М.: Наука 1970. с. 271-273.
11. *Тетерс Г.А., Рикардс Р.Б., Нарусберг В.Л.* Оптимизация оболочек из слоистых композитивов – Рига.: Зинатне, 1978 – 239 с.
12. *White R.C.* A survey of random methods for parameter optimization. Simulation, 17, № 56 - 1971.
13. *Почтман Ю.М., Филатов Г.В.* Оптимальное проектирование конструкций методом случайного поиска, В сб. "Проблемы случайного поиска" Вып. 4. Рига. - 1975
14. *Соболев И.М.* Численные методы Монте-Карло. - М.: Наука. - 1973. - 312 с
15. *Гмурман В.Е.* Теория вероятности и математическая статистика. - М: Высшая школа. - 1977. - 479 с.
16. *Liu B.* Uncertain programming, Wiley, New York, USA. - 1999

REFERENCES

1. *Golshteyn Yu.B., Solomeshch M.A.* Varyatsyonnye zadachi statyky optymalnykh sterzhnevyykh sistem (Variation problems of optimal rod systems static). L.: LGU, 1980, 208 pp.
2. *Grynev V.B., Fylyppov A.P.* Optymyzatsyya elementov konstruktssy po mekhanicheskim kharakterystykam (Optimization of the structural elements on the mechanical characteristics). K.: Naukova dumka, 1975, 294 pp.
3. *Pochtman Yu.M. Baranenko V.A.* Dynamicheskoe programmyrovanye v zadachakh stroytelnoy mekhaniky (Dynamic programming problems in structural mechanics) M.:Stroyyzzdat, 1984.,110pp.

4. *Dzyuba A.P.* Optimalnoe proektyrovanye konstruksyy na osnove printsypa L.S. Pontryagina (Optimal design of structures on the basis of LS Pontryagin). - Dnepropetrovsk: Izd. DGU, 1984, 136 pp.
5. *Pastrygin L.A.* Statysticheskiye metody poiska (Statistical methods of search). M.: Nauka, 1968, 376 pp.
6. *Malkov V. P., Ugodchikov A.G.* Optimizaciya uprugih sistem (Optimization of elastic systems). M.: Nauka, 1981, 288 pp.
7. *Gulyaev V.I., Bazhenov V.A., Koshkin V.L.* Metody optimizacii v stroitel'noj mekhanike (Optimization Methods in Structural Mechanics). K.: UMKVO, 1989, 192 pp.
8. *Rejman M.I., Shapiro G.S.* Optimal'noe proektirovanie deformiruemyh tverdyh tel (Optimal design of deformable solids). Mekhanika deformiruемого tverdogo tela. Tom 12, Itogi nauki i mekhaniki, M.: 1978 p. 5 - 90.
9. *Buslenko N.P., Golenko D.I., Sobol' N.M., Sragovich V. G., SHrejder YU. A.* Metod statisticheskikh ispytanij (metod Monte-Karlo) (The method of statistical tests (Monte Carlo)). M.: Fizmatgiz, 1962, 332 pp.
10. *Ginzburg I.N., Kan S.N.* Ob odnom metode vybora optimal'nyh parametrov tonkostennoj konstrukcii (A method for selecting the optimal parameters of thin-walled structure). Trudy VI Vsesoyuznoj konferencii po teorii obolochek i plastin. Dnepropetrovsk, 1969, M.: Nauka 1970, p. 271-273.
11. *Teters G.A., Rikards R.B., Narusberg V.L.* Optimizaciya obolochek iz sloistyh kompozitov (Optimizing the shells of laminated composites). Riga.: Zinatne, 1978, 239 pp.
12. *White R.C.* A survey of random methods for parameter optimization. Simulation, 17, № 5b, 1971.
13. *Pochtman YU.M., Filatov G.V.* Optimal'noe proektirovanie konstrukcij metodom sluchajного poiska (Optimal design of structures by random search). Problemy sluchajного poiska, Vyp. 4. Riga, 1975.
14. *Sobol' I.M.* Chislennyye metody Monte-Karlo (Numerical methods of Monte Carlo). M.: Nauka. 1973. 312 pp.
15. *Gmurman V.E.* Teoriya veroyatnosti i matematicheskaya statistika (Probability theory and mathematical statistics). - M: Vysshaya shkola., 1977, 479 pp.
16. *Liu B.* Uncertain programming, Wiley, New York, USA, 1999

Baranenko V.A., Volchok D.L.

MAXIMAL LOAD VALUE CALCULATION OF COMPRESSED CYLINDRICAL SHELL WITH STABILITY AND STRENGTH RESTRICTION USING STATISTICAL INITIAL DATA

The paper considers the deterministic and stochastic programming tasks. It consists of determining of the maximum value of such characteristics as the axial force magnitude of the compressed circular cylindrical shell with the given parameters of shape: radius, thickness and length. The conditions of bearing capacity have to be provided. They are stability and durability. The method of statistical tests (Monte Carlo method) is involved to realize tasks. The simulation (statistical) algorithm is created. The investigation results are compared with deterministic solution in the case of the stochastic data.

Keywords: cylindrical shell, conditions of bearing capacity, axial force, the Monte Carlo method, statistical (simulation) modelling.

Бараненко В.А., Волчок Д.Л.

ПОИСК МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ НАГРУЗКИ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СЖАТОЙ ОБОЛОЧКИ В УСЛОВИЯХ УСТОЙЧИВОСТИ И ПРОЧНОСТИ ПРИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

В данной работе предоставляется детерминирована задача и задача стохастического программирования определения максимального значения такой характеристики, как вели-

чина осевой силы сжатой круговой цилиндрической оболочки при заданных параметрах формы: радиуса, толщины и длины по условиям несущей способности: устойчивости и прочности. К реализации этих задач привлекается метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Построен алгоритм имитационного (статистического) моделирования. Результаты исследования сравниваются с детерминированным решением в случае данных стохастической природы.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, условия несущей способности, осевая сила, метод Монте-Карло, статистическое (имитационное) моделирование

УДК 539.3

Бараненко В.О., Волчок Д.Л. Пошук максимального значення навантаження кругової циліндричної стиснутої оболонки в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2015. – Вип. 96. – С. 88-99.

Розглядається детермінована задача і задача стохастичного програмування визначення максимального значення осевої сили стисненої кругової циліндричної оболонки

Табл. 3. Іл. 2. Бібліогр. 16 назв.

Бараненко В.А., Волчок Д.Л. Поиск максимального значения нагрузки круговой цилиндрической сжатой оболочки в условиях устойчивости и прочности при стохастических исходных данных // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 2015. – Вып. 96. – С. 88-99.

Рассматривается детерминированная задача и задача стохастического программирования определения максимального значения осевой силы сжатой круговой цилиндрической оболочки.

Baranenko V.A., Volchok D.L. Maximal load value calculation of compressed cylindrical shell with stability and strength restriction using statistical initial data // Opir materialiv i teoriya sporud.. – 2015. – Issue 96. – P. 88-99. – Ukr.

The paper considers the deterministic and stochastic programming tasks. It consists of determining of the maximum value of such characteristics as the axial force magnitude of the compressed circular cylindrical shell

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, заступник декана факультету ПЦБ ВОЛЧОК Денис Леонідович

Адреса робоча: 49600, м. Дніпропетровськ, вул. Чернишевського, 24а ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, ВОЛЧОК Денис Леонідович

Адреса домашня: 49094 Україна, м. Дніпропетровськ, вул. Мандрикієвська 149/60, ВОЛЧОК Денис Леонідович

Роб. тел. +38(056)7563422;

мобільний тел.: +38(066) 727-656-0

E-mail – VolchokDL@yandex.ru

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор Бараненко Валерій Олексійович

Адреса робоча: 49600, м. Дніпропетровськ, вул. Чернишевського, 24а ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, Бараненко Валерій Олексійович

Адреса домашня: 49005 Україна, м. Дніпропетровськ, вул. Писаржевського 8а/70, Бараненко Валерій Олексійович

Роб. тел. +38(056)7563422;

мобільний тел.: +38(066) 125-459-7

E-mail – baranenko1941@ukr.net

УДК 539.3

НЕЛІНІЙНА СТІЙКІСТЬ ТОНКОСТІННИХ ОБОЛОНОК З ПОЧАТКОВИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ ФОРМИ

Присвячується професору Гоцуляку Є.О.

В.А. Баженов¹

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки

О.О. Лук'яненко¹

кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник

О.В. Костіна¹

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник

О.В. Герашенко¹

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник

¹*Київський національний університет будівництва і архітектури*

Представлена чисельна методика дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонок з недосконаlostями форми. Математичні моделі стійкості недосконалих оболонок побудовані за допомогою методу скінченних елементів, який реалізовано в сучасному обчислювальному комплексі. Досліджена нелінійна стійкість циліндричної оболонки з реальними недосконаlostями форми. Визначені область стійкості та надійність недосконалої оболонки-опори при дії комбінованого навантаження.

Ключові слова: надійність, критична сила, геометричні недосконаlostі, область стійкості.

Вступ. Проблема стійкості має особливе значення для тонкостінних оболонок. Початкові недосконаlostі форми є основним фактором, який знижує критичне значення навантаження на оболонку. Існує нагальна потреба подальшого створення ефективних чисельних методик розрахунку на стійкість та надійність тонкостінних оболонок з урахуванням початкових недосконалистей форми. Розвиток методів визначення критичних навантажень недосконалих тонкостінних оболонок залишається однією з центральних задач механіки деформованого твердого тіла [1-14]. Огляд досліджень стійкості тонкостінних оболонок з урахуванням початкових недосконалистей форми наведений в книзі Г.Д. Гавриленка [7]. Представлені як класичні аналітичні підходи, що базуються на теорії тонких оболонок, так і їх комбінації з чисельними методами. Застосування аналітичних методів обумовлює представлення форми недосконалисті у вигляді тригонометричних функцій, що значно звужує коло досліджень. Використання чисельних методів дає можливість задавати недосконалисті у довільній формі [8-14], досліджувати їх глобальну нелінійну поведінку,

включаючи питання побудови в заданій області станів траєкторії навантаження та встановлення на ній точок втрати стійкості.

За допомогою розробленого чисельного підходу, що базується на процедурах сучасного програмного комплексу скінченно-елементного аналізу та спеціально розробленої програми, автори дослідили нелінійну стійкість нафтоналивних резервуарів з реальними недосконалощами форми, які є відхиленнями твірних від вертикалі, при окремій дії поверхневого тиску, осьового стиснення та їх комбінації [10]. В статті [14] наведені результати нелінійного аналізу стійкості оболонки-опори, недосконалощі якої моделюються у вигляді форми деформування при дії експлуатаційного комбінованого навантаження. Представлена поверхня критичних значень комбінованого навантаження, яке подано у вигляді різних комбінацій вітрового навантаження та змінного тиску від ваги цистерни з рідиною, що встановлена зверху оболонки-опори. Досліджена нелінійна стійкість довгої гнучкої оболонки при чистому згині з урахуванням початкової недосконалощі у вигляді форми деформування по довгій півхвилі. Урахування докритичної геометрично нелінійної деформації оболонки значно уточнює розрахунок критичного навантаження.

Актуальною задачею будівельної механіки залишається висновок про надійність та довговічність тонкостінних недосконалих оболонок. В роботах М.Майера і Н.Хоціалова, що відносяться до 1926 - 1929 рр, вперше висунута ідея про застосування статистичних методів до розрахунків на міцність конструкцій. Видатна роль у справі впровадження статистичних методів у будівельну механіку належить М.С.Стрелецькому, який представив статистичну концепцію надійності споруд [18], яка знайшла відображення в методиці розрахунку конструкцій за граничним станом. У 40-і роки О.Р. Ржаніцин розвинув теорію надійності будівельних конструкцій [19, 20]. В різних галузях техніки в той же час починається впровадження імовірнісних методів. Пізніше відбувається перехід від елементарних методів теорії імовірностей до методів випадкових функцій. В.В. Болотін [21, 22] перший узагальнив теорію надійності будівельних конструкцій з позицій теорії випадкових процесів. На цей час імовірнісні та статистичні методи оцінки міцності та надійності будівельних конструкцій знаходять широке застосування в будівельній механіці та будівельному проектуванні і є основою багатьох останніх редакцій норм проектування будівельних конструкцій різних країн [23].

В статті представлено імовірнісний підхід до визначення надійності недосконалих тонкостінних оболонок, який в поєднанні з сучасним чисельним методом розрахунку на стійкість дозволяє досліджувати реальні конструкції як на етапі проектування так і в процесі їх експлуатації із забезпеченням допустимого рівня надійності конструкцій та сталого функціону-

вання. Цей підхід базується на основних положеннях імовірнісного підходу В.В.Болотіна [22]. Авторами він був адоптований до визначення надійності за стійкістю циліндричних тонкостінних оболонок зі змінною товщиною стінок з початковими недосконаlostями форми при дії поверхневого тиску [10]. В статті [3] імовірнісний підхід застосовано до дослідження надійності за стійкістю недосконалої оболонки-опори при дії комбінованого навантаження. Надійність оболонки-опори визначена за допомогою поверхні надійності з урахуванням заданого максимально можливого значення недосконаlostі та розподілу її щільності імовірності. В результаті отримані допустимі сполучення комбінованого навантаження, які мають бути враховані при проектуванні та експлуатації конструкції.

1. Чисельна методика побудови математичної моделі стійкості недосконалої оболонки

1.1. Урахування реальних недосконаlostей форми

В статті [9] досліджена нелінійна стійкість існуючих тонкостінних оболонок з урахуванням їх фактичної геометрії після певного часу експлуатації. Більш вразливими є стінки нафтоналивних резервуарів. Великі геометричні розміри практично не уможливають проведення натурних випробувань на стійкість. Сучасні програмні комплекси дозволяють будувати моделі по фактичній геометрії конструкції. Створення математичних моделей оболонок з реальними недосконаlostями пропонується за допомогою програмного комплексу скінченно-елементного аналізу NASTRAN [25] із використанням сплайн-кривих. Реальні недосконаlostі тонкостінної оболонки є фактичними відхиленнями від вертикалі твірних стінки, які можна отримати в результаті польових вимірювань. Відхилення твірних додаються до відповідних циліндричних координат ідеальної поверхні оболонки. По зміненим координатам будуються сплайн-криві і сплайнові поверхні. Розрахункова модель оболонки із недосконалою геометрією представляється у вигляді скінченно-елементної сітки. На рис. 1 зображена модель реального нафтоналивного резервуара, який має недосконаlostі форми після 10 років його експлуатації. Для візуалізації фактичних недосконаlostей оболонки написана спеціальна про-



Рис. 1. Модель оболонки з візуалізацією реальних відхилень твірних в масштабі 1:20

грама на мові ФОРТРАН99, яка орієнтована на програмний комплекс.

1.2. Моделювання початкових недосконалостей форми

Вимірювання реальних недосконалостей форми оболонок потребує значних техніко-економічних затрат, тому моделювання початкових недосконалостей є актуальним як на стадії проектування конструкцій, так і в процесі їх експлуатації. Дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонкових конструкцій зі змодельованими початковими недосконалостями представлені авторами в статтях [9-10]. Побудова математичної моделі виконується за допомогою програмного комплексу скінченно-елементного аналізу NASTRAN [25]. Вибір моделі початкових недосконалостей залежить від геометричних параметрів оболонки та виду навантажень. При дії одного виду навантаження (поверхневого тиску, осьового стиснення, пари сил) модель недосконалостей приймається у вигляді першої форми втрати стійкості оболонки, оскільки саме ця форма деформування є найбільш безпечною. В розрахунках амплітуда початкових недосконалостей приймається пропорційною товщині стінки оболонки t в діапазоні $(0,25 \div 2,0)t$. На рис. 2 представлена скінченно-елементна модель тонкостінної оболонки реального нафтоналивного резервуара при дії поверхневого тиску. Модель початкових недосконалостей є першою формою втрати стійкості оболонки, яка отримана при розв'язанні задачі стійкості методом Ланцоша.

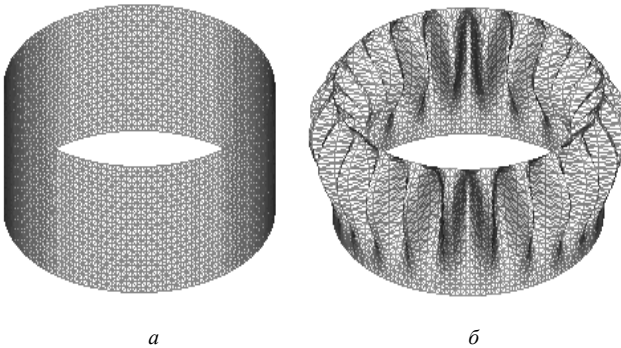


Рис. 2 Модель оболонки при дії поверхневого тиску:
а) з ідеальною поверхнею; б) з недосконалостями

При дії на тонкостінну оболонку комбінації двох ортогональних навантажень (поверхневого тиску і осьового стиснення) Вольміром в книзі [4] при дослідженні стійкості запропоновано ввести коефіцієнти сполучення навантажень. Аналогічно цьому підходу в роботах [11] авторами виконується моделювання початкових недосконалостей оболонки зі змінною товщиною сті-

нки у вигляді комбінацій форм втрати стійкості ідеальної оболонки при окремих діях навантажень з відповідними коефіцієнтами сполучення.

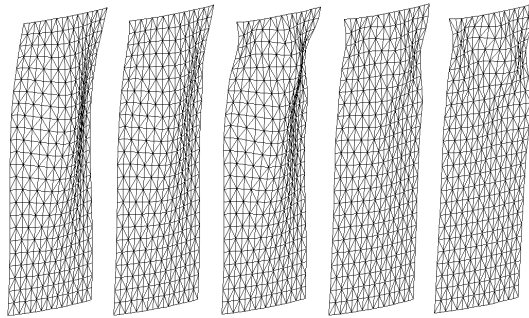


Рис. 3. Моделі сегменту оболонки при дії комбінації ортогональних навантажень

Якщо на оболонку діє комбінація двох не ортогональних навантажень, вибір моделі початкових недосконалостей форми оболонки є більш складним. На рис. 4 представлена модель реальної циліндричної оболонки-опори з двома отворами, які підсилені ребрами жорсткості [13]. Стінки оболонки підсилені нижнім і верхнім поясами та зверху вертикальними ребрами жорсткості. На оболонку-опору діє комбіноване навантаження у вигляді ваги цистерни з рідиною, яка встановлена на оболонку-опору, та дії вітру. Ці навантаження не є ортогональними, тому формуються три моделі недосконалостей у вигляді: форми деформування оболонки при дії експлуатаційного навантаження, форми втрати стійкості і форми деформування оболонки в граничному стані, що була отримана при розв'язанні нелінійної задачі статки. Вибір моделі недосконалості оболонки відбувається за показником найменшого значення критичного навантаження при максимально допустимій амплітуді недосконалості.

Досліджена нелінійна стійкість довгої гнучкої циліндричної оболонки зі змодельованими недосконалостями форми при дії пар сил. Форма деформування у вигляді випучування оболонки по

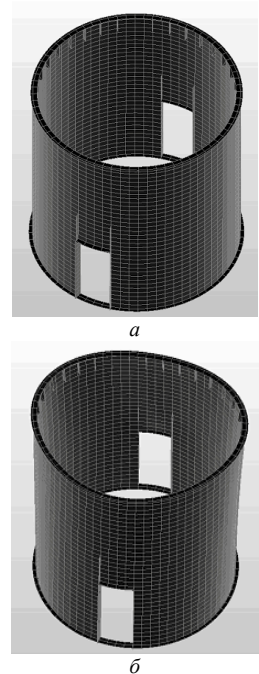


Рис. 4. Модель оболонки-опори: а) без недосконалостей; б) з недосконалостями

довгим півхвилям є найбільш небезпечною. Для її отримання розв'язується нелінійна задача статки за допомогою модифікованого методу Ньютон-Рафсона. В даному випадку початкові недосконалості моделюються у вигляді найбільш небезпечної форми (рис. 5).

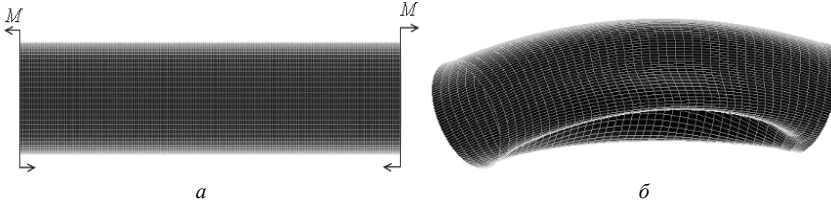


Рис. 5. Модель довгої гнучкої циліндричної оболонки:
а) з ідеальною поверхнею; б) з недосконалостями

2. Дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонок з недосконалостями форми

Основними задачами дослідження нелінійної стійкості недосконалих тонкостінних оболонок є визначення граничних критичних значень навантаження, аналіз напружено-деформованого стану на різних стадіях навантаження та побудова області стійкості. Етапи дослідження стійкості недосконалих оболонок залежать від виду навантаження. В цьому розділі наведені приклади дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонок з недосконалостями форми при дії поверхневого тиску та комбінованого навантаження. Для дослідження нелінійного деформування оболонки та втрати стійкості розв'язується нелінійна задача статки, яка є обчислювальною процедурою програмного комплексу NASTRAN. За допомогою модифікованого методу покрокового навантаження Ньютон-Рафсона будуються криві навантаження, визначається граничне значення критичного навантаження та досліджується напружено-деформований стан оболонки при втраті стійкості.

2.1. Стійкість оболонки з реальними недосконалостями при дії поверхневого тиску

Дослідження напружено-деформованого стану оболонки з реальними недосконалостями (рис. 1) при дії поверхневого тиску представлені на рис. 6, 7, 8. Процес втрати стійкості починається із поступового розвитку докритичних деформацій по всій поверхні оболонки. Перша докритична фаза досить стійка і тривала у часі. Початкові прогини можуть не лише залишатися без змін, а й трансформуватися у нові форми або може відбуватися процес злиття із утворенням геометрично більших недосконалостей. Ці зони і визначають в першу чергу несучу здатність оболонки. У закритичній стадії максимальні деформації відбуваються у вказаних зонах. Втрата стійкості оболонки відбувається при критичному наванта-

женні $q_{кр} = 0.744q_{кр}^0$ ($q_{кр}^0$ – критичне значення поверхневого тиску ідеальної оболонки). Максимальні еквівалентні напруження в елементах стінки оболонки обчислюються згідно критерія Мізеса і становлять 65.658 МПа , що нижче розрахункового опору сталі $R_y = 240 \text{ МПа}$.

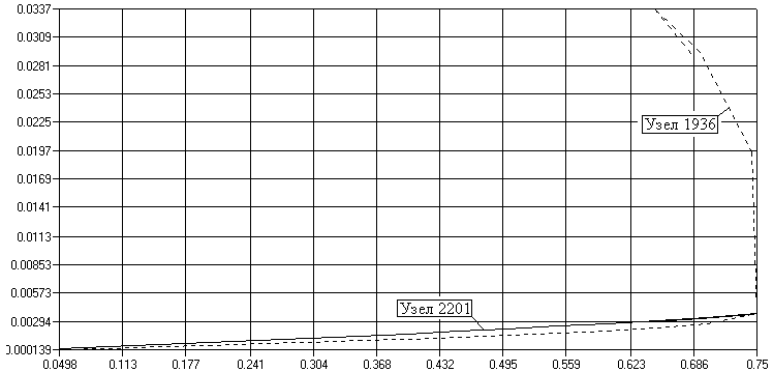


Рис. 6. Криві навантаження недосконалої оболонки поверховим тиском

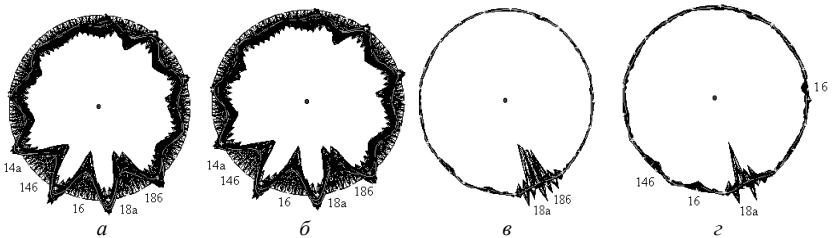


Рис. 7. Деформування недосконалої оболонки на різних стадіях навантаження:
а) $q = 0.05q_{кр}^0$; б) $q = 0.45q_{кр}^0$; в) $q = 0.684q_{кр}^0$; г) $q_{кр} = 0.744q_{кр}^0$

Початкові недосконалості форми тонкостінної оболонки суттєво знизили критичне значення поверхневого тиску, що негативно впливає на її стійкість.

2.2. Стійкість оболонки-опори з початковими недосконалостями форми при дії комбінованого навантаження

Скінченно-елементна модель оболонки-опори представлена на рис. 4. Оболонка має такі геометричні характеристики: діаметр $D = 5,61 \text{ м}$, висота $H = 5,3 \text{ м}$, товщина стінки $t = 10 \text{ мм}$. Пояси представляють собою пластини шириною 200 мм та завтовшки 20 мм . Оболонка-опора виготовлена із сталі з такими механічними характеристиками: $E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $G = 0,792 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\mu = 0,3$. Комбіноване навантаження представляє собою сумісну дію ваги цистерни з рідиною та вітру, що діє на цистерну. Параметри вітрового навантаження при-

ймаються згідно діючого нормативного документу [24]. Комбіноване навантаження прикладається до вузлів верхнього поясу оболонки-опори у вигляді зосереджених сил, значення яких визначаються за формулою: $[\alpha G_e; (1-\alpha)V_e]$, де $G_e = 67,36 \text{ кН}$ і $V_e = [0,1 \div 39,77] \text{ кН}$ – відповідно максимальна експлуатаційна вага цистерни з рідиною та вітрове навантаження на один вузол верхнього поясу моделі; $\alpha = [0; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$ – коефіцієнт сполучення навантажень. Оскільки вітер діє на цистерну, вага якої складає $0,113 G_e$, комбінацію $[0 G_e; 1 V_e]$ замінено на комбінацію навантажень $[0,113 G_e; 1 V_e]$. Вага цистерни з рідиною та вітер, що діє на цистерну, сумісно посилюють осьовий тиск на оболонку-опору і не є ортогональними. Процес моделювання початкових недосконалостей форми оболонки-опори наведений в статті [13]. За розрахункову модель обрана скінченноелементна модель оболонки-опори з недосконалістю у вигляді форми деформування оболонки, що отримана при розв'язанні нелінійної задачі статки і є найневигіднішою формою деформування оболонки при найнесприятливішому сполученні навантажень (рис. 4). В розрахунках максимальні амплітуди початкових недосконалостей приймають значення $\Delta = [0,5; 1; 1,5; 2]t$, де $t = 10 \text{ мм}$ – товщина стінки оболонки.

При дослідженні стійкості оболонки-опори враховано прояв її геометричної нелінійності з перевіркою виконання умови допустимих напружень і деформацій. За допомогою модифікованого методу Ньютон-Рафсона розв'язується нелінійна задача статки і визначаються критичні сполучення навантажень за формулою $[G_{кр}^H; V_{кр}^H] = \mu_{кр} [\alpha G_e; (1-\alpha)V_e]$, де $\mu_{кр}$ – параметр критичного сполучення навантажень, α – коефіцієнта сполучення навантажень.

На рис. 9 представлені форми деформування оболонки-опори з амплітудою недосконалості $\Delta = 2t$ при допустимому напруженні $\sigma = 210 \text{ МПа}$ для різних коефіцієнтів напруження α .

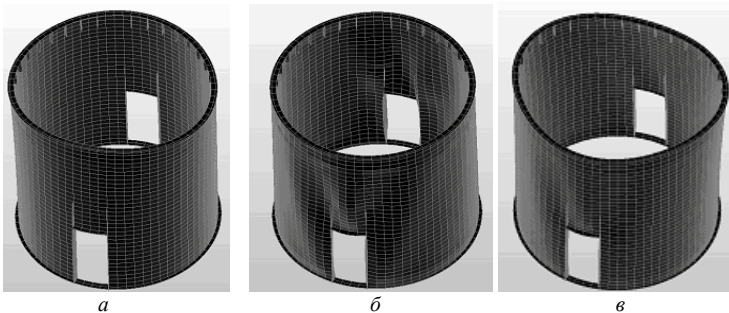


Рис. 9. Форма деформування оболонки-опори з недосконалістю $\Delta = 2t$:

а) $\alpha = 0,113$; б) $\alpha = 0,5$; в) $\alpha = 1$

На рис. 10 побудовані області стійкості оболонки-опори з різними амплітудами недосконалості, які обмежені осями координат та кривими залежності $\frac{V_{кр}^n}{V_e}$ від $\frac{G_{кр}^n}{G_e}$. Областю стійкості вважається область, яка обмежена відповідними кривими критичних сполучень навантажень та координатними осями (рис. 10,а).

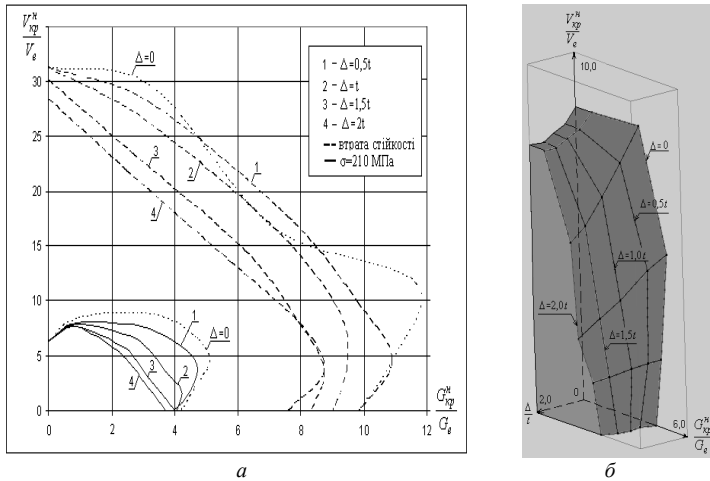


Рис. 10. Область стійкості недосконалої оболонки-опори

Видно, що область стійкості при допустимому напруженні $\sigma=210 \text{ МПа}$ в оболонці значно менша за область, яка відповідає втраті стійкості. Області стійкості зменшуються зі збільшенням максимальної амплітуди недосконалості оболонки. Загальна стійкість оболонки-опори при різних комбінаціях вітру та ваги цистерни з рідиною забезпечена, оскільки область експлуатаційного навантаження $\left[\frac{G_{кр}^n}{G_e}; \frac{V_{кр}^n}{V_e} \right] = [1;1]$ знаходиться в

межах областей стійкості недосконалої оболонки-опори. На рис. 10,б представлена поверхня критичних сполучень навантаження, яка побудована за допомогою кривих, що обмежують область стійкості оболонки-опори при допустимому навантаженні $\sigma=210 \text{ МПа}$ і мають вигляд суцільних ліній на рис. 10,а.

3. Імовірнісний підхід до визначення надійності за стійкістю

Розроблено імовірнісний підхід до визначення надійності за стійкістю недосконалих тонкостінних оболонок при дії статичних навантажень, який базується на основних положеннях імовірнісного підходу В.В.Болотіна [22]. Цей підхід застосовано при визначенні надійності за стійкістю циліндричних тонкостінних оболонок зі змінною товщиною стінок з початковими недосконалостями форми при дії поверхневого тиску [11] та оболонки-опори при дії комбінованого навантаження [14]. Імовірнісний підхід містить припущення про існування функціональної залежності критичного навантаження від початкової недосконалості конструкції. Знаючи щільність повної імовірності вектора початкової недосконалості, можна визначити щільність імовірності критичного навантаження як випадкової скалярної змінної. Надійність за стійкістю недосконалої оболонки при дії одного виду навантаження визначається за формулою

$$R(\alpha) = \text{Prob}(\alpha_{кр} > \alpha) = \text{Prob}(u < \xi). \quad (1)$$

Тут $R(\alpha)$ – надійність конструкції при заданому безрозмірному навантаженні α ; $\alpha_{кр}$ – випадкове безрозмірне критичне навантаження; u – випадкова безрозмірна величина початкової недосконалості; ξ – максимально допустима безрозмірна величина початкової недосконалості.

Якщо задати щільність імовірності початкових недосконалостей, можна визначити щільність імовірності критичного навантаження, а надійність за стійкістю недосконалої конструкції представити у вигляді:

$$R(\alpha) = \begin{cases} 0 & (\alpha > 1), \\ f_x(u) & (\alpha_{кр}^* < \alpha < 1), \\ 1 & (\alpha \leq \alpha_{кр}^*), \end{cases} \quad (2)$$

де $\alpha_{кр}^*$ – безрозмірне критичне навантаження, яке відповідає максимальній можливій безрозмірній величині початкової недосконалості конструкції ξ , $f_x(u)$ – функція щільності імовірності початкової недосконалості.

При дії на оболонку комбінації двох видів навантаження, надійність за стійкістю визначається за формулою

$$R(\alpha, \beta) = \text{Prob}((\alpha_{кр}, \beta_{кр})^* > (\alpha, \beta)) = \text{Prob}(u < \xi). \quad (3)$$

Тут $R(\alpha, \beta)$ – надійність оболонки при заданому безрозмірному комбінованому навантаженні (α, β) ; $(\alpha_{кр}, \beta_{кр})^*$ – випадкове безрозмірне крити-

чне сполучення навантажень, яке відповідає максимально можливій безрозмірній величині початкової недосконалості оболонки ξ .

Згідно виразу (2) надійність за стійкістю оболонки можна представити через функцію щільності імовірності початкової недосконалості:

$$R(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0 & ((\alpha, \beta) > (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}), \\ f_x(u) & ((\alpha_{кр}, \beta_{кр})^* < (\alpha, \beta) < (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}), \\ 1 & ((\alpha, \beta) \leq (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^*), \end{cases} \quad (4)$$

де $(\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}$ – безрозмірне критичне сполучення навантажень при втраті стійкості досконалої оболонки.

За допомогою представленого підходу можна визначити значення допустимого сполучення комбінованого навантаження $(\alpha, \beta)_{дон}$, яке відповідає необхідній (проектній) надійності оболонки r .

3.1. Надійність за стійкістю недосконалої оболонки при дії поверхневого тиску

В розрахунках задається щільність імовірності початкової недосконалості оболонки-опори у вигляді рівномірного розподілу (рис. 11,а), за трикутником (рис. 11,б) та Гаусового розподілу (рис. 11,в). Відповідні функції розподілу щільності імовірності початкової недосконалості оболонки-опори обчислюються при умові, що максимально можлива безрозмірна величина початкової недосконалості ξ дорівнює 2.0, за формулами:

– рівномірний розподіл

$$f_x(u) = \int_0^u p(x) dx = \int_0^u \xi^{-1} dx, \quad (5)$$

де $p(x)$ – щільність імовірності початкової недосконалості;

– розподіл за трикутником

$$f_x(u) = \int_0^u \frac{2}{\xi} \left(1 - \frac{x}{\xi}\right) dx, \quad (6)$$

– Гаусів розподіл

$$f_x(u) = \int_0^u \frac{\sqrt{2}}{\pi\sigma} \exp \frac{-x^2}{2\sigma^2} dx, \quad (7)$$

де σ^2 – дисперсія випадкової безрозмірної величини початкової недосконалості.

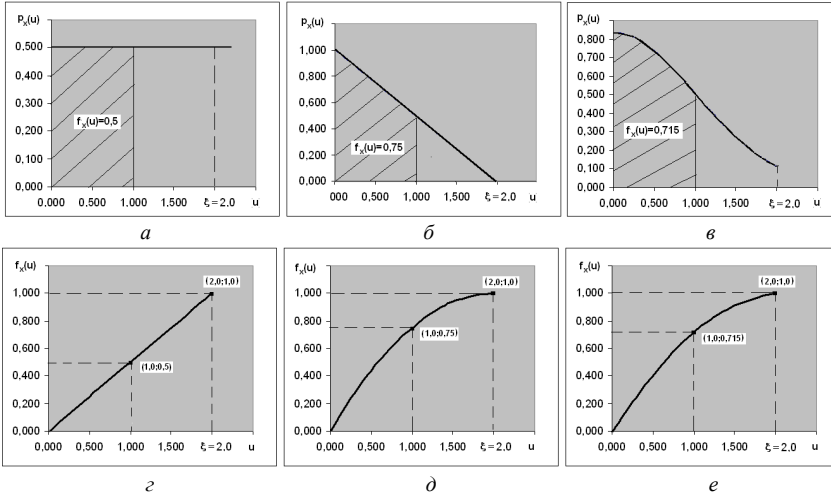


Рис. 11. Види та функції розподілу щільності імовірності недосконалість оболонки-опори: а, г) рівномірний; б, д) за трикутником; в, е) Гаусів

3.2. Надійність за стійкістю недосконалої оболонки-опори при дії комбінованого навантаження

Визначення надійності за стійкістю оболонки-опори викладено в статті [3]. Надійність за стійкістю оболонки-опори $R(\alpha, \beta)$ визначається за формулами (3), (4). Функціональна залежність комбінованого навантаження

$\left[\frac{G_{кр}^n}{G_e}; \frac{V_{кр}^n}{V_e} \right]$ від початкової недосконалість Δ отримана при дослідженні нелінійної стійкості оболонки-опори і представлена на рис. 10,б.

Безрозмірна випадкова величина початкової недосконалість задається у вигляді $u = \frac{\delta}{t}$, де δ – випадкове відхилення вузлів скінченно-елементної моделі стінки оболонки-опори від вертикалі. Безрозмірне комбіноване навантаження представляється у вигляді $(\alpha, \beta) = \left[\frac{\bar{G}}{G_e}; \frac{\bar{V}}{V_e} \right]$,

де \bar{G} – навантаження від ваги цистерни з урахуванням змінної ваги рідини, \bar{V} – навантаження від вітру, що діє на цистерну. Випадкове безрозмірне критичне сполучення навантажень записується у вигляді

$$(\alpha_{кр}, \beta_{кр}) = \left[\frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right]. \text{ Надійність за стійкістю оболонки-опори}$$

$$R(\alpha, \beta) = R \left[\frac{\bar{G}}{G_e}; \frac{\bar{V}}{V_e} \right] \text{ для трьох видів розподілу щільності імовірності}$$

початкової недосконалості подається у вигляді поверхонь надійності (рис. 12). Вони будуються на кривих надійності, що відповідають конкретному сталому значенню надійності і різним сполученням навантажень, які обчислюються для випадкових сполучень навантажень (α, β) з відомою залежністю від амплітуди недосконалості оболонки-опори.

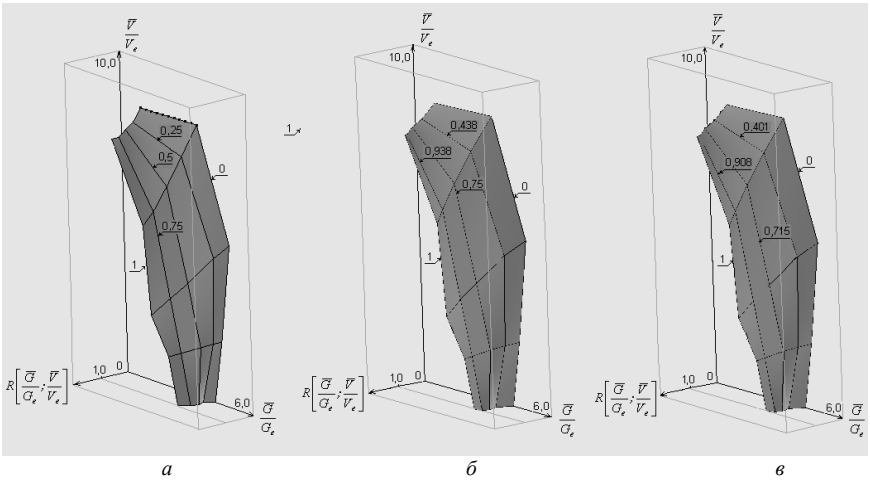


Рис. 12. Поверхні надійності за стійкістю оболонки-опори з недосконалостями, розподіл щільності імовірності яких є: а) рівномірний, б) за трикутником, в) Гаусів

Надійність за стійкістю оболонки-опори дорівнює одиниці, якщо випадкове комбіноване навантаження попадає в область, яка обмежена кривою надійності зі сталою координатою $R = 1$ і осями координат \bar{G}/G_e та \bar{V}/V_e . Якщо випадкове комбіноване навантаження попадає в область, яка знаходиться вище за криву надійності зі сталою координатою $R = 0$, то надійність оболонки-опори дорівнює нулю. В інших випадках надійність за стійкістю визначається як координата точки поверхні надійності. Для цього на координатній площині $(\bar{G}/G_e; \bar{V}/V_e)$ із точки з заданими координатами паралельно осі $R[\bar{G}/G_e; \bar{V}/V_e]$ проводиться пряма до перети-

ну з площиною надійності. Третя координата точки перетину є надійністю за стійкістю недосконалої оболонки-опори. Допустиме сполучення безрозмірного комбінованого навантаження $(\alpha, \beta)_{\text{дон}}$ також визначається за допомогою поверхні надійності. Наприклад, якщо необхідну (проектну) надійність оболонки прийняти $r = 0,995$, тоді координатами точок лінії перетину площини надійності з площиною, яка проведена паралельно координатній площині $(\bar{G}/G_e; \bar{V}/V_e)$ через точку простору $(R, \bar{G}/G_e, \bar{V}/V_e) = (0,995; 0; 0)$ буде допустиме сполучення безрозмірного комбінованого навантаження $(\alpha, \beta)_{\text{дон}}$.

Висновок. Розроблена чисельна методика дозволяє дослідити вплив початкових недосконалостей форми на стійкість тонкостінних оболонок. Процедури сучасного програмного комплексу скінченно-елементного аналізу та спеціально розроблені програми є ефективними при побудові математичних моделей нелінійної стійкості недосконалих оболонок. Моделювання початкових недосконалостей залежить від геометричних параметрів оболонок та виду навантаження. Початкові недосконалості суттєво впливають на критичні значення навантажень, області стійкості та надійність тонкостінних оболонок.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляев В.И., Гоцуляк Е.А.* Устойчивость нелинейных механических систем. Львов, Вища школа, 1982. – 255 с.
2. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури – К.: ЗАТ „Віпол”, 2010. – 316с.
3. *Баженов В.А., Лук'яненко О.О., Костіна О.В., Геращенко О.В.* Імовірнісний підхід до визначення надійності недосконалої оболонки-опори//Проблеми міцності, 2014, N4. С.152 – 161.
4. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984с.
5. *Доннелл Л.Г., Ван К.* Влияние неправильностей в форме на устойчивость стержней и тонкостенных цилиндров при осевом сжатии // Механика. Сб. перев. и обз. иностр. период. лит.-ры. – 1951. – №408, С.91 – 107.
6. *Гавриленко Г.Д.* Устойчивость и несущая способность гладких и ребристых оболочек с локальными вмятинами // Прик. механика. – 2004. – 40, №9. – С.35-64.
7. *Гавриленко Г.Д.* Численный и аналитический подходы к исследованию несущей способности несовершенных оболочек // Прик. механика. – 2003. – 39, №9. – С.44-62.
8. *Гоцуляк Е.А., Заблоцкий С.В.* К исследованию устойчивости оболочек с несовершенствами // Прик. механика. – 1990. – 26, №4. – С.49-55.
9. *Гоцуляк Е.О., Лук'яненко О.О., Костіна О.В., Шах В.В.* Стійкість стінок циліндричних оболонок при комбінованому навантаженні з урахуванням недосконалостей форми // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2006. – Вип.. 79. – С. 63-72.
10. *Гоцуляк Е.О., Барвінко А.Ю., Лук'яненко О.О., Костіна О.В., Шах В.В.* Оцінка впливу початкових недосконалостей циліндричних оболонок резервуарів на їх стійкість при дії бокового тиску //Опір матеріалів і теорія споруд. К.: КНУБА. – 2008. – № 82. – С. 48-54.

11. Гоцуляк Є.О., Лук'янченко О.О., Шах В.В. Об устойчивости цилиндрических оболочек переменной толщины с начальными несовершенствами//Прикладная механика. – 2009. – №4. – С.103-108.
12. Гоцуляк Є.О., Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Шах В.В. Побудова поверхні критичних сполучень осового та бічного стиснення циліндричних оболонок змінної товщини з нерегулярними недосконаlostями // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – Вип.85. – К.:КНУБА, 2010. – С.23-32.
13. Гоцуляк Є.О., Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Гаран І.Г. Стійкість циліндричної оболонки-опори з недосконаlostями форми при комбінованому навантаженні//Проблеми міцності. – 2012. – №5. – С.127-134.
14. Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Гаран І.Г. Моделювання початкових недосконаlostей циліндричної оболонки змінної товщини при дослідженні її стійкості при дії комбінованого навантаження// Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – Вип.84. – К.:КНУБА, 2009. – С. 97–103.
15. Койтер В.Т. Устойчивость и закритическое поведение упругих систем // Механика: Сб. перев. иностр. статей. – 1960. – №5, С.99 – 110.
16. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек – М.: Наука, 1971. – 807с.
17. Элишаков И. О проведении расчетов с учетом чувствительности к несовершенствам // Потеря устойчивости и выпучивание конструкций: теория и практика / Под ред. Дж. Томпсона и Дж. Ханта: Пер. с англ./ Под ред. Э.И. Григолока. – М.: Наука. Гл. ред. физ.- мат. лит., 1991.– С.272–281.
18. Стрелецкий Н.С. Основы статистического учета коэффициента запаса прочности сооружений. – М.: Стройиздат, 1947. – 94 с.
19. Ржаницин А.Р. Применение статистических методов в расчетах сооружений на прочность и безопасность. Строительная промышленность, 1952, №6.
20. Ржаницин А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.
21. Болотин В.В. Статистические методы в нелинейной теории упругих оболочек // Изв. АН СССР. ОТН. – 1958. – №3. – С. 33–41.
22. Болотин В.В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1971. – 256 с.
23. Августи Г., Баратта А., Кашианти Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании/Пер. С англ.. Ю.Д. Сухова. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.
24. ДБН В.1.2-2:2006 „Навантаження і впливи“. Норми проектування.
25. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. - М.: ДМК Пресс, 2001.– 448 с.

REFERENCES

1. Bazhenov V.A., Gulyaev V.Y., Gotsulyak E.O. Ustoychivost' nelineynykh mekhanicheskikh sistem (Stability of nonlinear mechanical systems). L'vov, Vyscha shkola, 1982. – 255 s.
2. Bazhenov V.A., Kryvenko O.P., Solovey M.O. Neliniyne deformuvannya ta stiykist' pruzhnykh obolonok neodnorodnoyi struktury (Nonlinear deformation and stability of elastic shells with heterogeneous structure) – K.: ZAT „Vipol”, 2010. – 316 s.
3. Bazhenov V.A., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Gerushchenko O.V. Imovirnisnyy pidkhid do vyznachennya nadiynosti nedoskonaloyi obolonky-opory (A probabilistic approach to determination of imperfect shell-bearing reliability)// Problemy miitsnosti, 2014, N4. -S.152–161.
4. Vol'myr A.S. Ustoychivost' deformiruemykh sistem (Stability of deformable systems). – М.: Nauka, 1967. – 984s .
5. Donnell L.H., Van K. Vliyanye nepravil'nostey v forme na ustoychivost' sterzhney i tonkostennykh tsilyndrov pri osevom szhatii (Effects of Imperfections on Buckling of Thin Cylinders

- and Columns under Axial Compression) // *Mekhanika. Sb. perev. y obz. ynostr. peryod. lyt-ry.* – 1951. – N 408, - S.91 – 107
6. *Gavrylenko H.D.* Ustoychivost' i nesushchaya sposobnost' gladkikh y rebristykh obolochek s lokal'nymi vmyatinamy (Stability and load-bearing capacity of smooth and ribbed shells with local dents) // *Prik. mekhanika.* – 2004. – 40, N 9. – S.35-64.
 7. *Gavrylenko H.D.* Chislennyi i analiticheskiy podkhody k issledovaniyu nesushchey sposobnosti nesovershennykh obolochek (Numerical and analytical approaches to the study of the carrying capacity of imperfect shells) // *Prik. mekhanika.* – 2003. – 39, N 9. – S.44-62.
 8. *Gotsulyak E.A. Zablotskiy S.V.* K issledovaniyu ustoychivosty obolochek s nesovershenstvami (On the stability analysis of the shells with imperfections) // *Prik. mekhanika.* – 1990. – 26, N 4. – S.49-55.
 9. *Hotsulyak Ye.O., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Shakh V.V.* Stiykist' stinok tsylindrychnykh obolonok pry kombinovanomu navantazhenni z urakhuvannam nedoskonalostey formy (Stability of cylindrical shells walls under combined loading considering shape imperfections) // *Opir materialiv i teoriya sporud.* – 2006. – Vip. 79. – S. 63-72.
 10. *Hotsulyak Ye.O., Barvinko A.Yu., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Shakh V.V.* Otsinka vplyvu pochatkovykh nedoskonalostey tsylindrychnykh obolonok rezervuariv na yikh stiykist' pry diyi bokovoho tysku (Estimation of influence of initial imperfections in tanks cylindrical shells on their stability under the action of lateral pressure) // *Opir materialiv i teoriya sporud.* K.: KNUBA. – 2008. – # 82. – S. 48-54.
 11. *Gotsulyak Ye.A., Luk'yanchenko O.A., Shakh V.V.* Ob ustoychivosty tsylindricheskikh obolochek peremennoy tolschiny s nachal'nymi nesovershenstvami (On the stability of cylindrical shells of variable thickness with initial imperfections) // *Prikladnaya mekhanika.* – 2009. – # 4. – S.103-108.
 12. *Hotsulyak Ye.O., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Shakh V.V.* Pobudova poverkhni krytychnykh spoluchen' os'ovoho ta bichnoho stysnennya tsylindrychnykh obolonok zminnoyi tovshchyny z nerehulyarnymy nedoskonalostyamy (Surface construction for critical combinations of axial and lateral compression of cylindrical shells with variable thickness and irregular imperfections) // *Opir materialiv i teoriya sporud: Nauk.-tekhn. zbirnyk.* – Vyp.85. – K.:KNUBA, 2010. – S.23-32.
 13. *Hotsulyak Ye.O., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Haran I.H.* Stiykist' tsylindrychnoyi obolonky-opory z nedoskonalostyamy formy pry kombinovanomu navantazhenni (Stability of cylindrical bearing shells with shape imperfections under combined loading) // *Problemy mitsnosti.* – 2012. – # 5. – S.127-134.
 14. *Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Haran I.H.* Modelyuvannya pochatkovykh nedoskonalostey tsylindrychnoyi obolonky zminnoyi tovshchyny pry doslidzhenni yiyi stiykosti pry diyi kombinovanoho navantazhennya (Modeling of cylindrical shell with variable thickness initial imperfections when studying its stability under combined loading) // *Opir materialiv i teoriya sporud: Nauk.-tekhn. zbirnyk.* – Vyp.84. – K.:KNUBA, 2009. – S. 97–103.
 15. *Koiter V.T.* Ustoychivost' i zakriticheskoe povedenie upruhikh sistem (Elastic stability and postbuckling behavior) // *Mekhanika: Sb. perev. inostr. statey.* – 1960. – # 5, S.99 – 110.
 16. *Timoshenko S.P.* Ustojchivost' sterzhnej, plastin i obolochek (Stability of rods, plates and shells)– M.: Nauka, 1971. – 807s.
 17. *Elishakov Y.* O provedenii raschetov s uchetoм chuvstvitel'nosti k nesovershenstvam (On the design with regard to imperfection sensitivity) // *Poterya ustoychivosti i vypuchyvanie konstruktsiy: teoriya iy praktika / Pod red. Dzh. Tompsona y Dzh. Khanta: Per. s anhl./ Pod red. E.Y. Grigolyuka.* – M.: Nauka. Gl. red. fiz.- mat. lit., 1991.– S.272–281.
 18. *Streleckij N.S.* Osnovy statisticheskogo ucheta koeficienta zapasa prochnosti sooruzhenij (Fundamentals of statistics safety factor in structures). – M.: Strojizdat, 1947. – 94 s.
 19. *Rzhanicin A.R.* Primenenie statisticheskikh metodov v raschetah sooruzhenij na prochnost' i bezopasnost' (Application of statistical methods in the analysis of structures for durability and safety). *Stroitel'naja promishlennost', 1952, №6.*

20. *Rzhanicin A.R.* Teoriya rascheta stroitel'nyh stroitel'nyh konstrukcij na nadezhnost' (Theory of Reliability Design of Structures). – М.: Strojizdat, 1978. – 239 s.
21. *Bolotin V.V.* Statisticheskie metody v nelinejnoj teorii uprugih obolochek (Statistical method in the nonlinear theory of elastic shell) // *Izv. AN SSSR. OTN.* – 1958. – №3. – S. 33–41 .
22. *Bolotin V.V.* Primenenie metodov teorii verojatnostej i teorii nadezhnosti v raschetah sooruzhenij (Application of Probability Theory and Reliability Theory Methods to Construction Design) . – М.: Strojizdat, 1971. – 256 s .
23. *Avgusti G., Baratta A., Kashianti F.* Verojatnostnye metody v stroitel'nom proektirovanii (Probabilistic Methods in Structural Engineering) / *Per. S angl. Ju.D. Suhova.* – М.: Strojizdat, 1988. – 584 s
24. *DBN V.1.2-2:2006 „Navantazhennya i vplyvy”.* Normy proektuvannya (“Loads and effects”. Design standards).
25. *Shimkovich D.H.* Raschet konstruksiy v MSC/NASTRAN for Windows (Structural analysis using MSC/NASTRAN for Windows). – М.: DMK Press, 2001. – 448 s.

Bazhenov V.A., Lukyanchenko O.O., Kostina O.V., Gerashchenko O.V.

NONLINEAR STABILITY ANALYSIS OF THIN SHELL WITH INITIAL SHAPE IMPERFECTIONS

A numerical technique for nonlinear stability analysis of thin-walled shells with geometrical imperfections is presented. Mathematical models of imperfect shells stability are built using the modern finite element method software. The nonlinear stability analysis of a real cylindrical shell with shape imperfections was carried out. Stability domains and reliability of the imperfect shell-bearing under the combined loading were determined.

Keywords: reliability, critical load, geometrical imperfection, stability domain.

Баженов В.А., Лукьянченко О.А., Костина Е.В., Геращенко О.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК С НАЧАЛЬНЫМИ НЕСОВЕРШЕНСТВА ФОРМЫ

Представлена численная методика исследования нелинейной устойчивости тонкостенных оболочек с несовершенствами формы. Математические модели устойчивости несовершенных оболочек построены с помощью метода конечных элементов, реализованного в современном вычислительном комплексе. Исследована нелинейная устойчивость цилиндрической оболочки с реальными несовершенствами формы. Определены область устойчивости и надежность несовершенной оболочки-опоры при действии комбинированного нагружения.

Ключевые слова: надежность, критическая сила, геометрические несовершенства, область устойчивости.

УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ФРАГМЕНТУ ГРУНТОВОГО СКЛЕПІННЯ В РАМКАХ ВИКОНАННЯ КОМПЛЕКСУ РОБІТ З ПІДСИЛЕННЯ ПІДЗЕМНОЇ ЦЕРКВИ РІЗДВА ХРИСТОВА СВЯТО-УСПЕНСЬКОЇ КИЄВО-ПЕЧЕРСЬКОЇ ЛАВРИ

М.О. Вабішевич¹
канд. техн. наук

*¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

На прикладі скінченноелементного розрахунку моделі ґрунтового склепіння, підсиленого композитним арматурним каркасом, досліджено особливості зміни напружено-деформованого стану конструкції з неоднорідними фізико-механічними властивостями.

Вступ

Одним із актуальних напрямків сучасного будівництва є розробка та впровадження нових способів підсилення будівельних конструкцій, що перебувають в непридатному до нормальної експлуатації або аварійному технічному стані. Одним із найбільш характерних пошкоджень конструкцій, особливо цегляних та залізобетонних, є силові та деформаційні тріщини.

Традиційні методи підсилення конструкцій з пошкодженнями типу тріщин передбачають влаштування додаткового армування елементів сталевими стрижнями. Однак в умовах агресивного впливу навколишнього середовища застосування сталевих конструкцій в якості елементів підсилення є досить трудомістким, оскільки вимагає проведення додаткових антикорозійних заходів. Тому все частіше при підсиленні конструкцій, що експлуатуються в агресивних умовах, використовують композитні матеріали, такі як: вуглецеве волокно, базальтова та скло полімерна арматура тощо. Зазначені матеріали, у порівнянні зі сталевими, мають підвищену корозійну стійкість, довговічність та значно меншу густину.

Чисельне дослідження напружено-деформованого стану фрагменту ґрунтового склепіння.

Одним із об'єктів, при підсиленні якого були використані елементи із композитних матеріалів, є церква Різдва Христового Свято-Успенської Києво-Печерської Лаври.

Об'єкт підсилення зведений у Дальніх печерах в період між 1058 і 1062 рр. Конструктивно об'єм церкви Різдва Христового складається із арокних різнопрогонних склепінь (з максимальною висотою близько 2,5м),

що обпираються на масивні ґрунтові стіни та цегляну колону. В стінах церкви виконано п'ять арокних проходів шириною 550...1380мм та високою до 2м. Вся конструктивна частина церкви знаходиться в шарі супісків. Глибина від поверхні землі складає близько 6 м.

За результатами технічного обстеження об'єкту, виконаного ВЦБК КНУБА, виявлені численні дефекти та пошкодження (рис. 1):

- глибокі тріщини в районі арокного проходу у вівтарі церкви;
- зсув в місці спряження цегляного підтримуючого стовпа із арокним склепінням;
- окремі тріщини в арокних проходах та склепіннях церкви;
- втрата загальної стійкості елементами іконостасу;
- похилі тріщини до 2 см в вертикальних елементах (стінах) церкви.

Для визначення впливу на несучу здатність ґрунтового склепіння наявності армування внутрішньої поверхні базальтовою сіткою, виконаний порівняльний аналіз результатів розрахунків двох скінчено елементних моделей: при наявності та відсутності шару армування (рис. 2, 3).

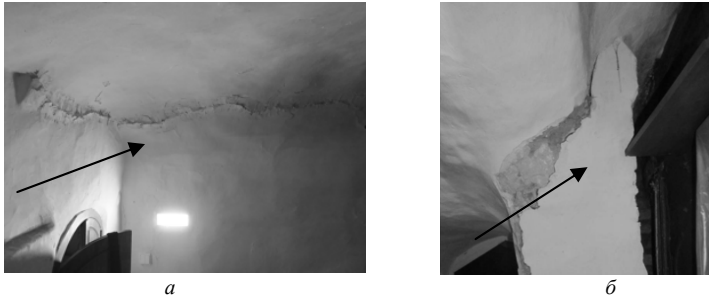


Рис. 1. Деформування несучих елементів Церкви Різдва Христового

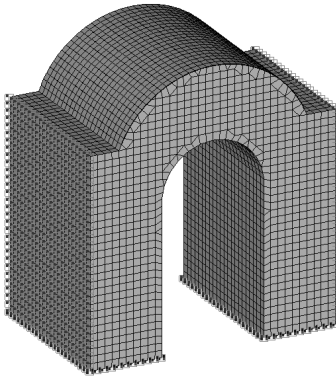


Рис. 2

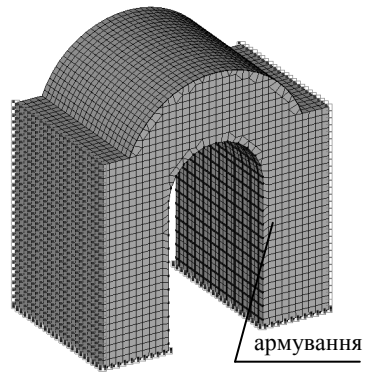


Рис. 3

Аналіз розрахункових моделей виконаний в програмному комплексі «Ліра», скінченноелементна база якого дозволяє моделювати ґрунтові масиви.

Апроксимація ґрунтового масиву виконана з використанням просторових 8-вузлових скінчених елементів, призначених для апроксимації ґрунтової основи, з фізико-механічними параметрами, прийнятими за результатами інженерно-геологічних вишукувань. Арматурні стрижні апроксимовані стрижневими скінченими елементами діаметром 10 мм, фізико-механічні характеристики призначені у відповідності до ТУ [2].

Навантаження, що діють на ґрунтове склепіння :

- постійні – від власної ваги ґрунтового масиву та елементів підсилення;
- тимчасові – рівнорозподілене по зовнішній поверхні, інтенсивність якої прийнята за результатами випробувань: $15,48 \text{ тс/м}^2$. При цьому навантаженні з'являлися перші тріщини в неармованому склепінні.

Граничні кінематичні умови (закріплення) прийняті у відповідності до параметрів моделі, що випробовувалася: бічні грані закріплені від горизонтальних переміщень по осі «X»; опорні торці – жорстко защемлені. Основні параметри розрахункових моделей наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Характеристики розрахункових моделей

Параметри розрахункової моделі	Схема без армування	Схема з армуванням
Кількість вузлів	19426	19426
Кількість скінчених елементів	17199	18705

Для верифікації результатів розрахунку на початковому етапі використано розроблений програмний комплекс SAFEM.SOIL, що базується на використанні напіваналітичного методу скінчених елементів НМСЕ [1]. Скінченноелементна модель побудована на основі прямолінійних призматичних СЕ. Для армованого шару приймали приведені до площини армування фізико-механічні характеристики матеріалу, які еквівалентні його роботі на згин та розтяг/стискання. Отримана добра збіжність результатів для ідентичних моделей.

Аналіз напружено-деформованого стану скінченоелементних моделей виконаний шляхом порівняння головних напружень та переміщень двох типів моделей за якісними (див. рис.4, 5) та кількісними (див. табл. 2.) показниками.

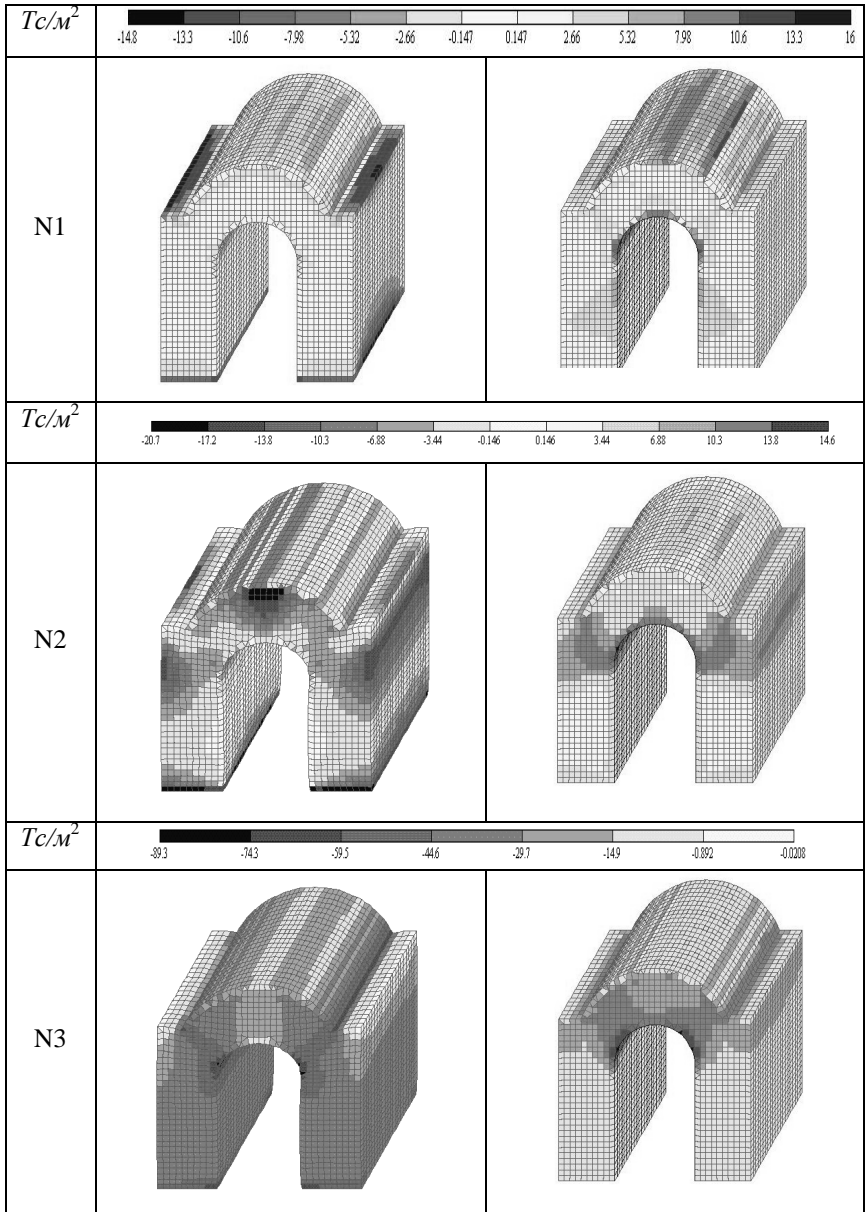


Рис. 4. Порівняння мозаїк головних напружень

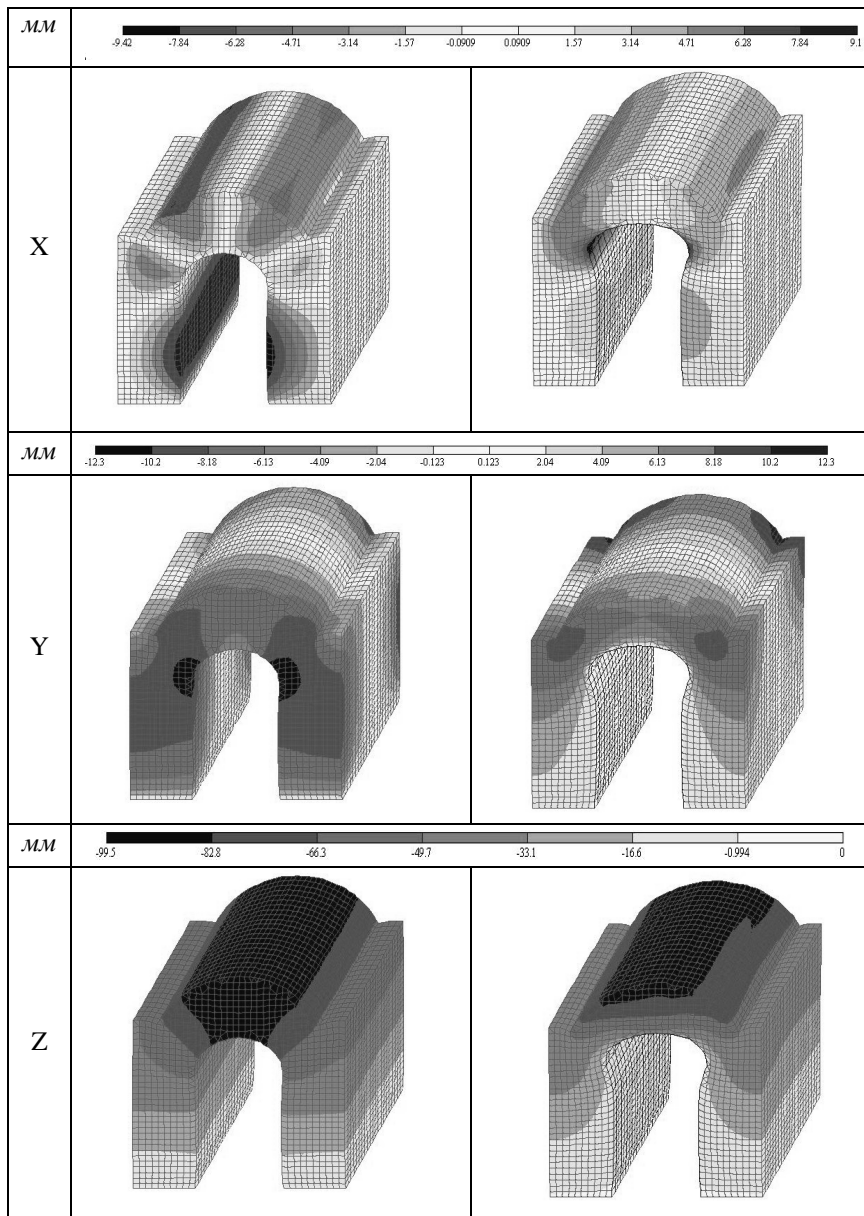


Рис.5. Порівняння мозаїк переміщень

Таблиця 2

Порівняння результатів

Напрямок	Модель без армування		Модель з армуванням	
	Напруження, $тс/м^2$			
	Розтяг	Стиск	Розтяг	Стиск
$N1, м/м^2$	16	-14.8	15	-13.9
$N2, м/м^2$	14.6	-20.7	9.71	-25.5
$N3, м/м^2$		-89.3		-82.8
	Переміщення			
$x, мм$	7.11	-7.35	9.1	-9.42
$y, мм$	12.3	-12.3	7.03	-5.66
$z, мм$		-99.5		-30.1

Висновки

Аналіз отриманих результатів (див. табл. 2) вказує на те, що при включенні в роботу конструкції шару армування максимальні значення нормальних напружень вздовж осей X та Z практично ідентичні, однак розподілення напружень істотно відрізняється. Так в ґрунтовому масиві без армування максимальні напруження виникають в опорних зонах стінок склепіння, а при наявності армувального шару - біля арочної частини.

Необхідно підкреслити, що на відміну від напружень по осям X та Z , значення напружень вздовж осі Y відрізняються якісно (за характером (розподілення) по тілу об'єкта), і кількісно – зусилля стиску при армуванні зростають, а розтягу відповідно зменшуються у порівнянні з моделлю без армування.

Окремо звернемо увагу на зміну величин переміщень по осі Z . Максимальні значення вказаного параметра при наявності підсилення менші майже втричі, у порівнянні з вихідною моделлю.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах динаміки просторових тіл / [Баженов В.А., Гуляр О.І., Сахаров О.С., Солодей І.І.] – К., КНУБА, 2012. – 248с.
2. Технічні умови. Арматура неметалева композитна базальтова періодичного профілю: ТУ У В.2.7-25.2-34323267-001:2009 – [Чинні від 26-10-2009]. Мінрегіонбуд України 2009. (Технічні умови).

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Napivanalitichnyy metod skinchennykh elementiv v zadachakh dynamiky prostorovykh til / [Bazhenov V.A., Guliar O.I., Sakharov O.S., Solodey I.I.] – К., KNUBA, 2012. – 248 s.
2. Tekhnichni umovy. Armatura nemetaleva kompozytna bazaltova periodychnogo profilu TU U V. 2.7-25.2-34323267-001:2009 – [Chynni vid 26-10-2009]. Minregionbud Ukrainy 2009. (Tekhnichni umovy).

Vabishchevych M.O.

NUMERICAL STUDY OF STRESS-STRAIN STATE OF A FRAGMENT OF A SOIL ARCH IN THE FRAMEWORK OF FULFILLMENT OF COMPLEX OF WORKS ON ENHANCEMENT OF THE SUBTERRANEAN CHURCH OF THE NATIVITY OF THE SVYATO-USPENSKOY KYIV-PECHERSK LAVRA

The paper considers the investigation of the features of stress-strain state of the structure with heterogeneous physical and mechanical properties on the example of the finite element calculation model of soil arch, which is reinforced by composite reinforcing cage.

Keywords: physical and geometric nonlinearity, cracked, basalt rebar.

Вабищевич М.О.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ФРАГМЕНТА ГРУНТОВОГО СВОДА В РАМКАХ ВЫПОЛНЕНИЯ КОМПЛЕКСА РАБОТ ПО УСИЛЕНИЮ ПОДЗЕМНОЙ ЦЕРКВИ РОЖДЕСТВА ХРИСТОВА СВЯТО-УСПЕНСКОЙ КИЕВО-ПЕЧЕРСКОЙ ЛАВРЫ

В данной работе на примере конечноэлементного расчета модели грунтового свода, усиленного композитным арматурным каркасом, приведены исследования особенности изменения напряженно-деформированного состояния конструкции с неоднородными физико-механическими свойствами.

Ключевые слова: физическая и геометрическая нелинейность, трещины, базальтовая арматура.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, докторант кафедри будівельної механіки КНУБА **ВАБИЩЕВИЧ Максим Олегович**

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, **ВАБИЩЕВИЧ Максим Олегович.**

Адреса домашня: 34100 Україна, Рівненська обл., м. Дубровиця, вул. Прирічкова, 7, **ВАБИЩЕВИЧ Максим Олегович.**

Роб. тел. +38 (044) 248-30-40;

мобільний тел.: +38(050) 928-40-70

E-mail – vabix@ukr.net

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ НАДІЙНОСТІ ДВОШАРОВОЇ ПЛИТИ ПЕРЕКРИТТЯ ПІДКРІПЛЕНОЇ РЕБРАМИ

П.П. Чеверда¹
канд.техн.наук

¹*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

Виконано дослідження напружено-деформованого стану суцільної плити та плити перекриття з ребрами житлового будинку при дії основного сполучення навантажень. Будівля моделювалась як просторовий скінченно-елементний каркас зі сталими жорсткісними характеристиками для обох варіантів дослідження, для якого за допомогою програмного комплексу МОНОМАХ визначались параметри напружено-деформованого стану. Для кожного з варіантів плити перекриття за допомогою програмного комплексу SCAD виконувався уточнюючий розрахунок по впливу ребер на її несучу здатність та прогини. Аналіз дослідження результатів показав, що величини напружено-деформованого стану двох варіантів суттєво відрізняються. Тому будівництво об'єктів промислового та цивільного призначення зі збірного залізобетону з використанням плити перекриття підкріплених ребрами є більш економічним завдяки покращенню звукоізолюючих властивостей помешкань.

Ключові слова: напружено-деформований стан, скінченно-елементна модель, надійність будівель, принцип можливих переміщень, можлива робота сил, плита перекриття з ребрами

Несучі елементи багатоповерхових житлових будинків індустріального виготовлення, такі як: стінові панелі та плити перекриття, на всіх етапах життєвого циклу мають відповідати не тільки вимогам граничних станів, а й задовольняти тепло, звукотехнічним характеристикам та іншим параметрам надійності конструкцій. Їх забезпечення здійснюється шляхом влаштування по поверхні елементів додаткових шарів, які мають відповідні властивості. Для міжповерхової звукоізоляції житлових приміщень по плитах перекриття влаштовуються додаткові звукоізоляційні шари, виконання яких є трудомістким і потребують додаткових матеріальних витрат. Для зменшення даних витрат пропонується використовувати в об'єктах житлового будівництва двошарову плиту перекриття з ребрами, розріз вузла якої зображений на рисунку 1. Впровадження двошарової плити у будівництві з використанням пінополістиролу, мінеральної вати, скловолокна тощо необхідної товщини з дотриманням протипожежних вимог покращить звукоізоляційні властивості житлових помешкань, зменшить трудовитрати на влаштування мереж опалення та електроосвітлення.

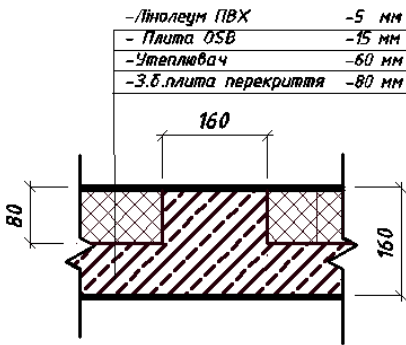


Рис.1. Розріз вузла плити перекриття

З урахуванням вищезазначеного було проведено дослідження несучої здатності та ефективності використання плити перекриття індустриального виготовлення серії АПВС К-147М розміром 5,40x3,60 метри. Порівняльний розрахунок виконувався для двох варіантів розрахункових схем плити перекриття зі сталюю товщиною 160мм, а саме: суцільної плити та двошарової плити, підкріпленої ребрами. Постановка задачі по визначенню параметрів напружено-деформованого стану розрахункової моделі двошарової плити перекриття багатопверхового житлового будинку від дії статичного навантаження зводилася до дослідження реакції сумісної роботи суцільної плити з урахуванням підкріплення її ребрами, які розташовувались в напрямках осей X , Y з заданим кроком. Використовуючи метод скінчених елементів (МСЕ), який передбачає дискретизацію розрахункової схеми окремими скінченими елементами, розв'язок даної статично невизначуваної задачі зводився до побудови функціоналу повної потенціальної енергії [1,2]. Для його побудови було використано принцип можливих переміщень, суть якого полягає в тому, що довільна механічна система, на яку накладені кінематичні в'язі, знаходиться у рівновазі під дією прикладених сил тоді, коли сума можливих робіт усіх зовнішніх і внутрішніх сил, що діють у межах цієї системи, на будь-яких нескінченно малих можливих переміщеннях, дорівнює нулю. Згідно з принципом можливих переміщень запишемо, що

$$\delta\Pi = \delta U + \delta W = 0, \quad (1)$$

де $-\delta U$, δW - робота внутрішніх та зовнішніх сил відповідно.

Для спрощення представлення теоретичного матеріалу по врахуванню ребер плити перекриття розглянемо не просторовий скінчений елемент, а скінчений елемент плоскої задачі під дією довільного зовнішнього навантаження. Надамо перерізу і скінченного елемента, який зображений на рис. 2, можливі переміщення і запишемо вираз для роботи внутрішніх сил

$$dU_i = N_i \cdot du_i + M_i \cdot d\varphi_i. \quad (2)$$

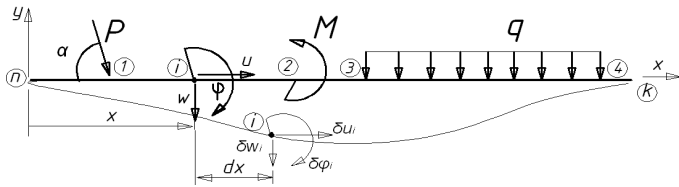


Рис.2. Деформований скінченний елемент

В кожному перерізі і скінченного елемента виникають три переміщення $\rightarrow u, w, \varphi$, з яких u, w є незалежними переміщеннями, а φ - кут повороту виражається через прогин w . Всі переміщення згідно з гіпотезою плоских перерізів є функціями одного аргументу x , тобто:

$$\begin{aligned} u_i &= u_n + u_p, \\ w_i &= w_n + w_p, \\ \varphi_i &= \varphi_n + \varphi_p, \end{aligned} \quad (2)$$

де u_n, u_p - переміщення поперечного перерізу і скінченного елемента плити та ребра в напрямку осі X відповідно; w_n, w_p - переміщення поперечного перерізу i скінченного елемента плити та ребра в напрямку осі Z відповідно; φ_n, φ_p - кути повороту серединної поверхні плити та осі ребра.

Оскільки $\varepsilon = \frac{du_i}{dx}$, а $du_i = \varepsilon \cdot dx$, $d\varphi = k \cdot dx$, то після перетворення вираз для роботи внутрішніх сил (3) матиме наступний вигляд

$$dU = N \cdot \varepsilon \cdot dx + M \cdot k \cdot dx. \quad (3)$$

Після певних перетворень рівняння рівноваги системи матиме вигляд:

$$\int_0^l N \cdot \delta \frac{du_i}{dx} dx + \int_0^l M \cdot \delta \frac{d^2 w_i}{dx^2} dx - \delta W = 0, \quad (4)$$

де u_i, w_i - розв'язок даного рівняння.

Дослідження несучої здатності двох варіантів плити перекриття будівлі житлового будинку виконувалось для розрахункової моделі з вихідними даними, які наведені в роботі [3]. Параметри напружено-деформованого стану багатоповерхового будинку від дії статичного навантаження визначались за допомогою програмного комплексу МОНОМАХ, що наведені у роботі [4]. Житловий будинок моделювався як просторовий збірний залізобетонний каркас з розмірами в плані по довжині (L) 32.4 метри і 16.2 метри по ширині (B). Плита перекриття моделювалась як скінченно-елементні пластини прямокутної форми з розмірами 0,45×0,4 метра та товщиною 160 мм. За допомогою програмного комплексу SCAD виконувалась уточнюючий розрахунок та визначались параметри напружено-деформованого стану, результати яких наведені в табл.1, а ізолінії згина-

льних моментів, прогинів, сумарного армування 1 п.м. нижньої зони суцільної плити та підкріпленої ребрами плити перекриття на рис. 3 - 8 відповідно.

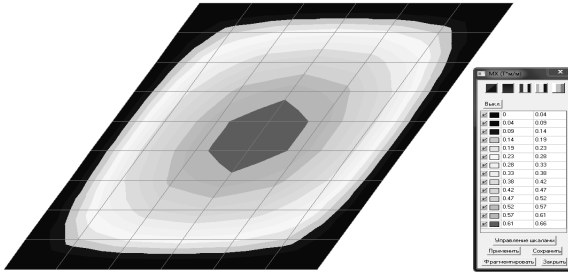


Рис. 3. Ізолінії згинальних моментів M_x для суцільної плити перекриття

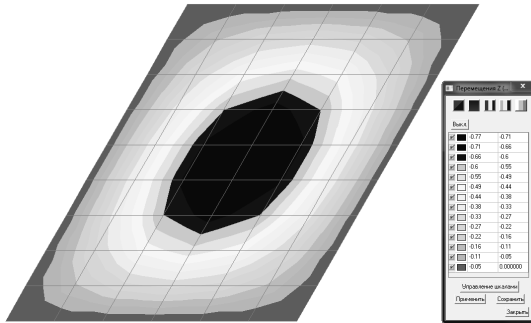


Рис. 4. Ізолінії прогинів суцільної плити перекриття

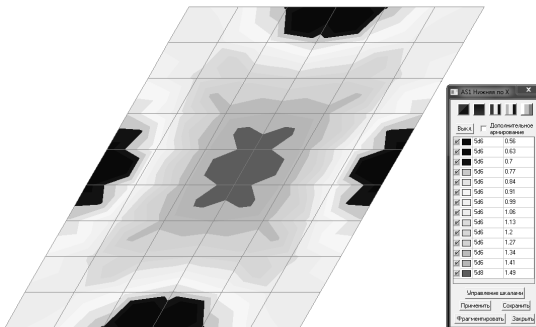


Рис. 5. Ізолінії сумарного армування суцільної плити перекриття

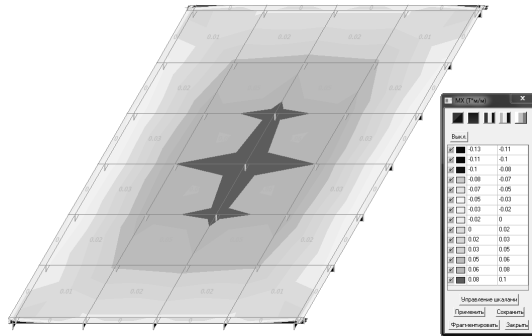
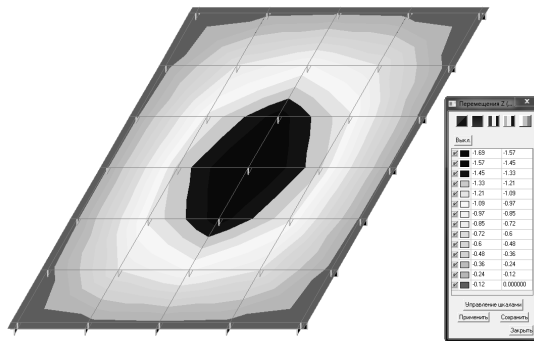
Рис. 6. Ізолінії згинальних моментів M_x для плити з ребрами

Рис. 7. Ізолінії прогинів плити перекриття з ребрами

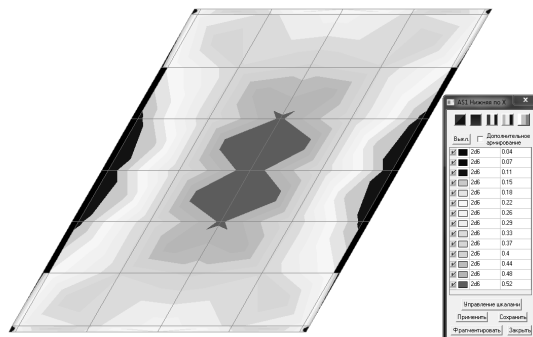


Рис. 8. Ізолінії сумарного армування плити перекриття з ребрами

Результати, наведені в табл. 1, свідчать про те, що значення згинальних моментів M_x у напрямку роботи плити перекриття, підкріпленої ребрами, значно менші у порівнянні з величинами моментів для суцільної плити. З огляду на це і, враховуючи технологічні фактори щодо влаштування інженерних мереж у підлозі, використання плити перекриття з ребрами у житловому будівництві є доцільним.

Таблиця 1

Максимальні значення величин напружено-деформованого стану плити перекриття

№ п/п	Найменування елемента	Параметри напружено-деформованого стану			
		Z , мм	M_x , кН•м/м	M_y , кН•м/м	Армування в напрямку осі X (на 1л.м. плити)
1	Плита перекриття суцільна (без ребер)	-0,77	6,6	-	- нижня: 5Ø8 , крок 200мм; - верхня: 5Ø6 , крок 200мм.
2	Плита перекриття, підкріплена ребрами	-1,69	1,1	-0,6	- нижня: 2Ø6, крок 400мм; - верхня: крок 400мм; - ребра: 2Ø6 А400

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В.* Будівельна механіка. Комп'ютерні технології: Підручник/ За заг. ред. д.т.н., проф. В.А.Баженова. -К.: Каравела, 2009. - 696 с.
2. *Легостаєв А.Д.* Метод скінченних елементів. Конспект лекцій. -К.:КНУБА, 2004.-112с.
3. *Чеведа П.П., Геращенко О.В., Міценко О.О.* Дослідження динамічної реакції просторового каркасу висотної будівлі при дії сейсмічного навантаження. Сб. Опір матеріалів і теорія споруд. Вип.86.-Київ, КНУБА.-2010.-С.140-147 .
4. *Чеведа П.П., Геращенко О.В.* Вплив дії сейсмічного навантаження на несучу здатність пального ростверку житлового будинку. Сб. Опір матеріалів і теорія споруд. Вип.88.-Київ, КНУБА. -2011.-С.97-101 .
5. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Норми проектування. Мінбуд України, 2006.

Cheverda P.P.

RELIABILITY ANALYSIS OF DOUBLE-LAYER RIBBED CEILING PLATE

The research of the stress-strain state of solid plates and slabs of ribs residential building under the action of the main communication loads. The building is modeled as a spatial finite-element frame with constant stiffness characteristics for the two study options for which using software complex Monomah defined parameters of the stress-strain state. For each option slab by using the complex SCAD specifying the calculation was performed on the effects of edges on its carrying capacity and deflections. Analysis of the study results showed that the magnitude of the stress-strain state of the two options differ significantly. Therefore, the construction of industrial and civil use of precast concrete floor slabs using reinforced edges is more economical due to improved soundproofing properties homes.

Чеверда П.П.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ДВУХСЛОЙНОЙ ПЛИТЫ ПЕРЕКРЫТИЯ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ РЕБРАМИ

Выполнены исследования напряженно-деформированного состояния сплошной плиты и плиты перекрытия с ребрами жилого дома при воздействии основного сочетания нагрузок. Здание моделировалась как пространственный конечно-элементный каркас постоянной жесткости для обоих вариантов исследования, для которого с помощью программного комплекса МОНОМАХ определялись параметры напряженно-деформированного состояния. Для каждого из вариантов плиты перекрытия с помощью программного комплекса SCAD выполнялся уточняющий расчет по воздействию ребер на ее несущую способность и прогибы. Анализ исследования результатов показал, что величины напряженно-деформированного состояния двух вариантов существенно отличаются. Поэтому строительство объектов промышленного и гражданского назначения из сборного железобетона с использованием плиты перекрытия подкрепленных ребрами является более экономичным благодаря улучшению звукоизолирующих свойств помещений.

УДК 539.3

РОЗВИТОК НАПІВНАЛІТИЧНОГО МЕТОДА СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПРОСТОРОВИХ ТІЛ З КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРУЖЕНЬ

О.О. Шкриль¹,
канд. техн. наук

¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

Показані особливості дискретизації кругових та призматичних тіл з концентраторами напружень у вигляді вирізів і тріщин на основі напіваналітичного метода скінченних елементів (НМСЕ). Розроблено новий скінченний елемент (СЕ) для моделювання тріщини. Ефективність розроблених підходів апробована на тестових задачах.

Ключові слова: тріщина, спеціальний скінченний елемент, напіваналітичний метод скінченних елементів .

Вступ. В роботах [2-5] наведені узагальнені розрахункові співвідношення для призматичного і кругового скінченних елементів НМСЕ без обмежень, що до розподілення механічних і геометричних параметрів. Як показали численні дослідження проведені на контрольних прикладах, вони дозволяють враховувати змінність механічних і геометричних характеристик об'єктів, як в напрямку утворюючої, так і в поперечних перетинах. В той же час є широке коло відповідальних конструктивних елементів які експлуатуються при наявності концентраторів напружень різної природи. Таким чином актуальною проблемою є розвиток зазначених підходів НМСЕ в напрямку їх урахування. В даній роботі пропонується підхід розв'язання цієї проблеми за рахунок відповідної корекції механічних характеристик.

1. Особливості дискретизації тіл з концентраторами напружень у вигляді вирізів на основі НМСЕ

В кругових та призматичних тілах контури вирізів можуть мати довільний характер (рис.1) Дискретизація таких тіл із застосуванні НМСЕ відбувається в межах поперечного перерізу, а в напрямку утворюючої застосовують один скінченний елемент (рис. 2).

Для опису напружено-деформованого стану в площині вирізу, вводиться система координат u^i (рис.3).

В точках інтегрування, що знаходяться в площині вирізу (рис. 4) жорсткість матеріалу СЕ вважається нульовою.

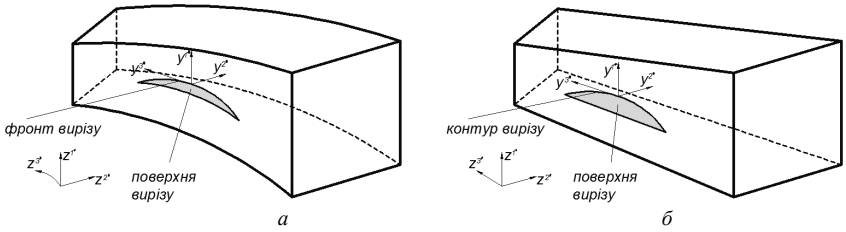


Рис. 1. Кругові та призматичні тіла з вирізами

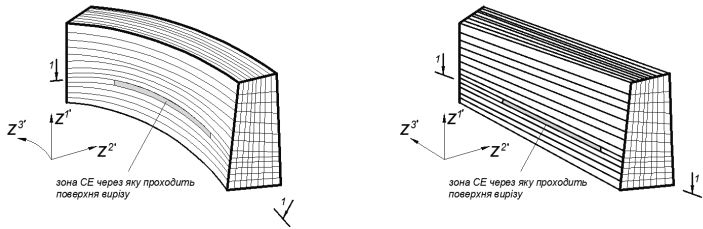


Рис. 2. Дискретизація кругових та призматичних тіл із вирізами

1-1

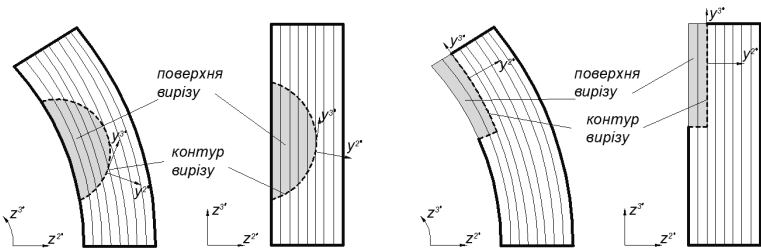


Рис. 3. Видгляд дискретних моделей в площині вирізу

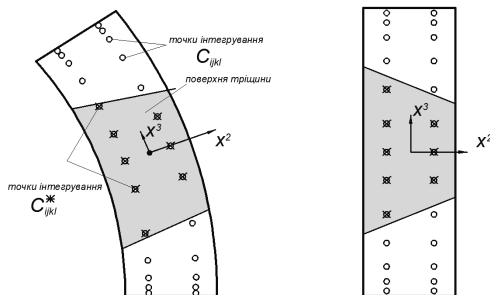


Рис. 4. Круговий та призматичний СЕ з вирізом

Для оцінки достовірності отримуваних результатів при використанні призматичних СЕ в призматичних тілах з вирізами, розв'язана задача про розтяг смуги, послабленої вирізами, форма яких описується радіусом дуги r (рис. 5). Розрахункові схеми НМСЕ та моментної схеми СЕ (МССЕ) представлені для чверті смуги (рис. 5). Отримані значення напружень при використанні НМСЕ відрізняються від відповідних результатів МССЕ в межах 2 %.

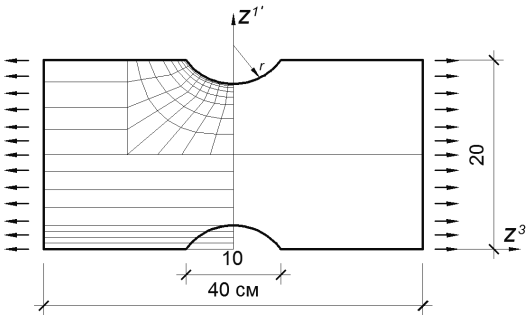


Рис. 5. Прямокутна смуга з дугоподібними вирізами

Ефективність використання кругових СЕ при моделюванні вирізів в кругових тілах була дослідженою на задачі про пружно-пластичне деформування товстостінного циліндру з вирізами під дією зовнішнього тиску (рис. 6,а). Для розв'язання задач пружно-пластичності був застосований алгоритм ефективність якого доведена в [1]. Інтенсивність тиску змінюється в межах $q = 0.441 - 0.971\tau_s$. Матеріал циліндра – ідеально пружно-пластичний. Межа текучості при чистому зсуві $\tau_s = 1.7 \cdot 10^2 \text{ МПа}$. Весь інтервал завантаження був розбитий на 5 ділянок: $q = 0.441\tau_s; 0.661\tau_s; 0.794\tau_s; 0.926\tau_s; 0.971\tau_s$. Границі зон пластичної роботи матеріалу для зазначених навантажень показані на рис.6б суцільними лініями (при застосуванні МССЕ), та кружками (при використанні НМСЕ).

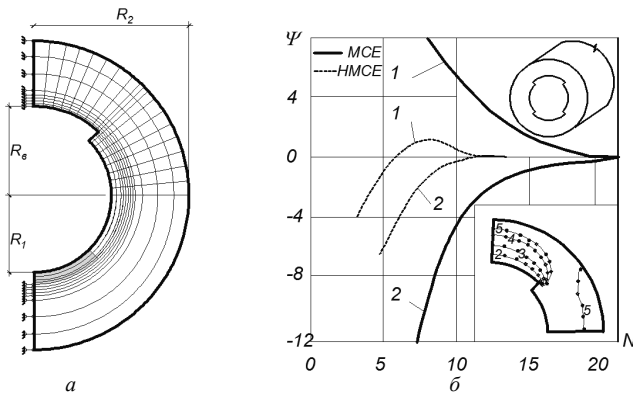


Рис. 6. Товстостінний циліндр з вирізами

На рис. 6,б можна побачити, що збіжність НМСЕ при різних рівнях пластичних деформацій є кращою ніж в МССЕ.

2. Особливості дискретизації просторових тіл при наявності вирізів типу тріщин

Розглянемо спеціальні кільцевий замкнений та призматичний скінченні елементи з тріщинами з поперечним перерізом у вигляді криволінійного чотирикутника довільного обрису (рис. 7,а).

Введемо ортогональну систему координат $y^{i''}$ (7) таким чином, щоб $y^{2''}$ проходила по дотичній до траєкторії тріщини, а $y^{1''}$ - по нормалі і утворювала з додатнім напрямком осі $Z^{1'}$ кут φ .

Будемо вважати, що область, яку займає елемент, відображається на квадрат з одиничними сторонами, внутрішні властивості якого визначаються механічними і геометричними характеристиками елемента (рис. 7,б).

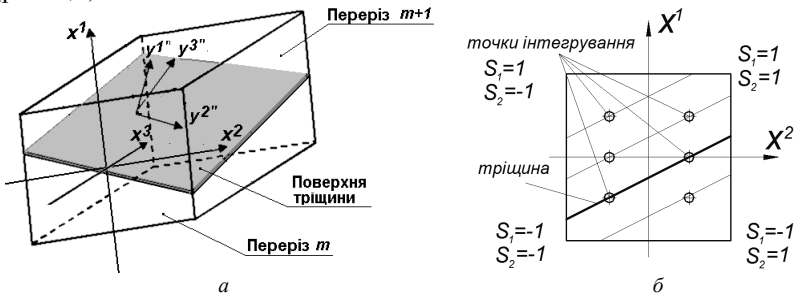


Рис. 7. Спеціальний СЕ з тріщиною

Помістимо в центр елемента початок системи координат x^i , направляючи осі вздовж сторін. За невідомі обрані вузлові переміщення, в базисній системі координат $Z^{i'}$, де індекси s_1 та s_2 визначають положення вузла відносно центра елемента і набувають значень ± 1 . Вважається, що на берегах тріщини нормальні та дотичні напруження повинні дорівнювати нулю:

$$\sigma^{1''} = 0, \sigma^{1''2''} = 0, \sigma^{1''3''} = 0. \quad (1)$$

Використаємо подання тензора пружних сталей через коефіцієнти Ляме і компоненти метричного тензора для анізотропного матеріалу:

$$d^{ijkl} = \lambda g^{ij} g^{kl} + \mu (g^{jl} g^{ik} + g^{il} g^{jk}). \quad (2)$$

Оскільки для ортогональної системи координат $y^{i''}$:

$$g^{i''j''} = 0 \text{ при } i'' \neq j'', \quad g^{i''i''} \neq 0, \quad (3)$$

на основі закону Гука представимо напруження через деформації:

$$\begin{aligned} \sigma^{1'1'} &= d^{1'1'1'1'} \varepsilon_{1'1'} + d^{1'1'2'2'} \varepsilon_{2'2'} + d^{1'1'3'3'} \varepsilon_{3'3'} = 0, \\ \sigma^{1'2'} &= 2d^{1'2'1'2'} \varepsilon_{1'2'} = 0, \\ \sigma^{1'3'} &= 2d^{1'3'1'3'} \varepsilon_{1'3'} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Зв'язок між напруженнями та деформаціями в системі координат y^i представимо наступним чином:

$$\sigma^{i'j'} = d^{i'j'k'l'} \varepsilon_{k'l'}, \quad (5)$$

де

$$d_*^{i'j'k'l'} = d^{i'j'k'l'} - d_p^{i'j'k'l'} - d_c^{i'j'k'l'} - d_q^{i'j'k'l'}, \quad (6)$$

$$d_p^{i'j'k'l'} = d^{i'j'1'1'} d^{1'1'k'l'} / d^{1'1'1'1'}, \quad (7)$$

$$d_c^{i'j'k'l'} = 2d^{i'j'1'2'}, \quad (8)$$

$$d_q^{i'j'k'l'} = 2d^{i'j'1'3'}. \quad (9)$$

Тут $d_p^{i'j'k'l'}$ - доданок, обумовлений відсутністю напружень $\sigma^{1'1'}$, $d_c^{i'j'k'l'}$ - напружень $\sigma^{1'2'}$, $d_q^{i'j'k'l'}$ - напружень $\sigma^{1'3'}$.

Виконавши відповідні перетворення, формулу (5) можна подати в місцевій криволінійній системі координат x^i :

$$\sigma^{mn} = d_*^{mnst} \varepsilon_{st}. \quad (10)$$

Корекція тензора пружних констант матеріалу d^{mnst} в зоні тріщини проводиться згідно формули:

$$d_*^{mnst} = d^{mnst} - d_p^{mnst} - d_c^{mnst} - d_q^{mnst}. \quad (11)$$

Вирази для їх обчислення, у відповідності до відомих формул тензорного аналізу [6], мають вигляд:

$$d_p^{mnst} = C_{i''}^m C_{j''}^n C_{k''}^s C_{l''}^t d^{i''j''1'1'} d^{1'1'k'l'} / d^{1'1'1'1'}, \quad (12)$$

$$d_c^{mnst} = 2C_{i''}^m C_{j''}^n C_{1''}^s C_{2''}^t d^{i''j''1'2'}, \quad (13)$$

$$d_q^{mnst} = 2C_{i''}^m C_{j''}^n C_{1''}^s C_{3''}^t d^{i''j''1'3'}, \quad (14)$$

де $C_{i''}^m$ - коефіцієнти перетворення, що визначають зв'язок між системою координат x^i та системою координат $y^{\alpha''}$:

$$C_i^m = C_k^m C_i^{k'}, \quad C_i^{k'} = \cos(Z^{k'} \wedge y^{i''}). \quad (15)$$

Проведемо перетворення величин, що входять до (12)-(14) у відповідності до (1) та (2):

$$d_p^{mnst} = \frac{2\mu}{1 + \frac{\lambda}{2\mu}} S^{mn} S^{st}, \quad S^{mn} = \frac{\lambda}{2\mu} g^{mn} + C_1^m C_1^n, \quad (16)$$

$$d_c^{mnst} = 2\mu(C_2^m C_1^n C_1^s C_2^t + C_1^m C_2^n C_1^s C_2^t), \quad (17)$$

$$d_q^{mnst} = 2\mu(C_3^m C_1^n C_1^s C_3^t + C_1^m C_3^n C_1^s C_3^t). \quad (18)$$

Якщо симетризувати вирази (17) та (18) і ввести позначення $r_i^{ms} = C_{(i'')}^m C_{(i'')}^s$, можемо записати:

$$d_c^{mnst} = \mu(r_1^{ns} r_2^{mt} + r_1^{ms} r_2^{nt} + r_1^{nt} r_2^{ms} + r_1^{mt} r_2^{ns}), \quad (19)$$

$$d_q^{mnst} = \mu(r_1^{ns} r_3^{mt} + r_1^{ms} r_3^{nt} + r_1^{nt} r_3^{ms} + r_1^{mt} r_3^{ns}). \quad (20)$$

Запропоновані елементи орієнтуються на розрахунок неоднорідних просторових конструкцій. Оскільки в даному СЕ не накладається будь-яких обмежень на діапазони зміни модуля пружності, при $E \rightarrow 0$ з'являється можливість моделювання тіл обертання з вирізами, що порушують суцільність матеріалу.

Дослідження впливу використання спеціальних СЕ на точність обчислення параметрів НДС проведено на прикладі розтягу квадратної пластини з центральною тріщиною. Внаслідок наявності двох осей симетрії, дискретна модель складена для чверті пластини (рис. 8). Моделювання тріщини відбувається за допомогою задання відповідних граничних умов (рис. 8,а), або за допомогою розроблених спеціальних СЕ (затемнені на рис. 8,б).

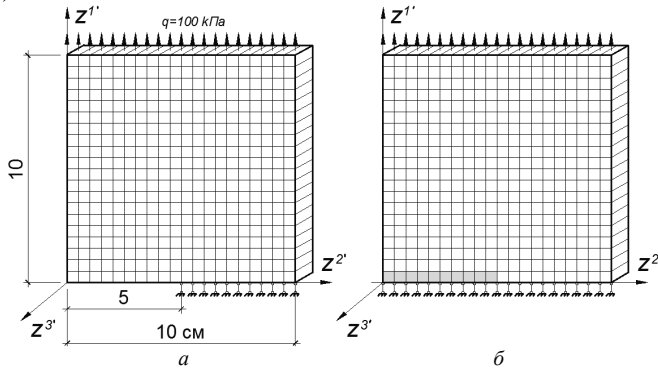


Рис. 8. Моделювання тріщини в пластині за допомогою граничних умов (а), або спеціальних СЕ (б)

Розподіл напружень в центрі пластини вздовж 20 елементів розташованих над вершиною тріщини показаний на рис. 9.

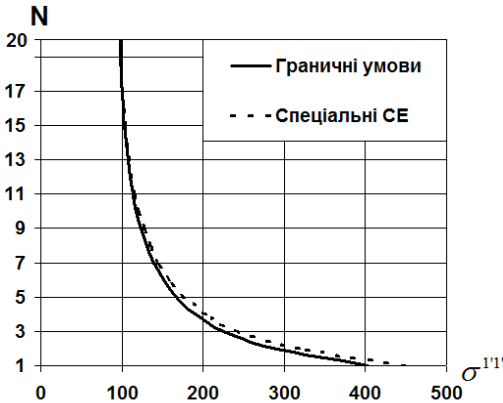


Рис. 9. Розподіл напружень над вершиною тріщини

моментної схеми СЕ дозволяють отримувати розв'язувальні співвідношення НМСЕ для різних модифікацій призматичного СЕ з перемінними геометричними і механічними параметрами.

Результати показують, що використання спеціальних СЕ з тріщиною в межах НМСЕ, дозволяє отримувати розподіл НДС близький варіанту моделювання тріщини за допомогою граничних умов (рис. 9).

Наведені співвідношення які визначають зв'язок між переміщеннями і деформаціями а також між деформаціями і напруженнями в рамках

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл: Монографія – К.: КНУБА, 2005. – 298 с.
2. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Сахаров О.С., Шкриль О.О.* Основні положення моментної схеми для напіваналітичного варіанта призматичного скінченного елемента // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник.- К. КНУБА, 2013.- № 91., – С.3-12.
3. *Гуляр О.І., Пискунов С.О., Шкриль О.О.* Призматичний скінченний елемент на основі моментної схеми скінченних елементів. // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник.- К. КНУБА, 2013.- № 93., – С.22-29.
4. *Пискунов С.О., Шкриль О.О., Романцова К.С.* Моментна схема МСЕ для кругового скінченного елемента // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник.- К. КНУБА, 2015.- № 94., – С.107-118.
5. *Гуляр О.І., Пискунов С.О., Шкриль О.О., Романцова К.С.* Матриця жорсткості і вектор вузлових реакцій кругового скінченного елемента з чисельним інтегруванням// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник.- К. КНУБА, 2015.- № 95., – С.81-90.
6. *Блох В.И.* Теория упругости. – Харьков: Изд-во ХГУ, 1964. – 483 с.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Gulyar O.I., Piskunov S.O., Sakharov O.S.* Napivanalitichnyi metod skinchennikh elementiv v zadachakh ruynuvannya prostorovikh til: Monografiya – K.: KNUBA, 2005. – 298 s.

2. *Bazhenov V.A., Gulyar O.I., Sakharov O.S., Shkriil' O.O.* Osnovni polozhennya momentnoi skhemi dlya napivanalitichnogo varianta prizmatichnogo skinchennogo elementa // *Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekhn. zbirnik.*- K. KNUBA, 2013.- № 91., – S.3-12.
3. *Gulyar O.I., Piskunov S.O., Shkriil' O.O.* Prizmatichniy skinchenniy element na osnovi momentnoi skhemi skinchennikh elementiv. // *Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekhn. zbirnik.*- K. KNUBA, 2013.- № 93., – S.22-29.
4. *Piskunov S.O., Shkriil' O.O., Romantsova K.S.* Momentna skhema MSE dlya krugovogo skinchennogo elementa // *Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekhn. zbirnik.*- K. KNUBA, 2015.- № 94., – S.107-118.
5. *Gulyar O.I., Piskunov S.O., Shkriil' O.O., Romantsova K.S.* Matritsya zhorstkosti i vektor vuzlovikh reaktsiy krugovogo skinchennogo elementa z chisel'nim integruvannyam// *Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekhn. zbirnik.*- K. KNUBA, 2015.- № 95., – S.81-90.
6. *Blokh V.I.* Teoriya uprugosti. – Khar'kov: Izd-vo KhGU, 1964. – 483 s.

Shkriil' O.

DEVELOPMENT OF SEMI-ANALYTICAL FINITE ELEMENT METHOD TO CALCULATE THE THREE-DIMENSIONAL BODIES WITH STRESS CONCENTRATORS

The features of the sampling circular and prismatic bodies with stress concentrators in the form of cuts and cracks on the basis of semi-analytical finite element method (SFEM). A new finite element (FE) modeling for the crack. The effectiveness of the developed approaches tested in the test problems..

Keywords: crack, special finite element, semi-analytical finite element method

Шкріль А.А.

РАЗВИТИЕ ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАССЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЛ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ

Показаны особенности дискретизации круговых и призматических тел с концентраторами напряжений в виде вырезов и трещин на основе полуаналитического метода конечных элементов (ПМКЭ). Разработан новый конечный элемент (КЭ) для моделирования трещины. Эффективность разработанных подходов апробирована на тестовых задачах.

Ключевые слова: трещина, специальный конечный элемент, полуаналитический метод конечных элементов

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент, кандидат технічних наук, докторант кафедри будівельної механіки КНУБА Шкріль Олексій Олександрович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, Шкрілю Олексію Олександровичу.

Адреса домашня: 08132, Україна, м. Вишневе, вул. Щорса 10, кв. 24

Роб. тел. +38(044) 245-55-55;

мобільний тел.: +38(050) 307-61-49.

E-mail – alexniism@ukr.net

УДК 539.3

ВРАХУВАННЯ СНІГОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПОКРІВЛЮ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ СОНЯЧНИХ БАТАРЕЙ

П.О. Іваненко¹,
канд. техн. наук

¹*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

Наведені обґрунтування для вибору схеми снігових навантажень при проектуванні сталевих решітчастих конструкцій на плоских покрівлях.

На базі основних положень ДБН [1] отримано схему снігового навантаження. Проведені чисельні дослідження для обґрунтування достовірності результатів.

Ключові слова: проектування, схеми снігових навантажень, сталеві решітчасті конструкції.

Вступ. Використання сонячної енергії в енергетиці дуже актуальна тема не тільки сьогодні, але і в майбутньому – у всьому світі іде тенденція до альтернативних, екологічно чистих джерел енергії.

При закінченні будівництва «Агропромислового комплексу по зберіганню сільськогосподарської продукції» у Київській області була отримана плоска площа понад 15500 м² на відмітці +10.3м над рівнем денної поверхні землі і де повністю відсутня тінь.

Виникла ідея: встановити сонячні батареї на покрівлі овочесховища.

При проектуванні сталевих решітчастих конструкцій сонячних батарей виникли проблеми з міцністю панелей та встановленням схеми снігового навантаження на покриття.

У додатку «Ж» ДБН [1] відсутня подібна схема навантаження.

1. Будівля овочесховища. Будівля одноповерхова, із збірного залізобетонного каркасу з шагом колон 24х12м та плоскою не утепленою покрівлею з панелей марки 1ПГ12 АПІ вт по серії 1.465. 1-3/80 в 0...8. Ухил покрівлі складає 3°. Розміри в плані будівлі 144х108м.

Будівля спроектована проектним інститутом «ДІПРОМІСТО» Волинська філія м. Луцьк.

Згідно проекту всі технологічні трубопроводи, кабеля енергопостачання в лотках (25 кг/м.п.), трубопроводи системи пожеарногасіння та води, холодильне обладнання (конденсатори повітряні вагою 2400кг та 1900кг) та стелі холодильних і морозильних камер – це все на тяжках підвішується на панелі.

При виконанні робіт по проектуванню сталевих решітчастих конструкцій сонячних батарей автор прийняв рішення зняти навантаження із всіх тяжів.

Всі труби (технологічні трубопроводи, кабеля, пожежногасіння та води) були розміщені на підвісах 5-7 рівнів, які закріпили на колонах по коридорах.

Всі повітряні конденсатори та стелі холодильних і морозильних камер підвісили на ферми, які обпираються на металевий каркас холодильних та морозильних камер.

Згідно проекту покрівля не утеплена, а покрита наплавленим руберойдом (тобто легко навантажена). Враховуючи відсутність утеплювача, а власна вага сонячних батарей не значна – панелі витримують розрахункове навантаження.

Основне питання - необхідно встановити схему снігового навантаження на покриття.

Сонячні батареї запроєктовано встановити на сталевих решітчастих конструкціях власна вага яких складає до $25-30 \text{ кг/м}^2$.

Сонячні батареї запроєктовано посеційні, розмірами на одну панель покриття $12 \times 3 \text{ м}$ (рис. 1) та з різними стійками по висоті, які враховують ухил 3° .

Основна проблема при проектуванні подібних сталевих решітчастих конструкцій - снігове навантаження на покрівлю.

У додатку «Ж» ДБН [1] відсутня подібна схема навантаження. Оскільки покрівля плоска і на ній змонтовані сталеві решітчасті конструкції то є можливість утворення підвищених снігонакопичень («снігових мішків»).

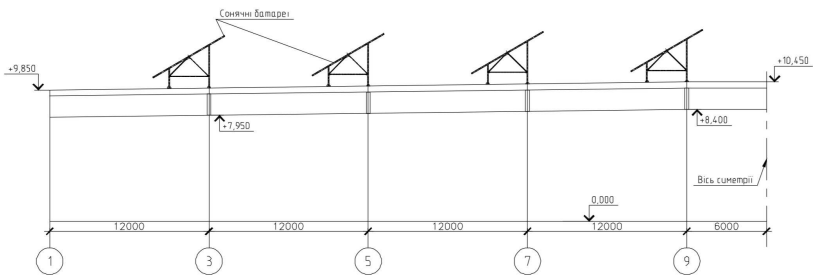


Рис.1.

2. Рекомендації по прийняттю схеми снігового навантаження на плоску покрівлю. При проектуванні автор звертався за роз'ясненнями до розробника ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження і впливи» у ВАТ «Укрдїпроектстальконструкція» ім. В.М.Шимановського.

Інститут офіційно відказав у рекомендаціях відносно прийняття схеми снігового навантаження на покрівлю.

Автор звернувся до авторів розробників даного розділу норм ДБН [1] в Полтавський Національний технічний університет ім. Ю.Кондратюка, які надали рекомендації до прийняття схеми снігового навантаження на покрівлю.

Оскільки покрівля плоска і сталеві решітчасті конструкції сонячних батарей продуваються вітром, то можливо прийняти, що розрахунок слід вести відповідно до схеми 1 варіант 1 додатку «Ж» ДБН [1]. При цьому утворення підвищених снігонакопичень у місці встановлення сонячних батарей виключається згідно з наступними міркуваннями.

Граничне розрахункове значення снігового навантаження на горизонтальну проекцію покриття обчислюється за формулою 8.1 норм ДБН [1]:

$$S_m = \gamma_{fm} \cdot S_0 \cdot C,$$

де γ_{fm} - коефіцієнт надійності за граничним значенням снігового навантаження, що визначається згідно з п. 8.11 [1]. Оскільки, дана будівля відноситься до сільськогосподарських, то термін її експлуатації становить 50 років за додатком В [1], тому: $\gamma_{fm} = 1$ згідно з п. 8.11, табл.8.1 [1]; S_0 - характеристичне значення снігового навантаження ($Па$), що визначається згідно з [п. 8.5, 1] і дорівнює вазі снігового покриву на 1 квадратний метр поверхні ґрунту, яке може бути перевищене у середньому один раз за 50 років. Для м. Бровари Київської обл. $S_0 = 1,58 \text{ кПа}$ згідно додатку Е [1]; C - коефіцієнт, що визначається за вказівками 8.6 [1]

$$C = \mu \cdot C_e \cdot C_{alt}, \quad (8)$$

де μ — коефіцієнт переходу від ваги снігового покриву на поверхні ґрунту до снігового навантаження на покрівлю, який визначається за 8.7, 8.8 [1]. Визначаємо згідно зі схемою 1 дод. «Ж» [1], в даному випадку маємо плоскі покриття з до $\alpha = 10^\circ \dots 15^\circ$ тоді $\mu = 1$; C_e - коефіцієнт, що враховує режим експлуатації покрівлі і визначається за 8.9 [1]; Приймаємо $C_e = 1$; C_{alt} - коефіцієнт географічної висоти, що визначається за 8.10 [1] $C_{alt} = 1$.

Таким чином,

$$S_m = \gamma_{fm} \cdot S_0 \cdot C = 1 \cdot 1,58 \cdot 1 = 1,58 \text{ кПа}.$$

Згідно з досвідом експлуатації та натурними дослідженнями формування «снігових мішків» у даному випадку можливе тільки у випадках утворення між поверхнею покрівлі і низом конструкції сонячної батареї замкненого простору. Це в свою чергу може бути викликано утворенням снігового покриву товщиною понад 800 мм на покрівлі будівлі.

Згідно з рекомендаціями Європейських норм Єврокод-1 [2] та результатами [3, 4], густина (щільність) щойно випавшого снігу, що формує «снігові мішки», становить згідно з досвідом експлуатації та натурними дослідженнями формування «снігових мішків» у даному випадку можливе тільки у випадках утворення між поверхнею покрівлі і низом конструкції сонячної батареї замкненого простору. Це в свою чергу може бути викликано утворенням снігового покриву товщиною понад 800 мм на покрівлі будівлі.

Згідно з рекомендаціями Європейських норм Єврокод-1 [2] та результатами власних напрацювань [3, 4], густина (щільність) сійно випавшого снігу, що формує «снігові мішки», становить $\gamma = 2 \text{ кН/м}^3$. Таким чином, за настання найбільш несприятливих умов, а саме одночасного випадання усієї річної розрахункової кількості снігу, його товщина на покрівлі становитиме:

$$h = Sm / \gamma = 1,58 / 2 = 0,79 \text{ м.}$$

Враховуючи на необхідність у наявності простору під конструкцією сонячної батареї для забезпечення вільного перенесення снігу вітром, потрібно приймати відстань більше 800 мм.

При забезпеченні вільного перенесення снігу вітром по покрівлі, що при цьому виключається утворення «снігового мішка» під сонячною батареєю - у розрахунках конструкцій слід орієнтуватися на додаток «Ж» ДБН [1]: схему 1 варіант 1, тобто рівномірним відкладенням снігу при $\mu = 1$.

Крім того, згідно дослідженнями [5] снігове навантаження на не утеплені залізобетонні покрівлі може бути додатково понижене врахуванням коефіцієнта експлуатації $C_e = 0,8$.

Загальний висновок. При умові забезпеченні вільного перенесення снігу вітром по покрівлі відстань між низом панелі сонячної батареї та поверхнею покрівлі повинна бути більше ніж 800 мм. Така відстань виключає утворення «снігових мішків» і розрахунок конструкцій можна проводити на рівномірне снігове навантаження за схемою 1 варіант 1 додатку «Ж» [1].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження і впливи».- Київ, 2006.
2. Eurocode 1 EN 1991-1-3: Actions on Structures –Part 1-3 General actions- Snow Loads/ - Brussels: CEN, 2003/- 56p.
3. Пичугин С.Ф., Махинько А.В. Снеговые и гололедные нагрузки на строительные конструкции. – Полтава: ООО «АСМИ», 2012. – 460с.
4. Дрижук Ю.В. Імовірнісний опис снігового навантаження на покрівлі будівель із перепадами висот: Автореф. дис. К.т.н. /ПНТУ – Полтава. 2012.- 23с.
5. Молька І.В. Вплив теплотехнічних характеристик покриття на величину снігового навантаження: Автореф. дис. К.т.н. /ПНТУ – Полтава. 2012.- 21с.

Иваненко П.А.

УЧЕТ СНЕГОВЫХ НАГРУЗОК НА ПОКРЫТИЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

Приведены обоснования для выбора схемы снеговой нагрузки при проектировании стальных решетчатых конструкций на плоских кровлях.

На базе основных положений ДБН [1] получено схему снеговой нагрузки. Проведены численные исследования для подтверждения достоверности результатов.

Ключевые слова: проектирование, схемы снеговых нагрузок, стальные решетчатые конструкции.

УДК 621.951.4

РОЗВИТОК СТУДЕНТСЬКИХ ІНЖЕНЕРНИХ ЗМАГАНЬ «ФОРМУЛА СТУДЕНТ SAE» В УКРАЇНІ

О.Ф. Дашенко¹

доктор технічних наук, професор, директор інституту машинобудування

О.М. Лимаренко¹

кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри динаміки, міцності машин та опору матеріалів

В.В. Хамрай¹

молодший науковий співробітник кафедри динаміки, міцності машин та опору матеріалів

¹ *Одеський національний політехнічний університет, м.Одеса, Україна*

В статті розглянуто напрямок розвитку освітнього рівня студентів в українських вищих технічних навчальних закладах. Наведені переваги і привабливість студентського інженерного змагання «Формула студент». Розглянуто еволюцію розвитку українського інженерного колективу «Формула студент» на прикладі команди Одеського національного політехнічного університету.

Ключові слова: інженерні змагання, формула студент, статичні тести, динамічні тести, розвиток.

Вступ. Проекти формула студент SAE замислювались, насамперед, як освітні проекти, які дозволяють усунути у студентів випускників розрив між знаннями, отриманими при навчанні у вищому навчальному закладі і навичками, потрібними для їх майбутньої роботи. Участь у проекті дозволяє сформувати у студентів уяву не тільки про те, як правильно спроектувати і створити готовий виріб, але і як забезпечити його інформаційну підтримку, маркетинг, як пройти шлях від ідеї до конкурентноспроможного продукту. Саме тому для багатьох крупних компаній, які підтримують студентські команди, проект став справжньою кузницею кадрів, а колишніх учасників проекту, сьогодні можна зустріти інженерами в топ-командах Формули-1.

Формула SAE в Європі. До офіційної серії Формули SAE зараз входять три Північноамериканських етапи, самий великий з яких – етап на гоночному кільці в Мічигані, в якому беруть участь до 120 команд і майже 2000 студентів, а також етапи в Англії, Німеччині, Італії, Австрії, Австралії, Бразилії і Японії. Крім того регулярно проводяться змагання, які не включені до офіційної серії, наприклад в Іспанії, Угорщині, Чехії, Канаді, Китаї.

До Європи Формула SAE прийшла через Великобританію, де у 1998 році були організовані перші Європейські змагання, в яких прийняло участь всього 4 команди, по 2 із США та Великобританії. Зараз в цьому

етапі беруть участь близько 110 команд з усіх сторін світу. Він проводиться на всесвітньо відомій трасі Формули-1 в Сільверстоуні. Цей етап підтримує Асоціація інженерів-механіків (ImechE).

Слід відмітити, що перша команда Німеччини з'явилась у 1999 році, але через 10 років їх кількість наблизилась до 100. Етап в Німеччині – один з найпрестижніших, проходить на легендарній трасі Хоккенхайм-ринг. Не дивлячись на те, що вперше він пройшов у 2006 році, уже тоді в ньому прийняло участь близько 40 команд вищих навчальних закладів світу. А в 2009 році після відкриття реєстрації через інтернет всі 78 місць заліку автомобілей з ДВС (більше не вміщують бокси на трасі) були зайняті вже через 8 секунд і близько 50 команд опинились у списку очікування. У зв'язку з цим зараз при реєстрації потрібно пройти тест на знання регламенту. Так що тепер змагання починаються ще до початку етапу. Спочатку, етап підтримувався німецькою Асоціацією автомобільних інженерів (VDI). У 2010 році етап включено до офіційної серії SAE (рис. 1). В цьому ж році паралельно із змаганнями автомобілей з двигунами внутрішнього згоряння, на етапі був організований і окремий залік для електромобілей, в якому прийняли участь відразу 30 команд «Формула-електрик».



Рис. 1. Етап змагань Формула-студент Німеччина 2012

Слід зауважити, що в проєкті беруть участь безліч університетів по всьому світу, і зовсім не обов'язково, що це університети пов'язані з автомобільною промисловістю. Тут і природні науки, і авіаційні, і машинобудівні, і представники інших технічних спеціальностей. Проєкт підтримують такі авторитетні фірми, як Bosch, VW, Audi, BMW, Mahle, Brunel, Dekra, Continental, Eaton, GKN, Solid Works, Ansys та багато інших.

Розвиток Формули SAE в Україні. Піонером розвитку студентського руху «Формула студент» в Україні є Одеський національний політехнічний університет (ОНПУ), де у 2011 році була створена студентська інженерна команда FS ONPU. Вже через вона пройшла реєстрацію на офіційний етап до Італії, але помилки в організації та підготовці супроводжувальних документів не дозволило одеським політехнікам виїхати на змагання. В 2013 році команда FS ONPU дебютувала на змаганнях в Угорщині (рис. 2), де успішно пройшла статичні випробування із своїм першим автомобілем.



Рис. 2. Команда ОНПУ на змаганнях в Угорщині в 2013 році

Отримавши безцінний досвід і оцінивши рівень європейських команд в 2014 році студентська команда представила на змаганнях в Угорщині

оновлений автомобіль (рис. 3), який був непогано оцінений суддівською колегією і навіть посів 20 сходинку із 45 команд в статичному етапі змагань.



Рис. 3. Команда ОНПУ на змаганнях в Угорщині в 2014 році

Відзначимо, що кожна команда на змаганнях «Формула студент» проходить через строгий процес тестування. Змагання діляться на статичну і динамічну групи. При цьому, до динамічних тестів допускаються тільки команди, які пройшли обов'язкову технічну інспекцію.

До статичних тестів входять:

1. Презентація бізнес плану – студентська команда повинна розробити бізнес-план на виробництво, просування і реалізацію дрібної партії розроблених автомобілів. Необхідно презентувати розробку і переконати авторитетних суддів, які виступають в ролі інвесторів, у високому рівні розробленого проекту.

2. Захист конструкції – команда повинна обґрунтувати колеґії фахівців про використані в автомобілі конструкторські рішення. Тут студенти надають для оцінювання конструкторську і технічну документацію, розрахунки, дані з випробувань і тестувань.

3. Звіт про вартість виготовлення – команда повинна надати на перевірку фахівцям звіт про вартість виготовлення автомобіля дрібною партією.

До технічної інспекції входить: технічний огляд автомобілю; тест на похилому столі; тест на шум; тест на гальмування.

Найцікавіший етап змагань це безумовно динамічні тести, як включають в себе: змагання на прискорення автомобілю; змагання на маневреність; змагання на точність керування; гонка на витривалість; перевірка енергетичної ефективності автомобілю.

Влітку команда FS ONPU готується прийняти участь на етапі змагань Формула SAE у Великобританії, на трасі Формули 1 в Сільверстоуні.

Висновок. Очевидно, що, підтримка викладачами і науковцями у вищих навчальних закладах України студентських змагань «Формула студент» сприяє розвитку інженерної думки, нестандартного підходу студентів до рішення технічних завдань, уміння знайти в реальних, складних умовах спонсорів і засоби на спорудження автомобіля, а також багатьох інших якостей, володіння якими робить фахівця привабливим для представників промисловості і комерційних фірм.

Наприклад кожен рік до команди «Формула студент» приходять у середньому 10 нових студентів. В Україні близько 20 вищих навчальних закладів які спроможні організувати та надати наукову і матеріальну підтримку команді «Формула студент». Тоді у осяжному майбутньому наша держава отримає тисячі інженерів екстрокласу, що безумовно буде потужним імпульсом до розвитку промисловості України.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Formula SAE Rules. SAE International. – 2012. – 131 p.

REFERENCES

1. Formula SAE Rules. SAE International. – 2012. – 131 p.

Dashchenko A.F., Lymarenko O.M., Khamrai V.V.

DEVELOPMENT OF STUDENT ENGINEERING COMPETITIONS "STUDENT FORMULA SAE» IN UKRAINE

The article deals with the direction of the educational level of students in Ukrainian higher technical educational institutions. The advantages and attractiveness of the student engineering competition "Formula Student". The evolution of the development of the Ukrainian engineering team "Formula Student" for example, the team of Odessa National Polytechnic University.

Keywords: *engineering competition, Formula Student, static test, dynamic test and development.*

Дашченко А.Ф., Лимаренко А.М., Хамрай В.В.

РАЗВИТИЕ СТУДЕНЧЕСКИХ ИНЖЕНЕРНЫХ СОРЕВНОВАНИЙ «ФОРМУЛА СТУДЕНТ SAE» В УКРАИНЕ

В статье рассмотрены направление развития образовательного уровня студентов в украинских высших технических учебных заведениях. Приведены преимущества и привлекательность студенческого инженерного соревнования «Формула студент». Рассмотрена эволюция развития украинского инженерного коллектива «Формула студент» на примере команды Одесского национального политехнического университета.

Ключевые слова: инженерные соревнования, формула студент, статические тесты, динамические тесты, развитие.

УДК 621.951.4

Дашченко О.Ф., Лимаренко О.М., Хамрай В.В. **Розвиток студентських інженерних змагань «Формула студент SAE» в Україні** // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2015. – Вип. 96. С. 142- 147.

Розглянуто напрямки розвитку інженерної освіти в українських вищих технічних навчальних закладах.

Іл. 3. Бібліогр. 1 назв

УДК 621.951.4

Дашченко А.Ф., Лимаренко А.М., Хамрай В.В. **Развитие студенческих инженерных соревнований «Формула студент SAE» в Украине** // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2015. – Вип. 96. С. 142- 147.

Рассмотрены направление развития инженерного образования в украинских высших технических учебных заведениях. Ил. 3. Библиогр. 1 назв

УДК 621.951.4

Dashchenko A.F., Lymarenko A.M., Khamrai V.V. **Development of student engineering competitions "STUDENT FORMULA SAE» in Ukraine** // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2015. – Вип. 96. С. 142- 147.

The directions of the development of engineering education in Ukrainian higher technical educational institutions.

Іл. 3. Bibliography. 1 name

УДК 539.3

СКІНЧЕНИЙ ЕЛЕМЕНТ ЗАГАЛЬНОГО ТИПУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ВІСЕСИМЕТРИЧНОЇ ЗАДАЧІ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Ю.В. Максим'юк¹

канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної механіки

¹ *Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*

В роботі отримані розрахункові співвідношення скінченого елемента (СЕ) загального типу з чисельним інтегруванням для вісесиметричної задачі нестационарної теплопровідності з урахуванням змінності теплофізичних констант в його площині. На основі порівняння двох типів СЕ з'ясовано, що при рівномірному розподіленні теплофізичних констант і відсутності суттєво косокутних СЕ в межах об'єкту збіжність результатів отриманих на їх основі практично тотожна.

Ключові слова: чисельне інтегрування, СЕ загального типу, розв'язувальні співвідношення, метод скінчених елементів (МСЕ), нестационарна теплопровідність, вісесиметричні тіла, криволінійна система координат.

Вступ. В роботі [2] розглянуто алгоритм розв'язання вісесиметричної задачі нестационарної теплопровідності на основі СЕ, розрахункові співвідношення якого отримані з використанням наступних гіпотез відносно розподілення теплофізичних констант в межах його площини: передбачалось, що λ - коефіцієнт теплопровідності; T - температура в точці тіла, що розглядається; C - питома об'ємна теплоємність матеріалу не змінюються в межах площини скінченого елемента і дорівнюють їх значенням в центрі елемента. Для обґрунтування області ефективного використання такого елемента з усередненими теплофізичними характеристиками необхідно провести дослідження збіжності результатів шляхом порівняння із результатами розв'язку нестационарної задачі теплопровідності при використанні СЕ без введення спрощувальних гіпотез. Тому отримання розрахункових співвідношень нестационарної теплопровідності загального типу є актуальною проблемою розв'язку нестационарної задачі теплопровідності на основі методу скінчених елементів (МСЕ).

1. Вісесиметричний та плоский скінченні елементи загального типу. Для вісесиметричних та плоско-деформованих тіл на основі МСЕ використовуються скінченні елементи (СЕ), що являють собою чотирикутники довільної форми (рис. 1,а).

Однозначність розв'язання рівняння (2) забезпечується введенням відповідних початкових та граничних умов. В якості початкових умов приймається відоме розподілення температури в тілі в деякий фіксований момент часу t_0 , що приймається за початок часової координати.

$$T(x^\alpha, t_0) = T_0(x^\alpha), \quad x^\alpha \in L, \quad (3)$$

де $T_0(x^\alpha)$ - задана функція координат.

Граничні умови в теорії теплопровідності формуються в вигляді двох ідеалізованих типів теплопередачі на границі тіла:

1. Відомі зміни з часом температури точок поверхні тіла

$$T(x^\alpha, t) = f(x^\alpha, t), \quad x^\alpha \in L_1, \quad (4)$$

де $f(x^\alpha, t)$ - задана функція; L_1 - частина поверхні тіла S , на якій задані граничні умови першого роду.

2. Відома температура зовнішнього середовища θ і закон конвекційного теплообміну між поверхнею тіла і зовнішнім середовищем

$$-\lambda_{(x^1x^2)} \frac{\partial T(x^\alpha, t)}{\partial n} = \alpha_{(x^1x^2)} [T(x^\alpha, t) - \theta(x^\alpha, t)], \quad x^\alpha \in L_2, \quad (5)$$

де α - коефіцієнт тепловіддачі; L_2 - частина поверхні тіла S , на якій задані граничні умови третього роду.

Рівняння (2) з початковими (3) і граничними (4)-(5) умовами однозначно визначає нестационарне температурне поле в тілі, властивості якого в загальному випадку залежать від просторових координат і температури.

Диференційне рівняння (2) з граничними умовами (4)-(5) еквівалентне варіаційному рівнянню вісесиметричної задачі нестационарної теплопровідності [3]:

$$\begin{aligned} \delta\chi = & \int_S (\lambda_{(x^1x^2)} \frac{\partial T}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \delta T}{\partial x^\beta} g_{(x^1x^2)}^{\alpha\beta}) \sqrt{g_{(x^1x^2)}} dL + \\ & + \int_L (\alpha(T - \theta)_{(x^1x^2)} \delta T) dL - \int_S C_{(x^1x^2)} \frac{\partial T}{\partial t} \delta T \sqrt{g_{(x^1x^2)}} dL. \end{aligned} \quad (6)$$

Тут і в подальшому всі індекси, позначені грецькими буквами, будуть приймати значення 1,2, а позначені латинськими – 1,2,3.

Розподілення температури у межах СЕ описується білінійним законом:

$$T = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1S_2)} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right), \quad (7)$$

де $T_{(S_1S_2)}$ – вузлові значення температури.

Для СЕ, які примикають до границь області, розподілення температури

ри вздовж координатної лінії визначаються формулою:

$$T = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right).$$

Вирази для похідних від температури і часу мають вигляд:

$$T_{,\alpha} = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) S_{\alpha}. \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \frac{T_{(S_1 S_2)}}{\partial t} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right).$$

При скінченноелементній апроксимації досліджуваного об'єкта для системи з N СЕ зазначене рівняння (2) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \delta \chi = \sum_{n=1}^N \delta \chi_n = \sum_{n=1}^N \int_{x^1=-1/2}^{x^1=1/2} \int_{x^2=-1/2}^{x^2=1/2} \lambda_{(x^1 x^2)} \left(\frac{\partial T}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial \delta T}{\partial x^{\beta}} g_{(x^1 x^2)}^{\alpha \beta} \right) \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} dx^1 dx^2 + \\ + \int_{x^1=-1/2}^{x^1=1/2} \int_{x^2=-1/2}^{x^2=1/2} \alpha_{(x^1 x^2)} T \delta T \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} dx^1 dx^2 - \int_L \alpha_{(x^1 x^2)} \theta \delta T \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} dL - \\ - \int_{x^1=-1/2}^{x^1=1/2} \int_{x^2=-1/2}^{x^2=1/2} C_{(x^1 x^2)} \frac{\partial T}{\partial t} \delta T \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} dx^1 dx^2 = 0. \quad (9) \end{aligned}$$

Після підстановки в (3) значень температури (4) та її похідних (5) отримаємо:

$$\begin{aligned} \delta \chi_n = \int_{x^1=-1/2}^{x^1=1/2} \int_{x^2=-1/2}^{x^2=1/2} \lambda_{(x^1 x^2)} \left[\sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \left(T_{(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) S_{\alpha} \right) \times \right. \\ \times \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \left(\delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} + P_{(3-\beta)} x^{(3-\beta)} \right) P_{\beta} \right) g_{(x^1 x^2)}^{\alpha \beta} \left. \right] \sqrt{g} dx^1 dx^2 + \\ + \int_{x^1=-1/2}^{x^1=1/2} \int_{x^2=-1/2}^{x^2=1/2} \alpha_{(x^1 x^2)} \left[\sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) \times \right. \\ \times \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \left(\delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} + P_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) \right) \left. \right] \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} dx^1 dx^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_L \alpha_{(x^1 x^2)} \theta \delta T \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} dL - \\
& - \int_{x^1 = -1/2}^{x^1 = 1/2} \int_{x^2 = -1/2}^{x^2 = 1/2} C_{(x^1 x^2)} \left[\sum_{S_1 = \pm 1} \sum_{S_2 = \pm 1} \frac{T_{(S_1 S_2)}}{\partial t} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) \times \right. \\
& \left. \times \sum_{P_1 = \pm 1} \sum_{P_2 = \pm 1} \delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} P_1 x^1 + \frac{1}{2} P_2 x^2 + P_1 P_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) \right] \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} dx^1 dx^2 \quad (10)
\end{aligned}$$

Визначення інтегралів по x^1 та x^2 в загальному випадку може бути обчислене тільки на основі процедур чисельного інтегрування.

Тоді вираз (10) може бути поданий у вигляді:

$$\begin{aligned}
\delta \mathcal{X}_n &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[\lambda_{(x^1 x^2)} \sum_{S_1 = \pm 1} \sum_{S_2 = \pm 1} \left(T_{(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) S_\alpha \right) \times \right. \\
& \times \sum_{P_1 = \pm 1} \sum_{P_2 = \pm 1} \left(\delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} + P_{(3-\beta)} x^{(3-\beta)} \right) P_\beta \right) g_{(x^1 x^2)}^{\alpha\beta} \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} H_i H_j \Big]_{x_i^1, x_j^2} + \\
& + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[\alpha_{(x^1 x^2)} \sum_{S_1 = \pm 1} \sum_{S_2 = \pm 1} T_{(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) \times \right. \\
& \times \sum_{P_1 = \pm 1} \sum_{P_2 = \pm 1} \left(\delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} + P_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) \right) \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} H_i H_j \Big]_{x_i^1, x_j^2} - \\
& - \int_L \alpha_{(x^1 x^2)} \theta \delta T \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} dL - \\
& - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[C_{(x^1 x^2)} \sum_{S_1 = \pm 1} \sum_{S_2 = \pm 1} \frac{T_{(S_1 S_2)}}{\partial t} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) \times \right. \\
& \times \sum_{P_1 = \pm 1} \sum_{P_2 = \pm 1} \delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} P_1 x^1 + \frac{1}{2} P_2 x^2 + P_1 P_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} H_i H_j \Big]_{x_i^1, x_j^2}. \quad (11)
\end{aligned}$$

Позначимо

$$R_{(S_1, S_2, P_1, P_2)} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[\lambda_{(x^1 x^2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) S_\alpha \times \right.$$

$$\times \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} P_1 x^1 + \frac{1}{2} P_2 x^2 + P_1 P_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} H_i H_j \right) \Big|_{x_i^1, x_j^2} \quad (12)$$

- коефіцієнти матриці теплопровідності;

$$B_{(S\alpha, P\alpha)} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[\alpha_{(x^1 x^2)} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \left(\delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} + P_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) \right) \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} H_i H_j \right] \Big|_{x_i^1, x_j^2} \quad (13)$$

- добавка до коефіцієнтів матриці теплопровідності на границі області, що співпадають з координатною лінією x^α ($\alpha = 1, 2$);

$$C_{(S\alpha, P\alpha)} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[C_{(x^1 x^2)} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \frac{T_{(S_1 S_2)}}{\partial t} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} P_1 x^1 + \frac{1}{2} P_2 x^2 + P_1 P_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} H_i H_j \right) \right] \Big|_{x_i^1, x_j^2} \quad (14)$$

- коефіцієнти матриці теплоємності.

Інтеграл $\{Q_0\}$, що містить θ , визначається чисельно тільки на контурі тіла і при формуванні системи рівнянь переноситься в праву частину.

В силу довільності варіації $\delta T_{(P_1 P_2)}$ рівняння (11) еквівалентне системі звичайних диференціальних рівнянь

$$\sum_{n=1}^N \left([R] + [B] - [C] \{T\}_{,t} \right) = \sum_{i=1}^L \{Q_0\}, \quad (15)$$

де коефіцієнти матриць $[R]$, $[B]$, $[C]$ визначаються за формулами (12-14).

Для розв'язання системи диференціальних рівнянь (15) приймається метод скінченних різниць. Вздовж часової координати t вибирається скінченна множина N точок t_n ($n = 0, 1, \dots, N$) з кроком Δt_n таким чином, щоб $t_n \Big|_{n=0} = t_n$; $t_n \Big|_{n=N} = t_n$. Замінюючи похідну за часом в (15) скінченно-різнечевим алгоритмом другого порядку точності за схемою Кранка-Ніколсона [5] і приймаючи в якості невідомих значення температури в

вузлах сіткової області в момент часу t_{n+1} , маємо систему алгебраїчних рівнянь відносно $T_{(S_1, S_2)}^{n+1}$ в матричному вигляді

$$[C]\{T\}_{n+1} + ([R] + [B])\{T\}_{n+1} = [C]\{T\}_n - ([R] + [B])\{T\}_n + \{Q_0\}_n, \quad (16)$$

2. Чисельні результати

На першому етапі було проведено порівняння збіжності двох типів СЕ на основі розв'язку контрольних прикладів розглянутих в роботі [2]. З'ясувалось, що при постійних в межах площини об'єкту теплофізичних характеристик збіжність обох типів СЕ практично однакова.

На другому етапі для ілюстрації застосування розроблених підходів виконано розрахунок зміни температурних полів ротора парової турбіни в режимі запуску. Ротор представляє собою вісесиметричне тіло, утворене набором масових дисків, валів і перемичок різної форми перерізу. Ротор знаходиться в умовах нерівномірного нагріву. Через зовнішню поверхню проходить теплообмін з зовнішнім середовищем у відповідності з законом Ньютона. Температура середовища $\theta = 500^\circ\text{C}$. В початковий момент часу $t_0 = 0$ температура ротора дорівнює 20°C . Дискретна модель МСЕ для перерізу ротора показана на рис. 3.

На рис. 3. приведені результати розв'язання задачі теплопровідності у вигляді графіків розподілення температур в моменти часу $t = 300\text{ c}$, 4200 c , 6900 c .

При розрахунку прийняті такі механічні і теплофізичні характеристики: модуль пружності $E = 206010\text{ МПа}$, коефіцієнт Пуасона $\nu = 0.3$, коефіцієнт лінійного розширення $\beta_T = 12.2 \cdot 10^{-6}\text{ град}^{-1}$, коефіцієнт теплоємності $\alpha_T = 250\text{ Вм}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, коефіцієнт теплопровідності $\lambda_T = 30\text{ Вм}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$, питома теплоємність $C = 0.15\text{ Дж}/\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}$.

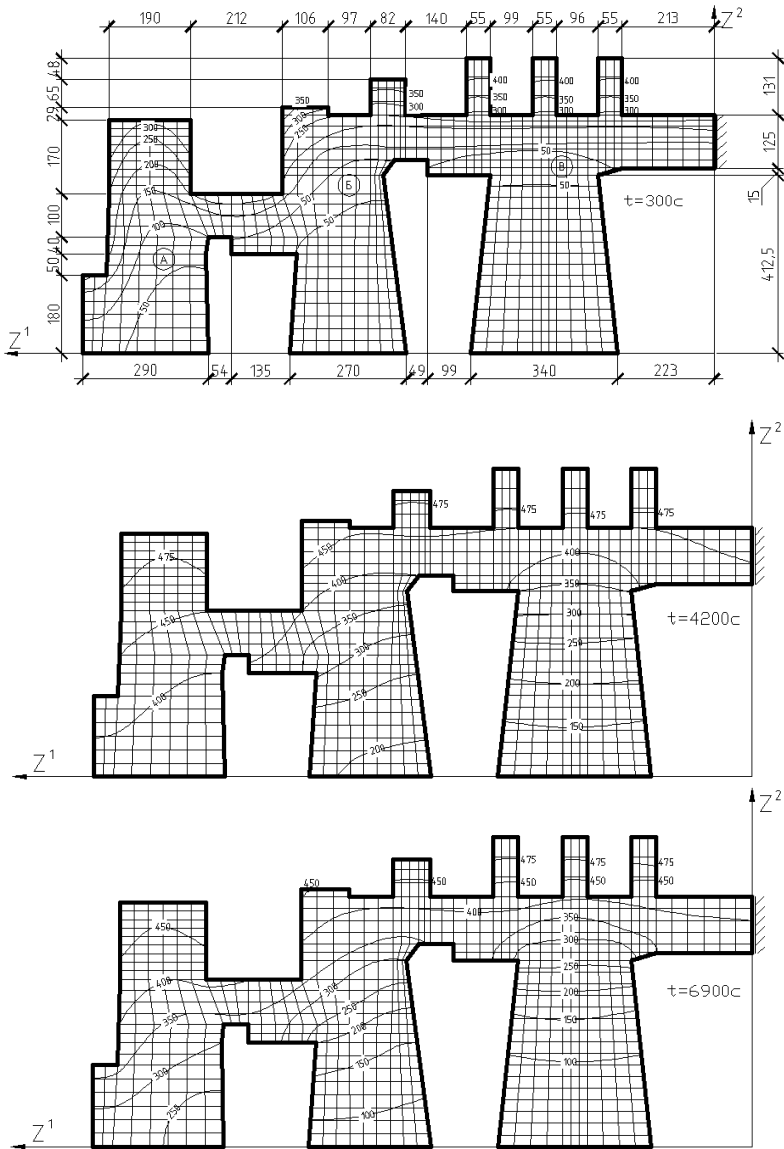


Рис. 3

Висновок. Проведені дослідження дозволили встановити область використання розробленого в роботі [2] варіанту СЕ, який дозволяє суттєво зменшити обчислювальні витрати і може бути застосований для розрахунку відповідальних об'єктів сучасної техніки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Блох В. И.* Теория упругости / В. И. Блох. – Х. : Изд. Харьковск. Гос. Университета, 1964. – 484 с.
2. *Гуляр О.І.* Алгоритм розв'язання вісесиметричних задач нестационарної теплопровідності / О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, Ю.В. Максим'юк, В.П. Андрієвський // Опір матеріалів і теорія споруд. - 2015. – Вип. 95. – С. 64-72
3. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М., «Мир», 1975.
4. *Коваленко А. Д.* Основы термоупругости / А. Д. Коваленко. – К. : Наук. думка, 1970. – 204 с.
5. *Шабров Н.Н.* Метод конечных элементов в расчетах деталей тепловых двигателей. – Л.: Машиностроение, 1968. – 212 с.

REFERENCES

1. *Bloh V. I.* Teoriya uprugosti / V. I. Bloh. – H. : Izd. Harkovsk. Gos. Universiteta, 1964. – 484 s.
2. *Gulyar O.I.* Algoritm rozv'yazannya vIsesimetrichnih zadach nestatsionarnoyi teploprovIdnostI / O.I. Gulyar, S.O. Piskunov, Yu.V. Maksim'yuk, V.P. AndriEvskiy // OpIr materIalIv I teorIya sporud. 2015. – Vip. 95. – S. 64 72
3. *Zenkevich O.* Metod konechnyih elementov v tehnikе. M., «Mir», 1975.
4. *Kovalenko A. D.* Osnovy termouprugosti / A. D. Kovalenko. – K. : Nauk. dumka, 1970. – 204 s.
5. *Shabrov N.N.* Metod konechnyih elementov v raschetah detaley teplovyih dvigateley. – L.: Mashinostroenie, 1968. – 212 s.

Maksymyuk Yu.V.

GENERAL TYPE FINITE ELEMENT FOR AXISYMMETRIC NONSTATIONARY HEAT CONDUCTION PROBLEM SOLUTION

The calculated ratio for general type finite element with numerical integration for axisymmetric nonstationary heat conduction problem considering the variability of thermal constants in its plane. Based on the comparison of the two types of finite elements revealed that the uniform distribution of thermal constants and no significant oblique finite elements within the object convergence results obtained based on them almost identically.

Keywords: numerical integration, finite element of general type calculated ratio, finite element method, unsteady heat conduction, axially symmetric body curvilinear coordinate system.

Максимюк Ю.В.

КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ОБЩЕГО ВИДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

В работе получены расчетные соотношения конечного элемента общего вида с численным интегрированием для осесимметричной задачи нестационарной теплопроводности с учетом переменности теплофизических констант в его плоскости. На основе сравнения двух типов конечных элементов установлено, что при равномерном распределении теплофизических констант и отсутствия существенно косоугольных конечных элементов в пределах объекта сходимость результатов полученных на их основе практически тождественна.

Ключевые слова: численное интегрирование, конечный элемент общего типа, разрешающие соотношения, метод конечных элементов, нестационарная теплопроводность, осесимметричные тела, криволинейная система координат.

УДК 531.31

ОГЛЯД МЕТОДІВ СЕЙСМОЗАХИСТУ ТА ПРИКЛАДИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ У КОНСТРУКЦІЯХ

Г.М. Іванченко¹

д-р техн. наук, професор кафедри будівельної механіки

М.В. Гончаренко¹

канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної механіки

¹ *Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*

В роботі наведений огляд методів сейсмозахисту будівель і споруд. Головна увага приділена спеціальним засобам, які знаходять все більше застосування у сучасних спорудах. Проаналізована загальна класифікація, коротко охарактеризовані особливості методів. Наведені приклади їх застосування як при будівництві споруд, так і у вже існуючих будівлях.

Ключові слова: сейсмозахист, сейсмоізоляція, сейсмогасіння, динамічні гасники коливань.

Вступ. Проектування будівель і споруд на сучасному етапі неможливе без врахування впливу динамічних факторів. Одночасно постала проблема гасіння коливань, що виникають внаслідок дії динамічних процесів. Сейсмічне навантаження є одним з найбільш небезпечних, внаслідок великої інтенсивності та непередбачуваності. Аналіз тенденції розвитку природних катастроф та їх прогноз на перспективу, свідчать, що на території України є високий ступінь ризику виникнення землетрусів і пов'язаними з ними техногенних загроз, що робить актуально проблему захисту від цих явищ. Саме тому, актуальність питань сейсмозахисту будівель та споруд не викликає сумнівів.

1. Основні методи сейсмозахисту. Загальна класифікація систем сейсмозахисту споруд представлена на рис.1. Всі методи забезпечення сейсмостійкості можна поділити на традиційні та спеціальні. Традиційні методи направлені на підвищення несучої здатності конструкцій, що має гарантувати сейсмостійкість споруд. Основний недолік полягає у зростанні матеріалоспоживності конструкцій, збільшення перерізів і маси елементів. Найбільш сучасними та актуальними на сьогоднішній день в сфері будівництва є спеціальні методи сейсмозахисту.

Нетрадиційні методи сейсмозахисту поділяються на дві категорії: активні та пасивні. Активні засоби мають додаткове джерело енергії та елементи, які регулюють роботу цих джерел. Такі системи дозволяють ефективно зменшувати рівень коливань конструкції, причому незалежно від природи виникнення. Але водночас вони потребують не тільки особливих

розрахунків при проектуванні, але і додаткового обслуговування в процесі експлуатації.



Рис. 1

Пасивні системи сейсмозахисту в більшості випадків влаштовуються при будівництві і не потребують додаткового обслуговування, що обумовлює їх популярність. Вони, в свою чергу, поділяються на системи сейсмогасіння та сейсмоізоляції.

В системах сейсмоізоляції зниження механічної енергії забезпечується шляхом відведення частот коливання споруди від переважаючих частот сейсмічного впливу. Це досягається шляхом введення певного ізолюючого шару між спорудою і основою.

Принцип дії сейсмоізоляції гравітаційного типу полягає в тому, що під час землетрусу центр тяжіння опор підіймається, утворюючи гравітаційну поновлюючу силу. При цьому коливання будівлі відбувається біля положення рівноваги. Типовим прикладом систем сейсмоізоляції гравітаційного типу є кінематичні опорні елементи.

Ефективність застосування сейсмоізоляції залежить від динамічних характеристик споруди, більшого ефекту можна досягти у більш жорстких конструкціях. Значне зменшення коливань конструкції при застосуванні сейсмоізоляції спостерігається на скельних ґрунтах, тоді як на слабких мінімальний ефект.

В системах сейсмогасіння, що, в свою чергу, поділяються на динамічні гасителі коливань та системи демпфування, механічна енергія перетворюється в інші види енергії. Це призводить до демпфування коливань конструкції будівлі чи споруди, або ж до перерозподілу механічної енергії від захисної конструкції до гасителя.

Демпфуючі пристрої можна поділити на гідравлічні та механічні. У гідравлічних демпферах розсіювання енергії відбувається за рахунок сил в'язкого опору, що перешкоджають протіканню рідини під тиском. Такі демпфери поступово включаються у роботу і не викликають високочастотних коливань. Однак вони досить дорогі та потребують обслуговування при експлуатації.

З точки зору практичної реалізації найбільш зручними є демпфери сухого тертя (ДСТ). Вони можуть бути реалізовані з різним поєднанням матеріалів: метал по металу, бетон по бетону або сипучому матеріалу, полімерні покриття по металу та інші. При сейсмічних коливаннях відбувається зсув верхньої частини ДСТ відносно нижньої і за рахунок сил тертя поглинається енергія сейсмічних коливань.

При роботі динамічного або ударного гасника енергія коливань захищеної споруди передається гаснику, налаштованому на частоту коливання споруди, причому гасник коливається з підвищеною амплітудою. Їх застосовують для гасіння коливань високих промислових будівель, споруд баштового типу, елементів будівель (балок, плит і т.п.).

Найчастіше ДГК виконується у вигляді додаткової маси, яка приєднана з допомогою пружного і демпферуючого елементів до захищеної конструкції чи безпосередньо до неврівноваженої машини - джерела коливань. Широко застосовуються також гасники, маса яких рухається по криволінійній поверхні або підвішена як маятник. Маса гасника являє собою тверде тіло, до якого можуть приєднуватись вантажі, пружну конструкцію чи контейнер, заповнений окремими вантажами, сипучими матеріалами або рідиною. В якості пружних елементів використовуються сталеві пружини, гумові елементи, пружні стержні чи пластини; для розсіювання енергії використовують матеріали з підвищеними дисипативними властивостями (гума, пластмаси), відрізки сталевих канатів, демпфери сухого тертя, гідравлічні, пневматичні і магнітні демпфери. При цьому зменшується кількість циклів зміни напружень, що суттєво впливає на довговічність і надійність конструкцій.

2. Приклади застосування. Прикладом стаціонарних систем сейсмоізоляції при наявності повертаючої сили (рис. 2) може бути будівля з гнучким нижнім поверхом, виконаним у вигляді каркасних стійок, пружних опор, свай та ін.



Рис. 2

Сейсмоізолюючі фундаменти на кінематичних опорах гравітаційного типу (рис. 3) є характерними для країн СНД. В таких опорах під час землетресу одна частина опори має можливість рухатися відносно частини, на якій стоїть, але, врешті, під дією гравітації повертається у вихідне положення.

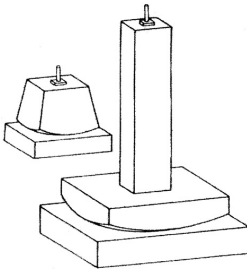


Рис. 3

Гідравлічні демпфери, зображені на рис. 4, складаються з циліндра, в'язкої рідини і поршня. В нормальних умовах вони дозволяють безперешкодне переміщення елементів конструкції відносно одне одного при температурних деформаціях, але при різких динамічних навантаженнях, виникаюча велика кількість енергії гаситься.

Іншим прикладом демперуючих пристроїв є механічні демпфери. На рис. 5,а показані попередньо напружені пружинні демпфери, а на рис. 5,б – пружинні дискові демпфери, які включають поршень і стопку дискових пружин, які еластично деформуються під дією поршня, поглинаючи його переміщення.

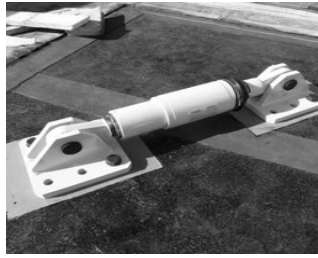
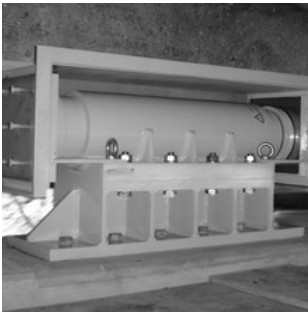
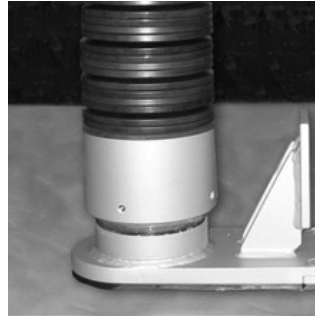


Рис. 4



а



б

Рис. 5

Найбільш цікавим є застосування інерційного демпфера коливань у хмарочосі Тайбей в Тайвані, що офіційно перебував в статусі найвищої будівлі в світі з 2004 до 2010 року. Він має 101 поверх над землею та 5 – підземних, загальна висота 508 м, зображений на рис. 6.

Фірмою Thornton-Tomasetti Engineers разом з Evergreen Consulting Engineering був спроектований 660-тонний сталевий маятник (рис. 7), що є інерційним демпфером коливань. Підвішений на 88-92 поверхах, маятник коливається, компенсуючи рухи будівлі, викликані сильними поривами вітру й так само має працювати при землетрусах. Його сфера, найбільша у світі, складається з 41 сталеві пластины, кожна завтовшки 125 мм, що разом складає 5,4 м в діаметрі. Два інших гасителя коливань, кожен вагою 6 тонн, знаходяться на вершині шпиля. Вони пом'якшують удари вітру, діючи на верхню частину будівлі.

Енергія коливань, накопичена демпферами, гаситься системою пружин, розташованих під демпферами. Перевагою систем інерційного демпфування є можливість їх застосування як для нових, так і для існуючих будівель та споруд.

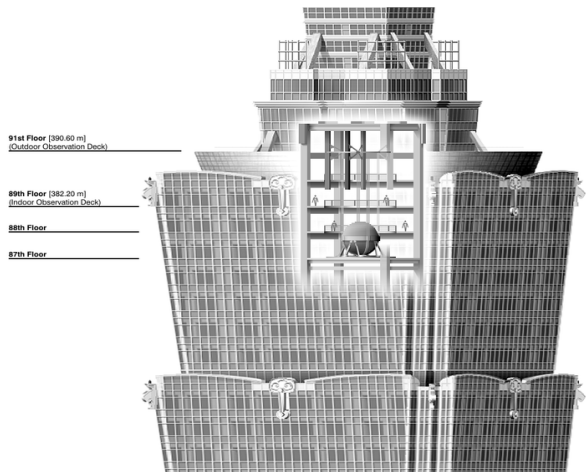


Рис. 6

Висновок. Використання вищезазначених систем є ефективним способом зменшення амплітуди коливання будівлі при землетрусі, різноманітних вібраційних динамічних та вітрових навантаженнях. Системи дають можливість здійснювати сейсмозахист будівель без підвищення жорсткості конструкції та площі поперечного перерізу. Проектування кожної системи інерційного демпфування індивідуальне для кожної будівлі, що, безсумнівно, є суттєвим недоліком та обмежує масове їх застосування.

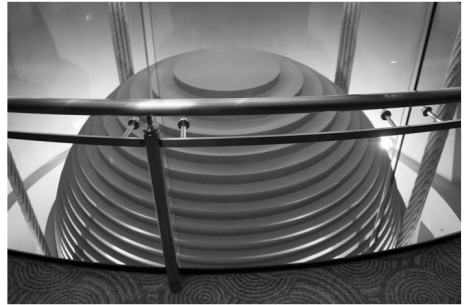


Рис. 7

Розглянуті системи сейсмозахисту характеризуються великою різноманітністю конструктивних рішень, кожне з яких має свої переваги та недоліки. Практично жоден із розглянутих способів сейсмозахисту в чистому вигляді не застосовується. Більш раціональним є сумісне застосування різних систем, що дозволяють поєднувати їх переваги та зменшити недоліки, властиві окремо кожній з систем.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А.* Динаміка споруд / В.А. Баженов, Ю.В. Ворона. – К.: Каравела, 2014.
2. *Белаш Т.А.* Нетрадиционные методы повышения сейсмостойкости зданий и сооружений (отечественный и зарубежный опыт) / Белаш Т.А., Казарновский В.С. // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2010. – Вып. 8 (620). – С. 3-11.
3. *Бирбраер А.М.* Расчет конструкций на сейсмостойкость. – М.: Наука, 1998.
4. *Коренев Б.Г.* Динамические гасители колебаний: Теория и технические приложения / Б.Г. Коренев, Л.М. Резников. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Dynamika sporud / V.A. Bazhenov, Yu.V. Vorona. – K.: Karavela, 2014.
2. *Belash T.A.* Netraditsyonnae metody povыsheniya seismostoikosty zdaniy u soorzheniy (otchestvennyi i zarubezhnyi opyt) / Belash T.A., Kazarnovskiy V.S. // Yzvestiya vysshikh uchebnykh zavedeni. Stroitelstvo. – 2010. – Выр. 8 (620). – S. 3-11.
3. *Byrbraer A.M.* Raschet konstruksiy na seismostoikost. – M.: Nauka, 1998.
4. *Korenev B.H.* Dynamicheskiye hasytely kolebaniy: Teoriya y tekhnicheskyye prylozheniya / V.H. Korenev, L.M. Reznikov. – M.: Nauka, hl. red. fiz.-mat. lit., 1984. Bazhenov V.A. Dyeoriya uprugosti / V. I. Bloh. – H. : Izd. Harkovsk. Gos. Universiteta, 1964. – 484 s.

Ivanchenko G.M., Goncharenko M.V.

REVIEW OF EARTHQUAKE PROTECTION METHODS AND THEIR USE IN STRUCTURES

The review of methods for buildings earthquake protection is presented in this paper. Main attention is paid to special devices, which are increasingly used in modern buildings. The common classification is analysed and special features of methods are briefly described. Examples of their use such in the buildings under construction as in existing buildings are represented.

Keywords: earthquake protection, earthquake insulation, earthquake extinction, dynamic quencher fluctuations.

Иванченко Г.М., Гончаренко М.В.

ОБЗОР МЕТОДОВ СЕЙСМОЗАЩИТЫ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В КОНСТРУКЦИЯХ

В работе приведен обзор методов сейсмозащиты зданий и сооружений. Основное внимание уделено специальным устройствам, которые все чаще применяются в современных сооружениях. Проанализирована общая классификация, коротко охарактеризованы особенности методов. Приведены примеры использования как при строительстве зданий, так и в уже существующих сооружениях.

Ключевые слова: сейсмозащита, сейсмоизоляция, сейсмогашение, динамические гасители колебаний.

ЗМІСТ

<i>Мар'єнков М.Г., Богдан Д.В., Сахаров В.О.</i> Оцінка напружено-деформованого стану конструкцій будівлі при дії сейсмічних навантажень	3
<i>Баженов В.А., Шишов О.В.</i> Застосування програмних засобів при вивченні будівельної механіки	23
<i>Чибіряков В.К., Легостаєв А.Д., Гречух Н.А., Яковенко О.О.</i> Методика дослідження оболонок від дії нестационарних динамічних впливів з використанням редукованих моделей	36
<i>Кривенко О.П.</i> Вплив нагріву на стійкість і власні коливання сферичної панелі при зміні умов комбінованого закріплення контуру	48
<i>Tran Duc Chinh</i> Method of compensating loads for shallow shells. Vibration and stability problems	66
<i>Ворона Ю.В., Кара І.Д.</i> Застосування методу граничних інтегральних рівнянь для розв'язання динамічних задач термопружності.....	74
<i>Бараненко В.О., Волчок Д.Л.</i> Пошук максимального значення навантаження кругової циліндричної стиснутої оболонки в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних	88
<i>Баженов В.А., Лук'яненко О.О., Костіна О.В., О.В. Геращенко О.В.</i> Нелінійна стійкість тонкостінних оболонок з початковими недосконаlostями форми	99
<i>Вабіщевич М.О.</i> Чисельне дослідження напружено-деформованого стану ґрунтового склепіння підземної церкви Свято-Успенської Києво-Печерської лаври.....	116

<i>Чеверда П.П.</i> Дослідження надійності двошарової плити перекриття підкріпленої ребрами.....	123
<i>Шкриль О.О.</i> Розвиток напіваналітичного метода скінченних елементів для розрахунку просторових тіл з концентраторами напружень	130
<i>Іваненко П.О.</i> Врахування снігового навантаження на покрівлю при проектуванні сонячних батарей	138
<i>Дащенко О.Ф., Лимаренко О.М., Хамрай В.В.</i> Розвиток студентських інженерних змагань «Формула студент SAE» в Україні	142
<i>Максим'юк Ю.В.</i> Скінчений елемент загального типу для розв'язку вісесиметричної задачі нестационарної теплопровідності	148
<i>Іванченко Г.М., Гончаренко М.В.</i> Огляд методів сейсмосахисту та приклади їх застосування у конструкціях	158