ISSN 2410-2547
DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

KYIV NATIONAL UNIVERSITY OF CONSTRUCTION AND
ARCHITECTURE

ОПІР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF STRUCTURES

Науково-технічний збірник
Scientific-and-technical collected articles

Випуск
Issue **110**

Заснований у 1965 р.
Founded in 1965

КИЇВ 2023

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61

Головний редактор П.П. Лізунов, д-р техн. наук
Заступник головного редактора С.О. Пискунов, д-р техн. наук
Відповідальний секретар О.В. Геращенко, канд. техн. наук

Редакційна колегія:

Алявдін П.В., д-р техн. наук (Польща)
Аткочиунас Ю., д-р техн. наук (Литва)
Белостоцкий О.М., д-р техн. наук (Росія)
Вабіщевич М.О., д-р техн. наук (Україна)
ГайдайчукВ.В. , д-р техн. наук (Україна)
Дащенко О.Ф., д-р техн. наук (Україна)
Елішаков І., д-р техн. наук (США)
Іванченко Г.М., д-р техн. наук (Україна)
Кривошапко С.Н., д-р техн. наук (Росія)
Лук'янченко О.О., д-р техн. наук (Україна)
Лобанов Л.М., д-р техн. наук, академік НАН України
Максим'юк Ю.В., д-р техн. наук (Україна)
Перельмутер А.В., д-р техн. наук (Україна)
Солодей І.І., д-р техн. наук (Україна)
Фіалко С.Ю., д-р техн. наук (Польща)
Чан Дик Тінь, д-р техн. наук (В'єтнам)
Ясній П.В., д-р техн. наук (Україна)

Рекомендовано до випуску Вченою радою Київського національного університету будівництва і архітектури 26 червня 2023 р. (протокол № 9).

Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-технічний збірник. – Вип. 110 / Голов. ред. П.П. Лізунов. –К.: КНУБА, 2023. – 537 с. – Укр. та англ. мовами.

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі опору матеріалів, будівельної механіки, теорії пружності і пластичності. Особливу увагу приділено розробці й розвитку методів розрахунку міцності, стійкості, динаміки просторових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності, пластичних властивостей руйнування матеріалів; питанням чисельної реалізації рішень; дослідженню напружено-деформованого стану тіл складної структури при сталих і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи.

Призначений для наукових працівників, викладачів, виробничників, докторантів, аспірантів та студентів.

Індексація і партнери

"Україніка наукова" Національна реферативна база даних
Український реферативний журнал "Джерело"
INDEX COPERNICUS INTERNATIONAL
ULRICHSWEB GLOBAL SERIALS DIRECTORY
WEB OF SCIENCE THOMSON REUTERS
INFOBASE INDEX
Google scholar

http://opir.knuba.edu.ua/
http://omtc.knuba.edu.ua/
Адреса редакційної колегії:
КНУБА, Повітрофлотський пр., 31.
м. Київ, 03037
Тел.: (044) 248-3040
E-mail: omtc@knuba.edu.ua
E-mail: olg_guera@ukr.net

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61
© КНУБА, 2023

UDC 539.3

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL MODELING OF THE BEHAVIOR OF FLEXIBLE SHELL ELEMENTS OF STRUCTURES

A.P. Dzyuba,
Doctor of Technical Science

I.A. Safronova,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences

L.D. Levitina

Oles Honchar Dnipro National University,
72, Gagarina Av, Dnipro, Ukraine, 49010

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.3-20

For the problems of axisymmetric nonlinear bending of thin shells of rotation with a complex meridian shape (such as thin annular plates, corrugated membranes of a sinusoidal profile and bellows), the comparative analysis of the application of two mathematical models of deformation of flexible shell elements was carried out. The numerical results are obtained by direct integration of boundary value problems of shell mechanics, by the finite element method and experimental research. The optimal design of a flexible corrugated membrane with a sinusoidal profile of the highest sensitivity are realized by using the necessary optimality conditions of the principle of maximum L. S. Pontryagin. The results are presented in the form of tables, photos and graphs.

Keywords: flexible shells of rotation, corrugated membranes, bellows, numerical analysis, experimental studies.

Introduction

The problem of developing effective approaches, models, methods and algorithms for solving nonlinear boundary value problems of shell mechanics, which are widely used in many structures of the aerospace, chemical, oil and gas and other industries, and the selection of their optimal parameters belongs to one of the most urgent problems of the mechanics of deformable solids [1, 2, 3, 4].

Bellows, as compensators of thermal movements of pipelines, shell elements in the form of membranes, as sensitive elements of measuring devices, and other similar elements refer to shells with a relatively small wall thickness, irregular stiffness parameters, and a complex meridian shape [5]. In the process of deformation of such shells, significant displacements are typical. Therefore, the corresponding boundary value problem is significantly nonlinear, and it is necessary to use efficient iterative numerical algorithms for its solution.

Reducing computational costs for solving such nonlinear problems is also important when solving problems of optimal design of complex multiparameter structures [6 – 8]. As known, the number of iterations of the search optimization algorithm is often quite significant. Given that the direct calculation of such optimization objects, the results of which are necessary at each step of the search to calculate the objective function and constraints, and in some cases also their derivatives, is also quite time-consuming, so the very

© Dzyuba A.P., Safronova I.A., Levitina L.D.

possibility of correctly solving the optimization problem can be is called into question. At the same time, there is an obvious need to develop effective approaches, methods and algorithms for solving such boundary value problems, as well as to accelerate their convergence in order to reduce the corresponding computational costs.

Most of the known algorithms for solving nonlinear problems of the mechanics of inhomogeneous shells are related to the reduction of the original nonlinear boundary value problem to a Cauchy problem with unknown initial conditions. The conditions are further clarified from the conditions for fulfilling the boundary conditions on the right border of integration using the shooting methods, Newton – Kantorovich and other approaches.

The essence of another group of methods, which include, in particular, methods of variable parameters of elasticity, consists in the linearization of the original nonlinear system of equations and the subsequent solution of a set of corresponding linear boundary value problems [9, 10]. In [11], for this purpose, the method of successive loads is used, in [12] – continuation by parameter, in [13] – the method of disturbances taking into account the differences between the geometry of the undeformed and deformed states of the body under study.

1. Formulation of the problem. The analysis of the problem as a whole and the main results achieved in this field and methods for calculating the state of shells with nonlinear parameters, reflected in a fairly significant number of reviews, monographs and scientific articles, indicates that the construction and effective application of numerical algorithms for solving nonlinear boundary value problems often includes elements of a certain "art", and their implementation, as a rule, is quite labor-intensive and, in addition, does not always allow obtaining reliable solutions. At the same time, the question of the appropriateness of choosing one or another method still remains debatable due to the lack of reliable and practically convenient criteria for evaluating the convergence of existing methods of successive approximations for solving nonlinear boundary value problems of the theory of shells. A number of aspects of this problem are still insufficiently researched, and known models and algorithms for accelerating convergence when used in practice often turn out to be insufficiently efficient and computationally labor-intensive.

This article is devoted to computer and experimental modeling of the behavior of flexible elements of shell structures, and the development of effective algorithms for solving emerging nonlinear boundary value problems of their calculation and optimization of parameters. At the same time, the probability of the results obtained using different approaches to the construction of a nonlinear theory is established. Their comparative analysis, error estimation, which in this case is given by calculation according to linear and corresponding nonlinear theories, is carried out. The results of calculated data and experimental studies of the behavior of real structural elements are compared.

2. Boundary value problems of nonlinear deformation of axisymmetric shells of rotation. The nonlinear moment theory of shells is used. It is

believed that the shells are isotropic, elastic and thin-walled. The equations of the stress-strain state of such shells of rotation, in the presence of large displacements during axisymmetric deformation, are presented in the form of corresponding boundary value problems for systems of ordinary differential equations with variable coefficients

$$\frac{d\bar{z}}{ds} = A\left(\bar{z}\left(s\right), s\right)\times\bar{z} + B\left(\bar{z}\left(s\right), s\right), \tag{1}$$

$$f_j\left(\bar{z}\left(s_p\right)\right) = 0\,,\quad j=\overline{1,m}\,, \tag{2}$$

it's correspond to different options for fixing the ends of the rotation shell at the initial $s_p=s_0$ and final $s_p = s_l$ points of the shell meridian. $\bar{z}^{T}\left(s\right) = \{\xi, \vartheta_r, N_r r, M_r r, \zeta\}$ – is a vector of shell state variables here.

Nonlinear components (of the second order of smallness) of the rotation angle of the normal of the median surface and their influence on the remaining components of the stress-strain state are taken into account in comparison with the linear formulation in the equations of state of the shells of rotation with an arbitrary shape of the meridian, in accordance with [14]. And system (1) is served as:

$$\begin{aligned}
\frac{d\xi}{ds} &= -\frac{\mu}{r}\left(\cos\vartheta_r\cos\theta - \sin\vartheta_r\sin\theta\right)\xi - \vartheta_r\sin\theta + \frac{1}{Kr}\cos^2\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(N_r r\right) + \\
&+ \frac{1}{Kr}\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi} + \cos\left(\theta+\vartheta_r\right) - \cos\theta + \vartheta_r\sin\theta, \\
\frac{d\vartheta_r}{ds} &= \frac{1}{Dr}\left(M_r r\right) - \vartheta_r\frac{\mu}{r}\cos\theta + \frac{\mu}{r}\left(-\sin\left(\theta+\vartheta_r\right) + \sin\theta + \vartheta_r\cos\theta\right), \\
\frac{d\left(N_r r\right)}{ds} &= \frac{K\left(1-\mu^2\right)}{r}\xi + \frac{\mu}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(N_r r\right) + \frac{\mu}{r}\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi} - q_r r, \\
\frac{d\left(M_r r\right)}{ds} &= \vartheta_r\frac{D\left(1-\mu^2\right)}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\cos\theta + \sin\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(N_r r\right) + \\
&+ \frac{\mu}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(M_r r\right) - \cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi} + \\
&+ \frac{D\left(1-\mu^2\right)}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(\sin\left(\theta+\vartheta_r\right) - \sin\theta - \vartheta_r\cos\theta\right), \\
\frac{d\zeta}{ds} &= -\frac{\mu}{r}\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)\xi + \vartheta_r\cos\theta + \frac{1}{2Kr}\sin\left(2\left(\theta+\vartheta_r\right)\right)\left(N_r r\right) + \\
&+ \frac{1}{Kr}\sin^2\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi} + \sin\left(\theta+\vartheta_r\right) - \sin\theta - \vartheta_r\cos\theta,
\end{aligned} \tag{3}$$

where $s_0 \le s \le s_l$ is the independent variable along the meridian; $r(s)$ is the radius of a parallel circle; $\theta(s)$ is the angle between the axis of rotation and the normal to the undeformed surface; ϑ_r is the angle of rotation of the normal to

the middle surface during deformation; ξ, ς is radial and axial movement; N_r is tensile force; M_r is bending moment; $F(s) = P_0 + 2\pi \int_{s_0}^{s} (q_n \cos\theta - q_\tau \sin\theta) r ds$; P_0 is axial load on the end of the shell; $q_\tau(s), q_n(s)$ is tangent and normal to the surface components of the external distributed load; $q_r(s) = q_\tau \cos\theta + q_n \sin\theta$, $K = Eh/(1-\mu^2)$, $D = Eh^3/(12(1-\mu^2))$ is tensile stiffness and cylindrical stiffness, respectively; E, μ is modulus of elasticity and Poisson's ratio; $h(s)$ is the variable (in the general case) thickness of the shell wall along the meridian.

Here, unlike [14], in the equations of nonlinear deformation (3), the substitution $\theta^+(s) = \theta(s) + \vartheta_r(s)$ is made, where $\theta^+(s)$ is the angle between the axis of rotation and the normal to the deformed surface.

The boundary conditions for the main variables $\{\xi, \vartheta_r, N_r, M_r, \zeta\}$ of the system (3) in accordance with the conditions for fixing the contours of the shell are taken as follows:

a) rigid clamping: $\xi = \vartheta_r = \zeta = 0$;
b) hinged fastening: $\xi = \zeta = M_r = 0$; (4)
c) free edge: $N_r = M_r = 0$ or $N_r = N_0$, $M_r = M_0$,

where N_0, M_0 are the given marginal forces.

Note that when both edges of the rotation shell are rigidly clamped or hinged, it is additionally necessary to reveal the static uncertainty by one of the known methods. It should be noted also that the solution of system (3) is significantly complicated by the fact that the value of one of the variables ϑ_r is a nonlinear component of the system coefficients.

In accordance with the approach proposed in [15, 16], in contrast to the linear theory, second-order variables are taken into account in the equilibrium equations and relations for deformations, and the system of equations of the nonlinear boundary value problem for the annular plate with respect to the vector of variables $\overset{-T}{z}(s) = \{N_r, \xi, Q_r, M_r, \vartheta_r, \zeta\}$ is taken in the form

$$\frac{d\xi}{ds} = -\frac{1}{K} N_r - \frac{\mu}{s}\xi - \frac{1}{2}\vartheta_r^2;$$

$$\frac{d\vartheta_r}{ds} = \frac{1}{D} M_r - \frac{\mu}{s}\vartheta_r;$$

$$\frac{dN_r}{ds} = -\frac{1-\mu}{s} N_r + \frac{(1-\mu^2)K}{s^2}\xi;$$

$$\frac{dQ_r}{ds} = -\frac{1}{s} Q_r - \frac{(1-\mu^2)K}{s^2}\xi\vartheta_r - \frac{1}{D} N_r M_r + q_n;$$

$$\frac{dM_r}{ds} = -Q_r - \frac{1-\mu}{s} M_r + \frac{\left(1-\mu^2\right)D}{s^2} \vartheta_r;$$

$$\frac{d\zeta}{ds} = -\vartheta_r, \qquad (5)$$

where in addition to the previously introduced designations; $a \le s \le b$; a, b are the inner and outer radii of the annular plate; Q_r is transverse force.

System (5) is supplemented by boundary conditions for fixing the contours of the plate in the form (4), where p. c) for the free edge has the form $N_r = M_r = Q_r = 0$ or $N_r = N_0$, $M_r = M_0$, $Q_r = Q_0$.

3. Linearization of nonlinear boundary value problems for the calculation of envelopes of rotation. Solving the nonlinear boundary value problem (1) with the corresponding boundary conditions (2) is complicated by the fact that the coefficients are significantly nonlinear from the vector $\overline{z}(s)$ components. Therefore, it is proposed to linearize the system of equations (1) in such a way that one part of the nonlinear components refers to the matrix of coefficients $A\left(\overline{z}(s), s\right)$ (as an analogue of the method of variable parameters of elasticity), and other part – to the column of free components $B\left(\overline{z}(s), s\right)$ (as an analogue of the method of additional loads). For the integration of linear boundary value problems at each step of the iterative process of refinement of nonlinear components, the sweep method with orthogonalization according to S. K. Godunov [10] is used.

The matrices $A\left(\overline{z}(s), s\right)$ and $B\left(\overline{z}(s), s\right)$ of the boundary value problem (3), (4) take the form when performing the above transformations directly:

$$A\left(\overline{z}(s), s\right) = \begin{bmatrix} -\frac{\mu}{r}\cos\theta^+ & 0 & \frac{1}{Kr}\cos^2\theta^+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Dr} & 0 \\ \frac{K\left(1-\mu^2\right)}{r} & 0 & \frac{\mu}{r}\cos\theta^+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\theta^+ & \frac{\mu}{r}\cos\theta^+ & 0 \\ -\frac{\mu}{r}\sin\theta^+ & 0 & \frac{1}{2Kr}\sin\left(2\theta^+\right) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

$$B\left(\overline{z}\left(s\right),s\right)=\begin{bmatrix} \frac{1}{2Kr}\sin\left(2\theta^{+}\right)\frac{F(s)}{2\pi}+\cos\theta^{+}-\cos\theta \\ -\frac{\mu}{r}\left(\sin\theta^{+}-\sin\theta\right)+\frac{1}{R_1} \\ \frac{\mu}{r}\sin\theta^{+}\frac{F\left(s\right)}{2\pi}-q_r r \\ -\cos\theta^{+}\frac{F\left(s\right)}{2\pi}+\frac{D\left(1-\mu^2\right)}{2r}\left(\sin\left(2\theta^{+}\right)-2\cos\theta^{+}\sin\theta\right) \\ \frac{1}{Kr}\sin^2\theta^{+}\frac{F\left(s\right)}{2\pi}+\sin\theta^{+}-\sin\theta \end{bmatrix}. \quad (7)$$

The study of the convergence of the algorithm for solving such boundary value problems, which arise by transferring (linearizing) nonlinear components from the matrix $A\left(\overline{z}\left(s\right),s\right)$ to the matrix of free members $B\left(\overline{z}\left(s\right),s\right)$, was carried out based on the results of a computational experiment using various iterative processes for the variable $\theta^{+}(s)$. The solution of the problem in a linear formulation was chosen as the initial approximation. It turned out that the algorithms for solving the boundary value problem (1), (2) with unstructured (sparse) matrices of coefficients (6), (7) showed low and unstable convergence, convergence to different solutions was observed, and sometimes its absence [7].

In order to overcome these difficulties, in this work, it was proposed to present the matrices (6), (7) of the system of nonlinear equations at large displacements in a structured form, close to the matrices of the system of linear equations, the solution of which has been sufficiently tested [14 – 16]. For this purpose, two identical terms with different signs were added to the component matrices of the right-hand parts of each of the 5 equations of system (3), taking into account $\theta^{+}\left(s\right)=\theta\left(s\right)+\vartheta_r\left(s\right)$:

$$\begin{aligned} &1)-\vartheta_r\sin\theta+\vartheta_r\sin\theta; \quad 2)-\vartheta_r\frac{\mu}{r}\cos\theta+\vartheta_r\frac{\mu}{r}\cos\theta; \quad 3)-0+0; \\ &4)\vartheta_r\frac{D\left(1-\mu^2\right)}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\cos\theta-\vartheta_r\frac{D\left(1-\mu^2\right)}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\cos\theta; \quad (8) \\ &5)\vartheta_r\cos\theta-\vartheta_r\cos\theta. \end{aligned}$$

At the same time, the first components of the terms were assigned to matrix *A*, and the second to matrix *B*. Despite the fact that such an artificial technique increased the number of nonlinear components of these matrices, it allowed not only to present matrix *A* in the form of a corresponding matrix for a linear system [14], but also to increase its conditioning:

$$A\left(\bar{z}(s)\right)=\begin{bmatrix} -\frac{\mu}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right) & -\sin\theta & \frac{1}{Kr}\cos^2\left(\theta+\vartheta_r\right) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mu}{r}\cos\theta & 0 & \frac{1}{Dr} & 0 \\ \frac{K\left(1-\mu^2\right)}{r} & 0 & \frac{\mu}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Eh^3}{12r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\cos\theta & \sin\left(\theta+\vartheta_r\right) & \frac{\mu}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right) & 0 \\ -\frac{\mu}{r}\sin\left(\theta+\vartheta_r\right) & \cos\theta & \frac{1}{2Kr}\sin\left(2\left(\theta+\vartheta_r\right)\right) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$B\left(\bar{z}(s)\right)=\begin{bmatrix} \frac{1}{Kr}\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi}+\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)-\cos\theta+\vartheta_r\sin\theta \\ \frac{\mu}{r}\left(-\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)+\sin\theta+\vartheta_r\cos\theta\right) \\ \frac{\mu}{r}\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi}-q_r r \\ -\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi}+\frac{D\left(1-\mu^2\right)}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)-\sin\theta-\vartheta_r\cos\theta\right) \\ \frac{1}{Kr}\sin^2\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi}+\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)-\sin\theta-\vartheta_r\cos\theta \end{bmatrix}. \quad (10)$$

The results of the system numerical experiments showed that the presentation of matrices A and B of system (3) in the form (9), (10) made it possible to construct a stably convergent and positively sensitive to the application of convergence acceleration algorithms iterative process of solving the boundary value problem and to significantly reduce the total number of iterations.

In order to accelerate the convergence of the iterative process of solving boundary value problems of shell mechanics, it is proposed to determine the nonlinear component components of the next approximation vector $\bar{z}_i^{(n+1)}$ by extrapolation (imitation) of their values based on the results of calculations $\bar{z}_i^{n-2}$, $\bar{z}_i^{n-1}$, $\bar{z}_i^{n}$ at the previous steps for each of the nodal points $s_i\left(i=\overline{0,L}\right)$ of the interval $s_0 \le s_i \le s_L$ of solving the sequence of the corresponding linearized systems.

Three steps of the iterative process are carried out, in which the nonlinear components are refined using the method of upper relaxation (linear extrapolation)

$$\bar{z}_i^{(n+1)} = \bar{z}_i^{n} - \gamma\left(\bar{z}_i^{n} - \bar{z}_i^{(n-1)}\right), \quad (12)$$

where $0 \le \gamma \le 1$ is the relaxation factor.

For $n=0$, the linearized problem is solved at the initial value $\overline{z}^0$ corresponding to the solution of the linear problem. Next, the form of the forecast for each nonlinear j-th component of the vector $\overline{z}_{ji}$ $(j=\overline{1,5})$ is divided by the form of an iterative process [17 – 19]. In the case when the sequence $z_i^{n-2}, z_i^{n-1}, z_i^n$ is non-monotonic $\left(z_i^{n-1}-z_i^{n-2}\right)\left(z_i^n-z_i^{n-1}\right)<0$ for a certain j (in the future, the index j is omitted), the forecast is proposed to be carried out according to the Aitken – Steffensen formula

$$z_i^{(n+1)}=\frac{z_i^n z_i^{(n-2)}-\left(z_i^{(n-1)}\right)^2}{z_i^{(n-2)}-2z_i^{(n-1)}+z_i^n},\ n\geq 2,\ (i=\overline{0,L}), \tag{13}$$

and in the case when the process is monotonic $\left(z_i^{n-1}-z_i^{n-2}\right)\left(z_i^n-z_i^{n-1}\right)\geq 0$ – in the form of an analogue of the Adams method, which is based on the extrapolation dependences of Lagrange and Newton

$$z_i^{(n+1)}=\frac{23z_i^n-16z_i^{(n-1)}+5z_i^{(n-2)}}{12},\ \ n\geq 2,\ \ (i=\overline{0,L}), \tag{14}$$

Next, according to the main algorithm, the linearized system is solved again for the next two (using (12)) successive steps, and the process continues until the specified accuracy is reached, taking into account the obtained three new points, starting from the forecast point.

The estimation of the accuracy of the iterative process is calculated such

$$\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=0}^{N}\left(z_{i(j)}^{n+1}(s_i)-z_{i(j)}^{n}(s_i)\right)^2}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=0}^{N}\left(z_{i(j)}^{n}(s_i)\right)^2}}\leq\varepsilon, \tag{15}$$

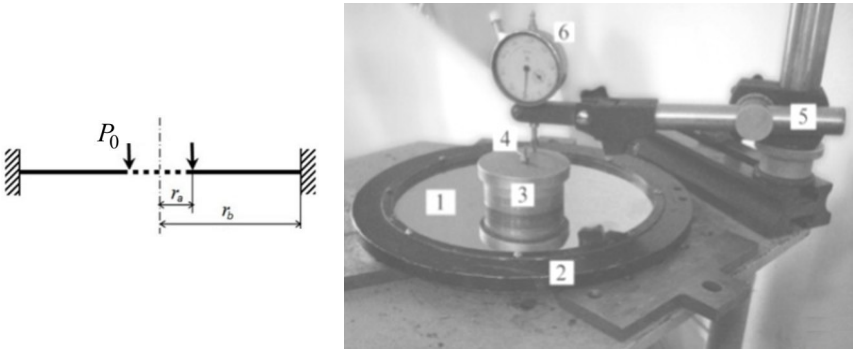
where ε is the specified accuracy.

This approach made it possible to replace the solution of the linearized boundary value problem at every third step with predictive values calculated by simple formulas (13), (14), and which, in addition, turn out to be closer to the solution than those obtained by the main algorithm, and significantly (up to 2 times) speed up the computing process.

4. Numerical and experimental studies. The reliability of the results obtained with the help of the constructed algorithm was evaluated by comparing the data of numerical and experimental research.

In order to carry out experimental studies of the deformation of the annular plate under the action of an axisymmetric load distributed along the inner hole (Fig. 1, a), a special test setup was developed (Fig. 1, b). The load of the rigidly clamped – 2 plate – 1 was carried out through a thin–walled cylindrical plug washer – 3 with a micrometric thread, which made it possible to accurately screw the washer and, thus, to obtain a load evenly distributed over the inner

hole of the plate. In the center of the puck, a hole was made for fixing a rack with a platform – 4, on which weights were installed for loading the plate.



(a) (b)

Fig. 1. Calculation scheme (a) and device (b) to determine the deflection of an annular plate

Measurements of plate deflections were made with a watch-type indicator – 6. The deflection value was chosen as the arithmetic mean of the measurement results at four points located at the ends of the mutually perpendicular diameters of the plate opening.

Calculations of the maximum deflection along the inner contour of the annular plate under the action of a transverse load uniformly distributed along the inner contour were carried out according to models of nonlinear deformation (3), (at) and (5) with boundary conditions (4, a), (4, c), the results of which are shown in Fig. 3. The signs «■», «□» indicate the data obtained according to models (3), (5), respectively. Line 1 corresponds to a linear solution. For comparison, Fig. 2 also shows the results of the numerical calculation of the plate in the Ansys R19.0 Academic, which are marked with «▲» in Fig. 3, and the «●» sign shows the data of the conducted experimental studies.

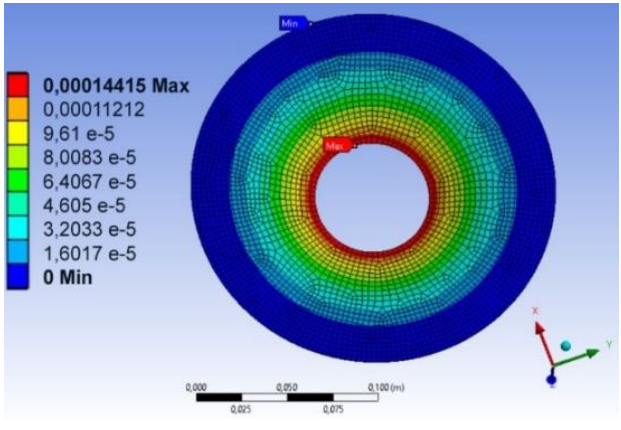


Fig. 2. Finite element calculation of the ring plate

The deviation of the calculation results obtained according to the model (3), (5) reaches 15%, and the finite element calculation according to the model (5) and the experimental data are within 5%. It should be noted that with an increase in the load and, as a consequence, the deflection, the experimental data approach the middle of the gap between the data of calculations according to models (3), (5).

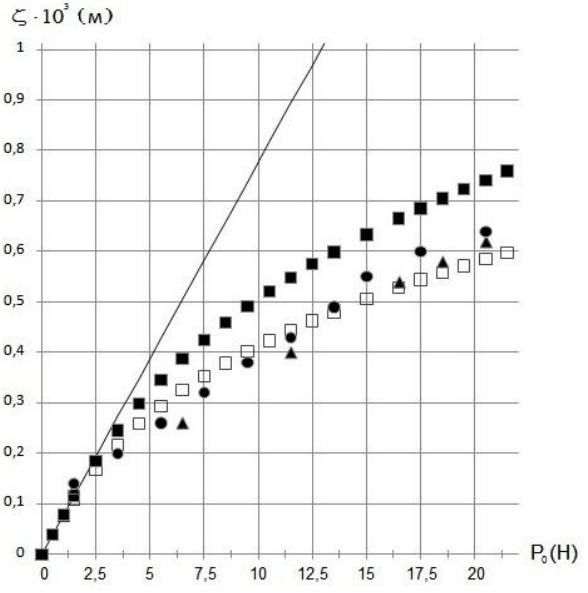


Fig. 3. Dependence of «load – deflection» for an annular plate
under the action of an axisymmetric load, distributed along the inner opening

The study of the deformation of flexible shells of rotation with a complex meridian shape is demonstrated on the example of the problem of numerical and experimental modeling of the behavior of a bellows under the action of longitudinal loading. Fig. 4, a. In some areas, the geometry of the middle surface (Fig. 4, b) can be presented as follows:

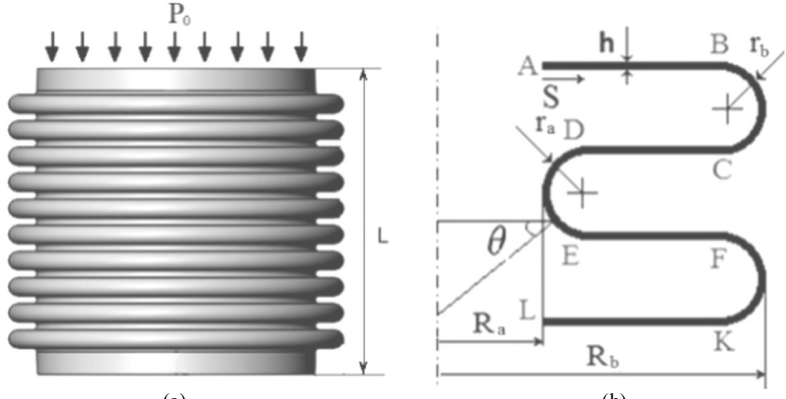
– **AB** (plate): $R_a \le s < AB,\ r(s) = s,\ \theta(s) = 0;$
– **BC** (torus): $AB \le s < ABC,\ r(s) = |r_b \sin\theta| + AB,\ \theta(s) = (s - AB)/r_b;$
– **CD** (plate): $ABC \le s < ABCD,\ r(s) = AB - (s - ABC),\ \theta(s) = \pi;$ (16)
– **DE** (torus): $ABCD \le s < ABCDE,\ r(s) = R_a + r_a - |r_a \sin\theta|,\ \theta(s) = \pi - (s - ABCD)/r_a;$
– **EF** (plate): $ABCDE \le s < ABCDEF,\ r(s) = s - ABCDE + R_a + r_a,\ \theta(s) = 0;$
– **FK** (torus): $ABCDEF \le s < ABCDEFK,\ r(s) = AB + |r_b \sin\theta|,\ \theta(s) = (s - ABCDEF)/r_b;$
– **KL** (plate): $ABCDEFK \le s < ABCDEFKL,\ r(s) = AB - (s - ABCDEFK),\ \theta(s) = \pi,$

where s is the distance of the point along the meridian from point A; r_a, r_b are the inner and outer radii of tori, respectively; R_a, R_b are the inner and outer radii of the bellows; h is the thickness of its wall.

When integrating the boundary value problem (1), (2) taking into account (9), (10) and (16), which describes the behavior of the bellows, each of the sections (16) was divided in such a way that the nodal point was on the border of the transition from the section to sections, and the connection between conditional sections was considered mechanically ideal.

The boundary conditions were as follows: the lower end was considered rigidly clamped (4,a), and the upper end was considered to be loaded by the longitudinal compressive force P_0 (4, c) uniformly distributed along the upper edge.

A special test setup was developed for the experimental study of the axial movements of the bellows under the action of axial compression (Fig. 5).



(a) (b)

Fig. 4. Bellows geometry

Axial displacement was measured with a clock-type indicator with division price is 0.01 mm, and the load was carried out according to the «dead» load scheme. The physical parameters of the bellows were as follows: height, inner and outer radii of the bellows – $L = 0.23\times10^{-3}$m, $R_a = 37.5\times10^{-3}$m, $R_b = 45\times10^{-3}$ m, respectively; the diameter of the inner and outer torus – $r_a = 1\times10^{-3}$ m, $r_a = 2.5\times10^{-3}$ m, respectively; material – 12X18H9T (stainless steel) with appropriate physical characteristics.

The results of calculating the deformation parameters (axial displacements) of the bellows were obtained using the developed approach,



Fig. 5. Experimental installation

which was implemented in the form of the author's software package in the PGI Visual Fortran language and is presented in the table. 1. The calculation results obtained using the ABAQUS 6.12-1 / CAE and the results of experimental tests are also given there.

Table 1

Dependence of the bellows length change on the axial load

Load P_0, N / Axial movement, $\zeta\times10^3$, m	**9,8**	**19,6**	**29,4**	**32,3**	**33,3**	**39.2**
Visual Fortran	2.10	4.10	6.40	7	7.20	10.2
ABAQUS / CAE	2.18	4.36	6.54	7.19	7.41	10.0
experiment	2.00	4.00	6.00	7.00	7.50	11.0

The obtained results of numerical calculations and experimental studies demonstrate the reliability and efficiency of the application of the developed algorithm for the calculation of envelopes of rotation with a complex meridian shape at large displacements. The application of the convergence acceleration algorithm (12) – (14) allows you to significantly reduce the number of direct calculations by up to 1.5÷1.8 times (and several times with certain input parameters of the problem) compared to known algorithms for direct sequential integration of linearized boundary value problems shell mechanics.

5. Corrugated membrane of the highest sensitivity. The sensitivity of the measuring device, which contains a membrane, in particular a sinusoidal profile (Fig. 6), is determined by the angle of inclination of the characteristic curve, which expresses the dependence between the deflection in the center and the pressure on the membrane. The elastic characteristic of the corrugated membrane, among other parameters, also depends on the shape of the middle surface of the shell [5], which forms the membrane. At the same time, the sensitivity of the membrane increases as the corrugation depth decreases, so that the thin smooth membrane (plate) has the highest sensitivity among round membranes, the behavior of which becomes significantly nonlinear even at low loads (Fig. 2). This is a disadvantage in the practical application of membranes as a sensitive element, as it reduces the range of measuring pressures on a scale with a uniform division price.



Fig. 6. Corrugated membrane with transmission mechanism

Creating a membrane of the desired sensitivity and with a wide range of measurable (within the linear scale) pressures is possible by choosing a rational depth of its corrugation. The variational problem of

optimizing the membrane of the highest sensitivity consists in maximizing its deflection in the center according to the 5th equation in (3)

$$\varsigma(r_a) = -\int_{r_a}^{r_b}\left(-\frac{\mu}{r}\sin(\theta+\vartheta_r)u + \vartheta_r\cos\theta + \frac{1}{2Kr}\sin\left(2(\theta+\vartheta_r)\right)\right)(N_r r) + \\ + \frac{1}{Kr}\sin^2(\theta+\vartheta_r)\frac{F(s)}{2\pi} + \sin(\theta+\vartheta_r) - \sin\theta - \vartheta_r\cos\theta\Big)\cos\theta dr, \quad (17)$$

when limiting the length of the meridian and, thus, the depth of corrugation of the membrane, in the form

$$L = \int_{r_a}^{r_b}\sqrt{1+y'^2}\,dr = \int_{r_a}^{r_b}\sqrt{1+tg^2\theta}\,dr \quad (18)$$

and availability of strength requirements

$$\max_{z}\sigma_i \le [\sigma], \quad (19)$$

where $\sigma_i = \sqrt{\sigma_r^2 - \sigma_r\sigma_\varphi + \sigma_\varphi^2 + 3\tau_{rz}^2}$.

In the paper, the profile of the membrane is given in the form $y(r) = A(r)\sin(\omega(r-r_a))$; $A(r), \omega$ is depth and frequency of corrugation, respectively; r_a is the radius of the rigid center, r_b is the outer radius of the membrane; h is membrane wall thickness; $\sigma_r, \sigma_\varphi, \tau_{rz}$ are normal (radial and annular) and tangential stresses. It should also be noted that in equations (3) it is convenient to switch to integration over the variable r (radius of the membrane) taking $ds = dr\cos\varphi$. It is also assumed that the greatest stresses occur on the surface of the shell $z = h/2$.

The task of designing the membrane of the greatest sensitivity consists in finding the optimal control from the condition of maximum deflection of the rigid center (17) in the presence of restrictions (18), (19). The solution of the problem is carried out on the basis of the necessary conditions of optimality in the form of L. S. Pontryagin's maximum principle. As is known [20, 21], the task in this case is to find the optimal control $A(r)$ from the conditions of the maximum of the Hamiltonian

$$H\left(\bar{z}(s), \bar{\lambda}(s), A(s), s\right) = \sum_{j=0}^{5}\lambda_j\psi_j + \delta(x)(\sigma(x) - [\sigma]) + c\sqrt{1+tg^2\theta}, \quad (20)$$

where $\psi_j\ (j=\overline{1,5})$ are the right-hand parts of the equations of the mathematical model (3) of the deformation of the corrugated sinusoidal membrane; ψ_0 is integral expression of the objective function (17); $\delta(s)$ is Lagrange function, ($\delta(s) = 0$ *when* $\sigma(s) < [\sigma]$; $\delta(s) \ne 0$, *when* $\sigma(s) = [\sigma]$); c is the Lagrange multiplier, which is found from the conditions of execution (18); $\lambda_0 = -1$; $\lambda_i(s)(i=\overline{1,5})$ are conjugate functions found by solving the boundary value problem

$$\frac{d\lambda_j}{ds} = -\frac{\partial H}{\partial z_j} \tag{21}$$

with boundary conditions of transversality (2)

$$\lambda_j\left(\bar{z}(s_p)\right) = \sum_j c_j qrad\, f_j\left(\bar{z}(s_p)\right), \tag{22}$$

where $s_p = s_{r_a} \vee s_{r_b}$.

The algorithm for satisfying the necessary optimality conditions of the maximum principle in the presence of constraints (19), containing control and phase variables, and integral conditions (18) is based on the scheme of successive approximations $A(r)^{k-1} \to \bar{z}^k \to \bar{\lambda}^k \to \sup_{A(r)} H \to A(r)^k$ [22].

Here, the calculation $\bar{z}^k$, $\bar{\lambda}^k$ with a given initial approximation $A(r)^0$ is carried out by successive integration of the corresponding boundary value problems (3), (4) and (21), (22). Attention should be paid to the peculiarities of solving the conjugate system (21), the right-hand parts of which may differ in some sections $r_a \le r \le r_b$ by the presence or absence of the Lagrange multiplier $\delta(s)$ associated with the fulfillment of constraint (19). The optimal control of the next step is sought from the maximum condition (20) by solving a number of auxiliary nonlinear programming problems for fixed (nodal) points r_i of the integration interval $[r_a, r_b]$.

To determine the control of the next step of approximations from the point of view of acceleration of convergence (as shown by the results of numerical simulations obtained when solving specific problems), it is advisable to use the relations

$$A^{k+1}(r_i) = A^k(r_i) + \left(F\left(\bar{z}^k, \bar{\lambda}^k, A^k, r_i\right) - A^k(r_i)\right)\cdot \bar{\gamma}^T, \tag{23}$$

where $F\left(\bar{z}^k, \bar{\lambda}^k, A^k, r_i\right)$ is the operator matching the control A^k with a new control A^* value that satisfies the conditions of the (k+1)-th step maximum, and the relaxing components of the vector $\bar{\gamma}$ ($0 < \gamma_j \le 1$) are taken from the requirements of the best convergence of the iterative process. An analysis of the algorithmic processes of satisfying the necessary optimality conditions of the Pontryagin's maximum principle is given in [22].

Numerical results were obtained for a membrane with seven corrugations under the action of uniform transverse pressure and the following parameters: $l = 1.8\cdot10^{-3}$ m; $h = 0.2\cdot10^{-3}$ m; $R = 25\cdot10^{-3}$ m; $E = 100$ MPa/m^2.

The application of the proposed approaches to the linearization of the nonlinear boundary value problem and the convergence acceleration algorithm made it possible to obtain a convergent process of solving the nonlinear problem of membrane deformation in the form of a sequence of linearized boundary value problems in 8 iterations (Fig. 7), where the results of the

calculation of the membrane deflection of a sinusoidal profile under the action of uniform pressure are presented in the form of an undeformed profile (line 1) and membrane deflections (lines 2 – 4, 8) at individual steps of the iterative process. For comparison, it should be noted that the simple iteration method converged in 91 iterations.

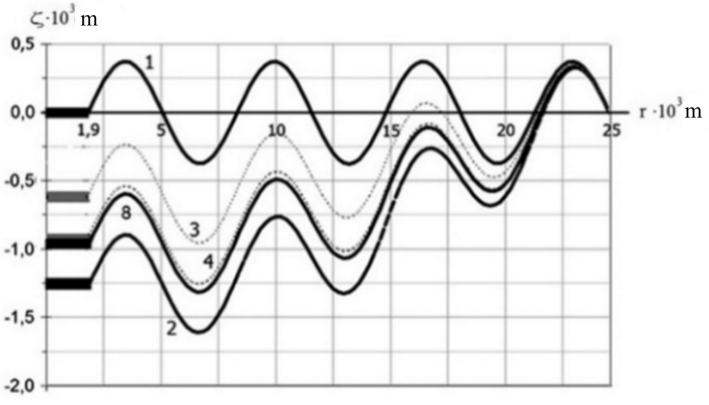


Fig. 7. Graph of membrane deflection at individual steps of the iterative process

The membrane profile of the optimal shape is shown in Fig. 8, where $H_1 = 0.47 \cdot 10^{-3}$ m; $H_2 = 1.1 \cdot 10^{-3}$ m. (In the general case, for the membrane of the highest sensitivity, H_1/H_2 varies in the range of 0.44÷0.75).

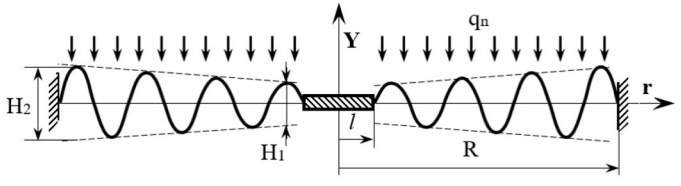


Fig. 8. The optimal shape of the corrugated membrane of the greatest sensitivity

The elastic characteristics of such a membrane are shown in Fig. 9. Here, for comparison, the characteristics of the designed membrane (line 1) and two membranes of permanent corrugation are shown, one of which has the same length ($OA = OA'$) of the linear section of the «load – deflection» characteristic as for the optimal one (line 2), and the second (line 3) has the same sensitivity as the optimal profile membrane.

The obtained results show that the sensitivity of the proposed membrane is 2.1 times greater than the sensitivity of the membrane $t_2 = \tan\alpha_2$ with a constant depth of corrugation, and in the case of the same sensitivity $t_1 = t_2$, the length OA of the linear section of the elastic characteristic of the proposed membrane is 12% longer than the corresponding section OA'' for the membrane with a constant depth of corrugation.

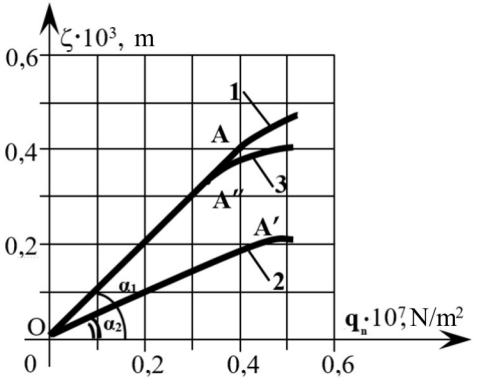


Fig. 9. Elastic characteristics of membranes

Conclusions

Techniques for effective linearization of nonlinear boundary-value problems of the mechanics of flexible shells of rotation with a complex meridian shape and algorithms for accelerating the convergence of iterative processes for their solution based on extrapolation (forecasting) of the solutions obtained in the previous approximation steps and their application to the study of the behavior of flexible ring plates, bellows and corrugated membranes, demonstrating the effectiveness of the proposed approach.

The results of the numerical analysis obtained from the application of the described approach for two mathematical models of deformation of flexible shell elements are presented. Their comparative analysis with the data of the conducted experimental tests is presented, indicating the sufficient adequacy of the selected models. The results of the calculations according to which there are deviations from the experimental data of up to 5% in both directions.

The results of the optimization of the corrugated membrane of the sinusoidal profile were obtained. They demonstrate advantages in its sensitivity more than 2 times, in the range of the linear scale of measurements.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A. Kryvenko O. L., Solovei M. O.* Nonlinear deformation and stability of elastic shells of heterogeneous structure. – K., 2010. – 316 p.
2. *Hrigorenko Y.M., Hulyaev V.I.* Nonlinear problems of shell theory and methods of solving them (review) // Applied Mechanics, 1991. – No. 10. – P.3-33.
3. *Molchenko L. V.* Flexible shells of rotation in a magnetic field: monograph. – K., 2013. –196 p.
4. *Bazhenov V., Krivenko O.* Bucling and Naturel Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing Saarbruken, Deutseland, 2018. –97 p.
5. *Ponomaryov S.D., Andreeva L.E.* Calculation of elastic elements of machines and devices. – M.: Mashinostroenie. – 1980. – 326 p.
6. *Karamzin D., Pereira F.L.* On a Few Questions Regarding the Study of State-constrained Problems in Optimal Control // J. Optim. Theory Appl., 2019. – 180. – P. 235-255.
7. *Dzyuba A.P., Sirenko V.N., Dzyuba A.A., Safronova I.A.,* Models and Algorithms for Optimizing Elements of Heterogeneous Shell Structures. Actual problems of mechanics: Monograph ed. by N. V. Polyakov. Dnipro: Lira, 2018. – P. 225-244.
8. *Kostyra N.O.* The problem of optimal design of flexible shells of complex configuration // Building materials, materials, machine construction. Dn.: PGASA, 2012. – Iss. 65. – P. 298-303.
9. *Birger I.A.* General algorithms for solving problems in the theory of elasticity, plasticity, and creep // Uspekhi mekhaniki deformiruemykh sred. – M.: Nauka, 1975. – P. 51–73.
10. *Hrigorenko Ya.M.*, *Bespalova E.I.*, *Kitaigorodsky A.B., Shinkar A.I.* On the numerical solution of nonlinear boundary value problems of the statics of flexible shells. – DAN of the Ukrainian SSR. Ser. A, 1980. – No. 6. – P. 44-48.

11. *Petrov V.V.* The method of successive loads in the nonlinear theory of plates and shells. – Saratov, 1975. –120 p.
12. *Hrigolyuk E.I., Mamai V.I.* Nonlinear deformation of thin-walled structures. –M., 1997. –272 p.
13. *Kagadiy T. S., Shporta A. G., Bilova O. V., Shcherbina I. V.* Mathematical modeling in problems of geometrically nonlinear theory of elasticity // Prikl. math question modeling. Kherson National Technical University Univ, 2021. –T.4. –No. 1. –P.103-110.
14. *Biderman V.L.* Mechanics of thin–walled structures – M.: Mashinostroenie, 1977. – 488 p.
15. *Hrigorenko Y.M., Mukoed A.P.* Solving nonlinear problems of the theory of shells on a computer. – K.: Higher School, 1983. – 286 p.
16. *Hrigorenko Ya.M., Hrigorenko A.Ya., Vlaikov G.G.* Problems of mechanics for anisotropic Inhomogeneous Shells. On the basis of different models. K.: S. P. Timoshenko Institute Academy of Science of Ukraine, 2009. –556 p.
17. *Bulakajev P.I., Dzjuba A.P.* An algorithm for the prediction of search trajectory in nonlinear programming problems optimum design // Structural Optimization: Research Jornal of Intern. Society of Struct. and Multidisciplinary Optimiz. Springer –Verlag, 1997. –V.13. –№2,3. – P.199-202.
18. *Dzyuba, A.P., Safronova, I.A.* Algorithms for accelerating the convergence of iterative processes for calculating the envelopes of rotation of a complex meridian shape for large displacements // Visnyk Dnipropetr. university Ser.: Mechanics. –Vol. 2. – Dn-sk: PH of DNU, 2015. –Iss. 19. – P. 38-55.
19. *Dzyuba A.P., Safronova I.A., Levitina L.D.* Algorithm for computational costs reducing in problems of calculation of asymmetrically loaded shells of rotation. Опір матеріалів і теорія споруд /Strength of Materials and Theory of Structures, 2020. –№ 105. –С. 99-113.
20. *Bryson A.E., Yu-Chi Ho* Applied Optimal Control. Toronto, London, 1969.
21. *Pontryagin L.S., Bolteanskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F.* The Mathematical Theory of Optimal Processes. Interscience: New York. – NY, USA, 1962.
22. *Dzyuba A., Torskyy A.* Algorithm of the successive approximations method for optimal control problems with phase constraints for mechanics tasks. Mathematical modeling and computing. –Vol. 9, 2022. –No. 3 – P. 734-749.

Стаття надійшла 07.02.2023

Дзюба А.П., Сафронова І.А., Левитіна Л.Д.

ЧИСЛОВЕ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ ГНУЧКИХ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

Для задач осесиметричного нелінійного згинання тонких оболонок обертання зі складною формою меридіану (тонких кільцевих пластин, гофрованих мембран синусоїдального профілю та сильфонів) проведено порівняльний аналіз застосування двох математичних моделей деформування гнучких оболонкових елементів. Числові результати отримані шляхом безпосереднього інтегрування крайових задач механіки оболонок, методом скінчених елементів та експериментальних досліджень. Результати оптимального проектування гнучкої гофрованої мембрани синусоїдального профілю найбільшої чутливості отримані з використанням необхідних умов оптимальності принципу максимуму Л. С. Понтрягіна. Результати подані у вигляді таблиць, фотографій та графіків.

Ключові слова: гнучкі оболонки обертання, гофровані мембрани, сильфони, числовий аналіз, експериментальні дослідження.

Dzyuba A.P., Safronova I.A., Levitina L.D.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL MODELING OF THE BEHAVIOR OF FLEXIBLE SHELL ELEMENTS OF STRUCTURES

This article is devoted to computer and experimental modeling of the behavior of flexible elements of shell structures, and the development of effective algorithms for solving emerging nonlinear boundary value problems of their calculation and optimization of parameters. At the same time, the probability of the results obtained using different approaches to the construction of a nonlinear theory is established. Their comparative analysis, error estimation, which in this case is

given by calculation according to linear and corresponding nonlinear theories, is carried out. The results of calculated data and experimental studies of the behavior of real structural elements are compared.

The results of a comparative analysis of the application of two mathematical models of deformation of flexible shell elements, obtained by direct integration of boundary value problems of shell mechanics, by the finite element method and experimental research, are presented.

The problems of axisymmetric nonlinear bending of thin ring plates, corrugated membranes of a sinusoidal profile and bellows as a shell of rotation with a complex meridian shape are considered.

Using the necessary optimality conditions of the principle of maximum L. S. Pontryagin obtained the results of the optimal design of a flexible corrugated membrane with a sinusoidal profile of the highest sensitivity. The results are presented in the form of tables, photos and graphs.

Keywords: flexible shells of rotation, corrugated membranes, bellows, numerical analysis, experimental studies.

УДК 539.3
Дзюба А.П., Сафронова І.А., Левитіна Л.Д. **Числове та експериментальне моделювання поведінки гнучких оболонкових елементів конструкцій** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 3-20. – Англ.
Подано результати експериментальних випробувань та числового порівняльного аналізу поведінки гнучких елементів оболонкових конструкцій (сильфонів, гофрованих мембран синусоїдального профілю та ін.) з оптимальними параметрами.
Табл. 1, Іл. 9. Бібліогр. 22 назв.

UDC 539.3
Dzyuba A.P., Safronova I.A., Levitina L.D. **Numerical and experimental modeling of the behavior of flexible shell elements of structures** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUCA, 2023. – Issue 110. – P. 3-20.
The results of experimental tests and numerical comparative analysis of the behavior of flexible elements of shell structures (bellows, corrugated membranes of a sinusoidal profile, etc.) with optimal parameters are presented.
Tabl. 1. Fig. 9. Ref. 22.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки ДЗЮБА Анатолій Петрович
Адреса робоча: 49010 Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна 72, Дніпровський Національний університет імені Олеся Гончара.
Робочий тел.: +38(056) 745-00-85.
Імейл: dzb@ua.fm
ORCID ID: 0000-0001-6331-7783

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних технологій САФРОНОВА Інга Анатоліївна
Адреса робоча: 49010 Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна 72, Дніпровський Національний університет імені Олеся Гончара.
Робочий тел.: +38(0562) 46-10-47.
Імейл: safronovainga12@gmail.com
ORCID ID: 0000-0003-0242-3798

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): завідувач навчальної лабораторії обчислювальної механіки і міцності конструкцій кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки ЛЕВИТІНА Лариса Данилівна
Адреса робоча: 49010 Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна 72, Дніпровський Національний університет імені Олеся Гончара.
Робочий тел.: +38(056) 745-00-85.
Імейл: ldlora@i.ua

UDC 539.3

INFLUENCE OF STIFFNESS PARAMETERS ON VIBRO-IMPACT DAMPER DYNAMICS

P.P. Lizunov

O.S. Pogorelova

T.G. Postnikova

Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotskyave., Kyiv, Ukraine, 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.21-35

The article studies the dynamic behavior of a low-mass vibro-impact damper, considered as a device for passive vibration control. Its design scheme corresponds to the scheme of single-sided vibro-impact nonlinear energy sink (SSVI NES), which is supposed to be used for effective vibrations attenuation under different transient loads, namely, impulsive, broadband, wind. Its dynamics and effectiveness strongly depend both on the damper own parameters and the external load parameters. We consider the response regimes and the damper efficiency for two options of its optimized parameters under periodic loading. The influence of the elasticity characteristics of the colliding surfaces on the damper effectiveness is also analyzed. We show that the modes with rich complex dynamics are implemented in a system with a heavier damper with low stiffness. Despite this, it is more effective, especially with a softer impact.

Keywords: vibro-impact, primary structure, damper, nonlinear energy sink, stiffness, elasticity.

1. Introduction

For many years, scientists and engineers have been studying the application of dynamic and impact dampers to mitigate vibrations. In recent decades, nonlinear sinks (NES) have come to be regarded as vibration control passive devices [1]. NES is a low-mass damper coupled with the main body – primary structure, which due to its nonlinearity, can absorb part of main body energy, that is, mitigate its vibrations. The author of article [2] determines the nonlinear energy sink as a single-degree-of-freedom (SDOF) structural element with relatively small mass and weak dissipation, attached to a primary structure via essentially nonlinear coupling. The world scientists have carried out many analytical, numerical and experimental investigations of NES; they hope to use these devices to mitigate vibrations, in particular, in high-rise buildings under the action of impulse, wind and even seismic loads. Numerous works on this topic demonstrate the active development of NES researches in recent years. There are comprehensive reviews of state-of-the-art researches on NESs [3-6], monographs [7, 8], dissertations [9, 10] and many articles on this problem [11-14]. Various types of NESs are being investigated; single-sided and double-sided vibro-impact NES (SSVI and DSVI) are one of them. The VI NESs consist of an oscillator and viscous damping elements, which can hit one or two obstacles rigidly connected to the primary structure.

© Lizunov P.P.,Pogorelova O.S., Postnikova T.G.

It is believed in the literature that such a study can be divided into two sub-problems, namely the influences of parameters on the occurrence of response regimes and the efficiency of different response regimes [10]. Tightly relation of the device efficiency to response regimes conditions this division. Then the problem of parameters design optimization arises. Moreover, perhaps, the optimization mechanisms are not the same for different excitations. The author [10] emphasizes that a feasible and precise design of VI NES to control vibrations of nonlinear systems will be difficult, despite the fact that preliminary experimental results demonstrate good reduction of velocity and, therefore, the effectiveness of energy reduction.

Most authors describe the impact obtaining the relation between after and before impact under the hypothesis of the simplified shock theory and the condition of total momentum conservation. This theory considers the impact as instantaneous; it uses the restitution coefficient, which characterizes the elastic properties of the colliding surfaces. This coefficient is one of the damper parameters, and its effect on the VI NES efficiency is studied in many articles [10, 11, 15]. For example, in [16], the authors claim that the performance of the enhanced SSVI NES of nearly 0.45 (instead of common value of 0.7) coefficient of restitution is found to be more robust to the initial impulsive energy levels and to its physical parameters variation. The author of [10] believes that “an intermediate value will be optimal”. However, there are other ways of describing the impact in the scientific literature. In [17], purely elastic collisions are simulated by the Dirac delta function with a restitution coefficient equal to unity. A finite contact duration model of a VI NES is proposed in [18]. The authors examine three models, namely Hertz, Tsuji, and Kuwabara models, in which the contact impact force is presented as a nonlinear function of deformation. They compare and discuss the system dynamics implemented using both finite and instantaneous contact models. When considering the protection of a civil engineering frame structure against seismic events, the authors reveal a significant effect of the contact duration on the estimation of the dissipated energy, even for very brief collisions. Instantaneous contact model provides incommensurate values in terms of acceleration during the impacts, leading to a higher sensitivity to initial conditions revealed by large fluctuations of the mechanical response. On the contrary, it turns out that any finite duration contact models are less sensitive to initial conditions and, therefore, more accurate.

In this paper, we assume that the impact has a finite duration and model it applying Hertz’s quasi-static contact theory, which takes into account the elastic properties of the contacting surfaces using Young’s moduli of elasticity and Poisson’s ratios. This is what makes it possible to analyze in more detail the influence of the damper elastic properties on the system dynamics.

In this paper, we continue the study of the SSVI NES dynamic behavior, started in our previous papers [19-21]. We consider two options of optimized damper parameters and response regimes implemented in the system. Complex oscillatory modes with rich dynamics that arise in the system for a certain

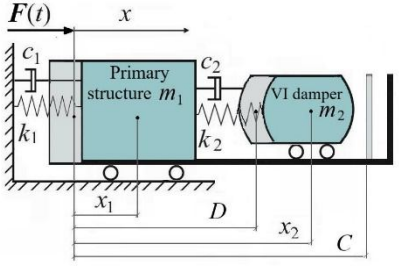
parameters set are considered. The effectiveness of the vibro-impact damper is also analyzed.

Thus, the goals of this paper are:

- determine the optimal damper parameters ensuring its maximal efficiency;
- analyze the response regimes that occur in the system with these parameters;
- analyze the influence of the elasticity characteristics of the colliding surfaces on the damper efficiency;
- show the best option for damper parameters.

2. Mathematical model

We consider two-body 2-DEF vibro-impact system, the calculating scheme of which corresponds to the model of single-sided vibro-impact nonlinear energy sink (SSVI NES) (Fig. 1) [9, 19].



m_1=1000 kg
k_1 = 3.95 10^4 N·m^{-1}
c_1 = 452·N·s m^{-1}
c_2 = 40.7·N·s m^{-1}
$A = A_1 = B = B_1$ =0.5 m^{-1}
$q = q_1$ =0.319
D =0.05 m
P = 800 N, ω= 7.23 rad·s^{-1}

Fig. 1. Calculation scheme of SSVI NES

The primary structure of the mass m_1 is attached to a fixed wall by a linear elastic spring with a stiffness k_1 and a damper with a damping coefficient c_1. A vibro-impact damper of much smaller mass m_2 is coupled with the primary structure by a linear elastic spring with a stiffness k_2 and a damper with a damping coefficient c_2. The base, along which the damper moves without friction, is rigidly connected to the primary structure and has a barrier at its right end. The bodies coordinates are x_1 and x_2; the zero mark of the x-axis is at the primary structure mass center in an equilibrium state when all springs are not deformed. The initial distance between the bodies, that is, the length of the undeformed right spring, is equal to D. The distance to the right movable wall is C; this distance defines the clearance (Fig. 1).

The motion equations for this system are as follows:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2(x_2 - x_1 - D) = \\ = F(t) - H(z)F_{con}(z) + H(z_1)F_{con}(z_1), \\ m_2\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1 - D) = \\ = +H(z)F_{con}(z) - H(z_1)F_{con}(z_1). \end{aligned} \quad (1)$$

The initial conditions are:

at t=0 we have

$$x_1(0) = 0, x_2(0) = D, \dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0, \varphi_0 = 0. \quad (2)$$

In this article, we consider the system dynamic behavior under the action of an exciting harmonic force $F(t) = Pcos(\omega t + \varphi_0)$ with period $= {}^{2\pi}/_{\omega}$.

Although the action of other exciting forces – impulsive, random, broadband, wind, is also subject to study [19].

In Eq.(1), $H(z)$ is the Heaviside step function $H(z)=\begin{cases}1, z\geq 0\\ 0, z<0\end{cases}$, it "actuates" the impact contact force $F(z)$ that acts only during an impact and simulates it. After our previous studying in [22], we consider it as nonlinear and write it in accordance with Hertz's contact quasi-static theory [23]. The consideration of system calculation scheme in Fig.1 gives an understanding of the fact that the damper can hit both the left body directly and the obstacle rigidly connected with it. Therefore, the contact force at impact between bodies has the following form:

$$F_{con}(z)=K[z(t)]^{3/2},\quad K=\frac{4}{3}\frac{q}{(\delta_1+\delta_2)\sqrt{A+B}},\ \delta_1=\frac{1-\nu_1^2}{E_1\pi},\delta_2=\frac{1-\nu_2^2}{E_2\pi},\quad (3)$$

and the same form for the impact of the damper on the right barrier:

$$F_{con}(z_1)=K_1[z_1(t)]^{3/2},\ K_1=\frac{4}{3}\frac{q_1}{(\delta_3+\delta_4)\sqrt{A_1+B_1}},\delta_3=\frac{1-\nu_3^2}{E_3\pi},\delta_4=\frac{1-\nu_4^2}{E_4\pi}. \quad (4)$$

Here ν_1,ν_2,ν_3,ν_4 are Poisson's ratios; E_1, E_2, E_3, E_4 are Young's moduli of elasticity for fourth colliding surfaces; A, A_1, B, B_1, q, q_1 are constants characterizing the contact zones geometry. The absorber surfaces, both left and right, are assumed to be spherical with large radii R and R_1; the contact surfaces of the primary structure and the right obstacle are flat. Then $A=B=1/2R$, $A_1=B_1=1/2R_1, q=q_1$=0.319 as in the collision of a plane and a sphere. It is the moduli of elasticity and Poisson's ratios that characterize the elastic properties of the colliding surfaces. Therefore, the analysis of their values should allow us to see the influence on the system dynamics in more detail than the analysis of the restitution coefficient.

The variables z and z_1 are the colliding bodies rapprochement upon impact, since the Hertz's theory allows local deformations in the contact zone.

When an impact between the bodies occurs, then $x_1\geq x_2$, i.e. $x_1-x_2\geq 0$. There is no impact when $x_1<x_2$, i.e. $x_1-x_2<0$. Then z=x_1-x_2.

An impact of the damper on the obstacle occurs when $x_2=x_1+C$, i.e., $x_2-x_1=C$, i.e., $x_2-x_1-C=0$. During impact $x_2-x_1-C\geq 0$. There is no impact when $x_2-x_1-C<0$. Then $z_1=x_2-x_1-C$. Clearance is $C-D$.

3. Damper parameters optimization

Dynamic behavior and efficiency of a vibro-impact damper strongly depend on the totality of its parameters. The primary structure parameters are set and cannot be changed. The totality of damper parameters includes its mass, stiffness, damping coefficient, clearance, restitution coefficient or other characteristics of the colliding surfaces elasticity. By optimizing in three parameters, we have set m_2 damper mass, k_2 stiffness and C clearance [21]. The optimization was carried out using the solver *fminsearch* (platform *MatLab*) and the solver *fmincon* (platform *Octave*). The optimal parameters should provide the maximal damper effectiveness, that is, the strongest mitigation of the primary structure vibrations; its oscillatory amplitude and velocity should be as low as possible. Initially, we choose low-mass damper with parameters $m_2=20$ kg, $k_2=3190$ N·m^{-1}, C=0.06 m. Optimum damper settings allow

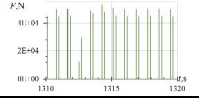
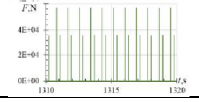
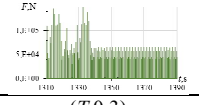
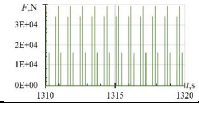
for improved vibration attenuation, as shown in Table 1. However, the 5 version ensures the worse mitigation than 3 and 4 versions, although it provides a periodic oscillatory mode with 3 impacts on an obstacle per cycle. The 6 version gives the worst mitigation, the movement is shockless, such damper is not nonlinear and is not interesting in this article.

Note. Following the logic of [24], we call the periodic mode of the kT-period with n damper impacts directly on the primary structure and m its impacts on an obstacle rigidly connected to the primary structure as (kT, n, m).

Thus, we choose for consideration options 3 and 4 of optimized damper parameters. Option 4 provides the best mitigation, but the oscillatory regime is essentially irregular with the damper impacts both on the barrier and directly on the primary structure; its dynamics is rich and complex. Therefore, this regime is worth showing in detail; its characteristics are shown in Fig. 2, 3. In addition, the damper mass is almost 4% from the primary structure mass and its stiffness is too low. These circumstances should be taken into account when choosing the optimal damper. Note that when demonstrating the oscillatory mode implemented in the system, we show the time histories of the contact forces, drawing the forces in impacts on the barrier F_{conR} in green and in direct impacts on the primary structure F_{conL} in blue. It is these dependences that most clearly show the regime type, since the amplitudes change less during bursts, while the forces change strongly.

Table 1

The results of damper parameters optimization

№	m_2, kg	k_2, N/m	C, m	$A_{\max 1}$,m $V_{\max 1}$,m·s^{-1}	Wane %	Regime Time history of contact forces F_{conR}
1	0	0	0	0.0602 0.436		Without damper
2	20	3190	0.06	0.0557 0.401	7.5 8.0	(T,0,2)with rare bursts 
3	22.67	2481.1	0.0683	0.0540 0.387	10.3 11.2	(T,0,2) 
4	37.88	414.6	0.0747	0.0522 0.380	13.3 12.8	Intermittency, (2T,2,4) 
5	19.85	3190	0.0564	0.0552 0.400	8.3 9.0	(T,0,3) 

In Fig. 2, the general motion characteristics of regime for option 4 are shown. Intermittency with alternating periodic and chaotic phases is visible. The graph of the relative damper displacement, that is, the difference $(x_2 - x_1)$ (Fig. 2, b), demonstrates the impacts both on the obstacle at $(x_2 - x_1)$=C =0.0747 m and on the primary structure directly at $(x_2 - x_1)$=0. In the periodic phase, the contact forces during impacts between the bodies (F_{conL}, "blue" forces) are greater than during impacts against an obstacle (F_{conR}, "green" forces). During the bursts, the changes in amplitudes are not great (Fig. 2, a), but the changes in the contact forces are significant. Where the contact forces between bodies F_{conL} become larger (Fig. 2, c), the contact forces F_{conR} become smaller (Fig. 2, d), and vise versa.

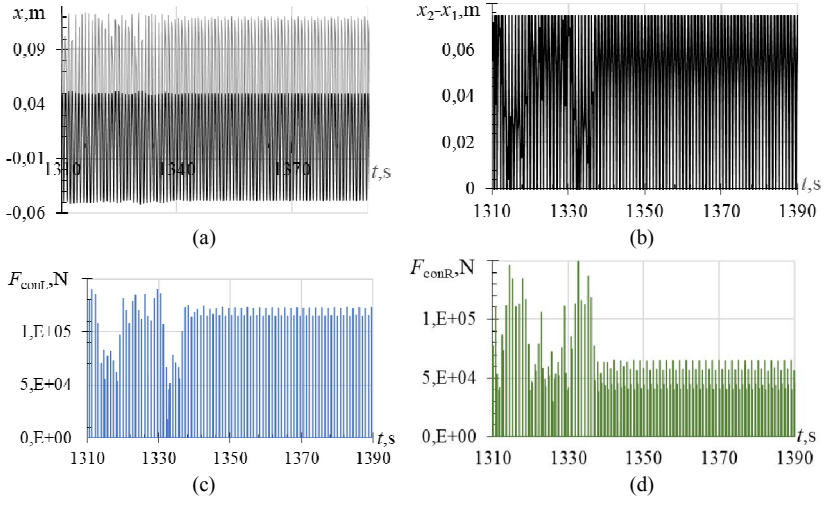


Fig. 2. The general motion characteristics of the system with damper parametersm_2=37.88 kg, k_2=414.6 N·m^{-1}, C=0.0747 m.

Since the motions in periodic and chaotic phases are, of course, completely different, we will show them in Fig. 3.

In the figures in the 1st row, small changes in the amplitudes are clearly visible. Graphs of the relative damper displacements in the 2nd row demonstrate impacts both against the primary structure directly and on the barrier. The time history of impact contact force in the right panel in the 3rd row shows two direct impacts on the primary structure and four impacts on the obstacle per cycle in 2T. Phase trajectories with Poincaré maps for primary structure on the left and the damper on the right in the 4th row are typical for chaotic and almost periodic motion.

4. Influence of the characteristics of colliding surfaces elasticity during impacts on an obstacle

In many works in the world scientific literature [10, 11, 15, 16], the influence of the restitution coefficient r_c on vibration mitigation is studied. The

authors believe that its smaller value provides a better effect. A lower value of the restitution coefficient means a decrease in the impact elasticity and an increase in possible local deformations of the colliding surfaces. Therefore, in our problem formulation using nonlinear Hertzian force to describe the impact, it is advisable to reduce the values of Young's elasticity moduli and increase the Poisson's ratios for the colliding surfaces. This should provide a softer impact and larger local deformations of these surfaces. The results of such changes in these characteristics of the contacting surfaces elasticity are given in Table 2 and Table 3.

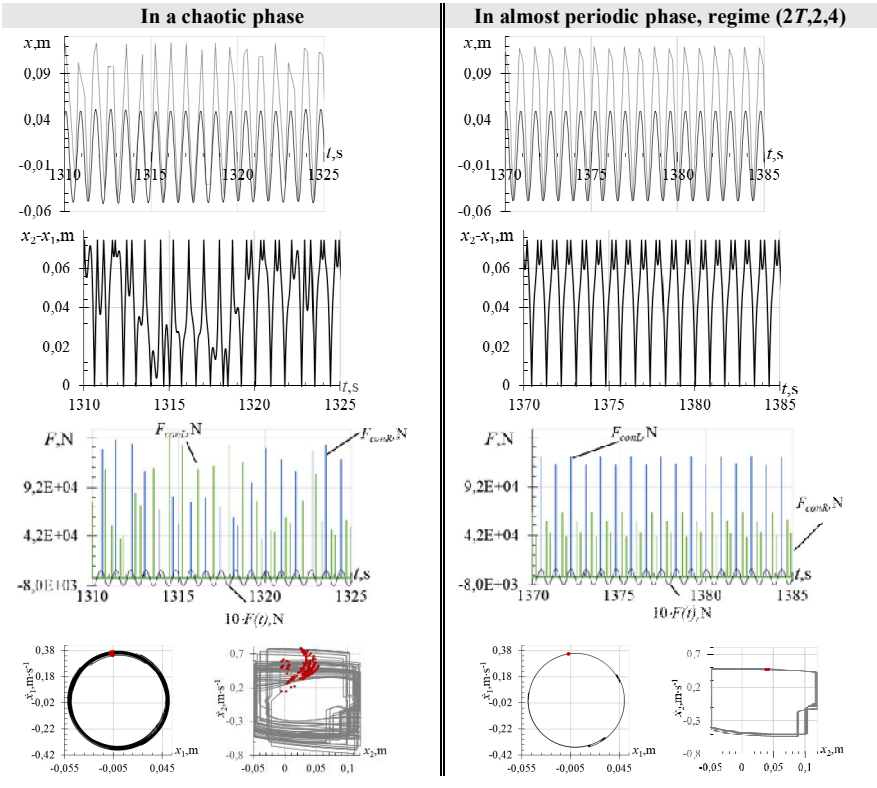


Fig. 3. Motion characteristics of the system with damper parameters m_2=37.88 kg, k_2=414.6 N·m^{-1}, C=0.0747 m in the chaotic and almost periodic phases of intermittency

A strong decrease in the elasticity modulus greatly reduces the impact contact force, by 28 times. The oscillatory regime becomes purely periodic with two impacts on the barrier per cycle without any bursts. Note, by the way, that in [10], the author advises to put the focus on the regime with two impacts per cycle of VI NES, since it is this regime that is important for vibration control. Increasing Poisson's ratios has no effect. However, these changes in the system dynamics with such damper parameters do not affect the values of the primary structure amplitudes and velocities. Such a strong decrease in the

contact force suggests the idea of checking the operation of a linear damper without any impacts. Indeed, in this case, the characteristics of the system oscillatory motion are as follows:

A_{max1}= 0.0517 m, V_{max1}= 0.374 m·s^{-1}, A_{max2}= 0.0974 m, V_{max2}= 0.705 m·s^{-1}.

Table 2

The influence of the characteristics of the colliding surfaces elasticity at impacts on an obstacle when damper parameters are: m_2=22.67 kg, k_2=2481.1 N·m^{-1}, C=0.0683 m

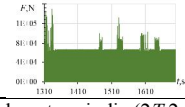
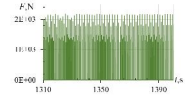
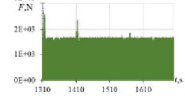
№	E_3, E_4, N·m^{-2}	ν_3 ν_4	A_{max1}, m V_{max1}, m·s^{-1}	Wane %	A_{max2}, m V_{max2}, m·s^{-1}	F_{conR}, N	Regime
1	2.1·10^{11} 2.1·10^{11}	0.3 0.3	0.0540 0.387	10.3 11.2	0.0758 0.684	65619	(T,0,2) with rare bursts
2	2.1·10^{11} 2.1·10^{7}	0.3 0.3	0.0537 0.385	10.8 11.7	0.0760 0.678	1979	(T,0,2)
3	2.1·10^{11} 2.1·10^{7}	0.3 0.4	0.0537 0.385	10.8 11.7	0.0759 0.677	2040	(T,0,2)
4	2.1·10^{11} 2.1·10^{7}	0.3 0.49	0.0538 0.385	10.6 11.7	0.0758 0.676	2117	(T,0,2)
5	2.1·10^{7} 2.1·10^{7}	0.4 0.4	0.0537 0.385	10.8 11.7	0.0768 0.685	1584	(T,0,2)
6	2.1·10^{7} 2.1·10^{7}	0.49 0.49	0.0537 0.385	10.8 11.7	0.0766 0.684	1641	(T,0,2)

The mitigation of the primary structure vibrations is: 14.1% in amplitudes and 14.2% in velocities, which is slightly better than that of the vibro-impact damper. However, it is believed that the simplicity of the device and reliability of operation make shock absorbers suitable for use in tower buildings. At the same time, the use of the dynamic damper to protect buildings has the following disadvantages: firstly, the relative complexity of the damper design and, secondly, the impossibility of their use in mass construction due to the need to adjust individually the dampers for each specific building.

As in the previous case, a strong decrease in the elasticity modulus greatly reduces the impact contact force. The oscillatory regime becomes smoother and close to periodic only with rare bursts of irregular movement. But the damper impacts directly on the primary structure – four impacts per cycle in $2T$– occur at all values of the elasticity modulus. It does not matter whether one or both of the elastic moduli decrease on two colliding surfaces. An increase in Poisson's ratios does not reduce the primary structure amplitudes, but it does affect the system dynamics. Comparing versions 5 and 6, we see changes in the values of contact force and damper velocity when changing only Poisson's ratios. The options 2 and 3 differ strongly when changing only one Poisson's ratio. However, these changes in the system dynamics with such damper parameters also do not affect the values of the primary structure amplitudes and velocities. Only option 2 is an exception. Why is it so?

Table 3

The influence of the characteristics of the colliding surfaces elasticity at impacts on an obstacle when damper parameters are: m_2=37.88 kg, k_2=414.6 N·m^{-1}, C=0.0747 m (E_1=E_2=2.1·10^{11} N·m^{-2}, ν_1=ν_2=0.3)

№	E_3, E_4, N·m^{-2}	ν_3 ν_4	A_{max1}, m V_{max1}, m·s^{-1}	Wane %	A_{max2}, m V_{max2}, m·s^{-1}	F_{conR},N	Regime Time history of contact forcesF_{conR}
1	2.1·10^{11} 2.1·10^{11}	0.3 0.3	0.0522 0.380	13.3 13.8	0.0878 0.783	149419	Intermit,(2T,2,4) 
2	**2.1·10^{11}** **2.1·10^{7}**	**0.3** **0.3**	**0.0494** **0.361**	**17.9** **17.2**	**0.0851** **0.530**	**2188**	Almost periodic (2T,2,4) without strong bursts 
3	2.1·10^{11} 2.1·10^{7}	0.3 0.4	0.0518 0.379	14.0 13.1	0.0888 0.803	5262	(2T,2,4)with rare bursts 
4	2.1·10^{11} 2.1·10^{7}	0.3 0.49	0.0514 0.373	14.5 14.4	0.0885 0.761	5426	
5	2.1·10^{7} 2.1·10^{7}	0.4 0.4	0.0515 0.374	14.5 14.2	0.0882 0.673	2718	
6	2.1·10^{7} 2.1·10^{7}	0.49 0.49	0.0513 0.373	14.8 14.4	0.0885 0.749	3755	

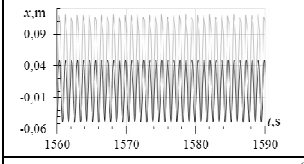
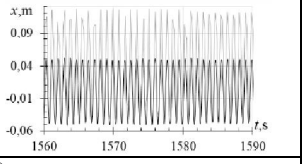
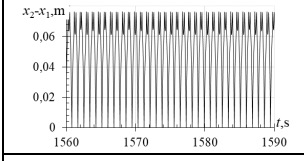
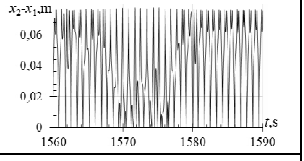
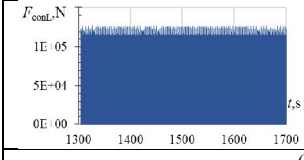
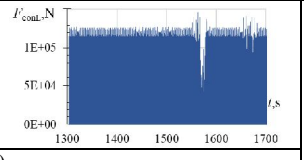
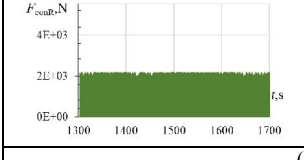
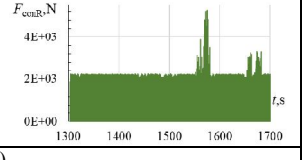
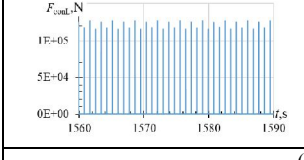
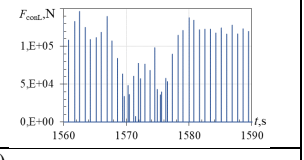
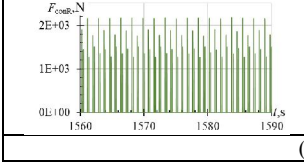
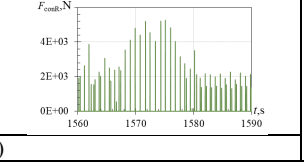
Let us compare the system movement in options 2 and 3 in more detail (Table 4). The time histories of the bodies displacements are shown at level (a); the difference of displacements $(x_2 - x_1)$, i.e. the relative damper displacement – at level (b). Time histories of the contact forces at direct impacts on the primary structure are shown in blue at level (c) and on the obstacle in green at level (d); time histories of the same forces are shown on an enlarged scale at levels (e) and (f).

It is worth paying attention to the graphs of the relative damper displacements at level (b). They show both direct impacts between bodies, when $(x_2 - x_1) = 0$, and the damper impacts on an obstacle, when $(x_2 - x_1) = C = 0.0747$ m. It should be noted that the contact forces with direct impacts between bodies are greater than with the damper impacts against an obstacle. During the bursts, there, where “green” forces increase, “blue” forces decrease and vice versa.

The regime for option 2 shown on the left panel is not periodic, but it is entirely smooth without strong bursts of irregular motion. On the contrary, the mode for option 3 on the right panel has although rare but strong bursts. It is due to these bursts that the maximum value of the amplitude increases, since it is much smaller on a smooth section.

Table 4

The comparison of system dynamics for options 2 and 3from Table 3

Option 2	Option 3	Note for option 3
		On smooth region without bursts $1300\ \text{s} \le t \le 1500\ \text{s}$ $A_{\max 1} = 0.0494$ m $V_{\max 1} = 0.360\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ $A_{\max 2} = 0.0851$ m $V_{\max 2} = 0.529\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ On all region with bursts $1300\ \text{s} \le t \le 1700\ \text{s}$ $A_{\max 1} = 0.0518$ m $V_{\max 1} = 0.379\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ $A_{\max 2} = 0.0888$ m $V_{\max 2} = 0.803\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
(a)		
		
(b)		
		
(c)		
		On smooth region without bursts $1300\ \text{s} \le t \le 1500\ \text{s}$ $F_{\text{conL}} = 127795$ N $F_{\text{conR}} = 2257$ N On all region with bursts $1300\ \text{s} \le t \le 1700\ \text{s}$ $F_{\text{conL}} = 146148$ N $F_{\text{conR}} = 5262$ N
(d)		
		
(e)		
		
(f)		

Thus, we can state that a heavier damper with low stiffness and a softer impact on the obstacle mitigates the primary structure vibrations more strongly, despite the irregular motion modes. Rare bursts of irregular motion within the periodic one worsen the mitigation. And although in one case (in option 2) a motion without strong bursts was obtained, we cannot indicate a

recipe for such a movement implementation, since in all other cases there are rare strong bursts.

The presence of direct impacts on the primary structure, along with impacts on the barrier, suggests an idea about a double-sided VI NES. However, let's see how the type of this impact affects the system dynamics.

5. Influence of the characteristics of the colliding surfaces elasticity during direct impacts on the primary structure

The impact softening for impacts both on the primary structure and on a barrier gave good results as shown in Table 5 for the system with damper parameters m_2=37.88 kg, k_2=414.6 N·m^{-1}, C=0.0747 m.

Table 5

The influence of the characteristics of the colliding surfaces elasticity at impacts both on the primary structure directly and on an obstacle m_2=37.88 kg, k_2=414.6 N·m^{-1}, C=0.0747 m

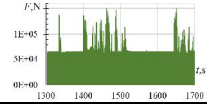
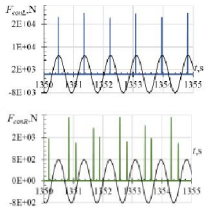
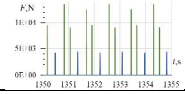
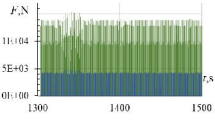
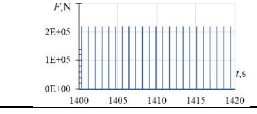
№	E_1, E_2, E_3, E_4, N·m^{-2}	ν_1 ν_2 ν_3 ν_4	A_{max1}, m V_{max1}, m·s^{-1}	Wane %	A_{max2}, m V_{max2}, m·s^{-1}	F_{conL}, F_{conR}, N	Regime Time history of contact forces
1	$2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{7}$ $2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{11}$	0.3 0.49 0.3 0.3	0.0532 0.386	11.6 11.5	0.0890 0.787	5351 150339	Intermittency, (2T,2,4) 
2	$2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{9}$ $2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{7}$	0.3 0.35 0.3 0.49	0.0493 0.360	18.1 17.4	0.0850 0.527	26830 2343	(2T,2,4) 
3	$2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{7}$ $2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{7}$	0.3 0.49 0.3 0.49	0.0492 0.358	18.3 17.9	0.0851 0.532	4505 2359	(2T,2,4) 
4	$2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{7}$ $2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{9}$	0.3 0.49 0.3 0.3	0.0493 0.360	18.1 17.4	0.0851 0.533	4482 13851	(2T,2,4) with rare weak bursts 
5	$2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{7}$ $2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{9}$	0.3 0.49 0.3 0.4	0.0497 0.365	17.4 16.3	0.0862 0.582	4884 15406	(2T,2,4) rare with weak bursts 
6	$2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{7}$ $2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{9}$	0.3 0.49 0.3 0.49	0.0493 0.359	18.1 17.7	0.0850 0.530	4470 14858	

Table 5 shows that a decrease in the elastic moduli of the colliding surfaces both for left and right impacts gives fairly stable results. This softening of impacts reduces the contact forces, smoothes the motion, making it purely periodic or periodic with rare weak bursts, and provides a decrease in the primary structure amplitudes and velocities by about 18%. Thus, we can probably consider that in this case the single-sided VI NES has become a double-sided VI NES. However, the role of the left obstacle is the primary structure itself.

It is worth noting an unexpected result for a damper without a right obstacle, when impacts occur only on the primary structure. Table 6 shows the gain of the primary structure vibrations by about 13%, which occurs due to the huge contact force during impacts between the bodies.

Table 6

Increase in vibrations of the primary structure in absence of the right obstacle for damper parameters m_2 =37.88 kg, k_2=414.6 N·m^{-1}, C=0.0747 m

E_1, E_2, N·m^{-2}	ν_1 ν_2	A_{max1}, m V_{max1}, m·s^{-1}	Rise %	A_{max2}, m V_{max2}, m·s^{-1}	F_{conL}, N	Regime Time history of contact forces F_{conL}
		0.0602 0.436				Without damper
$2.1\cdot10^{11}$ $2.1\cdot10^{11}$	0.3 0.3	0.0685 0.494	13.8 13.3	0.121 0.828	223793	(T,1,0) with rare weak bursts 

8. Conclusions

An analysis of the dynamic behavior of a vibro-impact system with a damper made it possible to draw the following conclusions. The calculation scheme of the system, consisting of the primary structure and the damper attached to it, corresponds to the scheme of single-sided vibro-impact nonlinear sink (SSVI NES).

• The optimization of the damper parameters has identified two options that provide its greatest efficiency, that is, the strongest reduction in the primary structure oscillatory amplitudes and velocities.

• A heavier damper with small stiffness ensures stronger vibrations mitigation. However, the oscillatory regimes in this case are irregular with complex dynamics. The damper hits not only an obstacle rigidly connected to the primary structure, but also directly into the primary structure.

• Reducing the moduli of elasticity in both impacts, that is, impacts softening, smoothes the oscillatory regimes, making them almost periodic, and increases the damper effectiveness. The single-sided VI NES in this case becomes a double-sided VI NES, but the second obstacle is the primary structure itself.

• The dynamics of a system with SSVI NES, like any strongly nonlinear discontinuous system, is sensitive to changes in its parameters, even small changes.

REFERENCES

1. Ding, H., & Chen, L.-Q. (2020). Designs, analysis, and applications of nonlinear energy sinks. Nonlinear Dynamics, 100(4), 3061–3107. https://doi.org/10.1007/s11071-020-05724-1
2. Gendelman, O. V. (2012). Analytic treatment of a system with a vibro-impact nonlinear energy sink. Journal of Sound and Vibration, 331(21), 4599–4608. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.05.021
3. Vakakis, A. F. (2018). Passive nonlinear targeted energy transfer. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 376(2127), 20170132. https://doi.org/10.1098/rsta.2017.0132
4. Lu, Z., Wang, Z., Masri, S. F., & Lu, X. (2017). Particle impact dampers: Past, present, and future. Structural Control and Health Monitoring, 25(1), e2058. Portico. https://doi.org/10.1002/stc.2058
5. Ibrahim, R. A. (2008). Recent advances in nonlinear passive vibration isolators. Journal of Sound and Vibration, 314(3–5), 371–452. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.01.014
6. Saeed, A. S., Abdul Nasar, R., & AL-Shudeifat, M. A. (2022). A review on nonlinear energy sinks: designs, analysis and applications of impact and rotary types. Nonlinear Dynamics, 111(1), 1–37. https://doi.org/10.1007/s11071-022-08094-y
7. Lee, Y. S., Vakakis, A. F., Bergman, L. A., McFarland, D. M., Kerschen, G., Nucera, F., Tsakirtzis, S., & Panagopoulos, P. N. (2008). Passive non-linear targeted energy transfer and its applications to vibration absorption: A review. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of MultiBody Dynamics, 222(2), 77–134. https://doi.org/10.1243/14644193jmbd118
8. Wang, J., Wierschem, N. E., Spencer, B. F., & Lu, X. (2015). Track Nonlinear Energy Sink for Rapid Response Reduction in Building Structures. Journal of Engineering Mechanics, 141(1). https://doi.org/10.1061/(asce)em.1943-7889.0000824
9. Wierschem, N. E. (2014). Targeted energy transfer using nonlinear energy sinks for the attenuation of transient loads on building structures. University of Illinois at Urbana-Champaign.
10. Tao Li (2016). Study of nonlinear targeted energy transfer by vibro-impact. Doctorat de l'universite de Toulouse
11. Youssef, B., &Leine, R. I. (2021). A complete set of design rules for a vibro-impact NES based on a multiple scales approximation of a nonlinear mode. Journal of Sound and Vibration, 501, 116043. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116043
12. Bergeot, B., Bellizzi, S., & Berger, S. (2021). Dynamic behavior analysis of a mechanical system with two unstable modes coupled to a single nonlinear energy sink. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 95, 105623. https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105623
13. Saeed, A. S., AL-Shudeifat, M. A., Cantwell, W. J.,&Vakakis, A. F. (2021). Two-dimensional nonlinear energy sink for effective passive seismic mitigation. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 99, 105787. https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2021.105787
14. Luo, J., Wierschem, N. E., Hubbard, S. A., Fahnestock, L. A., Dane Quinn, D., Michael McFarland, D., Spencer, B. F., Vakakis, A. F., & Bergman, L. A. (2014). Large-scale experimental evaluation and numerical simulation of a system of nonlinear energy sinks for seismic mitigation. Engineering Structures, 77, 34–48. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.07.020
15. Li, W., Wierschem, N. E., Li, X., Yang, T., & Brennan, M. J. (2020). Numerical study of a symmetric single-sided vibro-impact nonlinear energy sink for rapid response reduction of a cantilever beam. Nonlinear Dynamics, 100(2), 951–971. https://doi.org/10.1007/s11071-020-05571-0
16. AL-Shudeifat, M. A., & Saeed, A. S. (2020). Comparison of a modified vibro-impact nonlinear energy sink with other kinds of NESs. Meccanica, 56(4), 735–752. https://doi.org/10.1007/s11012-020-01193-3
17. Farid, M. (2023). Dynamics of a hybrid cubic vibro-impact oscillator and nonlinear energy sink. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 117, 106978. https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2022.106978

18. Lo Feudo, S., Job, S., Cavallo, M., Fraddosio, A., Piccioni, M. D., &Tafuni, A. (2022). Finite contact duration modeling of a Vibro-Impact Nonlinear Energy Sink to protect a civil engineering frame structure against seismic events. Engineering Structures, 259, 114137. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114137
19. Lizunov, P., Pogorelova, O., & Postnikova, T. (2022). Choice of the Model for Vibro-impact Nonlinear Energy Sink. Strength of Materials and Theory of Structures, 108, 63–76. https://doi.org/10.32347/2410- 2547.2022.108.63-76
20. Lizunov, P., Pogorelova, O., & Postnikova, T. (2022). Dynamics of primary structure coupled with singlesided vibro-impact nonlinear energy sink. Strength of Materials and Theory of Structures, 109, 103–113. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.20-29
21. Lizunov, P., Pogorelova, O., & Postnikova, T. (2023). Vibro-impact damper dynamics depending on system parameters. Journal of Vibration Engineering & Technologies. Current Status: Under Review. Preprint Research Square DOI: 10.21203/rs.3.rs-2786639/v1
22. Bazhenov, V., Pogorelova, O., & Postnikova, T. (2021). Crisis-Induced Intermittency and Other Nonlinear Dynamics Phenomena in Vibro-impact System with Soft Impact. Nonlinear Mechanics of Complex Structures, 185–203. https://doi.org/10.1007/978-3-030-75890-5 11
23. Johnson, K. L. (1985). Contact Mechanics. https://doi.org/10.1017/cbo9781139171731
24. Lamarque C. H., JaninO.(2000). Modal analysis of mechanical systems with impact non-linearities: limitations to a modal superposition. Journal of sound and vibration. 235(4), 567-609.https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2932

Стаття надійшла 03.04.2023

Лізунов П.П., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.

ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ЖОРСТКОСТІ НА ДИНАМІКУ ВІБРОУДАРНОГО ДЕМПФЕРА

В статті вивчається динамічна поведінка віброударного демпфера малої маси, який розглядається як засіб пасивного управління вібрацією. Його розрахункова схема відповідає схемі однобічного віброударного нелінійного поглинача енергії (single-sidedvibro-impactnonlinearenergysink – SSVI NES). Передбачається, що він може бути використаний для ефективного гасіння коливань при різному перехідному навантаженні, а саме, імпульсному, широко смугастому, вітровому. Його динаміка та ефективність сильно залежать як від власних параметрів демпфера, так і від параметрів зовнішнього навантаження. Режими реагування та ефективність демпфера розглядаються для двох варіантів його оптимізованих параметрів при періодичному навантаженні. Також аналізується вплив характеристик пружності контактуючих поверхонь на ефективність демпфера. Показано, що в системі з більш важким демпфером та з його невеликою жорсткістю реалізуються коливальні режими з багатою складною динамікою. Проте такий демпфер виявився ефективнішим, особливо при м'якшому ударі.

Ключові слова:віброударний, первинна структура, демпфер, нелінійний поглинач енергії, жорсткість, пружність

УДК 539.3
Лізунов П.П., ПогореловаО.С., ПостніковаТ.Г. **Вплив параметрів жорсткості на динаміку віброударного демпфера** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2023. – Вип. 110. – С. 21-35. – Англ.

В статті вивчається динамічна поведінка віброударного демпфера малої маси, який розглядається як засіб пасивного управління вібрацією. Його розрахункова схема відповідає схемі однобічного віброударного нелінійного поглинача енергії (single-sided vibro-impact nonlinear energy sink – SSVI NES). Передбачається, що він може бути використаний для ефективного гасіння коливань при різному перехідному навантаженні, а саме, імпульсному, широко смугастому, вітровому. Його динаміка та ефективність сильно залежать як від власних параметрів демпфера, так і від параметрів зовнішнього навантаження. Режими

реагування та ефективність демпфера розглядаються для двох варіантів його оптимізованих параметрів при періодичному навантаженні. Також аналізується вплив характеристик пружності контактуючих поверхонь на ефективність демпфера. Показано, що в системі з більш важким демпфером та з його невеликою жорсткістю реалізуються коливальні режими з багатою складною динамікою. Проте такий демпфер виявився ефективнішим, особливо при м'якшому ударі.
Табл. 6. Рис. 3. Бібліогр.24.

UDC 539.3
Lizunov P.P., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.
Influence of stiffness parameters on vibro-impact damper dynamics//Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2023. – Issue110. – P. 21-35.
The article studies the dynamic behavior of a low-mass vibro-impact damper, considered as a device for passive vibration control. Its design scheme corresponds to the scheme of single-sided vibro-impact nonlinear energy sink (SSVI NES), which is supposed to be used for effective vibrations attenuation under different transient loads, namely, impulsive, broadband, wind. Its dynamics and effectiveness strongly depends both on the damper own parameters and the external load parameters. We consider the response regimes and the damper efficiency for two options of its optimized parameters under periodic loading. The influence of the elasticity characteristics of the colliding surfaces on the damper effectiveness is also analyzed. We show that the modes with rich complex dynamics are implemented in a system with a heavier damper with low stiffness. Despite this, it is more effective, especially with a softer impact.
Табл. 6. Рис. 3. Бібліогр.24.

Автор (вчена ступень. вчене звання. посада)*: доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки КНУБА, директор НДІ будівельної механіки*
ЛІЗУНОВ Петро Петрович
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Робочий тел.: *+38(044) 245-48-29.*
мобільний тел.: *+38(067)921-70-05*
Імейл: lizunov@knuba.edu.ua
ORCIDID: http://orcid.org/0000-0003-2924-3025

Автор (вчена ступень. вчене звання. посада)*: кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки ПОГОРЕЛОВА Ольга Семенівна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ. Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Робочий тел.: *+38(044) 245-48-29*
Мобільний тел.: *+38(067) 606-03-00*
Імейл: pogos13@ukr.net
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-5522-3995

Автор (вчена ступень. вчене звання. посада)*: кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки ПОСТНІКОВА Тетяна Георгіївна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Робочий тел.: *+38(044) 245-48-29*
Мобільний тел.: *+38(050) 353-47-19*
Імейл: postnikova.tg@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-6677-4127

УДК 624.046.2

УДАР ПАДАЮЧИХ УЛАМКІВ ПО ЗАЛІЗОБЕТОННІЙ ПЛИТІ

А.В. Перельмутер,
д-р техн. наук

НПО SCAD Soft, 03037, Київ, вул. Освіти, 3а.
Київський національний університет будівництва і архітектури, 03680, Київ, Повітрофлотський просп., 31

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.36-46

Робота присвячена аналізу одного з можливих граничних станів, для котрого сценарієм є обвалення перекриття над віддаленою колоною, внаслідок чого виникає загальне обвалення типу «шаровий пиріг» (pancake-type collapse). Пропонується наближена методика оцінки прогресуючого обвалення залізобетонної плити перекриття багатоповерхового будинку, що отримає удар падаючих уламків конструкцій, які вийшли зі строю. У підгунті методики лежить динамічний аналіз спрощеної модулі руху, форма котрого приймається подібною до такої, що використовується в теорії граничної рівноваги. Припускається, що пружна робота плити мало впливає на кінцеве значення деформації, котрі виникають у влиті у формі лінійних пластичних шарнірів. Частка кінетичної енергії падаючих уламків передається плиті, яка отримує удар, знаходиться теоретично як у класичному випадку повність пластичного удару. Одержане диференційне рівняння руху інтегрується у замкненій формі Використання методики, що пропонується, демонструється за допомогою ілюстритивного прикладу.

Ключові слова:: прогресуюче обвалення, удар падаючим тілом, залізобетонна плита, гранична рівновага.

Вступ. В останні роки інженерне співтовариство все частіше звертається до оцінок можливості непропорційного (прогресуючого) обвалення, найчастіше досліджуючи поведінку конструктивної системи при раптовому видаленні однієї з несучих колон [1-3]. Такий спосіб перевірки, щодо можливості конструкції протистояти прогресуючому обваленню, рекомендований нормативними документами різних країн [4-7].

Одним із аварійних станів, що розглядається у зв'язку з цим сценарієм проектування, часто є руйнування перекриття над віддаленою колоною, що тягне за собою загальне обвалення типу «шаровий пиріг» (rancake-type collapse) за відомою класифікацією Стародсека [8]. Аналізу цієї схеми обвалення був викликаний тим, що саме таким чином зруйнувалися будівлі Всесвітнього Торгового Центру, що зазнали терористичної атаки. Науковий аналіз їх обвалення, розпочався першою публікацією [9], але й до наших днів без згадки про цю катастрофу не обходяться жодна публікація присвячена темі прогресуючого обвалення в результаті навантаження від ударів уламками, що падають [10-15].

Детальне моделювання згаданого впливу можливе з використанням сучасного складного програмного забезпечення для нелінійного динамічного аналізу. Але для масового проектування воно навряд чи доцільно. З іншого боку, підходи до проектування, засновані на надмірно

© Перельмутер А.В.

спрощених припущеннях, також є задовільними, оскільки навіть у разі «в запас надійності» такі рекомендації можуть давати абсолютно нереалістичні результати.

Отже, існує очевидна потреба в простих, але досить точних засобах для перевірки здатності витримати динамічні навантаження від падаючого перекриття. У цій роботі пропонується варіант такої методики. Вона заснована на вирішенні динамічної задачі про рух пластичного механізму, в який перетворюється плита, що зазнала удару. При цьому розглядається механізм з лінійними шарнірами пластичності, аналогічний досліджуваному теоретично граничної рівноваги при вирішенні статичних здач.

Динамічний аналіз завдання у поєднанні з методом граничної рівноваги є основним пропонованого підходу до вирішення проблеми, що дозволяє досить просто вирішити динамічну задачу, яка детально аналізувалася в роботах [16-18]. При цьому він виявляється не складнішим за різноманітні квазістатичні рішення, але не використовує сумнівних значень коефіцієнта динамічності [19-20].

1. Розрахункова модель задачі

Нехтуватимемо пружною стадією роботи, вважаючи систему жорстко-пластичної, і розглядатимемо пружний динамічний розрахунок прямокутної залізобетонної плити з розмірами в плані $a \times b$ у припущенні $a \geq b$. Відомі маса одиниці площі плити через μ (кг/м^2). в. погонні граничні моменти у кожному з напрямів. Ці моменти виникають у лінійних пластичних шарнірах, що утворюються в граничному стані плити [21], саме цей стан і що виникає в ньому схема зламу приймається в розрахунку.

Кількість та положення пластичних шарнірів залежить не тільки від крайових умов, але і від форми плити в плані, відсотка армування в різних напрямках і від виду навантаження [21]. Для цілей непружного динамічного розрахунку приймається припущення, що розташування пластичних шарнірів так само, як із статичної навантаженні, тобто. нехтуємо впливом сил інерції на конфігурацію зламу.

Для прикладу будемо розглядати прямокутну защемлену по контуру плиту, у якої після утворення шарнірів утворюється механізм, що складається з чотирьох недеформованих дисків, з'єднаних по лініях пластичних шарнірів. Кінематика цього механізму однозначно визначається координатою Z_0 горизонтальної лінії EF«конверта» (рис. 1). Шарніри пластичності утворюються не тільки в прольоті і на контурі , граничні моменти в них різні: в прольоті $m^+_{x,lim}$ і $m^+_{y,lim}$, а на контурі $m^-_{x,lim}$ і $m^-_{y,lim}$. Якщо покласти $m^-_{x,lim} = 0$ і $m^-_{y,lim} = 0$, то прийдемо до схеми плити, що шарнірно обперта по контуру.

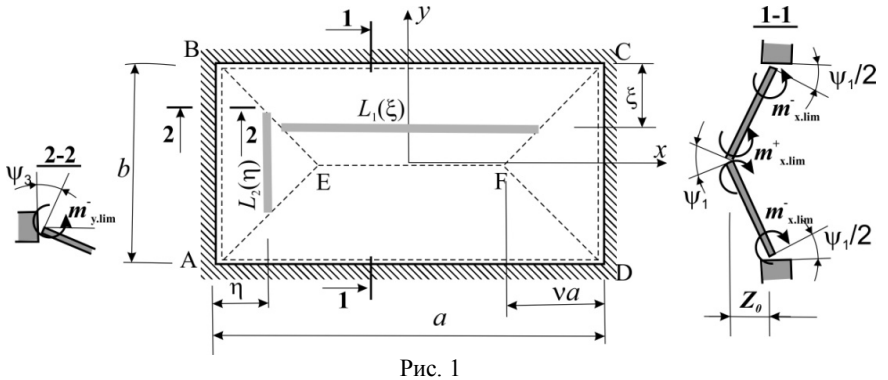


Рис. 1

Введемо призначення $\lambda = \frac{a}{b}$, $k = \frac{m^+_{y,\lim}}{m^+_{x,\lim}}$, $\mu_x = \frac{m^-_{y,\lim}}{m^+_{y,\lim}}$, $\mu_y = \frac{m^-_{x,\lim}}{m^+_{x,\lim}}$.

Параметр ν, що визначає нахил шарнірів, які йдуть з кутів плити, обчислюється за формулою

$$\nu = \frac{k\beta}{\lambda^2}\left(\sqrt{1+\frac{3\lambda^2}{k\beta}}-1\right), \qquad (1)$$

де $\beta = (1+\mu_x)/(1+\mu_y)$. У разі шарнірного опирания слід приймати β=1.

2. Обмін швидкостями під час удару

У загальному випадку, коли тіло, що рухається зі швидкістю, стикається з іншим тілом, що перебуває в спокої, частина кінетичної енергії ударяючого тіла розсіюється при ударі, інша частина зберігається ударяючим тілом, а решта передається ударному тілу. Після удару два тіла рухаються зі швидкостями, відмінними від їх початкових швидкостей, тому загальний імпульс системи залишається постійним. Існують дві крайні можливості в механіку удару - це повністю пластичний і повністю жорсткий удар [22]. У нашому випадку найбільш підходящим є повністю пластичний удар, основна особливість якого полягає в тому, що два тіла прилипають один до одного після початкового зіткнення і рухаються спільно зі швидкістю v_1, при цьому частина вихідної кінетичної енергії втрачається.

У момент удару швидкість уламків, що падають з висоти *H,* дорівнює

$$v_0 = \sqrt{2gH}\ . \qquad (2)$$

А форму поля швидкостей уламків, що падають на плиту перекриття, передбачити неможливо, і з певною часткою свавілля ми будемо вважати це поле рівномірно розподіленим по площі плити.

Для визначення швидкості v_1 скористаємося припущенням, що після удару поле швидкостей стає таким же, як поле переміщень пружно-пластичної системи у стані граничної рівноваги при статичному

навантаженні. Дослідження Власса та ін [10, 13, 14] показали, що ця гіпотеза призводить до цілком прийнятних результатів.

Для прямокутної плити опертої чи защемленої по контуру поле переміщень є «конверт» [21] у формі чотирьох жорстких дисків, показаних на рис. 1. Швидкість v_1 відноситимемо до руху середньої лінії EF і зауважимо, що значення швидкостей є постійними вздовж ліній паралельних граней плити (див. рис. 1). Для трапецієподібного диска BCFE на відстані ξ від краю маємо

$$\nu(\xi)=\frac{2\xi a}{b}\nu_1,\quad L_1(\xi)=a\left(1-4\nu\xi/b\right), \tag{3}$$

а для трикутного диска ABE

$$v(\eta)=\frac{\eta b}{\nu a}v_1,\quad L_2(\eta)=b\left(1-\eta/(\nu a)\right). \tag{4}$$

В силу припущення про незмінність розподілу швидкостей воно відноситься і до швидкостей v_0 в момент удару (рис. 2.а) і до швидкостей v_1 у стадії сумісного руху плити та уламків (рис. 2.б).

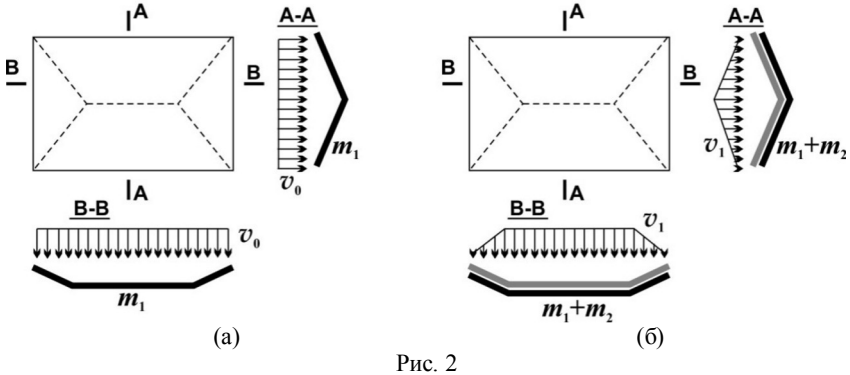


Рис. 2

Оскільки рух механізму відповідає повороту жорстких дисків щодо осей, що розташовуються на контурі плити, то повинен дотримуватися закон збереження моментів кількості руху [26], який вимагає розглянути рівність момент M_1, що відноситься до початку зіткнення, коли тільки почала рухатися плита, і моменту M_2, що характеризує сумісний рух плити і уламків.

Обчислення дадуть:

$$M_1=2m_1\nu_0\left(\int_0^{b/2}a\left(1-4\nu\xi/b\right)\xi\,d\xi+\int_0^{\nu a}b\left(1-\eta/(\nu a)\right)\eta\,d\eta\right)=$$

$$=m_1\nu_0 b^3\lambda\frac{3-4\nu\left(1-\lambda\nu\right)}{12}, \tag{5}$$

$$M_2 = 2(m_1 + m_0)\nu_1\left[\int_0^{b/2}\frac{2\xi a}{b}(1-4\nu\xi/b)\xi\,d\xi + \int_0^{\nu a}\frac{\eta b}{\nu a}(1-\eta/(\nu a))\eta\,d\eta\right] =$$

$$= (m_1 + m_0)\nu_1\frac{b^3\lambda}{12}\left(2 + 2\lambda\nu^2 - 3\nu\right). \quad (6)$$

Прирівнявши M_1 та M_2, можна обчислити швидкість

$$v_1 = v_0\frac{m_1}{m_1 + m_0}\cdot\frac{2 + \nu^2\lambda - 3\nu}{3 + 4\nu^2\lambda - 4\nu}. \quad (7)$$

У формулах (5)-(7) через m_1 позначено масу падаючих уламків на одиницю площі, а через m_0 відповідна маса плити. Якщо $m_1 = m_0$, і для прикладу розглядається випадок шарнірного обпирання по контуру рівноармованої квадратної плити ($\lambda = 1, \nu = 0{,}5$). Отримаємо $v_1 = 0{,}325v_0$.

Відносна передача енергії $E = E_1/E_0$ під час удару, виражена як відношення кінетичної енергії

$$E_1 = \frac{1}{2}abm_1v_0^2\cdot\frac{m_1}{m_1 + m_0}\cdot\left(\frac{2 + \nu^2\lambda - 3\nu}{3 + 4\nu^2\lambda - 4\nu}\right)^2, \quad (8)$$

яку має конструкції і уламки, що спільно рухаються з нею, відразу після удару, до кінетичної енергії

$$E_0 = \frac{1}{2}abm_1v_0^2 = abm_1gH, \quad (9)$$

яку мали падаючі уламки безпосередньо перед ударом. Енергія E_0-E_1 витрачена на приведення конструкції, що ударяється, в рух.

3. Рух після удару

Диференціальне рівняння руху отримаємо, скориставшись принципом віртуальних переміщень

$$\sum_i \delta A_i = 0, \quad (10)$$

в якому для динамічної поведінки значення віртуальної роботи крім роботи всіх активних сил включена і робота сил інерції на віртуальних переміщеннях. Цю роботу обчислимо задавши центральній лінії можливе переміщення δz.

Спочатку розглянемо трапецієподібний диск BCFE, вертикальний розріз якого показаний на рис. 3.а. Кінець, що відповідає центру плити, рухається із прискоренням $\ddot{Z}_0$. Прискорення точки на відстані ξ від краю BC дорівнює $\ddot{w}(\xi) = 2\ddot{Z}_0\xi/b$. Розташована на цій відстані елементарна смужка $d\xi$ має площу

$$S(\xi) = L_1(\xi)d\xi = a(1-4\nu\xi/b)d\xi, \quad (11)$$

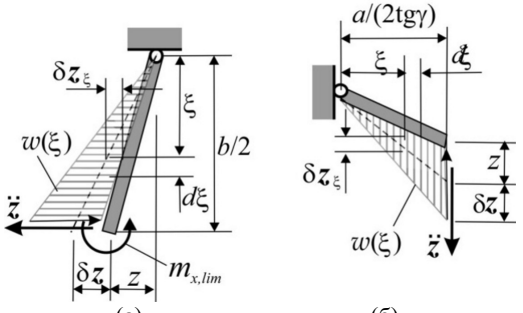
а діюча на неї інерційна сила

$$f_{in} = -\ddot{w}(\xi)(m_1 + m_0)S(\xi) = -2\ddot{Z}_0\xi\lambda a(m_1 + m_0)(1-4\nu\xi/b)d\xi. \quad (12)$$

Можливе переміщення точки з координатою ξ

$$\delta z_\xi = \delta z \frac{2}{b}\xi, \qquad (13)$$

отже, робота сил інерції, що діють на трапецієподібний елемент, на можливому переміщенні δz



(а) (б)

Рис. 3

$$\delta A'_{in} = -\int_0^{b/2} \delta z_\xi(\xi)\cdot f_m(\xi)\,d\xi = -\delta z\cdot \ddot{Z}_0 \frac{b^2\lambda(m_1+m_0)}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{\nu}{2}\right). \qquad (14)$$

Так само обчислюється робота сил інерції для трикутного елемента ABE, розріз якого показано на рис. 3.*б*. Для цього диска:

$$\delta A''_{in} = -\delta z\cdot \ddot{Z}_0 \frac{(m_1+m_0)\lambda b^2\nu}{4}. \qquad (15)$$

Сумарна робота сил інерції для всієї плити

$$\delta A_{in} = 2\left(\delta A'_{in}+\delta A''_{in}\right) = -\delta z\cdot \ddot{Z}_0 ab\frac{(m_1+m_0)}{3}. \qquad (16)$$

Сумарна робота моментів у пластичних шарнірах визначається таким же способом, як і при вирішенні статичних завдань граничного рівноваги, Вона дорівнює [21]

$$\delta A_m = -\delta z\cdot 6m^+_{x,\lim}\left[(1+\mu_x)+\frac{k}{\nu\lambda^2 k}(1+\mu_y)\right]. \qquad (17)$$

Підставивши вирази для робіт у рівняння (10), отримаємо диференціальне рівняння руху

$$\ddot{Z}_0\frac{M}{3} = -6m^+_{x,\lim}\left[(1+\mu_x)+\frac{k}{\nu\lambda^2 k}(1+\mu_y)\right]=0, \qquad (18)$$

де загальна маса призначена як $M = ab(m_1+m_0)$.

Диференціальне рівняння (18) слід інтегрувати з початковими умовами [22]

$$Z_0(0)=0, \quad \dot{Z}_0(0)=v_1. \qquad (19)$$

В результаті отримаємо швидкість

$$\dot{Z}_0 = v_1 - \frac{18m^+_{x,\lim}}{M}\left[(1+\mu_x)+\frac{k}{\nu\lambda^2 k}(1+\mu_y)\right]t \qquad (20)$$

і переміщення

$$Z_0 = \nu_1 t - \frac{18 m^+_{x,\lim}}{M}\left[\left(1+\mu_x\right)+\frac{k}{\nu\lambda^2 k}\left(1+\mu_y\right)\right]t^2. \qquad (21)$$

Момент часу $t_{\max}$, коли досягається максимальне недружнє переміщення $Z_{pl} = Z_0\left(t_{\max}\right)$, визначається з умови $\dot{Z}_0\left(t_{\max}\right) = 0$.

Висновок про міцність плити виконується шляхом порівняння кутів повороту в пластичних шарнірах з їх припустимими значеннями, що наведені у нормативних документах [23-25]. Кути повороту, зважаючи на їх малість, вважаються рівними їх тангенсам. На довгому краю плити $\psi_1/2 = 2Z_{pl}/b$, а в горизонтальному шарнірі кут повороту (максимальний) $\psi_1 = 4Z_{pl}/b.$

Оскільки пластичні шарніри, що йдуть з кутів плити, розташовані під кутом до арматури, слід перевіряти відповідні кути $\psi_{2,x} = 2Z_{pl}/b$, $\psi_{2,y} = Z_{pl}/(\nu a)$.

4. Ілюстративний приклад

Процедуру розрахунку продемонструємо на прикладі залізобетонної плити перекриття, схематизованої як жорстко защемлена за контуром. Її розміри: a=6 м, b=4 м, товщина h=0.25 м. Маса одиниці площі m_0=525 кг/м^2. Погонні граничні моменти $m^+_{x,\lim}, m^+_{y,\lim}$, у яких утворюються шарніри пластичності у прольоті, і $m^-_{x,\lim}, m^-_{y,\lim}$, що утворюються на контурі, однакові й дорівнюють $0{,}12\cdot10^6$ Нм/м. На плиту діє удар уламків, що падають з висоти H=2,5 м, маса одиниці площі яких m_1 також дорівнює 525 кг/м^2.

Шарніри пластичності утворюються як у прольоті, так і на опорах. Характеристика їх нахилу визначається за формулою (1) і залежить від наступних параметрів $\lambda = 6/4 = 1{,}5$, $k = 1$, $\mu_x = 1$, $\mu_y = 1$, $\beta = 1$ і дорівнює

$$\nu = \frac{k\beta}{\lambda^2}\left(\sqrt{1+\frac{3\lambda^2}{k\beta}}-1\right) = \frac{1\cdot1}{1{,}5^2}\left(\sqrt{1+\frac{3\cdot1{,}5^2}{1\cdot1}}-1\right) = 0{,}397\,.$$

Швидкість уламків в момент удару

$$\nu_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2\cdot9{,}81\cdot{,}6} = 7{,}67\ \text{м/с}.$$

Початкова швидкість руху пошкодженої плити та уламкова

$$\nu_1 = \nu_0\frac{m_1}{m_1+m_0}\cdot\frac{2+\nu^2\lambda-3\nu}{3+4\nu^2\lambda-4\nu} =$$

$$= 7{,}67\frac{525}{525+525}\cdot\frac{2+0{,}397^2\cdot1{,}5-3\cdot0{,}397}{3+4\cdot0{,}397^2\cdot1{,}5-4\cdot0{,}397} = 7{,}67\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1{,}045}{2{,}358} = 1{,}70\ \text{м/с}.$$

Знайдемо час зупинки руху $t_{\max}$ з умови $\dot{Z}_0(t_{\max})=0$, обчисливши попередньо наведену масу

$$\frac{M}{3}=\frac{(m_1+m_0)ab}{3}=\frac{(525+525)6\cdot 4}{3}=8400 \text{ кг}$$

и силу недружнього опору

$$R=m^{+}_{x,\lim}\left[(1+\mu_x)+\frac{k}{\nu\lambda^2 k}(1+\mu_y)\right]=$$

$$=0,12\cdot 10^6\left[(1+1)+\frac{1}{0,397\cdot 1,5^2\cdot 1}(1+1)\right]=508682 \text{ Н}.$$

Тоді

$$t_{\max}=\frac{\nu_1\cdot M/3}{R}=\frac{1,7\cdot 8400\cdot 9,81}{508682}=0,275 \text{ с},$$

і максимальне переміщення

$$Z_{pl}=\nu_1 t_{\max}-\frac{3R}{M}t^2_{\max}=1,7\cdot 0,028-\frac{508682}{8400\cdot 9,81}0,028^2=0,043 \text{ м}.$$

Максимальний кут повороту у пластичному шарніру, що відповідає цьому переміщенню дорівнює

$$\psi_1=4Z_{pl}/b==4\cdot 0,043/4,0=0,043 \text{ рад}.$$

Величина кутів повороту в пластичному шарнірі, що припускається, наприклад, нормами [23], визначається як

$$\psi_{\max}=0,035+\frac{0,003}{\xi^d},$$

де $\xi^d=\mu R^d_s/R^d_b$ – відносна висота стиснутої зони бетону, R^d_s і R^d_b - значення динамічного опору арматури і бетону відповідно, μ - відсоток армування.

У даному випадку $R^d_s=500$ МПа, R^d_b=30 МПа, $\mu=0,02$, що дає ξ^d =0,34 і $\psi_{\max}=0,044>\psi_1$. отже плита витримує удар падаючих уламків.

5. Висновки

Запропонована методика визначає досить реалістичний підхід до розрахунку несучої здатності залізобетонної плити міжповерхового перекриття, яке може одержати удар падаючих уламків зруйнованого перекриття, що належало розташованому вище поверху.

Всі викладки були одержані для прямокутної залізобетонної плити, що жорстко чи шарнірно обперта по контуру. Але нема ніяких принципових перешкод для узагальнення методики на випадок інших форм плити чи інших граничних умов. Слід тільки зауважити, що у разі безбалкових перекриттів необхідно передбачити додаткову перевірку на продавлювання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Hao Wang, Anqi Zhang, Yi Li, Weiming Yan (2014) A Review on Progressive Collapse of Building Structures. The Open Civil Engineering Journal 8(1):183-192. DOI:10.2174/1874149501408010183
2. Kavya G.R., Shivaraju G.D.(2019) Review on Progressive Collapse of Building Structure. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT) http://www.ijert.org ISSN: 2278-0181.
3. Silpa G,, Sreevalli I. (2021). A Review on Progressive Collapse of Reinforced Concrete Flat Slab Structures. Civil Engineering Infrastructures Journal, 54(1), 181-194. doi: 10.22059/ceij.2020.291570.1624
4. General Services Administration (2003), Progressive Collapse Analysis and Design Guidelines for New Federal Office Buildings and Major Modernization Projects, Washington, DC, USA.
5. Office of the Deputy Prime Minister (2004), The Building Regulations 2000, Part A, Schedule 1: A3, Disproportionate Collapse, London, UK.
6. American society of civil engineers (2005). Minimum design loads for buildings and other structures. SEI/ASCE 7-05. Reston (VA, USA).
7. Department of defense (2005). Unified facilities criteria, Design of buildings to resist progressive collapse, UFC 4-023-03, USA.
8. Strarossek U (2007) Typology of progressive collapse. Engineering Structures 29(9): 2302-2307. doi:10.1016/j.engstruct.2006.11.025.
9. Bazant Z.P., Zhou Y (2002) Why did the World Trade Center collapse? Simple analysis. Journal of Engineering Mechanics 128(1): 2-6.
10. Vlassis A.G., Izzuddin B.A., Elghazouli A.Y., Nethercot D.A (2009) Progressive collapse of multi-storey buildings due to failed floor impact. Engineering Structures, 2009 31(7): 1522-1534. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.02.009.
11. Ardian Yolanda A., Djauhari Z., Ridwan , and Yuniarto E (2019) Progressive collapse of regular and irregular reinforced concrete moment frame // MATEC Web of Conferences 276, 0 (2019) https://doi.org/10.1051/matecconf /201927601035 ICAnCEE 2018.
12. Lalkovski N., Starossek U. (2013). Pancake-Type Collapse. Energy Absorption Mechanisms and their Influence on the Final Outcome 1;284-295. doi: 10.1061/9780784412848.026/
13. Szyniszewski S., Krauthammer T. (2012). Energy flow in progressive collapse of steelframed buildings. Engineering Structures 42(1):142–153.
14. Wilkes J., Krauthammer T (2019) An energy flow approach for progressive collapse assessment. Engineering Structures 190(1): 333-344.
15. Lalkovski N., Starossek U (2014) Pancake-type collapse-preventing downward progression. Nature and People. 102:1642-1649. doi: 10.2749/222137814814068148.
16. Kaewkulchai G, Williamson E.B (2006) Modeling the impact of failed members for progressive collapse analysis of frame structures. Journal of Performance of Constructed Facilities 20(4):375–383.
17. Kaewkulchai G, Williamson E.B (2004) Beam element formulation and solution procedure for dynamic progressive collapse analysis. Computers and Structures 82(7–8):639–651.
18. Talaat M., Mosalam K.M(2009) Modeling progressive collapse in reinforced concrete buildings using direct element removal. Earthquake Engineering and Structural Dynfmics. 38:609–634 DOI: 10.1002/eqe.898.
19. Барабаш М.С (2016) Моделирование запроектных воздействий при исследовании жизненного цикла зданий и сооружений. International Journal for Computational Civil and Structural 12:. 15-25. https://doi.org/10.22337/1524-5845-2016-12-3-15-25
20. Травуш В.И., Шапиро Г.И., Колчунов В.И., Леонтьев Е.В., Федорова Н.В (2019) Проектирование защиты крупнопанельных зданий от прогрессирующего обрушения. Жилищное строительство. 3: 40–46. DOI: https://doi.org/10.31659/0044-4472-2019-3-40-46.
21. Под ред Варвака П.М и, Рябова А.Ф. (1971) Справочник по теории упругости (для инженеров-строителкй). Будівельник Киев
22. Пановко Я.Г. (1977) Введение в теорию механического удара. М.: Наука.
23. Держкоммістобудування України (1998) Захисні споруди цивільної оборони. ДБН В 2.2.5-97. КиЇв.

REFERENCES

1. Hao Wang, Anqi Zhang, Yi Li, Weiming Yan (2014) A Review on Progressive Collapse of Building Structures. The Open Civil Engineering Journal 8(1):183-192. DOI:10.2174/1874149501408010183
2. Kavya G.R., Shivaraju G.D.(2019) Review on Progressive Collapse of Building Structure. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT) http://www.ijert.org ISSN: 2278-0181
3. Silpa G., Sreevalli I. (2021). A Review on Progressive Collapse of Reinforced Concrete Flat Slab Structures. Civil Engineering Infrastructures Journal, 54(1), 181-194. doi: 10.22059/ceij.2020.291570.1624
4. General Services Administration (2003), Progressive Collapse Analysis and Design Guidelines for New Federal Office Buildings and Major Modernization Projects, Washington, DC, USA
5. Office of the Deputy Prime Minister (2004), The Building Regulations 2000, Part A, Schedule 1: A3, Disproportionate Collapse, London, UK.
6. American society of civil engineers (2005). Minimum design loads for buildings and other structures. SEI/ASCE 7-05. Reston (VA, USA).
7. Department of defense (2005). Unified facilities criteria, Design of buildings to resist progressive collapse, UFC 4-023-03, USA.
8. Strarossek U (2007) Typology of progressive collapse. Engineering Structures 29(9): 2302-2307. doi:10.1016/j.engstruct.2006.11.025.
9. Bazant Z.P., Zhou Y. (2002) Why did the World Trade Center collapse? Simple analysis. Journal of Engineering Mechanics 128(1): 2-6.
10. Vlassis A.G., Izzuddin B.A., Elghazouli A.Y., Nethercot D.A. (2009) Progressive collapse of multi-storey buildings due to failed floor impact. Engineering Structures, 2009 31(7): 1522-1534. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.02.009 .
11. Ardian Yolanda A., Djauhari Z., Ridwan , and Yuniarto E (2019) Progressive collapse of regular and irregular reinforced concrete moment frame // MATEC Web of Conferences 276, 0 (2019) https://doi.org/10.1051/matecconf /201927601035 ICAnCEE 2018.
12. Lalkovski N., Starossek U. (2013). Pancake-Type Collapse. Energy Absorption Mechanisms and their Influence on the Final Outcome 1;284-295. doi: 10.1061/9780784412848.026/
13. Szyniszewski S., Krauthammer T. (2012). Energy flow in progressive collapse of steelframed buildings. Engineering Structures 42(1):142–153.
14. Wilkes J., Krauthammer T. (2019). An energy flow approach for progressive collapse assessment. Engineering Structures 190(1): 333-344.
15. Lalkovski N., Starossek U. (2014) Pancake-type collapse-preventing downward progression. Nature and People. 102:1642-1649. doi: 10.2749/222137814814068148.
16. Kaewkulchai G, Williamson E.B. (2006) Modeling the impact of failed members for progressive collapse analysis of frame structures. Journal of Performance of Constructed Facilities 20(4):375–383.
17. Kaewkulchai G, Williamson E.B. (2004) Beam element formulation and solution procedure for dynamic progressive collapse analysis. Computers and Structures 82(7–8):639–651.
18. Talaat M., Mosalam K.M. (2009) Modeling progressive collapse in reinforced concrete buildings using direct element removal. Earthquake Engineering and Structural Dynfmics. 38:609–634 DOI: 10.1002/eqe.898.
19. Barabash M.S. (2016) Modeling of beyond design impacts in the study of the life cycle of buildings and structures. International Journal for Computational Civil and Structural 12:. 15-25. https://doi.org/10.22337/1524-5845-2016-12-3-15-25 (in Russian).
20. Travush V.I., Shapiro G.I., Kolchunov V.I., Leontiev E.V., Fedorova N.V. (2019) Design of protection of large-panel buildings from progressive collapse. housing construction. 3: 40–46. DOI: https://doi.org/10.31659/0044-4472-2019-3-40-46. (in Russian).
21. Under the editorship of Varvak P.M., Ryabov A.F. (1971) Handbook of the Theory of Elasticity (for Structural Engineers). Budivelnik Kyiv (in Russian).
22. Panovko Ya.G. (1977) Introduction to the theory of mechanical shock. M.: Science. (in Russian)
23. State Committee for Construction of Ukraine (1998) Civil defense protective structures. DBN B 2.2.5-97. Kyiv (in Ukrainian).

Стаття надійшла 14.12.2022

Перельмутер А.В.

УДАР ПАДАЮЧИХ УЛАМКІВ ПО ЗАЛІЗОБЕТОННІЙ ПЛИТІ

Робота присвячена аналізу одного з можливих граничних станів, для котрого сценарієм є обвалення перекриття над віддаленою колоною, внаслідок чого виникає загальне обвалення типу «шаровий пиріг» (pancake-type collapse). Пропонується наближена методика оцінки прогресуючого обвалення залізобетонної плити перекриття багатоповерхового будинку, що отримає удар падаючих уламків конструкцій, які вийшли зі строю. У підгунті методики лежить динамічний аналіз спрощеної модулі руху, форма котрого приймається подібною до такої, що використовується в теорії граничної рівноваги. Припускається, що пружна робота плити мало впливає на кінцеве значення деформації, котрі виникають у влиті у формі лінійних пластичних шарнірів. Частка кінетичної енергії падаючих уламків передається плиті, яка отримує удар, знаходиться теоретично як у класичному випадку повність пластичного удару. Одержане диференційне рівняння руху інтегрується у замкненій формі Використання методики, що пропонується, демонструється за допомогою ілюстритивного прикладу.

Ключові слова: прогресуюче обвалення, удар падаючим тілом, залізобетонна плита, гранична рівновага.

Perelmuter A.V.

IMPACT OF FALLING DEBRIS ON A REINFORCED CONCRETE SLAB

The work is devoted to the analysis of one of the possible limit states, for which the scenario is the collapse of the floor over a remote column, as a result of which a general collapse of the rancake-type collapse occurs. An approximate method of assessing the progressive collapse of a reinforced concrete floor slab of a multi-story building, which will receive an impact from falling fragments of failed structures, is proposed. The technique's underpinning is the dynamic analysis of a simplified module of motion, the form of which is assumed to be similar to that used in the theory of limit equilibrium. It is assumed that the elastic work of the plate has little effect on the final value of the deformation that occurs in the casting in the form of linear plastic hinges. Part of the kinetic energy of the falling debris is transferred to the plate that receives the impact, it is theoretically as in the classical case the completeness of the plastic impact. The resulting differential equation of motion is integrated in a closed form. The use of the proposed technique is demonstrated with the help of an illustrative example.

Key words: progressive collapse, impact by a falling body, reinforced concrete slab, limit equilibrium.

УДК 624.046.2

Перельмутер А.В. **Удар падаючих уламків по залізобетонній плиті** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 110. – С. 36-46.

Робота присвячена аналізу одного з можливих граничних станів, для котрого сценарієм є обвалення перекриття над віддаленою колоною, внаслідок чого виникає загальне обвалення типу «шарів пиріг» (pancake-type collapse). Пропонується наближена методика оцінки прогресуючого обвалення залізобетонної плити перекриття багатоповерхового будинку, що отримає удар падаючих уламків конструкцій, які вийшли зі строю.

Іл. 3. Бібліогр. 23 назв.

UDC 624.046.2

Perelmuter A. **Impact of falling debris on reinforced concrete slab** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 110. – P. 36-46.

The work is devoted to the analysis of one of the possible limit states, for which the scenario is the collapse of the floor over a remote column, as a result of which a general collapse of the rancake-type collapse occurs. An approximate method of assessing the progressive collapse of a reinforced concrete floor slab of a multi-story building, which will receive an impact from falling fragments of failed structures, is proposed.

Fig. 3. Ref. 23.

Автор: *доктор технічних наук, головний науковий співробітник НВО SCAD Soft Перельмутер Анатолій Вікторович*
Адреса: *03037, Україна, м. Київ, вул Освіти, 3а, Науково-виробниче об'єднання з обмеженою відповідальністю SCAD Soft*
Мобільний тел..: *+38 (050) 382-16-25*
E-mail: AnatolyPerelmuter@gmail.com
ORCID ID: https//orcid.org/0000-0001-9537-2728

УДК 624.131.7

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ ЗСУВНИХ ПРОЦЕСІВ В МАЛОЗВ'ЯЗНИХ ПЛАСТИЧНИХ ҐРУНТАХ

І.І. Солодей,
д-р техн. наук, професор

Е.Ю. Петренко,
канд. техн. наук, доцент

В.М. Павленко,
аспірант

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.47-62

В роботі розглянуті аспекти моделювання зсувних процесів в ґрунтах. Наведено основні співвідношення математичної моделі пружно-пластичного деформування ґрунтового масиву. Виконано вибір методу моделювання із зазначенням певних особливостей його реалізації.

Ключові слова: зсуви, моделювання схилів, дилатансія, коефіцієнт стійкості, методи розрахунку схилів, МСЕ.

Вступ. Проблема стійкості будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях є предметом наукових досліджень вже довгий час, але не дивлячись на це потребує як подальших теоретичних досліджень, так і розробки та вдосконалення чисельних підходів до вирішення даного питання. В умовах значної урбанізації і освоєння земель зі складними інженерно-геологічними умовами особливо гостро постає питання розробки комплексних підходів до вирішення такого роду задач. Одним зі способів вирішення даної проблеми є залучення до розв'язку сучасних чисельних методів, які дають змогу проводити розрахунки з використанням моделей, що більш точно описують суть явищ, які виникають в ґрунтовому масиві схилу.

Питання забезпечення стійкості будівель і споруд на зсувних і зсувонебезпечних територіях потребує не лише врахування поточних умов майданчика, а і прогнозування найбільш несприятливих умов, які можуть виникати на даній ділянці з плином часу, а саме протягом усього терміну експлуатації будівлі чи споруди. Розв'язок такого роду задач не можливий без залучення складних комплексних моделей, які можуть включати певну кількість підмоделей для опису явищ, що протікають в ґрунтовому масиві під дією природних і техногенних впливів. Модель в такому випадку може включати взаємопов'язані підмоделі таких фізичних явищ як: нелінійна деформація ґрунтового середовища, поверхневий змив і ерозія ґрунту на схилі, фільтрація ґрунтових вод, сейсмічні явища і так далі. Реалізація такого підходу можлива завдяки сучасним чисельним методам, зокрема методу скінчених елементів (МСЕ).

© Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М.

Складність інженерно-геологічних умов і значна кількість факторів, що можуть призводити до появи або активізації зсувних процесів значно ускладнює процес їх моделювання за допомогою МСЕ. В раніше опублікованій статті [23] особливу увагу приділено саме класифікації зсувів і розгляду причин їх виникнення.

1. Нормативні методи розрахунку схилів. Використання зсувних і зсувонебезпечних територій досить часто пов'язанні з вирішенням складних інженерних задач. Основні задачі що виникають при визначенні стійкості схилів мають такі постановки[33]:

-визначення коефіцієнту стійкості схилу,

-побудова та визначення розмірів поверхні ковзання,

-визначення коефіцієнту стійкості і поверхні ковзання,

-побудова епюри зсувного тиску.

Широке коло задач які необхідно вирішувати і ще більша різноманітність інженерно-геологічних умов ділянок схилів значно ускладнює вибір конкретного методу розрахунку стійкості схилу для усіх можливих варіантів. В нормативній літературі містяться вимоги і рекомендації щодо розрахунків стійкості схилів, але методи чітко не регламентовані.

Згідно ДБН В.1.1-46:2017 [33] метод розрахунку стійкості схилів слід вибирати в залежності від інженерно-геологічних умов ділянок схилів і типу зсувних деформацій. При цьому виділяється що найбільш апробованими в геотехнічній практиці є такі групи методів:

- методи граничної рівноваги (диференціальні методи);

- методи оцінювання НДС методом скінчених елементів(інтегральні методи);

- комбіновані методи.

Кожна з цих груп методів має певні обмеження.Для прикладу метод круглоциліндричних поверхонь, який дуже широко висвітлений в літературі різних авторів і давно використовується в інженерних розрахунках для визначення коефіцієнту стійкості схилів, також має певні обмеження. Фактично метод круглоциліндричних поверхонь (в літературі зустрічається декілька назв цього методу) в нас також відомий під назвою методу моментів,що є одним з найбільш простих для визначення коефіцієнту стійкості схилу.

Метод моментів базується на припущенні, що зсув ґрунту може відбуватися тільки в результаті обертання масиву ґрунту навколо центру *O*. Відповідно до даного методу коефіцієнт стійкості схилу визначається як відношенняутримуючого моменту, який протидіє руху ґрунтового масиву, дообертального моменту, який і призводить до руху:

$$k_{st} = \frac{M'_{утр}}{M_{об}}.$$

Досить часто даний метод ускладнюєтьсяна практиці певною невизначеністю положення центру обертання *O*, і часто потребує

проведення серії розрахунків для визначення найбільш несприятливого положення поверхні ковзання.

Всі методи розрахунку стійкості схилів при побудовах розрахункових моделей користуються певними припущеннями, основна мета яких спростити інженерні розрахунки зі збереженням певної точності. Так, більшість методів ґрунтуються на лінійній постановці задачі. Оскільки ґрунти є анізотропним матеріалом який складається з кількох компонентів, вирішення такого роду задач в нелінійній постановці може призводити до значної різниці в результатах розрахунків і підвищенні їх точності. Саме тому важливою є розробка методів з урахуванням нелінійної поведінки ґрунтів.

2. Основні співвідношення математичної моделі пружно-пластичного деформування схилів. Важливим аспектом при моделюванні зсувних процесів в пластичних ґрунтах є врахування нелінійної деформації ґрунтового середовища.

Ґрунтова основа являє собою нелінійне дисперсне середовище, приріст деформації якого в рамках дилатансійної моделі складатиметься з двох складових:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p , \tag{1}$$

де позначення $d\varepsilon^e , d\varepsilon^p$ вказують відповідно на пружну і пластичну складову приросту деформацій, що відображається верхніми індексами.

В такому випадку приріст напружень $d\sigma$ буде пов'язаним з приростом деформацій $d\varepsilon^e$ наступним співвідношенням:

$$d\sigma = Cd\varepsilon^e , \tag{2}$$

де C - тензор пружних констант, компоненти якого визначаються за формулою:

$$C^{ijkl} = \frac{E}{1+\nu}\left[\frac{\nu}{1-\nu}q^{ij}q^{kl} + 0{,}5\left(q^{ik}q^{jl} + q^{il}q^{jk}\right)\right], \tag{3}$$

де E - модуль пружного середовища, ν - коефіцієнт Пуассона, q^{ij} - компоненти метричного тензора.

В свою чергу приріст пластичних деформацій $d\varepsilon^p$ визначають використовуючи неасоційований закон пластичної течії:

$$d\varepsilon^p = d\lambda\frac{\partial F}{\partial \sigma}, \tag{4}$$

де F – функція пластичного потенціалу, $d\lambda$ - малий скалярний множник, визначаючий абсолютну величину $d\varepsilon^p$.

Отже з (3) слідує, що функція пластичного потенціалу визначає лише напрямок вектору, відповідного тензору $d\varepsilon^p$, в просторі головних деформацій, тож для F достатньо прийняти умову, що визначає необхідну орієнтацію $d\varepsilon^p$ замість конкретного виразу. В дилатансійній теорії для цього використовується співвідношення:

$$d\underset{ш}{\varepsilon}^{p}=\lambda(x)d\gamma^{p}, \tag{5}$$

де $d\gamma^{p}$ і $d\underset{ш}{\varepsilon}^{p}$ - відповідно другий інваріант девіатора і перший інваріант тензора приросту пластичних деформацій $d\varepsilon^{p}$, λ - коефіцієнт(швидкість) дилатансії, x - параметр зміцнювання.

В якості критерію граничного стану використовується модифікована умова Мізеса-Шлейхера-Боткіна:

$$f=T+\underset{m}{\sigma}\tan\psi-\tau_s \quad \text{при} \quad \underset{m}{\sigma}\le p_o, \quad f=T+p_o\tan\psi-\tau_s \quad \text{при} \quad \underset{m}{\sigma}>p_o, \tag{6}$$

де $\underset{m}{\sigma}$ середній (гідростатичний) тиск:

$$\underset{m}{\sigma}=\frac{1}{3}\sigma^{ij}q_{ij}, \tag{7}$$

T – інтенсивність дотичних напружень (другий інваріант девіатора напружень)

$$T=\sqrt{\frac{1}{2}S^{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij}=\sigma_{ij}-\frac{1}{3}\underset{m}{\sigma}q_{ij}, \tag{8}$$

ψ - кут тертя на октаедричному майданчику, $H=\dfrac{\tau_s}{\tan\psi}$ - граничний опір всебічному розтягу, p_o - параметр ґрунтового середовища. Умові (6) в просторі головних напружень відповідає комбінована гранична поверхня, яка представляє собою поєднання конуса і циліндра (рис. 1).

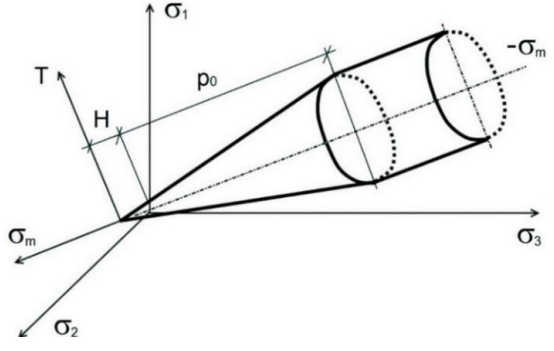


Рис. 1. Поверхня навантаження. Загальний вигляд в просторі головних напружень

Умова (6) пояснюється тим, що при наявності великого всебічного обтискання ґрунти набувають поведінки подібної до суцільного тіла, через що навіть при значних зсувних деформаціях не вдається досягнути розрихлення, тобто дилатансія не проявляється, а зсувне навантаження не залежать від рівня обтискання. Такому випадку відповідає умова пластичної стисливості ґрунту $\left(d\underset{ш}{\varepsilon}^{p}=0\right)$ і незалежного граничного

зсувного навантаження від рівня всебічного тиску (циліндрична частина модифікованої умови (6)). Величина параметру p_o переходу конічної частини (6) в циліндричну прийнята рівною $p_o = -2{,}0$ мПа у відповідності з експериментальними даними Сідорова і Сіпідіна [22].

Модифікований критерій (6) характеризується ще однією особливістю. Умова Мізеса-Шлейхера-Боткіна в ньому узгоджена з умовою Кулона-Мора таким чином, що для будь-яких видів напруженого стану розбіжність (по граничному значенню *T*) буде мінімальною. Окрім цього, отримані вирази τ_s і $\tan\psi$ як функції від нормованих параметрів:зчеплення - *c* і кута внутрішнього тертя - φ .

$$\tau_s = \frac{6\sqrt{3}C\cos\varphi}{9-\sin^2\varphi},\ \tan\psi = \frac{6\sqrt{3}\sin\varphi}{9-\sin^2\varphi}. \tag{9}$$

Більш детально методика отримання (9) описана в роботі [3].

Співвідношення (5) приводить до пластичного потенціалу $dF/d\sigma^{ij}$,даний вираз аналогічний до того, що отримується прямим диференціюванням функції пластичного потенціалу запропонованого А. К. Бугровим [4] у наступному вигляді:

$$F = T + \underset{m}{\sigma}\lambda(x) + const. \tag{10}$$

На необхідність прийняття потенціалу в вигляді (10) вказував ще А.С. Строганов [24], але його побудови виконувалися в рамках деформаційної теорії пластичності ґрунту. Він підкреслював [24], що дійсне значення коефіцієнта дилатансії λ завжди менше значення $\tan\psi$, тобто умова $\lambda = \tan\psi$ не виконується.

Аналогічний вигляд поверхні запропоновано авторами роботи [26], в які розглядали відмінності між функцією текучості f_i пластичним потенціалом *F*лише в значеннях кута нахилу до осі $\underset{m}{\sigma}$ їх меридіональних перерізів площиною $\left(\underset{m}{\sigma}, T\right)$.

У роботі П. Вермера і Р. де Борста [30] функцію (10) пропонується використовувати в якості пластичного потенціалу, при цьому в якості середовища, що описується, вони розглядали горні породи і бетон, а не лише ґрунт.

В.Н. Ніколаєвський[12] продемонстрував, що характер функції пластичного потенціалу, щовідповідає дилатансійній моделі, залежить від знаку коефіцієнту дилатансії λ і представляється виразом:

$$F = T^2 - \lambda\tan\psi\left(\underset{m}{\sigma} + H\right)^2. \tag{11}$$

При λ <0 поверхня, що відповідає функції *F*, має вигляд дуги еліпса, при λ =0 – відрізку прямої, при λ >0 – дуги гіперболи.

В.Н. Ніколаєвський в своїх роботахв співвідношеннях $\lambda = \lambda(x)$ в якості параметра зміцнення використовує об'ємну пластичну деформацію [15] і щільність [14]. Для визначення коефіцієнта дилатансії в праці [14] пропонується наступна формула:

$$\lambda = -\sqrt{1-(\rho/\rho^{кр})^2} \text{ при } \rho < \rho^{кр}, \quad \lambda = \sqrt{1-(\rho/\rho^{кр})^2} \text{ при } \rho > \rho^{кр}, \quad (12)$$

де ρ - поточна щільність, $\rho^{кр}$ - критична щільність при даному гідростатичному тиску $\rho^{кр} = \rho^{кр}\left(\underset{m}{\sigma}\right)$. Кут внутрішнього тертя також змінний і визначається за формулою:

$$\varphi = \varphi_0 + \arcsin\lambda, \quad (13)$$

де φ_0 - кут внутрішнього тертя ґрунту при досягненні в ньому критичної щільності.

На основі обробки експериментальних даних Роу в роботі [15] запропоновані для визначення коефіцієнту дилатансії і кута внутрішнього тертя запропоновані наступні формули:

$$\lambda = \cos\varphi - \sqrt{1+2\cos\varphi_0\left(\sin\varphi_0 - \sin\varphi\right) - \sin\varphi\sin\varphi_0}, \quad (14)$$

$$\sin\varphi = \sin\varphi_н + \left(\sin\varphi_o - \sin\varphi_н\right)\frac{e^p}{e^p_{кр}}, \quad (15)$$

де $\varphi_н$ - початковий кут внутрішнього тертя, e^p і $e^p_{кр}$ - значення відповідно поточної і критичної об'ємної пластичної деформації.

Змінна величина кута внутрішнього тертя φ визначає характер зміцнення дилатансійної пружно-пластичної моделі, при цьому поверхні навантажень являють собою сімейство прямих ліній на площині $\left(\underset{m}{\sigma}, T\right)$ (рис. 2).

В статті З. Мруза і Ч. Шиманського [11] були запропоновані ще дві формули для обчислення коефіцієнту дилатансії, які автори називають функцією швидкості зміни об'єму:

$$\lambda = \alpha\left((\rho/\rho^{кр}) - 1\right)^n, \quad (16)$$

де α - константа, n – непарне ціле число, а також:

$$\lambda = \alpha\sin\left((\rho/\rho^{кр}) - 1\right). \quad (17)$$

В формулах (16) і (17) в якості параметра зміцнення прийнята щільність ρ, при цьому обидві формулизадовольняють наступні умови, так само як і формула (12), які отримуються безпосередньо з вихідних передумов моделі:

$$\lambda > 0 \text{ при } \rho > \rho^{кр}, \quad \lambda < 0 \text{ при } \rho < \rho^{кр}, \quad \lambda = 0 \text{ при } \rho = \rho^{кр}. \quad (18)$$

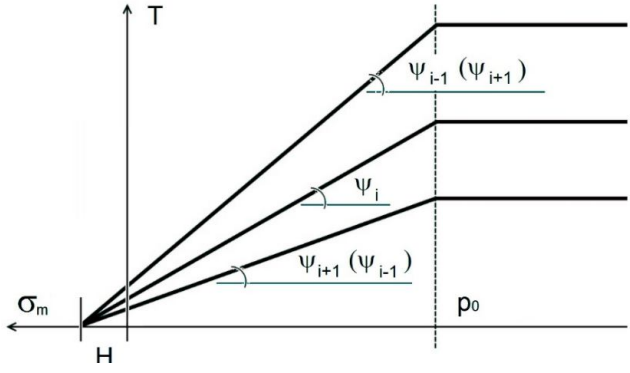


Рис. 2. Поверхні навантажень. Меридіональні перерізи

В виразах (13) і (15) для кута (коефіцієнта) внутрішнього тертя містяться два складника, при цьому один із них стає рівним нулю при досягненні ґрунтом критичної щільності (пористості). Ще в далекому 1950 р. А. Скемптоном і А. Бішопом [27] відмічалася необхідність поділу міцності піщаного ґрунту. Вони запропонували окремо розглядати міцність, що обумовлена тертям і таку, що обумовлена дилатансією. В 1958 р. поняття кута делатансії ввів Б. Хансен. На змінному характері кута внутрішнього тертя наголошували К. Роско [17] і А. Бішоп [1]. В.Н. Широков також використовував розподіл міцності на два складника в виразі функції текучості.

В такому випадку з двох складників кута внутрішнього тертя один являється змінною величиною (а саме кут дилатансії), що прямує до нуля при критичній щільності, в той час як інша постійна величина в широкому діапазоні тисків і є незалежною від початкової щільності.

В роботі [25] В.Н. Широков врахував той факт, що коефіцієнт дилатансії також залежить від форми частинок ґрунту і характеру їх укладання, а не лише від співвідношення між початковою і критичною щільностями. Він ввів початковий коефіцієнт дилатансії в число вихідних параметрів моделі, визначення якого відбувається експериментально у відповідності до даних стабілометричних випробувань. За В.Н. Широковим $\lambda = \lambda(\lambda_o, X)$, може бути використано при побудові співвідношень для коефіцієнта дилатансії (12, 14, 16, 17) на основі експериментальних досліджень ґрунтових матеріалів, що не суперечить прийнятій дилатансійній моделі.

При викладенні поняття критичної щільності було вказано на необхідність врахування її залежності від рівня гідростатичного тиску. При малих тисках суттєвої зміни критичної щільності не відбувається, проте при досягненні σ_m порядку 1.0-2.0 МПа вона може значно збільшуватися, а при $\sigma_m > 2.0$ МПа досягтидилатансійногорозрихлення

майже не вдається. Для опису даного явища в [2] введена залежність критичної щільності від гідростатичного тиску в вигляді:

$$\rho_{кр} = \rho_{кр}^{o}, \text{при } \underset{m}{\sigma} > 0,$$

$$\rho_{кр} = -\frac{2\rho_{кр}^{m} - \rho_{кр}^{o}}{P_o^3}\underset{m}{\sigma}^3 + \frac{3(\rho_{кр}^{m} - \rho_{кр}^{o})}{P_o^2} + \rho_{кр}^{o} \text{ при } \rho_o \le \underset{m}{\sigma} \le 0,$$

$$\rho_{кр} = \rho_{кр}^{m} \text{ при } \underset{m}{\sigma} < \rho_o, \qquad (19)$$

де $\rho_{кр}^{o}$ - критична щільність при відсутності гідростатичного тиску, $\rho_{кр}^{m}$ - максимальна щільність даного ґрунту, параметр ґрунтового середовища прийнятий $P_o = -2,0$ Графік залежності (19) приведений на рис. 3

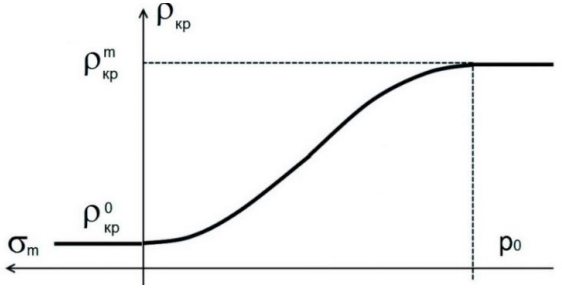


Рис. 3 Графік залежності критичної щільності від гідростатичного тиску.

Введення залежності (19) в дилатансійну модель дає змогу моделювати для одного і того ж елементарного об'єму ґрунту дилатансію обох знаків, тоді як в вихідній моделі цей об'єм при зсуві може або ущільнюватися (при $\rho < \rho_{кр}$), або розрихлюватися (при $\rho > \rho_{кр}$).

Відмітимо, що асоційований закон пластичної течії (модель Друккера-Прагера) при виконанні умови $\lambda = \tan\psi = const > 0$ буде являтися окремим випадком прийнятої дилатансійної моделі. Окрім того, він суперечить експериментальним даним, згідно яких $\lambda < \tan\psi$, а при контрактансії $\lambda < 0$. В роботі [17], посилаючись на експериментальні дані Кумулоса і Коула, приводяться такі значення: при значеннях кута внутрішнього тертя для пісків нормальної щільності 25-35°, для сильно ущільнених 30-40°, кут дилатансії має значення в інтервалах відповідно 4-8° та 15-36°.

Нерівність $\lambda < \tan\psi$ підтверджується експериментально в тому числі і для скельних ґрунтів і гірських порід. За даними, наведеними в роботі Дж. Райса [16], для гірських порід початкові значення рівні: $\lambda = 0.2 - 0.4$; $\tan\psi = 0.5 - 0.7$. Автор роботи [13] приводить для граніту значення аналогічних параметрів: $\lambda = 0.2 - 0.5$, $\tan\psi = 0.5 - 1.0$. Про підтвердження нерівності свідчать і ряд інших експериментальних даних.

Нездатість адекватного опису процесу деформування ґрунтів при використанні моделі Друккера-Прагерав широкому діапазоні значень також підтверджують чисельні розрахунки [6, 19, 20], що пояснюється невиправдано великим значенням дилатансії, яке призводить до зміцнення прилеглого ґрунту через його обтиснення. Отже, отримані результати виявляються завищеними по несучій здатності і заниженими по осіданнях. Вона також не дозволяє моделювати зменшення міцності ґрунтового середовища при зсуві, що пояснюється сталим значенням кута внутрішнього тертя $\left(\tan\psi = const\right)$.

При використанні умови пластичної нестисливості $\left(\lambda = 0\right)$ також виникають значні розбіжності в результатах, особливо на початкових стадіях, коли значення коефіцієнтудилатансіїмаксимальне. Використання моделі Друккера-Прагера або умови пластичної нестисливості призводить до значного завищення або заниження навантажень при заданому осіданні, що підтверджено результатами чисельних розрахунків, що співставленні з експериментальними даними [20].

Наведенні співвідношення дають змогу більш точно описувати процес деформування ґрунту, а також моделювати напружено-деформований стан ґрунтупід дією різних впливів з урахуванням зміни фізико-механічних характеристик в процесі деформування.

3. Вибір методу розв'язання поставленої задачі та особливості його реалізації. Враховуючи складність і обсяг розрахунків, що необхідно виконувати для розв’язку задач стійкості схилів з урахуванням нелінійної поведінки ґрунтів, очевидним стає необхідність використання методу скінчених елементів. МСЕ є одним з найбільш універсальних чисельних методів розрахунку і застосовується в багатьох галузях науки і техніки. В сучасних програмних комплексах на базі МСЕ реалізовано значну кількість пружно-пластичних моделей ґрунту різної складності. Апробація деяких із них наведена в статті [28].

Доцільним також може бути використання модифікацій методу скінченних елементів, таких як напіваналітичний метод скінченних елементів (НМСЕ) із використанням моментної схеми скінченних елементів (МССЕ) [5, 18, 21], залучення якого з однієї сторони допомогає уникнути трудомісткої процедури числового інтегрування по площі поперечного перерізу елемента, з іншої зберегти високу ефективність скінченно-елементної дискретизації. В статті [29] наведено методику побудови розрахункових моделей сумісного деформування і взаємного впливу жорстких конструкцій і пластичного зовнішнього середовища на базі НМСЕ.

На базі методу скінчених елементів можливо на взаємопов’язаних моделях ґрунтового середовища виконати дослідження зв’язаних процесів, що протікають в схилі, тобто реалізувати ідею комплексної моделі.

Підмодель нелінійної деформації ґрунтового середовища описує його напружено-деформований стан з урахуванням зміни характеристик середовища в процесі деформування і впливу різних факторів.

Гідродинамічна підмодель дозволяє оцінити напрямок і швидкість фільтраційних потоків при різному рівні водонасичення ґрунтового середовища.

Гідродинамічна підмодель дозволяє при різному рівні водонасичення ґрунтового середовища оцінити напрямок і швидкість фільтраційних потоків. В подальшому обчислюється система гідродинамічних сил, які при розв'язку задачі вводяться в розрахункову схему у вигляді зовнішнього навантаження.

Врахування сейсмічного впливу також можливо виконувати введенням в розрахункову модель сейсмічних сил, як зовнішнього навантаження або, у разі визначальної ролі даного впливу, залученням більш складних моделей його врахування.

В такого роду задачах властивості ґрунтового середовища змінюються не лише по глибині, а і в площині майданчика, при цьому фізико-механічні характеристики можуть значно відрізнятися. Неоднорідність властивостей ґрунту при цьому може бути як початковою, так і наслідковою (обумовленою процесами фільтрації, зволоження ґрунту, динамічних впливів і т.і.)

Детальніше варто зупинитися на питанні обґрунтування визначення коефіцієнта стійкості ґрунтових масивів в рамках моделей з застосуванням чисельних методів.

На основі чисельного рішення напружено-деформованого стану (НДС) насипу в рамках деформаційної теорії пластичності в роботі [9], коефіцієнт стійкості насипу під дією власної ваги визначається як відношення руйнівних і діючих навантажень. Поверхня обвалення при цьому знаходилася по максимальним значенням інтенсивності дотичних напружень на різних етапах навантажень.

Однак дослідження виконанні за деформаційною теорією пластичності виключають із розрахунку граничне напруження, яке виникає під навантаженням і від власної ваги ґрунту, а отже не в змозі дати однозначної оцінки НДС ґрунтового масиву. Саме томудля розв'язку даної задачі необхідно використовувати теорію пластичної течії, що дає можливість аналізувати зв'язок між напруженнями і деформаціями в граничному стані ґрунту.

Руйнування ґрунту в певній локальній області може не викликати глобального зміщення ґрнуту, це відмічено в роботі [7]. Проте при переході значної частини ґрунтового масиву, що може мати вільну поверхню, в граничний стан зсувні пластичні деформації будуть носити прогресуючий характер. Такий процес накопичення пластичних деформацій і свідчить про граничний стан схилу або укосу. Критерій пластичного руйнування відповідно Койтеру [8] визначається по накопиченню пластичних деформацій. В ґрунтах переважає фізична нелінійність (малі деформації) [32], тому розрахунки припиняються на початковій стадії розвитку пластичного руйнування.

При використанні чисельних методів збільшення дискретизації області, що досліджується, призводить до локалізації зон зсувних пластичних

деформацій. Одержані значення нормальних і дотичних напружень інтерполюються в точки на поверхні ковзання, в яких і обраховується нормальна і дотична складова напружень. Коефіцієнт стійкості при цьому визначається з співвідношення:

$$k_{st} = \frac{\sum\limits_{i}\left(\sigma_{\substack{k\\ \beta}} \tan\varphi + c\right)\Delta L_k}{\sum\limits_{i} \tau_{\substack{k\\ \beta}} \Delta L_k}, \qquad (20)$$

де k - номер елементарної ділянки поверхні ковзання; ΔL_k - довжина ділянки; β - кут нахилу дотичної до поверхні ковзання в даній точці; $\sigma_{\substack{k\\ \beta}}$ і $\tau_{\substack{k\\ \beta}}$ - відповідно нормальна і дотична складові напружень на ділянці поверхні сковзання. Аналогічний підхід реалізується в роботах С. Пастернака [31], В.Н. Ломбардо, М.К. Денежная, Д.Н. Олімпієва [10] та інших.

Наглядне представлення НДС схилу можна отримати аналізуючи ізолінії напружень. Характер зсувних деформацій можна оцінити розглянувши вектори переміщень, що також можуть стати в нагоді при визначенні поверхні ковзання. Про граничний стан ґрунтового масиву можна судити по наближенню напружень то їхнього граничного значення, співвідношення яких можна подати через параметр ступеня наближення напруженого стану до граничного, відповідно потенційна поверхня ковзання буде завжди знаходитися в зоні максимального його значення, а саме при наближенні його значення до одиниці.

Відмітимо, що максимальні пластичні зсувні деформації і ізолінії наближення напруженого стану до граничного, при достатньому рівні дискретизації, локалізуються в досить вузькій зоні, що дає змогу визначити поверхню ковзання та оцінити НДС схилу.

Висновки. Наведена концепція моделювання зсувних процесів на основі комплексних моделей, застосування якої дозволить виконувати дослідження процесів, що відбуваються в схилі під дією різних природних і техногенних факторів.

Приведені співвідношення пружно-пластичної деформації ґрунтів дозволяють більш точно описати напружено-деформований стан ґрунтового масиву схилу при зсувних деформаціях.

Метод скінченних елементів обраний як найбільш ефективний для чисельної реалізації такого підходу,оскільки його застосування може дозволити на взаємопов’язаних дискретних моделях виконати дослідження зв’язаних процесів з урахуванням взаємного впливу різних фізичних явищ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Бишоп А.У.* Параметры прочности при сдвиге ненарушенных и мятых образцов грунта // Определяющие законы механики грунтов. - М.: Мир, 1975. -С. 7-75.
2. *Бойко И.П.* Прогрессивные методы проектирования оснований фундаментов на ЭВМ. – К.: Знание, 1986. - 20 с.
3. *Бойко И.П., Дельник А.Е., Козак А.Л., Сахаров А.С., Семенец И.А.* Методика численного моделирования развития зон предельного состояния в грунтах оснований по МКЭ. – Киев: Инж.-строит. Ин-т. Киев, 1983. - 46 с.
4. *Бугров А.К.* О решении смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1974. - № 6. - С. 20-23.
5. *Блох В.И.* Теория упругости .- Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1964. –483с.
6. *Гольдин А.Л., Прокопович В.С., Сапегин Д.Д.* Упругопластическое деформирование основания жестким штампом // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1983. - № 5. - С. 25-26.
7. *Зарецкий Ю.К., Ломбардо В.Н.* Статика и динамика грунтовых плотин. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - 255 с.
8. *Койтер В.Т.* Общие теоремы теории упруго-пластических сред. - М.: Изд-во иностр. лит., 1961. - 79 с.
9. *Крыжановский А.Л., Куликов О.В.* К расчету устойчивости откосов // Гидротехническое строительство. - 1977. - № 5. -С. 38-44.
10. *Ломбардо В.Н., Грошев М.Е., Олимпиев Д.Н.* Учет напряженно-деформированного состояния при расчетах устойчивости грунтовых плотин // Гидротехническое строительство. - 1986. - № 7. С. 16-18.
11. *Мруз З., Шиманский Ч.* Неассоциированный закон течения в описании пластического течения гранулированных сред. – В кн.: Механика гранулированных сред, М., Мир, вып. 36, 1985. - С. 9-43.
12. *Николаевский В.Н.* Дилатансия и законы необратимого деформирования грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1979. - № 5. - С. 29-32.
13. *Николаевский В.Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. – М.: Недра, 1984. -232 с.
14. *Николаевский В.Н.* Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды. – ПММ, 1971, т. 35, - № 6. - С. 1070-1082.
15. *Николаевский В.Н., Сырников Н.М., Щефтер Г.М.* Динамика упруго-пластических дилатирующих сред. – В кн.: Успехи механики деформируемых сред, М.: Наука, 1975. - С. 397-413.
16. *Райс Дж.* Механика очага землетрясения. – М., Мир, 1982. - 217 с.
17. *Роско К.* Значение деформаций в механике грунтов. – В кн.: Механика, М., Мир, 1971. - № 3 (127). - С. 91-145.
18. *Сахаров А.С.* Моментная схема конечных элементов МСКЭ с учетом жестких смещений // Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1974. - Вып.24. - С.147-156.
19. *Сахаров А.С., Бойко И.П., Козак А.Л., Дельник А.Е.* Методика численного моделирования нелинейного деформирования основания на примере заглубленных штампов. – В кн.: Основания и фундаменты, вып. 19, К., Будівельник, 1986. - С. 57-59.
20. *Сахаров А.С., Бойко И.П., Козак А.Л., Дельник А.Е.* Различные соотношения теории пластического течения в задачах физически нелинейного деформирования грунтов оснований. – В кн.: Актуальные проблемы прочности. Тезисы докладов к X семинару по теме «Пластичность материалов и конструкций», Тарту, 1985. - С. 107-108.
21. *Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В. и др.* Метод конечных элементов в механике твердых тел - Киев: Вища школа, 1982.- 479с.
22. *Сидоров Н.И., Спидин В.П.* Современные методы определения характеристик механических свойств грунтов. – Л., Стройиздат, 1972. - 136 с.
23. *Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М.* Класифікація і причини виникнення зсувних процесів та методи розрахунку схилів // Опірматеріалів і теоріяспоруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109.– С. 184-202. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.184-202
24. *Строганов А.С.* Анализ плоской пластической деформации грунта. – Инженерный журнал. – 1965. - том 5, вып. 4. - С. 734-742.
25. *Широков В.Н.* Модель песчаного грунта. – В кн.: Современные проблемы нелинейной механики грунтов, Челябинск, ЧПИ, 1985. -С. 27-28.

26. *Negre M.R., P. Stuts.* Contribution a l'etude des foundations de revolution dandh'hypothese de la plasticite parfait // Int. J. Solids and Struct. – 1970. - № 1. - pp. 53-68.
27. *Skempton A.W., Bishop A.W.* Measutment of shear strength of Soils. – Geotechnique, 1950. - v. 2, № 2. - P. 113.
28. *Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Zatyliuk Gh.A.* The stress-strain state investigation of underground structures on the basis of soil models with adjusted input parameters // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – K:KNUBA, 2019. – Issue103.–pp. 63-70. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2019.103.63-70
29. *Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Zatyliuk Gh.A.* Nonlinear problem of structural deformationin interaction with elastoplastic medium // Strength of Materials and Theory of Structures : Scientific-and-technical collected articles – K:KNUBA, 2020. – Issue105 – pp48–63.https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.48-63
30. *Vermeer P.A., De Borst R.* Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. – "Heron", 1984. - v. 29, № 3. - P. 1-63.
31. *Pasternack S.O.* Numerical methods in the stability analysis of slopes // Civil - Couip 87: Proc 3rd Int. Conf. Civ, an Struct. Eng. Comput. - London, 22nd - 24th Sept. - 1987. Vole 1. - pp. 307-314.
32. *Zienkiewicz O.C., Chang C.T., Hinton E.* Non-linear seismic response and liquefaction // Intern. J. Numer. and Anal. Meth. Geomech. - 1978. - v. 2, №4. - pp. 381-404.
33. *ДБНВ.1.1-46:2017* Інженерний захист територій, будівель і споруд від зсувів та обвалів. Основні положення. – К.: МінрегіонбудУкраїни, 2017. – 47 с.

REFERENCES

1. *Bishop A.U.* Parametry prochnosti pri sdvihe nenarushennykh i miatykh obraztsov hrunta (Shear strength parameters of undisturbed and crumpled soil samples) // Opredeliaiushchie zakony mekhaniki hruntov. - M.: Mir, 1975. - S. 7-75.
2. *Boiko I.P.* Prohressivnye metody proektirovaniia osnovanii fundamentov na EVM (Progressive methods for designing foundations on a computer). – K.: Znanie, 1986. - 20 s.
3. *Boiko I.P., Delnik A.E., Kozak A.L., Sakharov A.S., Semenets I.A.* Metodika chislennoho modelirovaniia razvitiia zon predelnoho sostoianiia v hruntakh osnovanii po MKE (Numerical modeling technique for the development of limit state zones in foundation soils according to the FEM). – Kiev: Inzh.-stroit. In-t. Kiev, 1983. - 46 s.
4. *Buhrov A.K.* O reshenii smeshannoi zadachi teorii upruhosti i teorii plastichnosti hruntov (On the solution of a mixed problem of the theory of elasticity and the theory of plasticity of soils) // Osnovaniia, fundamenty i mekhanika hruntov. – 1974. - № 6. - S. 20-23.
5. *Blokh V.I.* Teoriia upruhosti (Theory of elasticity). - Kharkov: Izd-vo Khark. un-ta, 1964. – 483c.
6. *Holdin A.L., Prokopovich V.S., Sapehin D.D.* Upruhoplasticheskoe deformirovanie osnovaniia zhestkim shtampom (Elastic-plastic deformation of the base by a rigid stamp)// Osnovaniia, fundamenty i mekhanika hruntov. – 1983. - № 5. - S. 25-26.
7. *Zaretskii Yu.K., Lombardo V.N.* Statika i dinamika hruntovykh plotin (Statics and dynamics of earth dams). - M.: Enerhoatomizdat, 1983. - 255 s.
8. *Koiter V.T.* Obshchie teoremy teorii upruho-plasticheskikh sred (General theorems of the theory of elastic-plastic media). - M.: Izd-vo inostr. lit., 1961. - 79 s.
9. *Kryzhanovskii A.L., Kulikov O.V.* K raschetu ustoichivosti otkosov (To the calculation of slope stability) // Hidrotekhnicheskoe stroitelstvo. - 1977. - № 5. - S. 38-44.
10. *Lombardo V.N., Hroshev M.E., Olimpiev D.N.* Uchet napriazhenno-deformirovannoho sostoianiia pri raschetakh ustoichivosti hruntovykh plotin (Accounting for the stress-strain state in calculating the stability of earth dams)// Hidrotekhnicheskoe stroitelstvo. - 1986. - № 7. S. 16-18.
11. *Mruz Z., Shimanskii Ch.* Neassotsiirovannyi zakon techeniia v opisanii plasticheskoho techeniia hranulirovannykh sred (Non-associated flow law in the description of plastic flow of granular media). – V kn.: Mekhanika hranulirovannykh sred, M., Mir, vyp. 36, 1985. - S. 9-43.
12. *Nikolaevskii V. N.* Dilatansiia i zakony neobratimoho deformirovaniia hruntov (Dilatancy and laws of irreversible soil deformation) // Osnovaniia, fundamenty i mekhanika hruntov. – 1979. - № 5. - S. 29-32.
13. *Nikolaevskii V.N.* Mekhanika poristykh i treshchinovatykh sred(Mechanics of porous and fractured media). – M.: Nedra, 1984. - 232 s.

14. *Nikolaevskii V.N.* Opredeliaiushchie uravneniia plasticheskoho deformirovaniia sypuchei sredy(Constitutive equations of plastic deformation of a granular medium). – PMM, 1971, t. 35, - № 6. - S. 1070-1082.
15. *Nikolaevskii V.N., Syrnikov N.M., Shchefter H.M.* Dinamika upruho-plasticheskikh dilatiruiushchikh sred (Dynamics of elastic-plastic dilating media). – V kn.: Uspekhi mekhaniki deformiruemykh sred, M.: Nauka, 1975. - S. 397-413.
16. *Rais Dzh*. Mekhanika ochaha zemletriaseniia (The mechanics of the earthquake source). – M., Mir, 1982. - 217 s.
17. *Rosko K.* Znachenie deformatsii v mekhanike hruntov (Importance of deformations in soil mechanics). – V kn.: Mekhanika, M., Mir, 1971. - № 3 (127). - S. 91-145.
18. *Sakharov A.S.* Momentnaia skhema konechnykh elementov MSKE s uchetom zhestkikh smeshchenii (Moment scheme of finite elements of MSFE taking into account rigid displacements) // Soprotivlenie materialov i teoriia sooruzhenii. - 1974. - Vyp.24. - S.147-156.
19. *Sakharov A.S., Boiko I.P., Kozak A.L., Delnik A.E.* Metodika chislennoho modelirovaniia nelineinoho deformirovaniia osnovaniia na primere zahlublennykh shtampov (Technique for numerical simulation of nonlinear deformation of the base on the example of buried stamps). – V kn.: Osnovaniia i fundamenty, vyp. 19, K., Budivelnik, 1986. - S. 57-59.
20. *Sakharov A.S., Boiko I.P., Kozak A.L., Delnik A.E.* Razlichnye sootnosheniia teorii plasticheskoho techeniia v zadachakh fizicheski nelineinoho deformirovaniia hruntov osnovanii (Different relationships of the theory of plastic flow in problems of physically nonlinear deformation of foundation soils). – V kn.: Aktualnye problemy prochnosti. Tezisy dokladov k Kh seminaru po teme «Plastichnost materialov i konstruktsii», Tartu, 1985. - S. 107-108.
21. *Sakharov A.S., Kislookii V.N., Kirichevskii V.V. i dr.* Metod konechnykh elementov v mekhanike tverdykh tel (Finite element method in solid mechanics) - Kiev: Vishcha shkola, 1982. - 479s.
22. *Sidorov N.I., Spidin V.P.* Sovremennye metody opredeleniia kharakteristik mekhanicheskikh svoistv hruntov (Modern methods for determining the characteristics of the mechanical properties of soils). – L., Stroiizdat, 1972. - 136 s.
23. *Solodei I.I., Petrenko E.Iu., Pavlenko V.M.* Klasyfikatsiia i prychyny vynyknennia zsuvnykh protsesiv ta metody rozrakhunku skhyliv (Classification and causes of shearing processes and methods of calculating slopes) // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.- tekh. zbirnyk – K.: KNUBA, 2022. – Vyp. 109.– S. 184-202. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.184-202
24. *Strohanov A.S.* Analiz ploskoi plasticheskoi deformatsii hrunta (Analysis of plane plastic deformation of soil). – Inzhenernyi zhurnal. – 1965. - tom 5, vyp. 4. - S. 734-742.
25. *Shirokov V.N.* Model peschanoho hrunta (Sandy soil model). – V kn.: Sovremennye problemy nelineinoi mekhaniki hruntov, Cheliabinsk, ChPI, 1985. - S. 27-28.
26. *Negre M. R., Stuts P.* Contribution à l'étude des fondations de révolution dans l'hypothèse de la plasticité parfaite // Int. J. Solids and Struct. – 1970. - v.6 - № 1. - pp. 53-68.
27. *Skempton A.W., Bishop A.W.* Measutment of shear strength of Soils. – Geotechnique, 1950. - v. 2, № 2. - P. 113.
28. *Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Zatyliuk Gh.A.* The stress-strain state investigation of underground structures on the basis of soil models with adjusted input parameters // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – K:KNUBA, 2019. – Issue 103.– pp. 63-70. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2019.103.63-70
29. *Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Zatyliuk Gh.A.*. Nonlinear problem of structural deformation in interaction with elastoplastic medium // Strength of Materials and Theory of Structures : Scientific-and-technical collected articles – K:KNUBA, 2020. – Issue 105 – pp 48–63. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.48-63
30. *Vermeer P.A.,* De *Borst R.* Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. – "Heron", 1984. - v. 29, № 3. - P. 1-63.
31. *Pasternack S.0.* Numerical methods in the stability analysis of slopes // Civil - Couip 87: Proc 3rd Int. Conf. Civ, an Struct. Eng. Comput. - London, 22nd - 24th Sept. - 1987. Vole 1. - PP. 307-314.
32. *Zienkiewicz O.C., Chang C.T., Hinton E.* Non-linear seismic response and liquefaction // Intern. J. Numer. and Anal. Meth. Geomech. - 1978. - v. 2, №4. - P. 381-404.
33. *DBN V.1.1-46:2017* Inzhenernyi zakhyst terytorii, budivel i sporud vid zsuviv ta obvaliv. Osnovni polozhennia. – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2017. – 47 s.

Стаття надійшла 10.05.2023

Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ ЗСУВНИХ ПРОЦЕСІВ В МАЛОЗВ'ЯЗНИХ ПЛАСТИЧНИХ ҐРУНТАХ

В статті розглянуто питання моделювання зсувних процесів в пластичних ґрунтах. Особливістю і головною складністю моделювання зсувних процесів є необхідність врахування значної кількості різноманітних природних і техногенних впливів на схил, кожен із яких може значною мірою впливати на його загальну стійкість. Також важливе значення має врахування не лише поточного стану схилу, а і прогнозування факторів, що можуть впливати на нього з плином часу. В такому випадку виправданим може бути створення комплексних моделей, що включають декілька взаємопов'язаних підмоделей для опису різних фізичних явищ. Враховуючи складність розрахунків для визначення стійкості схилу або зсувного тиску на конструкції інженерного захисту не дивним є той факт, що всі розрахункові методи спираються на ряд припущень при побудові розрахункових моделей для опису фізичних явищ і зменшення трудомісткості обчислень. Проте варто відмітити, що моделювання нелінійної поведінки ґрунтів і використання моделей, які більш точно описують фізичні явища і процеси, що протікають в схилах, може значної мірою впливати на результати розрахунків.

В статті приведені основні співвідношення математичної моделі пружно пластично-пластичного деформування ґрунтів. Наведенні співвідношення дозволяють врахувати такі явища як дилатансія і контратансія, що дає змогу більш точно моделювати напружено-деформований стан ґрунтового середовища, розподілення тиску в ґрунті з урахуванням зміни фізико-механічних властивостей в процесі деформування.

В статті обрано метод скінчених елементів як найбільш ефективний метод чисельного моделювання зсувних процесів. Наведено певні аспекти реалізації розрахунків на основі комплексної моделі і обґрунтування визначення коефіцієнту стійкості схилу в рамках даного методу.

Ключові слова: зсуви, моделювання схилів, дилатансія, коефіцієнт стійкості, методи розрахунку схилів, МСЕ.

Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Pavlenko V.M.

STATEMENT OF THE PROBLEM OF SIMULATION OF SHEAR PROCESSES IN LOW-COLUSION PLASTIC SOILS

The article deals with the issue of modelling shear processes in plastic soils. The peculiarity and main difficulty of modelling landslide processes is the need to take into account a large number of various natural and technogenic influences on the slope, each of which can significantly affect its overall stability. It is also important to take into account not only the current state of the slope but also the forecasting of factors that may affect it over time. In this case, it may be justified to create complex models that include several interconnected sub-models to describe various physical phenomena. Considering the complexity of calculations to determine the stability of the slope or shear pressure on engineering protection structures, it is not surprising that all calculation methods rely on some assumptions when building calculation models to describe physical phenomena and reduce the complexity of calculations. However, it should be noted that the modelling of the non-linear behaviour of soils and the use of models that more accurately describe physical phenomena and processes occurring on slopes can significantly affect the results of calculations.

The article presents the main relationships of the mathematical model of elastic-plastic deformation of soils. The given ratios allow taking into account such phenomena as dilatancy and contraction, which makes it possible to more accurately model the stress-strain state of the soil medium, the distribution of pressure in the soil, taking into account the change in physical and mechanical properties during the deformation process.

In the article, the finite element method is chosen as the most effective method of numerical modelling of shear processes. Certain aspects of the implementation of calculations based on a complex model and the justification for determining the coefficient of slope stability within the framework of this method are presented.

Keywords: landslides, modelling of slopes, dilatancy, coefficient of stability, methods of calculating slopes, FEM.

УДК 624.131.7
Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М. **Постановка задачі моделювання зсувних процесів в малозв'язних пластичних ґрунтах** // Опірматеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 47-62.
В роботі розглянуті аспекти моделювання зсувних процесів в ґрунтах. Наведено основні співвідношення математичної моделі пружно-пластичного деформування ґрунтового масиву. Виконано вибір методу моделювання із зазначенням певних особливостей його реалізації.
Іл. 3. Бібліогр. 33назв.

UDC 624.131.7
Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Pavlenko V.M. **Statement of the problem of simulation of shear processes in low-colusion plastics oils** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles- K.: KNUBA, 2023. – Issue110. - P. 47-62.
The article considers the aspects of modelling shear processes in the soils. The basic ratios of the mathematical model of elastic-plastic deformation of the soil massif are presented. The choice method of the modelling method was made with the determination of certain features of its implementation.
Fig. 3. Ref. 33.

Автор: *доктор технічних наук, професор, професоркафедрибудівельноїмеханіки СОЛОДЕЙ Іван Іванович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Робочий тел.: *+38 (044) 241-55-55*
Мобільний тел.: *+38 (050)357-44-90*
E-mail: solodei.ii@knuba.edu.ua
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0001-7638-3085

Автор: *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геотехніки ПЕТРЕНКО Едуард Юрійович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Email: petrenko.ey@knuba.edu.ua
ORCID ID:http://orcid.org/0000-0002-9792-4757

Автор*: аспірант кафедри будівельної механіки ПАВЛЕНКО Василь Михайлович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Мобільний тел.: *+38 (098) 783-46-10*
Email: pavlenko_vm@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4525-5405

UDC 539.3

COMPUTER SIMULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THIN PLATES AND CYLINDRICAL SHELLS WITH A CIRCULAR HOLE REINFORCED BY AN INCLUSION FROM FUNCTIONALLY GRADED MATERIAL

E.L. Hart,
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

B.I. Terokhin,
PhD student

Oles Honchar Dnipro National University,
Gagarin Ave., 72, Dnipro, 49010, Ukraine

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.63-80

Computer simulation and FEM analysis of the stress-strain state of thin plates and thin-walled cylindrical shells, weakened by a circular hole in the presence of an annular inclusion of a functionally graded material (FGM) surrounding it, have been carried out. The influence of the dimensions of the FGM-inclusion and the law of change of its elastic modulus on the concentration of the parameters of the stress-strain state of plates and shells in the vicinity of the hole is studied. The distribution of stress and strain intensities in the zones of local stress concentration is obtained. It has been established that when using a radially inhomogeneous FGM-inclusion with certain mechanical properties, it is possible to reduce the stress concentration factor by more than 35%. The law of change in the modulus of elasticity of the FGM-inclusion and the width of the inclusion have a significant effect not only on the concentration of the parameters of the stress-strain state of the plate and shell, but also on the nature of the stress distribution over their surfaces. The results of a series of large-scale computational experiments show that the use of an FGM annular inclusion makes it possible to reduce the intensity of both stresses and deformations around the hole.

Keywords: elastic plate, thin-walled cylindrical shell, circular hole, annular inclusion, functionally graded material, stress-strain state, stress concentration factor, FEM analysis.

Introduction. Plates and cylindrical shells with holes are widely used in various branches of technology, in particular, rocket and space, oil and gas, energy, construction, etc. The advantage of these elements of thin-walled structures lies in their significant strength and relatively low weight. The presence of holes in plates and shells leads to a sharp increase in local stresses, which in turn affect the strength and reliability of the structure as a whole [1–4]. That is why the search for ways to reduce the stress concentration in thin-walled structures is an urgent problem in the mechanics of a deformable solid body.

Many scientific papers have been devoted to the study of the stress-strain state (SSS) of thin-walled structures with holes. Fundamental in this direction are the works of famous domestic scientists G.N. Savin, A.N. Guz and others [5, 6].

The presence of reinforcing elements or inclusions with certain mechanical properties helps to reduce the stress concentration around the holes [7–13].

The use of functionally graded materials (FGM) also makes it possible to influence the stress-strain state of thin-walled structures in order to reduce the stress concentration factor (SCF). The research uses both analytical and

© Hart E.L., Terokhin B.I.

numerical methods. Thus, mixed axisymmetric problems for functionally graded media were considered in [14] and their analytical solutions were obtained. In [15], using an analytical method, the stress distribution in a FGM plate with a circular hole was studied; in [16], the stress concentration in multi-wedge systems with functionally graded wedges was estimated. In [17], using the finite element method (FEM), using various isoparametric finite elements, the SCF was determined in the vicinity of a circular cut in an inhomogeneous plate under the action of a uniaxial tensile load; in [18], the SCF was determined near a circular cut in an FGM plate under the action of a biaxial tension and shift.

Taking into account the inhomogeneity of the FGM significantly increases the complexity of the mathematical model of the problem and obtaining its solution. Analytical methods for solving problems of deformation of FGM structures can be used only in some individual cases, therefore, when studying SSS structures with various inhomogeneities (holes, inclusions, etc.), it is more expedient to use numerical methods of mechanics, in particular, FEM, which, unlike analytical ones, is quite universal and effective for solving a wide class of problems [19].

In this work, as a continuation of [9, 10], computer simulation of the SSS of elastic thin plates and thin-walled cylindrical shells with a circular hole in the presence of an annular FGM inclusion around it is carried out. The FEM analysis of the influence of the dimensions of the FGM inclusion and the law of change of its elastic modulus on the SSS parameters of the plates and shells in the zone of their local concentration was carried out.

1. Problem statement. The SSS of thin elastic homogeneous isotropic plates and cylindrical shells with a centrally located circular hole and an annular radially inhomogeneous FGM inclusion is considered. Plate dimensions is $a \times b$, thickness is h, hole radius is R, inclusion radius is R_1 (Fig. 1 (a)); the length of the shells is L, diameter is d, thickness, radius of the hole and the radially inhomogeneous inclusion are the same as those of the plate (Fig. 1 (b)). The inclusion has a thickness h (located in the plane of the plate/shell), and rigid adhesion conditions are set on its boundary with the matrix. The value of the inclusion radius R_1 varies. A uniform uniaxial tensile load $p = const$ acts on the side faces of the plates and the ends of the shells, which does not lead to the appearance of plastic deformations.

In numerical calculations, several types of model materials for inclusions from FGM were selected, which have radial arbitrary elastic properties (according to linear and nonlinear laws of change in the modulus of elasticity), with the same Poisson's ratio $\nu_0 = 0.25$ and variable modulus of elasticity $E_i(r)$ $(i = \overline{1,8})$:

$$E_1(r) = 0.5E_0(2 - e^{-5(\frac{r-R}{R_1-R})}); \qquad E_2(r) = 0.5E_0(1 + \frac{r-R}{R_1-R});$$

$$E_3(r)=0.5E_0(1+e^{-5(1-\frac{r-R}{R_1-R})});\quad E_4(r)=E_0(1+0.5e^{-5(\frac{r-R}{R_1-R})});$$

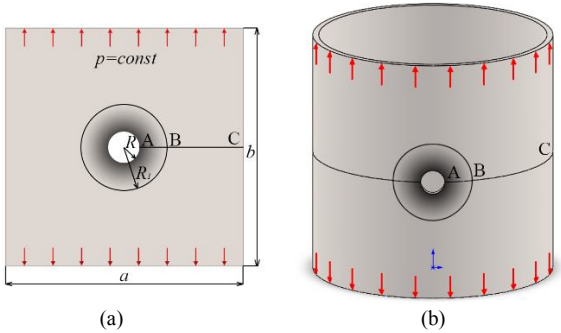
$$E_5(r)=E_0(1.5-0.5\frac{r-R}{R_1-R});\quad E_6(r)=E_0(1.5-0.5e^{-5(1-\frac{r-R}{R_1-R})});$$

$$E_7(r)=\begin{cases}E_0(1+l),\ l\in[0;\ 0.5]\\ E_0(2-l),\ l\in[0.5;\ 1]\end{cases};\ E_8(r)=\begin{cases}E_0(1+\frac{1}{\tilde{h}_1}l),\ l\in\left[0;\ \tilde{h}_1\right],\\ 2E_0,\ l\in\left[\tilde{h}_1;\ \tilde{h}_1+\tilde{h}_2\right],\\ E_0(2-\frac{l-(\tilde{h}_1+\tilde{h}_2)}{\tilde{h}_3}),\ l\in\left[\tilde{h}_1+\tilde{h}_2;\ 1\right],\end{cases}\quad(1)$$

where $E_0=$ 100 GPa is the modulus of elasticity of the plate/shell, $0\le l\le 1$ is the normalized parametric distance in the radial direction from the edge of the hole (point A, Fig. 1) along the width of the inclusion $AB=h_{inc}=R_1-R$:

$$l=(r-R)/(R_1-R),\quad(2)$$

r is the distance from the center of the hole to an arbitrary point of inclusion, R and R_1 are the radii of the hole and the inclusion, respectively, and $\tilde{h}_i=h_i/h_{inc}$ $(i=\overline{1,3})$ is the dimensionless width of each of the three characteristic zones of the FGM inclusion $h_{inc}=\sum_{i=1}^{3}h_i$ (Fig. 2 (d)).



(a) (b)

Fig. 1. Geometry and loading scheme of the plate (a) and shell (b) with radially inhomogeneous inclusion

The form of dependences for model materials (1) with $E_i(r)$ $(i=1,\ 4)$ is similar to [15]. Dependences (1) with $E_i(r)$ $(i=\overline{1,\ 3})$ correspond to "soft", and with $E_i(r)$ $(i=\overline{4,\ 8})$ more "hard" than the main material of the plate/shell, inclusion.

On Fig. 2 shows the corresponding graphical representations of the laws of change in the elastic modulus of the FGM-inclusion for "soft" (Fig. 2 (a)) and "hard" (Fig. 2 (b) – Fig. 2 (d)) inclusions. Lines 1 – 8 correspond to dependencies (1) for $E_i(r)$ $(i=\overline{1,8})$. Here and below in the figures, the abscissa shows the normalized parametric distance (2), $0 \le l \le 1$ in the radial direction from the edge of the hole along the width of the inclusion.

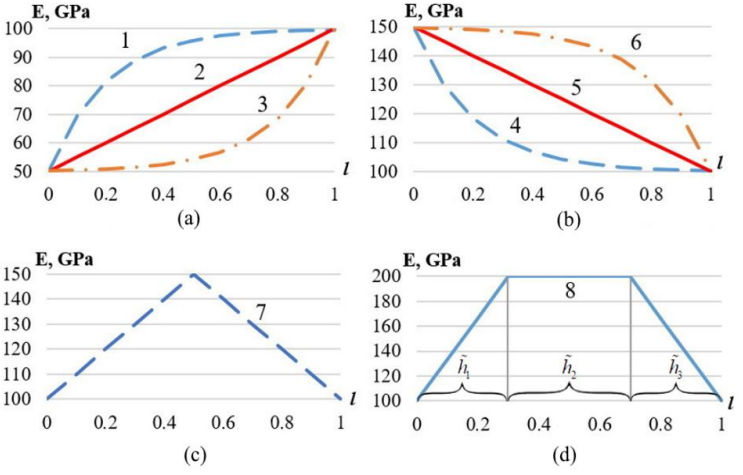


Fig. 2. The laws of change in the modulus of elasticity of FGM-inclusions: "soft" (a), "hard" (b)–(d)

Further, when this does not cause confusion, each of the eight variants of FGM inclusions (1) with a variable modulus of elasticity $E_i(r)$ $(i=\overline{1,8})$ will be denoted by the corresponding index according to Fig. 2.

For definiteness, it was assumed that the plate is square, and the length of the shells L is equal to the side of the plate.

On Fig. 2 (d) we have a graphical representation of three characteristic zones of the law of change in the modulus of elasticity of the FGM-inclusion (1) from $E_i(r)$ $(i=8)$: 1) a zone of growth in width $\tilde{h}_1$; 2) a zone of constant (fixed) value width $\tilde{h}_2$; 3) a zone of decrease in the modulus of elasticity with a width of $\tilde{h}_3$.

2. Mathematical Model of the Problem. In the variational formulation, the original problem for a cylindrical shell leads to the minimization of the functional of the total potential energy of the deformation of the system [1]:

$$F=\sum_{s=1}^{n+1}\left\{\frac{1}{2}\int\limits_{\Omega_s}\frac{E_s(x,y)h}{(1-\nu_s{}^2)}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{w}{\tilde{R}}\right)^2+2\nu_s\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{w}{\tilde{R}}\right)+\frac{1-\nu_s}{2}\times\right.\right.$$

$$\times\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\Bigg]dxdy+\frac{1}{2}\int\limits_{\Omega_s}\frac{E_s(x,y)h^3}{12(1-\nu_s{}^2)}\Bigg[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{w}{\tilde{R}}\right)^2+2\nu_s\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{w}{\tilde{R}}\right)+2(1-\nu_s)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2\Bigg]dxdy\Bigg\}-\int\limits_{\gamma}\left(p_x u+p_y v+p_z w\right)\,dxdy,$$

where $u(x,y)$, $v(x,y)$, $w(x,y)$ are the projections of the displacement vector on the axes Ox, Oy and Oz, respectively; h is shell thickness; $\tilde{R}$ is the radius of the shell; $E_s(x,y)$, $\nu_s\,60^\circ$ are modulus of elasticity and Poisson's ratio of the shell Ω_1 (matrix) $(s=1)$ material and inclusion Ω_s $(s=\overline{2,n+1},\ n$ is the number of inclusions); $\Omega=\bigcup_{s=1}^{n+1}\Omega_s$ is domain of definition of variables x and y; γ is the boundary of the region Ω along which the external intensity load $P(x,y)=(p_x(x,y),\ p_y(x,y),\ p_z(x,y))^T$ is applied. In the case of a uniaxial tensile load $p_x(x,y)=p_z(x,y)=0$, $p_y(x,y)=p=const$.

In the case of a plate, we arrive at the problem of minimizing the functional of the total potential strain energy of a system of this type [20]:

$$F=\sum_{s=1}^{n+1}\Bigg\{\frac{1}{2}\int\limits_{\Omega_s}\frac{E_s(x,y)h}{(1-\nu_s{}^2)}\Bigg[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+2\nu_s\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{1-\nu_s}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\Bigg]dxdy\Bigg\}-\int\limits_{\gamma}\left(p_x u+p_y v\right)\,dxdy.$$

The stated variational problems are solved using the FEM using isoparametric triangular six-node Lagrangian finite elements of the second degree, while the unknown displacement functions inside each finite element are approximated by a quadratic polynomial. In the areas of stress concentration, an adaptive mesh was used (Fig. 3) with a refinement factor equal to 10. The convergence of the FEM in the case of using flat finite elements for thin-walled shells is ensured here by mesh refinement. The use of a finer grid leads to an increase in the accuracy of approximation of the shell surface by the geometry of the inscribed polyhedron.

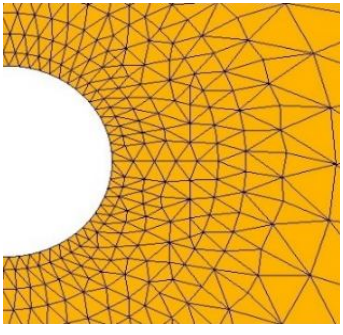


Fig. 3. Fragment of adaptive finite element mesh

3. Analysis of numerical results. Computational experiments were carried out on a PC with an Intel Core i7-10700F processor, a clock frequency of 2.9-4.8 GHz, 32 GB RAM, x64 system capacity. The average number of finite elements in the calculation of plates is 2126, the number of nodes is 4408; when calculating shells 6372 and 13002, respectively.

Numerical results were obtained for: 1) square plates with the following geometric parameters: $h = 0.005\,\text{m}$, $a = b = 0.2\,\text{m}$, $R = a/20$; 2) cylindrical shells with parameters: $L = d = a$, $h = 0.005\,\text{m}$, $R = d/10$. Tensile load in both cases $p = 10\,\text{MPa}$.

The radius R_1 of the annular radially inhomogeneous FGM-inclusion around the hole was varied with a step of R, while the width of the FGM-inclusion was $h_{inc} = R, 2R, ..., 9R$.

3.1. Plates with radially inhomogeneous inclusions. As a result of the computational experiments, using the FEM, the distribution of stress and strain intensities in the plate was obtained, and the SCF was calculated for uniaxial tension of the plate with "soft" and "hard" FGM-inclusions with the inclusion width R and $2R$. The results for “soft” inclusions (Fig. 2 (a)) are shown in Table 1, for "hard" inclusions (Fig. 2 (b), Fig. 2 (c)) are given in Table 2. In Fig. 4 illustrates the nature of the distribution of relative stresses σ_y/p in the plate along the width of the inclusion in section AB at $h_{inc} = 2R$ for “soft” radially inhomogeneous inclusions (1) from $E_i(r)$ $(i = \overline{1, 3})$ (Fig. 4 (a)) and “hard” from $E_i(r)$ $(i = \overline{4, 7})$ (Fig. 4 (b), Fig. 4 (c)).

As can be seen from Fig. 4 (c), in the case of an FGM inclusion (1) from $E_i(r)$ $(i = 7)$, the maximum stresses in the vicinity of the hole and the relative stresses σ_y/p in the section AB in the interval $l \in [0.7, 1]$ along the width of the inclusion turn out to be smaller than in the plate without inclusions.

For the purpose of comparative analysis, a calculation was made for a homogeneous plate with a circular hole without inclusion. Received SCF=3.05; the maximum value of the strain intensity in this case is $\varepsilon_i^{\max} = 2.13 \times 10^{-4}$, which is in good agreement with the results of [5].

The patterns of distribution of stress and strain intensities in a plate with an FGM-inclusion (1) with the law of change in the elastic modulus $E_i(r)$ $(i = 7)$ are shown in Fig. 5.

Therefore, the use of FGM inclusions around the hole leads to a smooth distribution of stresses in the matrix without jump-like perturbations, in contrast to a homogeneous inclusion. The width of FGM inclusions affects the nature of the stress distribution: the larger the width of the inclusion, the smoother the redistribution of stresses in the matrix.

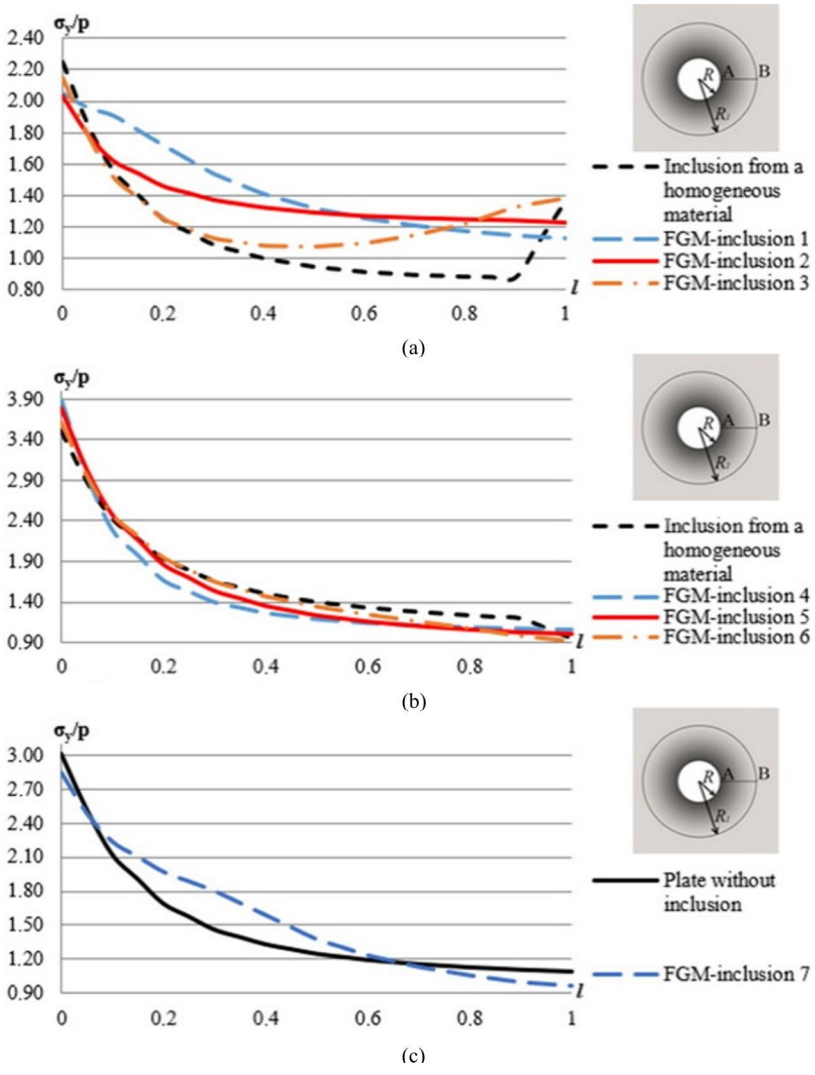
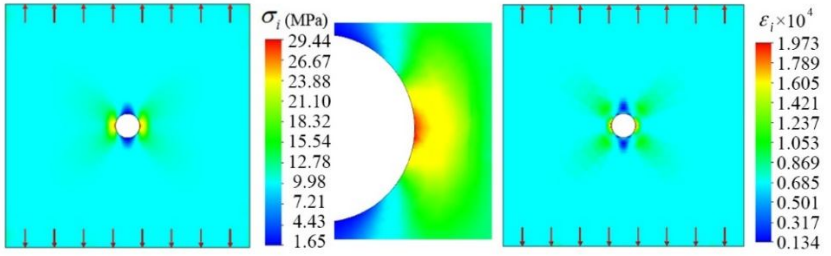


Fig. 4. Distribution of relative stresses σ_y/p in the plate along the width of the inclusion in the section AB at $h_{inc}=2R$ for "soft" (a) and "hard" (b), (c) FGM-inclusions

The best option among those considered (Fig. 2 (a) – Fig. 2 (c)) turned out to be the case of FGM-inclusion 7, in which the elastic modulus increases radially from the edge of the hole to its middle in the direction of the periphery, and then decreases (Fig. 2 (c)). In this case, not only does the strength of the plate as a whole increase, but it is also possible to reduce the concentration of stresses and strains around the hole by ~7% and ~9%, respectively. This confirms the expediency of using FGM-inclusions of this type and opens up prospects for further searches for their optimal parameters.



(a) (b) (c)

Fig. 5. SSS components of a plate with FGM-inclusion 7 at $h_{inc}=R$: stress intensity (a), stress intensity in the vicinity of the hole (b), strain intensity (c)

It can be seen from Table 1 that in the case of a radially inhomogeneous inclusion of width $2R$ from an FGM type with $E_i(r)$ $(i=\overline{1,3})$ maximum deformations and the SCF in a plate with a hole is less than in the presence of a "soft" homogeneous inclusion: for FGM-inclusion 2, the difference in maximum deformations is ~1.6 times, for FGM-inclusions 1 is by ~2.5 times; the decrease in SCF is 7% in both cases. Consequently, when using "soft" inclusions, the SCF decreases.

Table 1

Stress concentration factor and corresponding deformations in a plate with "soft" FGM-inclusion at $h_{inc}=2R$

The task	SCF	δ_1, %	$\varepsilon_i^{\max}\times 10^4$	δ_2, %
Inclusion from a homogeneous material, $E_{inc}=0.5E_0$	2.25	-26.4	3.14	+47.4
FGM-inclusion 1	2.05	-33.1	2.54	+19.3
FGM-inclusion 2	2.03	-33.7	2.75	+29.1
FGM-inclusion 3	2.11	-30.9	2.92	+37.1

Here, δ_1 and δ_2 are the deviation of the SCF and the maximum value of the strain intensity $\varepsilon_i^{\max}$ from the corresponding value for a plate with a circular hole without an inclusion [5].

The use of "hard" inclusions increases the strength of the structure as a whole. In the case of FGM-inclusions (1) with $E_i(r)$ $(i=\overline{4,6})$, there is some increase in the SCF in the vicinity of the hole, but in the case of FGM-inclusions with $E_i(r)$ $(i=7)$, both stresses and strains around the hole decrease compared to a plate without inclusions (Table 2).

The results of studies carried out in [9] for the problem with an FGM-inclusion (1) from $E_i(r)$ $(i=8)$ (Fig. 2 (d)) indicate that the width h_2 of the central zone of an FGM-inclusion of this type has the greatest influence on the SCF value. It has been established that the smaller the size of the first zone

(h_1) of the FGM-inclusion, the smaller the SCF value. To identify the rational parameters of the first zone of the FGM-inclusion 8 (Fig. 2 (d)), we will carry out calculations with varying values h_1 and h_2 with a constant width of the third zone h_3 (Table 3).

Table 2

Stress concentration factor and corresponding deformations in a plate with "hard" FGM-inclusion at $h_{inc} = 2R$

The task	SCF	δ_1, %	$\varepsilon_i^{\max} \times 10^4$	δ_2, %
Inclusion from a homogeneous material, $E_{inc} = 1.5E_0$	3.51	15.1	1.63	-23.5
FGM-inclusion 4	3.90	27.9	1.89	-11.3
FGM-inclusion 5	3.79	24.3	1.77	-16.9
FGM-inclusion 6	3.62	18.7	1.68	-21.1
FGM-inclusion 7	2.84	-6.9	1.93	-9.4

Table 3

Variants of FGM-inclusions depending on the width of the zones h_i ($h_{inc} = 3R,\ 4R$)

Width of FGM-inclusion zones / Inclusion type	h_1	h_2	h_3
FGM-inclusions 1.1	R	R	R
FGM-inclusions 1.2	$0.75R$	$1.25R$	R
FGM-inclusions 1.3	$0.5R$	$1.5R$	R
FGM-inclusions 1.4	$0.25R$	$1.75R$	R
FGM-inclusions 1.5	R	$2R$	R
FGM-inclusions 1.6	$0.75R$	$2.25R$	R
FGM-inclusions 1.7	$0.5R$	$2.5R$	R
FGM-inclusions 1.8	$0.25R$	$2.75R$	R

Here, FGM-inclusions 1.1–1.4 are $3R$ wide, and FGM-inclusions 1.5–1.8 are $4R$ wide.

The results of the computational experiments performed using the FEM for plates with FGM-inclusions (1) from $E_i(r)$ $(i = 8)$ (Fig. 2 (d)) of different widths are summarized in Table 4.

Table 4 shows that for inclusions with a width of $3R$ and $4R$, the smallest SCF was obtained in the cases of FGM-inclusion 1.3 and FGM-inclusion 1.7, respectively, when $h_1 = 0.5R$. If we compare the cases of FGM-inclusions when $h_1 = 0.5R$ and $h_1 = R$, the SCF values differ by ~1%. Therefore, for convenience, we will continue to perform calculations when $h_1 = R$.

Table 4

Stress concentration factor and corresponding deformations in a plate with FGM-inclusion

The task	SCF	δ_1, %	$\varepsilon_i^{\max} \times 10^4$	δ_2, %
FGM-inclusions 1.1	2.39	-21.6	1.60	-24.9
FGM-inclusions 1.2	2.36	-22.6	1.57	-26.3
FGM-inclusions 1.3	2.35	-23.0	1.53	-28.2
FGM-inclusions 1.4	2.55	-16.4	1.48	-30.5
FGM-inclusions 1.5	2.23	-26.9	1.50	-29.6
FGM-inclusions 1.6	2.21	-27.5	1.47	-31.0
FGM-inclusions 1.7	2.20	-27.9	1.43	-32.9
FGM-inclusions 1.8	2.41	-21.0	1.39	-34.7

Let us find out how the SCF changes for different variants of the width of the inclusion at fixed values h_1, h_3 and a variable value h_2 of the FGM-inclusion (1) from $E_i(r)$ $(i=8)$ (Fig. 2 (d)) (Table 5).

Table 5

Variants of FGM-inclusions depending on the width of the zones h_i $(h_{inc}=3R,\ 4R,...,9R)$

Width of FGM-inclusion zones / Inclusion type	h_1	h_2	h_3
FGM-inclusions 2.1	R	R	R
FGM-inclusions 2.2	R	$2R$	R
FGM-inclusions 2.3	R	$3R$	R
FGM-inclusions 2.4	R	$4R$	R
FGM-inclusions 2.5	R	$5R$	R
FGM-inclusions 2.6	R	$6R$	R
FGM-inclusions 2.7	R	$7R$	R

In the case of an FGM-inclusion 2.7 ($h_{inc}=9R$), its radius R_1 is equal to half the width of the plate. In this case, it was assumed that the entire plate was made of FGM.

The results of a series of computational experiments using the FEM for plates with FGM-inclusions (1) from $E_i(r)$ $(i=8)$ (Fig. 2 (d)) of different widths $(h_{inc}=3R,\ 4R,...,9R)$ are summarized in Table 6.

The presence of an annular FGM-inclusion (1) with a given law of change in the elastic modulus $E_i(r)$ $(i=8)$ makes it possible to reduce the SCF value in the plate by ~21%–38%, and the maximum deformations by ~25%–40% (Table 6). Analyzing the results of calculations in the presence of FGM-inclusions of different widths, we find that the larger the width of the

inclusion, the smaller the values of SCF and deformations in the plate. The smallest SCF value among the variants under consideration was obtained in the case of FGM-inclusion 2.6 ($h_1 = h_3 = R$, $h_2 = 6R$).

Table 6

Stress concentration factor and corresponding deformations in a plate with FGM-inclusion

The task	SCF	δ_1, %	$\varepsilon_i^{\max} \times 10^4$	δ_2, %
FGM-inclusions 2.1	2.39	-21.6	1.60	-24.9
FGM-inclusions 2.2	2.23	-26.9	1.50	-29.6
FGM-inclusions 2.3	2.10	-31.1	1.41	-33.8
FGM-inclusions 2.4	1.99	-34.8	1.34	-37.1
FGM-inclusions 2.5	1.93	-36.7	1.30	-39.0
FGM-inclusions 2.6	1.90	-37.7	1.28	-39.9
FGM-inclusions 2.7	1.93	-36.7	1.30	-39.0

On Fig. 6 shows the graphs of the distribution of relative stresses σ_y / p in the characteristic cross section AC of a plate with an FGM-inclusion (1) from $E_i(r)$ $(i = 8)$ for various options for the width h_2 of the second zone of the FGM-inclusion $h_2 = R;\ 2R;...,7R$ (see Table 3). The abscissa shows the normalized parametric distance $0 \le l_1 \le 1$ in the radial direction from the hole edge (point A, Fig. 1 (a)) along the plate cross section $AC = (a - 2R)/2$: $l_1 = (r - R) / (\frac{a}{2} - R)$, r is the distance from the center of the hole to an arbitrary point of the segment AC .

As can be seen from Fig. 6, when using FGM-inclusions of different widths, a redistribution of stresses occurs in the cross section AC associated with the width h_2 of the central zone of the FGM-inclusion: the larger the value of h_2, the lower the stress σ_y / p in the section AC ; in the transition from the second to the third zone, for each FGM-inclusion 2.4–2.7, the stresses σ_y / p decrease.

Consequently, by setting a certain law of change in the elastic modulus of the inclusion, it is possible to influence the magnitude of the SCF and, in general, the distribution of stresses in the plate.

As an example, in Fig. 7 shows the distribution of stress intensity σ_i in a plate with a circular hole and FGM-inclusion 2.6 ($h_1 = h_3 = R,\ h_2 = 6R$).

On Fig. 8 illustrates the qualitative nature of the difference in the distribution of strain intensities in a homogeneous plate and in a plate with a radially inhomogeneous inclusion (1) from $E_i(r)$ $(i = 8)$ along the radius $R_1 = 8R$ ($h_1 = h_3 = R,\ h_2 = 6R$).

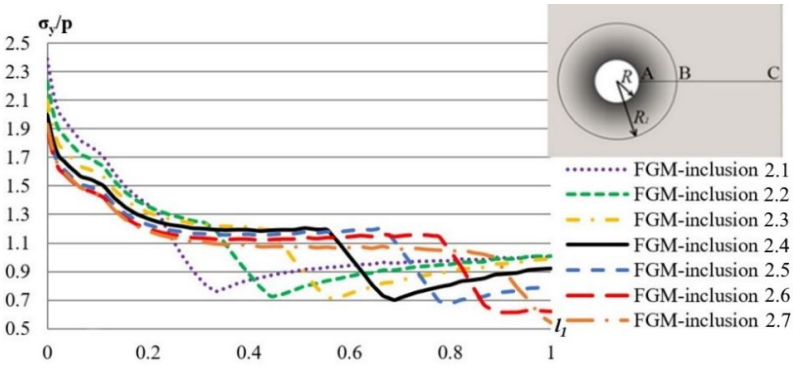
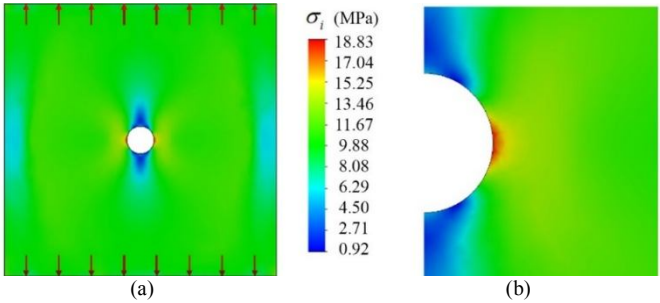
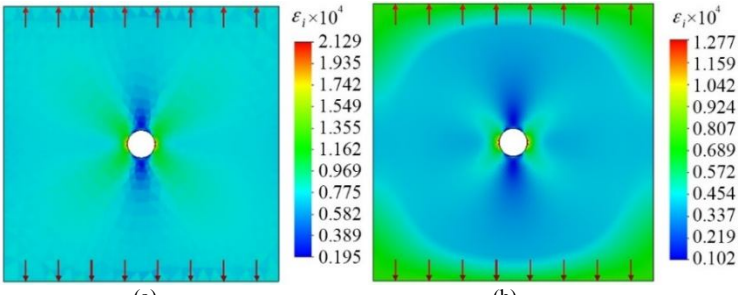


Fig. 6. Distribution of relative stresses σ_y / p in a plate with an FGM-inclusion in the cross section AC in the case $h_2 = R,\ 2R,...,7R$



(a) (b)

Fig. 7. Stress intensity distribution in a plate with FGM-inclusion 2.6 (a), a fragment of the distribution σ_i around the hole (b)



(a) (b)

Fig. 8. Strain intensity distribution ε_i in a homogeneous plate (a) and in a plate with an FGM-inclusion 2.6 (b)

3.2. Cylindrical shells with radially inhomogeneous inclusions. Next, let us consider the effect on the SCF value of the presence of FGM-inclusions with a given law of change in the elastic modulus in the radial direction around a circular hole in a cylindrical thin-walled shell.

The results of calculations for a shell with FGM-inclusions (1) from $E_i(r)$ $(i=8)$ (Fig. 2 (d)) with varying values h_1, h_2 and a constant width of the third zone h_3 (see Table 3) are given in Table 7.

Table 7

Stress concentration factor and corresponding deformations in a cylindrical shell with an FGM-inclusion

The task	SCF	δ_1, %	$\varepsilon_i^{\max}\times10^4$	δ_2, %
FGM-inclusions 1.1	2.49	-23.9	1.66	-27.2
FGM-inclusions 1.2	2.42	-26.0	1.59	-30.3
FGM-inclusions 1.3	2.41	-26.3	1.55	-32.0
FGM-inclusions 1.4	2.50	-23.5	1.51	-33.8
FGM-inclusions 1.5	2.32	-29.1	1.55	-32.0
FGM-inclusions 1.6	2.25	-31.2	1.48	-35.1
FGM-inclusions 1.7	2.24	-31.5	1.45	-36.4
FGM-inclusions 1.8	2.30	-29.7	1.39	-39.0

Here, as in the case of plates, the smallest SCF was obtained for FGM-inclusions of widths $3R$ and $4R$ in the case of $h_1=0.5R$. If we compare the cases of FGM-inclusions with $h_1=0.5R$ and $h_1=R$, then the SCF values differ by ~2%. Therefore, further we will consider the rational parameter of the first zone $h_1=R$.

Let us find out how the SCF changes in the shell for different values R_1 $(h_{inc}=3R,\ 4R,...,9R)$ (Table 5) at fixed values h_1, h_3 and a variable value h_2 of the FGM-inclusion (1) from $E_i(r)$ $(i=8)$ (Fig. 2 (d)). The results of a series of computational experiments are summarized in Table 8.

Table 8

Stress concentration factor and corresponding deformations in a cylindrical shell with an FGM-inclusion

The task	SCF	δ_1, %	$\varepsilon_i^{\max}\times10^4$	δ_2, %
FGM-inclusions 2.1	2.49	-23.9	1.66	-27.2
FGM-inclusions 2.2	2.32	-29.1	1.55	-32.0
FGM-inclusions 2.3	2.20	-32.7	1.46	-36.0
FGM-inclusions 2.4	2.11	-35.5	1.41	-38.2
FGM-inclusions 2.5	2.07	-36.7	1.39	-39.0
FGM-inclusions 2.6	2.06	-37.0	1.38	-39.5
FGM-inclusions 2.7	2.11	-35.5	1.41	-38.2

Here, δ_1 and δ_2 are the deviation of the SCF and the maximum value of the strain intensity $\varepsilon_i^{\max}$ from the corresponding value for a thin-walled cylindrical shell with a circular hole without an inclusion [6].

From Table 8 it can be seen that the presence of a radially inhomogeneous ring inclusion with a given law of change in the elastic modulus leads to a decrease in the SCF value in the shell by ~24%–37%, and maximum deformations by ~27%–39%. As in the case with plates, the FGM-inclusion 2.6 ($h_1 = h_3 = R,\ h_2 = 6R$) turned out to be the best of the considered options for the shell in terms of reducing the SCF.

As can be seen from Fig. 9, the distribution of relative stresses σ_y / p over the surface of the shell (in section AC) for FGM-inclusions of different widths is similar to the case for plates. The normalized parametric distance $0 \le l_2 \le 1$ from the edge of the hole (point A, Fig. 1 (b)) along the arc $AC = (\pi d - 4R)/4$ is plotted along the abscissa.

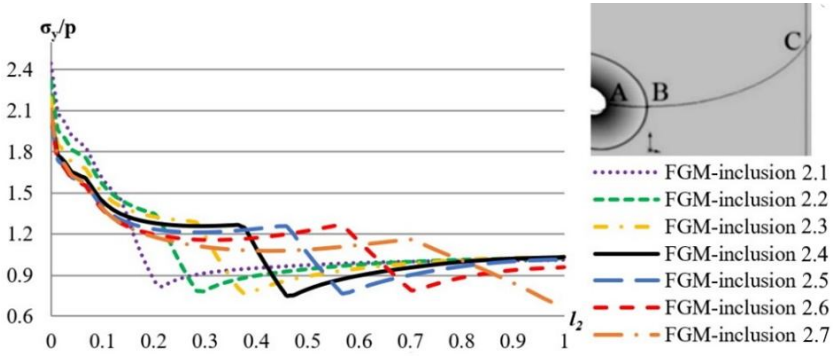
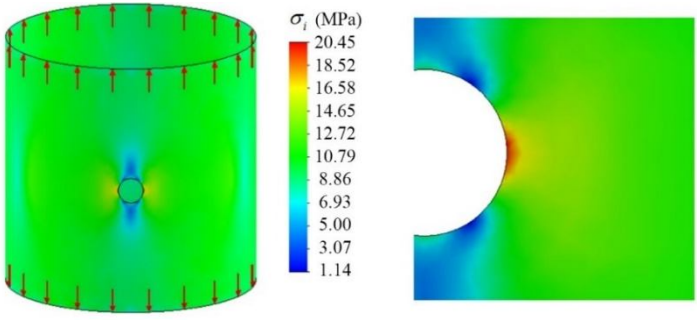


Fig. 9. Distribution of relative stresses σ_y / p in a shell with an FGM-inclusion in the cross section AC in the case $h_2 = R,\ 2R, ..., 7R$

On Fig. 10 and Fig. 11 illustrates a qualitative picture of the distribution of stress σ_i and strain ε_i intensities in a cylindrical shell with a circular hole and an annular FGM-inclusion 2.6 ($h_1 = h_3 = R,\ h_2 = 6R$), respectively.

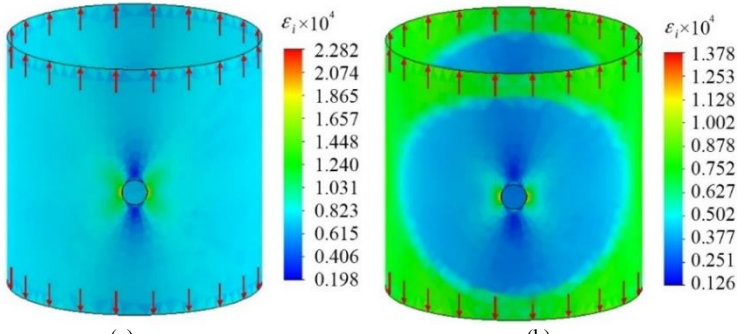
Conclusions. Based on a series of large-scale computational experiments using the FEM, modeling and analysis of the influence of a radially inhomogeneous ring inclusion on the stress concentration around a circular hole in thin plates and cylindrical shells is carried out. The results of computer simulation and numerical study of the influence of the geometric characteristics of the FGM-inclusion and the law of change of its elastic modulus in the radial direction on the concentration of SSS parameters around the hole of the plate-shell structural elements showed that in the presence of FGM-inclusions with certain mechanical properties and geometric

characteristics, it is possible to reduce the SCF and the corresponding strain intensity in the vicinity of the hole by more than 35%.



(a) (b)

Fig. 10. Stress intensity distribution in the shell with FGM-inclusion 2.6 (a), distribution fragment σ_i around the hole (b)



(a) (b)

Fig. 11. Strain intensity distribution ε_i in a homogeneous shell (a) and in the shell with FGM-inclusion 2.6 (b)

Therefore, the use of annular reinforcements of circular holes in the form of FGM inclusions in plates and cylindrical shells with holes is appropriate. It allows one to influence not only the nature of the distribution, but also the magnitude of stress and strain intensities in the zones of local concentration of SSS parameters.

It is promising to search for rational parameters of FGM-inclusions, to find their types and configurations from the point of view of the influence on the decrease in the concentration of SSS parameters of plates and shells with different holes.

REFERENCES

1. *Avdonin A.S.* Prikladnie metodi rascheta obolochek i tonkostennih konstrukcii (Applied methods for calculating shells and thin-walled structures). – M., 1969. – 402 p.

2. *Bazhenov V., Perelmuter A., Vorona Yu.* Structural mechanics and theory of structures. History essays. – LAP LAMBERT Academic Publishing. Beau Bassin, Mauritius, 2017. – 580 p.
3. *Lukianchenko O., Kostina O.* The finite element metod in problems of the thin shells theory. – LAP LAMBERT Academic Publishing, Beau Bassin, Mauritius, 2019. – 134 p.
4. *Peterson R.* Koeffitsiyenty kontsentratsii napryazheniy (Stress concentration factors). – M., 1977. – 302 p.
5. *Savin G.N.* Raspredeleniye napryazheniy okolo otverstiy (Stress distribution around holes). – Kyiv, 1968. – 888 p.
6. *Guz A.N., Chernyshenko I.S., Chekhov Val. N. et al.* Metody rascheta obolochek. V 5 t. T. 1. Teoriya tonkikh obolochek, oslablennykh otverstiyami (Shell calculation methods. In 5 vols. Vol. 1. Theory of thin shells weakened by holes). – Kyiv, 1980. – 636 p.
7. *Gudramovich V.S., Gart É.L., Strunin K.A.* Modeling of the behavior of plane-deformable elastic media with elongated elliptic and rectangular inclusions // Materials Science. – 2017. – Vol. 52, Iss. 6. – P. 768–774.
8. *Hart E.L., Hudramovich V.S.* Computer simulation of the stress-strain state of plates with reinforced elongate rectangular holes of various orientations // Strength of materials and theory of structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2022. – Iss. 108. – P. 77–86.
9. *Hart E.L., Hudramovich V.S., Terokhin B.I.* Vplyv vklyuchennya iz funktsional′no-hradiyentnoho materialu na kontsentratsiyu napruzhen′ v tonkykh plastynakh ta tsylindrychnykh obolonkakh z kruhovym otvorom (Effect of a functionally graded material inclusion on the stress concentration in thin plates and cylindrical shells with a circular opening) // Tekhnichna mekhanika. – 2022. – № 4. – P. 67–78.
10. *Hart E.L., Terokhin B.I.* Computer simulation of the stress-strain state of the plate with circular hole and functionally graded inclusion // Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications. – 2021. – Vol. 29, Iss. 1. – P. 42–53.
11. *Hart E.L., Terokhin B.I.* Vybir ratsional′nykh parametriv pidkriplyuyuchykh elementiv pry komp″yuternomu modelyuvanni povedinky tsylindrychnoyi obolonky z dvoma pryamokutnymy otvoramy (Choice of rational parameters of reinforcement elements in computer simulation of behavior of a cylindrical shell with two rectangular holes) // Problemy obchyslyuval′noyi mekhaniky i mitsnosti konstruktsiy: zb. nauk. prats′. – Dnipro: Lira, 2019. – Vol. 30. – P. 19–32.
12. *Hudramovych V.S., Hart E.L., Marchenko O.A.* Vplyv formy pidkriplen′ na napruzheno-deformovanyy stan tsylindrychnoyi obolonky z vydovzhenymy pryamokutnymy otvoramy (About the influence of the form of reinforcement on the stress-strain state of a cylindrical shell with elongated rectangular holes) // Problemy obchyslyuval′noyi mekhaniky i mitsnosti konstruktsiy: zb. nauk. prats′. – Dnipro, 2017. – Vol. 27. – P. 52–64.
13. *Hudramovich V.S., Hart E.L., Marchenko O.A.* Reinforcing inclusion effect on the stress concentration within the spherical shell having an elliptical opening under uniform internal pressure // Strength of Materials. – 2021. – Vol. 52, No. 6. – P. 832–842.
14. Analiticheskiye resheniya smeshannykh osesimmetrichnykh zadach dlya funktsional'no-gradiyentnykh sred (Analytical solutions of mixed axisymmetric problems for functionally graded media) / S.M. Aizikovich [et al.]. – M., 2011. – 192 p.
15. *Yang Q., Gao C.-F., Chen W.* Stress analysis of a functional graded material plate with a circular hole // Arch. Appl. Mech. – 2010. – Vol. 80. – P. 895–907.
16. *Linkov A., Rybarska-Rusinek L.* Evaluation of stress concentration in multi-wedge systems with functionally graded wedges // Intern. J. Engng Sci. – 2012. – Vol. 61. – P. 87–93.
17. *Kubair D.V., Bhanu-Chandar B.* Stress concentration factor due to a circular hole in functionally graded panels under uniaxial tension // Intern. J. Mech. Sci. – 2008. – Vol. 50. – P. 732–742.
18. *Mohammadi M., Dryden J. R., Jiang L.* Stress concentration around a hole in a radially inhomogeneous plate // Intern. J. Solids Structures. – 2011. – Vol. 48. – P. 483–491.
19. *Zienkiewicz O.C, Taylor R.L.* The finite element method for solid and structural mechanics. – New York: Elsevier, 2005. – 632 p.
20. *Washizu K.* Variational Methods in Elasticity and Plasticity. – Oxford-New York: Pergamon Press, 1975. – 420 p.

Стаття надійшла 11.03.2023

Гарт Е.Л., Терьохін Б.І.

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОНКИХ ПЛАСТИН ТА ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З КРУГОВИМ ОТВОРОМ, ПІДКРІПЛЕНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНОГО МАТЕРІАЛУ

Здійснено комп'ютерне моделювання та скінченноелементний аналіз напружено-деформованого стану тонких пластин і тонкостінних циліндричних оболонок, послаблених круговим отвором за наявності оточуючого його кільцевого включення із функціонально-градієнтного матеріалу (ФГМ). Досліджено вплив розмірів ФГМ-включення та закону змінення його модуля пружності на концентрацію параметрів напружено-деформованого стану пластин і оболонок в околі отвору. Отримано розподіл інтенсивностей напружень і деформацій в зонах локальної концентрації напружень. Встановлено, що за використання радіально неоднорідного ФГМ-включення з певними механічними властивостями можна зменшити коефіцієнт концентрації напружень більш ніж на 35%. Закон змінення модуля пружності ФГМ-включення та ширина включення суттєво впливають не тільки на величину концентрації параметрів напружено-деформованого стану пластини та оболонки, а й на характер розподілу напружень по їх поверхням. Результати проведеної серії широкомасштабних обчислювальних експериментів показують, що використання кільцевого включення із ФГМ дає змогу знизити інтенсивності як напружень, так і деформацій навколо отвору.

Keywords: пружна пластина, тонкостінна циліндрична оболонка, круговий отвір, кільцеве включення, функціонально-градієнтний матеріал, напружено-деформований стан, коефіцієнт концентрації напружень, скінченноелементний аналіз.

УДК 539.3
Гарт Е.Л., Терьохін Б.І. **Комп'ютерне моделювання напружено-деформованого стану тонких пластин та циліндричних оболонок з круговим отвором, підкріпленим включенням із функціонально-градієнтного матеріалу** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 63-80. – Англ.
Із застосуванням методу скінченних елементів проведено комп'ютерне моделювання впливу механічних і геометричних параметрів підкріплювальних елементів у вигляді кільцевих включень із функціонально-градієнтного матеріалу на концентрацію напружень у тонких пластинах і циліндричних оболонках із круговим отвором.
Табл. 8. Іл. 11. Бібліогр. 20 назв.

UDC 539.3
Hart E.L., Terokhin B.I. **Computer simulation of the stress-strain state of thin plates and cylindrical shells with a circular hole reinforced by an inclusion from functionally graded material** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 63-80. – Engl.
On the basis of the finite element method, computer simulation of the influence of mechanical and geometric parameters of reinforcing elements in the form of ring inclusions from a functionally graded material on the stress concentration in thin plates and cylindrical shells with a round hole was carried out.
Tabl. 8. Fig. 11. Ref. 20.

Автор (науковий ступень, вчене звання, посада): *доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету ім. Олеся Гончара ГАРТ Етері Лаврентіївна*
Адреса: *49010, Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна, 72, Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара*
Мобільний тел.: *+38(050) 146-88-43*
E-mail: hart@ua.fm
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-6075-2269

Автор (науковий ступень, вчене звання, посада): *аспірант Дніпровського національного університету ім. Олеся Гончара ТЕРЬОХІН Богдан Ігорович*
Адреса: *49010, Україна, м. Дніпро, проспект Гагаріна, 72, Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара*
Мобільний тел.: *+38(095) 072-22-25*
E-mail: bogdan.teryokhin@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-2381-8190

УДК 629.7.015.4:533.6.072

УМОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСЗВУКОВОГО ФЛАТЕРУ АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ КЕРУВАННЯ НАДЗВУКОВИХ ЛІТАКІВ В АЕРОДИНАМІЧНИХ ТРУБАХ

О.В. Сафронов[1],
д-р техн. наук, професор

Б.Й. Семон[1],
д-р техн. наук, професор

О.М. Неділько[1],
канд. техн. наук, доцент

А.О. Горіна[2],
канд. архітектури

[1]*Національнмй університет оборони України імені Івана Черняховського, м. Київ*

[2]*Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.81-96

У статті обґрунтовані умови моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків в аеродинамічних трубах, які дозволяють переносити результати продувок динамічно-подібних моделей на натурні конструкції літаків.

Ключові слова: трансзвуковий флатер, надзвукові літаки, аеродинамічна поверхня керування, коливання, динамічно-подібна модель, аеродинамічна труба, математична модель, число *M* польоту.

Постановка проблеми. Трансзвуковий (одноступеневий) флатер аеродинамічних поверхонь керування надзвукових та гіперзвукових літаків відноситься до тих явищ динамічної аеропружності, оцінка яких у льотному експерименті небезпечна. Оскільки досі не існує загальноприйнятої математичної моделі виникнення цього явища, випробування динамічноподібних моделей в аеродинамічних трубах можна віднести до основних і безпечних методів оцінки характеристик трансзвукового флатеру. Тому обґрунтування умов моделювання трансзвукового флатеру, які дозволяють переносити результати продувок динамічноподібних моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкції літаків,залишається актуальною науковою проблемою.

Необхідність цих лабораторних експериментів важко переоцінити. Вони дозволяють як використовувати усі типи вимірювальної апаратури, які неможливо встановити на борт літака так і моделювати режими польотів літаків, виконання яких в льотному експерименті неможливо або заборонено. Врешті-решт, лабораторний експеримент значно дешевший льотного.

© Сафронов О.В., Семон Б.Й, Неділько О.М., Горіна А.О.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Обґрунтуванню умов і критеріїв моделювання класичного (двохступеневого) та трансзвукового флатеру присвячені публікації [1-17, 19].

У праці [1] викладені підходи щодо обґрунтування критеріїв та умов моделювання класичного флатеру аеродинамічних поверхонь в аеродинамічних трубах.

У праці [2] викладені фундаментальні основи моделювання різноманітних явищ, у тому числі, і моделювання класичного флатеру аеродинамічних поверхонь.

У праці [3] обґрунтовані рекомендації щодо моделювання флатеру аеродинамічних поверхонь з урахуванням стислості повітря.

Значний обсяг лабораторних досліджень, присвячених аналізу коливань аеродинамічних поверхонь керування у трансзвуковому потоці повітря, викладений у праці [4], в який розглянути методи та критерії моделювання коливань аеродинамічних поверхонь керування в аеродинамічних трубах на трансзвукових швидкостяхта вплив різноманітних факторів на рівень цих коливань.

Визначені три області чисел M польоту, в яких можливе виникнення коливань аеродинамічних поверхонь:

- область «А» - швидкість дозвукова, коливання обумовлені відривом прикордонного шару за стрибками ущільнення;
- область «В» - профіль аеродинамічної поверхні знаходиться у змішаному (дозвуковому і надзвуковому) потоці повітря, коливання зумовлені складною взаємодією стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування;
- область «С» - швидкість надзвукова, коливання можливі на профілях з безкінечно малою товщиною.

Відмічено також, що досі не існує надійних теоретичних методів оцінки нестаціонарних сил аеродинамічних поверхонь керування, які коливаються у трансзвуковому потоці, тому використання лінійних математичних моделей подібності не завжди дозволяють переносити результати продувок моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкції літаків.

У праці [5], яка присвячена дослідженням трансзвукового флатера аеродинамічних поверхонь керування, відмічено, що, за результатами експериментів, у навколозвуковому діапазоні чисел M спостерігається значне зменшення критичного швидкісного напору, яке обумовлено рухом стрибків ущільнення по поверхні крила. Тому дослідження цього типу флатера за допомогою методів класичного лінійного аналізу пружних коливань неможливо.

У праці [6], яка присвячена чисельним методам дослідження флатера, вказано, що безпеку польотів безпілотних літальних апаратів у діапазоні чисел M =0,95-1,05 точніше можна забезпечити за допомогою результатів льотних випробувань.

Зауважимо, що найбільш небезпечними уявляються коливання аеродинамічних поверхонь в області «В», виникнення яких неодноразово закінчувалося важкими льотними подіями сучасних надзвукових літаків.

З цього приводу це явище динамічної аеропружностіу працях [5, 7] має назву «трансзвуковий флатер».

У праці [8] викладені результати продувок жорстко закріпленої несучої аеродинамічної поверхні з елероном, в яких також спостерігалося виникнення коливань елерону у трьох областях чисел M. Тобто, коливання елерону виникали при наявності лише однією ступені свободи, а, саме, тільки при кутовихколиваннях елерону навколо власної осі.

У праці [9], яка присвячена експериментальним дослідженням коливань аеродинамічних поверхонь керування у навколозвуковому потоці повітря, відмічено, що при переміщенні стрибка ущільнення уперед до осі обертання аеродинамічної поверхні керування його інтенсивність збільшується. На думку авторів праці, цим фактом можна пояснити причини виникнення коливань на цих режимах обтікання аеродинамічного профілю трансзвуковим потоком повітря.

У праці [10], в якій викладені особливості моделювання явищ динамічної аеропружності літаків в трансзвукових аеродинамічних трубах, дані рекомендації щодо вибору критеріїв подібності, виконання яких необхідно при проектуванні, виготовленні та випробуваннях динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах.

До особливостей коливань аеродинамічних поверхонь керування, які відмічені ульотних дослідженняхтрансзвукового флатеру, віднесено [11]:

- найвищий рівень спостерігається на тонких аеродинамічних поверхнях, відносна товщина яких дорівнює $\overline{\tau} \approx 0,04-0,05$ і які розташовані в потоці повітря під нульовим кутом атаки;
- характер коливань нагадує гармонічні коливання, при цьому частоти коливань при зміни висоти або швидкісного напору залишаються незмінними і дорівнюють власним частотам коливань аеродинамічних поверхонь керування у наземних умовах;
- коливання виникають у вузькому діапазон чисел M незбудженого потоку повітря - $M \approx 0,92-0,96$, який практично не змінюється зі зміною висоти польоту;
- рівень коливань практично лінійно зростає зі збільшенням швидкісного напору;
- рівень коливань зменшується зі зростанням величини конструкційного демпфірування;
- рівень коливань збільшується зі зменшенням висоти польоту.

Ці коливання віднесені до класу нелінійних автоколивань, амплітуда яких залежить від характеристик несучих аеродинамічних поверхонь, характеристик аеродинамічних поверхонь керуваннята умов польоту.

У теоретичних працях виникнення цього явища пов’язується і з наявністю стислості повітря [12] і з формуванням стрибків ущільнення на поверхні профілю [13]. А у праці [14], на базі результатів чисельного

рішення рівняння Навье–Стокса, зроблений висновок, що виникнення коливань обумовлено фазовим запізненням переміщень стрибків ущільнення відносно коливань поверхні керування, але причини фазового запізнення не розкриті.

До можливих причин виникнення коливань також віднесено складну взаємодію стрибків ущільнення з коливаннями поверхонь керування [15].

З наведеного аналізу випливає, що результати теоретичних досліджень, які присвячені коливанням аеродинамічних поверхонь керування на трансзвукових числах *M,* та результати продувок динамічно-подібних моделей ваеродинамічних трубах не завжди можна переносити на натурні конструкції літаків, оскільки досі не існує загальноприйнятої математичної моделі виникнення трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування.Тому досі не існує теоретично обгрунтованих умов та критеріїв моделювання цього явища, які дозволяють переносити результати випробувань динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкції літаків.

Одна з можливих математичних моделей виникненнятрансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування запропонована у праці [16], яка подана у вигляді диференційного рівняння другого порядку з нелінійною правою частиною

$$\ddot{\delta}(t)+\frac{\vartheta}{\pi}\omega\dot{\delta}(t)+\omega^2\delta(t)=\frac{1}{\bar{J}_k}\left[\bar{M}_a(\dot{\delta})+\bar{M}_c(\dot{\delta})\right], \qquad (1)$$

де $\delta(t)$ - характер коливань аеродинамічної поверхні керування; ϑ - логарифмічний декремент коливань поверхні керування; ω - кутова частота власних пружних коливань поверхні керування; $\bar{J}_k$ - розподілений масовий момент інерції поверхні керування; $\bar{M}_a(\dot{\delta})$ - розподілений шарнірний момент, обумовлений силами аеродинамічного демпфірування; $\bar{M}_c(\dot{\delta})$ - розподіленийзбуджений шарнірний момент, обумовлений взаємодією стрибків ущільнення з коливаннями поверхонь керування.

Мета статті. Шляхом аналізу математичної моделі (1) виникнення трансзвукового флатеру аеродинамічної поверхні керування обгрунтувати умови, які дозволяють переносити результати продувок динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкції літаків.

Виклад основного матеріалу. Найбільші труднощі при вирішенні рівняння (1) виникають при визначенні збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування та шарнірного моменту, який обумовлений силами аеродинамічного демпфірування.

Аналіз рівняння (1) почнемо з оцінки цих шарнірних моментів.

У праці [17] була запропонована адаптована математична модель наближеної оцінки величини збудженого шарнірного моменту, тобто, моменту, в наслідок якого виникає трансзвуковий флатер

аеродинамічних поверхонь керування. Розподілена величина цього моменту визначається рівнянням

$$\bar{M}_c(\dot{\delta}) \approx \Delta p_0 b_k^2 \left(\frac{b_1 + b_k}{2b_1 + b_k} \right) \frac{b_1}{\varphi_0 V} \dot{\delta}(t) \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{b_k}{b_1} \right) \frac{b_1}{\varphi_0 V} \left| \dot{\delta}(t) \right| \right], \qquad (2)$$

де Δp_0 - максимальна величина зміни тиску місцевого надзвукового струму на поверхні керування при умові розташування стрибків ущільнення на заднійкромці профілю та при умові відсутності коливань; b_k - хорда профілю поверхні керування; b_1 - відстань лінії максимальної товщини профілю від його задньої кромки; φ_0 - максимвальний кут нахилу дотичної до дифузорної частини профілю; V - швидкість польоту літака.

Нагадаємо, що нелінійна математична модель (2) отримана на підставі аналізу умов формування стрибків ущільнення на поверхні аеродинамічного профілю, закономірностей взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування [15] та з урахуванням гіпотези динамічного скривлення аеродинамічного профілю [18].

Крім того, оскільки, за результатами експериментальних досліджень цього явища, частоти коливань аеродинамічних поверхонь керування при зміні умов польоту залишаються незмінними і дорівнюють частотам власних коливань аеродинамічних поверхонь керування у наземних умовах, тому математична модель (1) враховує лише збуджені шарнірні моменти, які обумовлені особливостями взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування і визначені рівнянням (2), ташарнірні моменти аеродинамічних поверхонь керування, які обумовлені силами аеродинамічного демпфірування.

Причому, шарнірні моменти аеродинамічних поверхонь керування, якіобумовлені силами аеродинамічного демпфірування, отримані також за допомогою гіпотези динамічного скривлення аеродинамічного профілю.

Розподілений шарнірний момент поверхні керування у рівнянні (1), який обумовлений силами аеродинамічного демпфірування, визначається залежністю [16]

$$\bar{M}_a(\dot{\delta}) \approx -0,458 C_y^{\delta} \frac{q}{V} b_k^3 \dot{\delta}(t), \qquad (3)$$

де C_y^{δ} - похідна коефіцієнта піднімальної сили за кутом відхилення поверхні керування; q - швидкісний напір потоку повітря.

Зауважимо також, що можливість оцінки деяких характеристик трансзвукового флатеру за допомогою математичної моделі (1) доведена шляхом порівняння цих характеристик з характеристиками, отриманими у льотних дослідженнях [16, 19].

Враховуючи вищенаведене, можливість обґрунтування умов моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування, які дозволяють переносити результати продувок динамічно-

подібних моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкції літаків, розглянемо шляхом аналізу математичної моделі (1).

З цією метою рівняння (1) необхідно перетворити до безрозмірного вигляду, як це рекомендовано у праці [1].

Оскільки коливання аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатеру носять гармонічний характер, то їх можна представимо залежністю

$$\delta(t) = \delta_0 e^{i\omega t}, \tag{4}$$

де δ_0 - амплітуда коливань аеродинамічної поверхні керування.

З урахуванням залежностей (2)–(4) рівняння (1) перетворимо до вигляду

$$\frac{1}{\bar{J}_k}\Delta p_0 b_k^2\left(\frac{b_1+b_k}{2b_1+b_k}\right)\frac{b_1\omega}{\varphi_0 V}\left[1-\frac{1}{2}\left(1+\frac{b_k}{b_1}\right)\frac{b_1}{\varphi_0 V}i\omega\delta_o e^{i\omega t}\right]-$$

$$-0,458\frac{1}{J_k}C_y^{\delta}\frac{q}{V}b_k^3\omega\ -\frac{\upsilon}{\pi}\omega^2=0. \tag{5}$$

З метою перетворення рівняння (5) до безрозмірного вигляду поділимо його на квадрат кутової частоти коливань аеродинамічної поверхні керування.

Після перетворення рівняння (5) отримаємо рівняння для обгрунтування умов моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування в аеродинамічних трубах

$$\frac{1}{\bar{J}_k}\Delta p_0 b_k^2\left(\frac{b_1+b_k}{2b_1+b_k}\right)\frac{b_1}{\varphi_0\omega V}\left[1-\frac{1}{2}\left(1+\frac{b_k}{b_1}\right)\frac{b_1}{\varphi_0 V}i\omega\delta_o e^{i\omega t}\right]-$$

$$-0,458\frac{1}{J_k}C_y^{\delta}\frac{q}{\omega V}b_k^3\ -\frac{\upsilon}{\pi}=0. \tag{6}$$

Зауважимо, що фізичні процеси натури і моделі при виникненні трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування можна вважати подібними, якщо усі члени рівняння (6) можна представити у безрозмірному вигляді[1].

Розглянемо можливість забезпечення цих умов.

З цією метою необхідно зупинитися на деяких особливостях моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування в аеродинамічних трубах та на їх відмінності від моделювання класичного флатеру.

По-перше. При моделюванні класичного флатеру аеродинамічних поверхонь основною метою випробувань динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах є визначення критичної швидкості флатеру, тобто, визначення швидкості, при якій настає втрата аеропружноїстійкості коливань аеродинамічних поверхонь.

Але, як вказано вище, коливання аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатеру є нелінійними коливаннями з обмеженим циклом, амплітуда якого залежить від характеристик аеродинамічної несучої поверхні, характеристик аеродинамічної поверхні

керування та умов польоту. Тому при моделюванні трансзвукового флатеруаеродинамічних поверхонь керування необхідно оцінювати не тільки факт виникнення коливань, але і амплітуди коливань аеродинамічних поверхонь керування.

Тобто, амплітуди коливань аеродинамічних поверхонь керування натури і моделі повіни бути рівними, а саме

$$\delta_o = idem. \tag{7}$$

Причому, припустимий рівень коливаньаеродинамічних поверхонь керування визначається лабораторними випробуваннями на натурних конструкціях літаків.

По-друге. При визначенні критичної швидкості класичного флатеру конструкційне демпфірування не враховується. Але при дослідженнях трансзвукового флатеру конструкційне демпфірування – є одним з основних шляхів зменшення рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування.

По-третє. З аналізу результатів льотних досліджень трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування [11] слідує, що коливання виникають у дуже вузькому діапазоні чисел *M*.

Тобто,при моделюванні трансзвукового флатеру необхідно забезпечити

$$M_{\phi} = idem\,, \tag{8}$$

де M_{ϕ} - число *M*, при якому спостерігається виникненнятрансзвукового флатеру.

Зауважимо, що число *M*, при якому виникає трансзвуковий флатер, як і рівень коливань аеродинамічних поверхонь керування, залежить від геометричних характеристик системи «несуча аеродинамічна поверхня - аеродинамічна поверхня керування». Тобто, як і при моделюванні класичного флатеру, при моделюванні трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування повинна бути забезпечена повна геометрична подібність системи «аеродинамічна несуча поверхня - аеродинамічна поверхня керування» натури і моделі.

Повна геометрична подібність системи «аеродинамічна несуча поверхня – аеродинамічна поверхня керування» натури і моделі забезпечує рівність наступних безрозмірних величин, або безрозмірних відношень розмірних величин:

– відносної товщини профілю несучої аеродинамічної поверхні натури і моделі

$$\overline{\tau} = idem; \tag{9}$$

– максимальної величини куту нахилу дотичної до діфузорної частини профілю

$$\varphi_o = idem; \tag{10}$$

– похідної коефіцієнта піднімальної сили за кутом відхилення поверхні керування

$$C_y^{\delta} = idem; \tag{11}$$

– безрозмірного радіуса інерції аеродинамічних поверхонь керування

$$\overline{r_i} = idem; \tag{12}$$

– відношення хорди профілю аеродинамічних поверхонь керування до відстані лінії максимальної товщини аеродинамічного профілю від задньої кромки профілю

$$b_k / b_1 = idem. \tag{13}$$

До цих безрозмірних величин, як слідує з аналізу рівняння (6), необхідно віднести і логарифмічний декремент коливань аеродинамічних поверхонь керування натури і моделі, оскільки число π у рівнянні (6) – величина також безрозмірна, тобто,

$$\upsilon = idem. \tag{14}$$

Обґрунтування додаткових умов моделювання трансзвукового флатеру в аеродинамічних трубах розглянемо шляхом перетворення рівняння (6).

Дійсно, рівняння (6) можна подати у вигляді

$$\frac{1}{\overline{J}_k}\Delta p_0 b_k^2\left(\frac{b_1+b_k}{2b_1+b_k}\right)\frac{b_1}{\varphi_0\omega V}\left[1-\frac{1}{2}\left(1+\frac{b_k}{b_1}\right)\frac{b_1\overline{\omega}}{b_k\varphi_0}i\delta_o e^{i\omega t}\right]-$$

$$-0,458\frac{1}{J_k}C_y^{\delta}\frac{q}{\omega V}b_k^3-\frac{\upsilon}{\pi}=0. \tag{15}$$

де $\overline{\omega}$ - безрозмірна частота коливань аеродинамічної поверхні керування або число Струхаля.

Число Струхаля визначається відомою залежністю [10]

$$\overline{\omega} = (b_k\omega)/V. \tag{16}$$

З аналізу рівняння (15) слідує, що для забезпечення подібності моделювання нелінійної частини збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування в аеродинамічних трубах, визначеного рівнянням (2), необхідно забезпечити виконання умов (7), (10),(13) та рівності чисел Струхаля(16) натури і моделі, а, саме

$$\overline{\omega} = idem. \tag{17}$$

Оцінимо можливість обґрунтування умов моделювання трансзвукового флатеру, які забезпечують подібність аеродинамічного шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування натури і моделі, обумовленого силами аеродинамічного демпфірування.

З цією метою нагадаємо відомі залежності:

– швидкісний напір потоку повітря[20]

$$q = \frac{1}{2}\rho_{\Gamma}V^2 = \frac{1}{2}kM_{\phi}^2 p_H, \tag{18}$$

де $\rho_г$ - густина повітря на висоті польоту; k - показник адіабати(для повітря $k = 1{,}405$); p_H - тиск повітряна висоті польоту;

– розподілений масовий момент інерції аеродинамічної поверхні керування [1]

$$\overline{J}_k = \rho_k r_i^2 b_k^4 , \tag{19}$$

де ρ_k - густина матеріалу аеродинамічної поверхні керування.

З урахуванням залежностей (17) – (19), рівняння (15) можна подати у вигляді

$$\frac{1}{\overline{J}_k}\Delta p_0 b_k^2 \left(\frac{b_1 + b_k}{2b_1 + b_k}\right)\frac{b_1}{\varphi_0 \omega V}\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{b_1}{b_k} + 1\right)\frac{\overline{\omega}}{\varphi_0} i\delta_o e^{i\omega t}\right] -$$

$$-0,229 C_y^{\delta}\frac{\rho_\Gamma}{\rho_k \overline{r}_i^2 \overline{\omega}} - \frac{\upsilon}{\pi} = 0 . \tag{20}$$

З аналізу рівняння (20) та умов (11), (12), (17) слідує, що для забезпечення подібності моделювання шарнірних моментів, які обумовлені силами аеродинамічного демпфірування, необхідно додатково забезпечити рівності наступних відношень натури та моделі

$$\rho_\Gamma / \rho_k = idem. \tag{21}$$

Наприкінець, розглянемо можливість визначення умов моделювання збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування, які забезпечують перенос результатів продувок динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкції літаків.

З цією метою нагадаємо відомі залежності [15].

Максимальна величина зміни тиску Δp_0 у рівнянні (20) може бути визначена відомою наближеною залежністю [15]

$$\Delta p_0 \approx p_H \left(M_{10} - M_\infty\right), \tag{22}$$

де M_{10} - максимальне число M місцевого надзвукового струму на поверхні керування при умові розташування стрибків ущільнення на задньої кромки профілю та при умові відсутності коливань; M_∞ - число M незбудженого потоку повітря при умові розташування стрибків ущільнення на заднійкромки профілю та при умові відсутності коливань.

Максимальне число M_{10} у рівнянні (22) визначається також відомою наближеною залежністю [15]

$$M_{10} \approx \sqrt[3]{1 + 11,5\varphi_0} . \tag{23}$$

Число M_∞ незбудженого потоку повітряу рівнянні (22) визначається з умові формування стрибків ущільнення на поверхні аеродинамічного профілю [15]

$$M_{10} - 1 \approx 2\left(M_\infty - M_{кр}\right), \tag{24}$$

де $M_{кр}$ - критичне число M аеродинамічного профілю.

Максимальний кут нахилу дотичної до дифузорної частини профілю у рівнянні (23) для типових симетричних профілів типу ЦАГІ визначається наближеною залежністю [21]

$$\varphi_0 \approx 0,85\overline{\tau} . \tag{25}$$

Критичне число M аеродинамічного профілю у рівнянні (24) може бути визначено за результатами лабораторних досліджень [8, 21], або з наступної наближеної залежності

$$M_{кр} \approx 1 - 0,7\sqrt{\bar{\tau}} \ . \tag{26}$$

Тиск потоку повітря у рівнянні (22) при виникненні трансзвукового флатеру, тобто, при $M_\infty = M_ф$, як випливає із залежності (18), можна визначити відношенням

$$p_H = \frac{\rho_г V^2}{k M_ф^2}, \tag{27}$$

Для визначення числа $M_ф$ у рівнянні (27) необхідно додати наступне.

При виникненні трансзвукового флатеру кут обтікання аеродинамічних поверхонь керування місцевим надзвуковим потоком зменшується на величину

$$\Delta\varphi = \frac{b_k}{V}\dot{\delta}(t) \ . \tag{28}$$

У праці [17] доведено, що максимальна величина збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатеру спостерігається при умові

$$\dot{Z}(t) = \frac{b_1}{\varphi_0 V}\dot{\delta}(t) = \frac{b_1}{b_1 + b_k} \ . \tag{29}$$

З рівнянь (28) та (29) отримаємо

$$\Delta\varphi = \varphi_0 \frac{b_k}{b_1 + b_k} \ . \tag{30}$$

З урахуванням залежності (30), число M місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю, при якому виникає трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування, визначається з рівняння

$$M_{1ф} \approx \sqrt[3]{1 + 11,5(\varphi_0 - \Delta\varphi)} = \sqrt[3]{1 + 11,5\frac{b_1}{b_1 + b_k}\varphi_0} \ . \tag{31}$$

Число $M_ф$ у рівнянні (27) визначається з рівняння, яке аналогічно рівнянню (24) і яке, у даному випадку, має вигляд

$$M_{1ф} - 1 \approx 2(M_ф - M_{кр}) \ , \tag{32}$$

Зауважимо, що при забезпеченні повної геометричної подібності натури і моделі забезпечується рівність чисел M натури і моделі, визначених рівняннями (23), (24), (26), (31), (32).

Підставляючи залежності (16), (19), (22) у рівняння (20), та враховуючи залежності (27), (32), отримаємо рівняння у безрозмірних величинах та у берозмірних відношеннях розмірних величин

$$\frac{(M_{10}-M_\infty)\rho_e b_1}{M_\phi^2\rho_k b_k k\bar{r}_i^{-2}\bar{\omega}\varphi_0}\left(\frac{b_1+b_k}{2b_1+b_k}\right)\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{b_1}{b_k}+1\right)\frac{\bar{\omega}}{\varphi_0}i\delta_o e^{i\omega t}\right]-$$

$$-0,229C_y^\delta\frac{\rho_e}{\rho_k\bar{r}_i^{-2}\bar{\omega}}-\frac{\upsilon}{\pi}=0. \qquad (33)$$

З аналізу рівняння (33) та з умов подібності (7), (8), (10) - (14), (17), (21) слідує, що для забезпечення подібності при моделюванні збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування в аеродинамічних трубах необхідно додатково забезпечити рівності показників адіабати розширення газу, а, саме

$$k=1,405=idem. \qquad (34)$$

Тобто, робочим тілом в аеродинамічній трубі на цих режимах випробування динамічноподібних моделейповинно бути повітря, як це було відмічено у праці [1].

Оскільки коливання аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатеру, які визначаються рівнянням (1), можна представити рівняннями у безрозмірних величинах та у безрозмірних відношеннях розмірних величин, тобто, рівнянням (33), тому коливання динамічно-подібних моделей, які можуть бути представлені подібними рівняннями, вважаються моделями виникнення трансзвукового флатеру реальних аеродинамічних поверхонь керування. Результати продувок таких моделей можна переносити на натурні конструкції літаків [1].

При отриманих вище умовах рівняння (1) перетворюється до безрозмірного вигляду, тому ці умови і повинні бути умовами моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь в аеродинамічних трубах.

Але, необхідно зауважити наступне. У льотних випробуваннях було виявлено, що амплітуда коливань аеродинамічних поверхонь керування досягає граничного циклу за умови [7]

$$dM/dt\le 0,01\,(\mathrm{c}^{-1}). \qquad (35)$$

Коли швидкість зміни числа M польоту була більшою, ніж вказаною в умові (35), рівень коливань був меншим за амплітуди граничного циклу коливань аеродинамічних поверхонь керування.

З умови (35) випливає, що продувки динамічно-подібних моделей на трансзвукових числах M необхідно проводити в аеродинамічних трубах безперервного типу.

Зауважимо також, що умови (8), (9) та (34) можна обґрунтувати і критерієм подібності трансзвукових потоків Кармана–Спрейтера[3]

$$\chi=\frac{1-M_\infty^2}{\left[(k+1)\bar{\tau}M_\infty^2\right]^{2/3}}.$$

Таким чином, до умов моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування, які дозволяють переносити

продувки динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкцій літаків, крім умов (9) – (13), обумовлених геометричною подібністю системи «аеродинамічна несуча поверхня – аеродинамічна поверхня керування» натури і моделі, додатковими умовами повинні бути і наступні умови.

Умови, які обумовлені нелінійним характером коливань аеродинамічних поверхонь керування:

- рівність амплітуд коливань натури і моделі – умова (7);
- рівність чисел M, при яких виникає трансзвуковий флатер - умова (8);
- рівність логарифмічних декрементів коливань аеродинамічних поверхонь керування – умова (14).

Умови, які обумовлені особливостями виникнення цього явища:

- рівність чиселСтрухаля – умова (17);
- рівність відношення густини газу до густини матеріалу аеродинамічних поверхонь керування – умова (21);
- рівність показників адіабати – умова (34).

Умови випробуваннядинамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах – умова (35).

Висновки. Запропоновано один з можливих підходів щодо обґрунтування умов моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування в аеродинамічних трубах, який базується на аналізі нелінійної математичної моделі виникнення цього явища.

Обґрунтовані умови моделювання трансзвукового флатеру, якідозволяють переносити результати випробувань динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкції літаків.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Бисплингхофф Р.Л.* Аэроупругость / Бисплингхофф Р.Л., Эшли Х., Халфмэн Р.Л. – М.: Изд-во иностр. лит., 1958. – 800 с.
2. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике / Седов Л.И.– М.: Наука, 1981. – 448 с.
3. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости газа / Лойцянский Л.Г. М.: Наука, 1970. – 904 с.
4. Аэродинамическое исследование колеблющейся поверхности управления при трансзвукових скоростях. – М.: ЦАГИ. – 1975. –Обзор № 456. –105 с.
5. *Ишмуратов Ф.З.* Расчетные исследования трансзвукового флаттера / Ишмуратов Ф.З., Кузьмина С.И., Мосунов В.А.// М.: Ученые записки ЦАГИ. – 1999. – Том 30, № 3–4. – С. 151–163.
6. *Мосунов В.А.* Опыт расчетных исследований флаттера беспилотного летательного аппарата / Мосунов В.А., Рябыкина Р.В., Смыслов В.И., Фролов А.В.// Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей». – М.:– 2018. –№ 2. –С. 18–25.
7. *Сафронов А.В.* Трансзвуковой флаттер конструкций самолетов / Сафронов А.В. К.: КВВАИУ, 1987. – 155 с.
8. *Левкин В.Ф.* Экспериментальные исследования нестационарных аэродинамических характеристик поверхностей управления при трансзвуковых скоростях / Левкин В. Ф.// М.: Труды ЦАГИ. – 1982. – Выпуск 2132. – 16 с.
9. *Агеев Ю.И.* Экспериментальное исследование установившихся колебаний элерона в околозвуковом потоке / Агеев Ю.И., Назаренко В.В., Невежина Т.П.// Ученые записки ЦАГИ. – М.: ЦАГИ. – 1974. – Том V, № 8. – С. 71–80.
10. *Азаров Ю.А.* Некоторые особенности моделирования динамической аэроупругости летательних аппаратов в трансзвуковых аэродинамических трубах / Азаров Ю.А., Черноволов Р.А.// Труды МАИ. – М.: МАИ. – 2017. – Выпуск № 97. – С. 1-28.

11. *Семон Б.Й.* Трансзвуковий флаттер: від МіГ-25 до SpaceShipTwo/Семон Б. Й., Сафронов О.В., Неділько О.М.// Наука і оборона. – К.:«Стілос». – 2016. – № 3., – С. 32–35.
12. Исогаи К.О механизме резкого снижения границы флаттера крыла прямой стреловидности на режиме трансзвукового полета. Часть 1 / Исогаи К. – М.: РТК, том 17, № 7, 1979. – С. 149–151.
13. *Исогаи К.* О механизме резкого снижения границы флаттера крыла прямой стреловидности на режиме трансзвукового полета. Часть 2 / Исогаи К. – М.: РТК, том 19, № 10, 1981. – С. 169–171.
14. *Вильямс М.Х.* Теория неустановившегося движения тонкого профиля в трансзвуковом потоке с внутренними скачками уплотнения / Вильямс М.Х. - М.: РТК. – том 18, №7, 1980. – С. 11-23.
15. *Сафронов А.В*. Аэродинамическое воздействие скачков уплотнения на колеблющийся в околозвуковом потоке элерон / Сафронов А.В. // Ученые записки ЦАГИ. – М.: ЦАГИ. – том XX11, №3. – 1991. –С. 110 – 117.
16. *Сафронов О.В.* Порівняльний аналіз теоретичних та розрахунково-екпериментальних методів оцінки характеристик трансзвукового флатеру / Сафронов О.В., Семон Б.Й., Неділько О.М.//Збірник наукових праць ЦВСД НУОУ. – К.: НУОУ. –2015. –№1(53). – С. 41–48.
17. *Сафронов О.В.* Адаптована математична модель оцінки збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту / Сафронов О.В., Неділько О.М., Сафронов В.О. // Збірник наукових праць ЦВСД НУОУ.–К.: НУОУ. – 2014. – № 3(52). – С. 28-33.
18. *Келдыш М.В*. Избранные труды. Механика. / Келдыш М.В. – М.: Наука, 1985. – 568 с.
19. *Семон Б.Й*. Метод оцінювання тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатеру / Семон Б.Й., Сафронов О.В., Неділько О.М.// Наука і оборона.– К.: «Стілос». – 2019.– № 2. –С. 39- 43.
20. *Гошек И.* Аэродинамика больших скоростей / Гошек И. – М.: ил, 1954. – 547 с.
21. *Свищев Г.П.* Эффективность руля и шарнирные моменты его при больших скоростях / Свищев Г.П. // Труды ЦАГИ.– М.: ЦАГИ. – 1975.–Выпуск1722. – 10 с.

REFERENCES

1. *Bisplinghoff R.L.* Aerouprugost (Aeroelasticity) / Bisplinghoff R. L., Ashley H., Halfman R. L. - M .: Izd. lit., 1958. - 800 p.
2. *Sedov L.I.* Metody podobiya i razmernosti v mehanike (Methods of similarity and dimension in mechanics) / Sedov L. I. - M.: Nauka, 1981. - 448 p.
3. *Loytsyansky L.G.* Mehanika zhidkosti gaza (Mechanics of liquid gas) / Loytsyansky L. G. M.: Nauka, 1970. - 904 p.
4. Aerodinamicheskoe issledovanie koleblyuscheysya poverhnosti upravleniya pri transzvukovih skorostyah (Aerodynamic Study of an oscillating control surface a transonic speeds). – M.: TsAGI. - 1975. - ReviewNo. 456. - 105 p.
5. *Ishmuratov F.Z.* Raschetnyie issledovaniya transzvukovogo flattera (Computational studies of transonic flutter) / Ishmuratov F. Z., Kuzmina S. I., Mosunov V. A.// M.: Uchenyie zapiski TsAGI. – 1999. – Tom 30, N 3–4. – S. 151–163.
6. *Mosunov V.A.* Opyit raschetnyih issledovaniy flattera bespilotnogo letatelnogo apparata (Experience in computational studies of the flutter of an unmanned aerial vehicle) / Mosunov V. A., Ryabykina R. V., Smyslov V. I., Frolov A. V. // Bulletin of the Concern VKO Almaz-Antey. - M.: - 2018. - No. 2. -S. 18–25.
7. *Safronov A.V.* Transzvukovoy flatter konstruktsiy samoletov (Transonic flutter of aircraft structures) / Safronov A.V. K.: KVVAIU, 1987. - 155 p.
8. *Levkin V.F.* Eksperimentalnyie issledovaniya nestatsionarnyih aerodinamicheskih harakteristik poverhnostey upravleniya pri transzvukovyih skorostyah (Experimental studies of non-stationary aerodynamic characteristics of control surfaces at transonic speeds) / Levkin VF // M.: ProceedingsofTsAGI. - 1982. - Issue 2132. - 16 p.
9. *AgeevYu.I.* Eksperimentalnoe issledovanie ustanovivshihsya kolebaniy elerona v okolozvukovom potoke (Experimental study of steady oscillations of the aileronin a transonic flow) / AgeevYu. – M.: TsAGI. - 1974. - Volume V, No. 8. - P. 71–80.
10. *Azarov Yu.A., Chernovolov R.A.* Nekotoryie osobennosti modelirovaniya dinamicheskoy aerouprugosti letatelnih apparatov v transzvukovyih aerodinamicheskih trubah (Some features of

design of dynamic aeroresiliency of airborne vehicles in transonic wind-channels). - Proceedingsof MAI. – M.: MAI. - 2017. - IssueNo. 97. - P. 1-28.
11. *Semon B.Y.* Transzvukovyi flatter: vid MiH-25 do Space Ship Two / Semon B. Y., Safronov O. V., Nedilko O. M.// Nauka i oborona. – K.: «Stilos». – 2016. – № 3., – S. 32–35.
12. *Isogai K.* O mehanizme rezkogo snizheniya granitsy flattera kryila pryamoy strelovidnosti na rezhime transzvukovogo poleta. Chast 1 (On the mechanism of a sharp decrease in the flutter boundary of a straight-swept wingin the transonic flight mode. Part 1) / Isogai K. - M .: RTK, volume 17, No. 7, 1979. - S. 149–151.
13. *Isogai K.* O mehanizme rezkogo snizheniya granitsy flattera kryila pryamoy strelovidnosti na rezhime transzvukovogo poleta. Chast 2 (On the mechanism of a sharp decrease in the flutter boundary of a straight-swept wingin the transonic flight mode. Part 2) / Isogai K. - M .: RTK, volume 19, No. 10, 1981. - S. 169–171.
14. *Williams M.Kh.* Teoriya neustanovivshegosya dvizheniya tonkogo profilya v transzvukovomu potoke s vnutrennimi skachkami uplotneniya (Theory of unsteady motion of a thin profilein a transonic flow with internal shockwaves / Williams M.Kh. - M.: RTK. - Volume 18, No. 7, 1980. - S. 11-23.
15. *Safronov A.V.* Aerodinamicheskoe vozdeystvie skachkov uplotneniya na koleblyuschiysya v okolozvukovom potoke eleron (Aerodynamic impact of shock waves on an aileron oscillating in a transonic flow) / Safronov A. V. // UchenyezapiskiTsAGI. – M.: TsAGI. - Volume XX11, No. 3. - 1991. - S. 110 - 117
16. *Safronov O.V.* Porivnialnyi analiz teoretychnykh ta rozrakhunkovo-eksperymentalnykh metodiv otsinky kharaterystyk transzvukovoho flateru (Comparative Analysis of Theoretical and Computational-Experimental Methods for Evaluating the Characteristics of Transonic Flutter)/ Safronov O.V., Semon B.Y., Nedilko O. M.// Zbirnyk naukovykh prats Ts VSDNUOU. – K.: NUOU. – 2015. – №1(53). – S. 41–48.
17. *Safronov O.V.* Adaptovana matematychna model otsinky zbudzhenykh sharnirnykh momentiv aerodynamichnykh poverkhon keruvannia nadzvukovykh litakiv na transzvukovykh shvydkostiakh polotu (Adapted mathematical model for estimating excited hinge moments of aerodynamic control surfaces of supersonic aircraft at transonic flight speeds.)/ Safronov O.V., Nedilko O.M., Safronov V.O. // Zbirnyk naukovykh prats TsVSDNUOU. –K.: NUOU. – 2014. – № 3(52). – S. 28-33.
18. *Keldysh M.V.* Izbrannyie trudyi. Mehanika (Selected Works. Mechanics). / Keldysh M.V. - M.: Nauka, 1985. - 568 p.
19. *Semon B.Y.* Metod otsiniuvannia tysku mistsevoho nadzvukovoho potoku na profili aerodynamichnoi poverkhni keruvannia pry vynyknenni transzvukovoho flateru (A Method for Estimating the Change in Pressure of Local Supersonic Flow on the Control Surface Aerofoil under Transonic Flatter) / Semon B.Y., Safronov O.V., Nedilko O.M.// Naukaioborona. – K.: «Stilos». – 2019. – № 2. – S. 39- 43.
20. *Goshek I.* Aerodinamika bolshih skorostey (Aerodynamics of high speeds) / Goshek I. - M.: silt, 1954. - 547 p.
21. *Svishchev G.P.* Effektivnost rulya i sharnirnyie momentyi ego pri bolshih skorostyah (Efficiency of the steering wheel and its hingemoments at high speeds) / Svishchev G.P. // ProceedingsofTsAGI. – M.: TsAGI. - 1975. - Issue 1722. - 10 p.

Стаття надійшла 11.03.2023

Сафронов О.В., Семон Б.Й., Неділько О.М., Горіна А.О.

УМОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСЗВУКОВОГО ФЛАТЕРУ АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ КЕРУВАННЯ НАДЗВУКОВИХ ЛІТАКІВ В АЕРОДИНАМІЧНИХ ТРУБАХ

Трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування надзвукових та гіперзвукових літаків відноситься до тих явищ динамічної аеропружності, оцінка яких у льотному експерименті небезпечна. Оскільки досі не існує загальноприйнятої математичної моделі виникнення цього явища, випробування динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах можна віднести до основних і безпечних методів оцінки характеристик трансзвукового флатеру. Тому обгрунтування умов моделювання трансзвукового флатеру, які дозволяють переносити результати продувок динамічно-подібних моделей в аеродинамічних трубах на натурні конструкції літаків, залишається актуальною науковою проблемою.

У статті запропоновано один з можливих підходів щодо обґрунтування умов моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування в аеродинамічних трубах, який базується на аналізі нелінійної математичної моделі виникнення цього явища.

На підставі аналізу цієї математичної моделі визначено, що крім умов моделювання трансзвукового флатеру в аеродинамічних трубах, які обумовлені геометричною подібністю системи «несуча аеродинамічна поверхня – аеродинамічна поверхня керування», додатковими умовами моделювання цього явища повинні бути рівними наступні безрозмірні величини натури і моделі:

- амплітуди коливань натури і моделі;
- числа *M*, при яких виникає трансзвуковийфлаттер;
-логарифмічнідекременти коливань аеродинамічних поверхонь керування;
- числа Струхаля;
- відношення густини газу до густини матеріалу аеродинамічних поверхонь керування;
- показник адіабати k=1,405, тобто, робочим тілом в аеродинамічної трубі повинно бути повітря.

Продувки динамічно-подібних моделей необхідно проводити в аеродинамічних трубах безперервного типу при дотриманні умов $dM/dt \le 0,01$ (c^{-1}).

Ключові слова: трансзвуковий флатер, надзвукові літаки,аеродинамічна поверхня керування, коливання, динамічно-подібна модель, аеродинамічна труба, математична модель, число *M* польоту.

Safronov O.V., Semon B.Y., Nedilko O.M., Horina A.O.

CONDITIONS FOR SIMULATION OF TRANSONIC FLUTTER OF AERODYNAMIC CONTROL SURFACES OF SUPERSONIC AIRCRAFT IN WIND TUNNELS

The transonic flutter of the aerodynamic control surfaces of supersonic and hypersonic aircraft refers to those phenomena of dynamic aeroelasticity, the assessment of whichin a flight experiment is dangerous. Since there is still no universally accepted mathematical model of the occurrence of this phenomenon, tests of dynamic-like models in wind tunnels can be classified as basic and safe methods for evaluating the characteristics of transonic flutter. Therefore, the substantiation of the conditions for modeling transonic flutter, which allow the transfer of the results of blowing of dynamic-like models in wind tunnels to full-scale aircraft designs, remains an actual scientific problem.

The article proposes one of the possible approaches to justifying the conditions for modeling transonic flutter of aerodynamic control surfaces in wind tunnels, which is based on the analysis of a nonlinear mathematical model of the occurrence of this phenomenon.

Based on the analysis of this mathematical model, it was determined that, in addition to the conditions for modeling transonic flutter in wind tunnels, which are due to the geometric similarity of the system "carrying aerodynamic surface – aerodynamic control surface", additional conditions for modeling this phenomenon should be the following dimensionless quantities of nature and model:

- amplitudes of oscillations of nature and model;
- numbers *M* at which transonic flutter occurs;
- logarithmic decrements of oscillations of aerodynamic control surfaces;
- Strouhal numbers;
- ratio of gas density to material density of aerodynamic control surfaces;
- the adiabatic index k=1.405, that is, the working body in the wind tunnel should be air.

Blowing of dynamically similar models must be carried out in wind tunnels of a continuous type, subject to conditions $dM/dt \le 0,01$ (s^{-1}).

Keywords: transonic flutter, supersonic aircraft, aerodynamic control surface, oscillations, dynamic-like model, wind tunnel, mathematical model, flight number *M*.

УДК 539.3
Сафронов О.В., Семон Б.Й., Неділько О.М., Горіна А.О. **Умови моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків в аеродинамічних трубах** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 81-96. – Англ.
Бібліогр. 22 назв.

UDC 539.3
Safronov O.V., Semon B.Y., Nedilko O.M., Horina A.O. **Conditions for simulation of transonic flutter of aerodynamic control surfaces of supersonic aircraft in wind tunnels** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 81-96.
Ref. 22.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник Національного університету оборони України імені Івана ЧерняховськогоСАФРОНОВ Олександр Васильович.*
Адреса: *03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Сафронов Олександр Васильович.*
Мобільний телефон:*+38(097)664-03-51*
E-mail: safronov_ov@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/ 0000-0001-7420-0062

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник Національного університету оборони України імені Івана Черняховського СЕМОН Богдан Йосипович.*
Адреса: *03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Семон Богдан Йосипович.*
Мобільний телефон: *+38(095)555-00-93*
E-mail: generalsemon@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7449-8214

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Національного університету оборони України імені Івана Черняховського НЕДІЛЬКО Олександр Миколайович.*
Адреса: *03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Неділько Олександр Миколайович.*
Мобільний телефон:*+38(093)256-49-34*
E-mail: Nedilko1962@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8080-0486

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат архітектури ГОРІНА Анна Олександрівна, старший викладач кафедри основ архітектури та архітектурного проектування, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Адреса: *03186 Україна, м. Київ, вул. Антонова авіаконструктора, 2/32 корп.4а, кв. 53, Горіна Анна Олександрівна.*
Мобільний телефон:*+38(093)975-63-40*
E-mail: debelweder@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-9498-3869

УДК 539.3

DYNAMIC STABILITY OF A HEMISPHERICAL SHELL WITH SHAPE IMPERFECTIONS

P.P. Lizunov,
Doctor of Technical Science

O.O. Lukianchenko,
Doctor of Engineering

O.V. Geraschenko,
Candidate of Technical Science

O.V. Kostina,
Candidate of Technical Science

Kyiv National University of Construction and Architecture
Povitroflotskyi avenue, 31, Kyiv, Ukraine (03037)

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.97-107

The nonlinear dynamic analysis of imperfect hemispherical shell under pressure was executed. The finite element model of hemisphere in the software NASTRAN was built. The shell wall in the form of the three-cornered and four-cornered finite element net was presented. Shape imperfection as a lower buckling form (*Buckling*) of perfect hemispherical shell under action of static pressure was modelled. Value of imperfection amplitude was set proportionally to a shell wall thickness. Two boundary conditions in the form rigid and hinged supports on the nodes of lower edge of the shell were considered. Excitation as external pressure, which linearly depended on time and uniform distributed on elements of hemispherical shell was presented. The modal analysis of perfect hemisphere with different wall thicknesses and shell with modelled shape imperfections by the Lanczos method using computational procedure of task on natural vibrations (*Normal Modes*) was executed. The nonlinear dynamic analysis (*Nonlinear Direct Transient*) of imperfect hemispherical shell under pressure by N'yumark method was executed. Influence of modelled shape imperfections amplitude on the critical values of dynamic loading and appropriate deformed forms of shell with different boundary conditions were investigated.

Keywords: hemispherical shell, shape imperfection, finite element method, modal analysis, nonlinear dynamic analysis, dynamic stability.

Introduction

It is known that initial imperfections play a significant role in the reliability problem of real shells [1-11]. A review of the literature has shown that the dynamic behavior of thin shells with shape imperfections has not been sufficiently studied to date. The unsolved problem in the field of dynamic mathematical modeling of elastic shell systems with shape imperfections is there. There is no comparative assessment of the influence of different models and geometric imperfections amplitudes on the dynamic behavior and stability of shells. The stability of shell structures with shape imperfections under dynamic loads using the theory and methods of nonlinear dynamics, which are implemented in modern software, have not been sufficiently investigated. Modern software of finite-element analysis [12] allows the shape imperfections to be entered directly into the geometric parameters of the

© Lizunov P.P., Lukianchenko O.O., Geraschenko O.V., Kostina O.V.

middle surface of the shell. Previous studies of elastic shells with shape imperfections under static and dynamic loads by the authors were executed using the software NASTRAN [7-11]. It is proven that the choice of the most dangerous model of shape imperfection depends on the geometric parameters of the shell and the type of load. But what model of geometric imperfections of the shell is the most dangerous in the dynamic stability problem remains unresolved. This issue is important for researching design reliability of the thin shells under dynamic loads.

The influence of boundary conditions and thickness of perfect hemisphere on its natural frequencies and normal modes

A hemispherical shell with radius 0,004 m and different thickness $h = [0{,}1\text{–}1]$ mm was considered. Material with the mechanical characteristics: elastic modulus – $2{,}06 \cdot 10^{11}$ Pa, shear modulus – $0{,}79 \cdot 10^{11}$ Pa, Poisson's ratio − 0,3 i density – 7800 kg/m^3 was set. The computer model of shell was built in the software of finite element analysis NASTRAN [12]. The shell wall was presented as a set of plane quadrangular and triangular finite elements with six degrees of freedom in each node. The shell model consisted of 1441 nodes and 1400 elements (Fig. 1). Two types of boundary conditions of the hemispherical shell: rigid and hinged supports were examined.

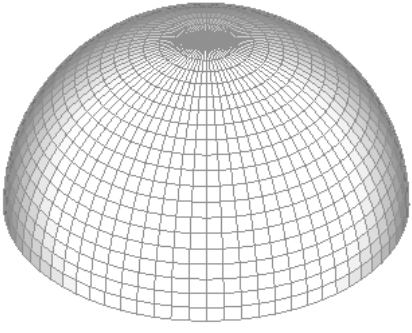


Fig. 1. Finite element model of hemispherical shell with perfect surface

To research the dynamic stability of shells, a modal analysis must be performed. Using the solution of the eigenvalue problem (*Normal Modes*) and the Lanczos method, the frequencies and modes of the natural vibrations of the perfect shell with different thickness and boundary conditions were obtained (Tabl. 1).

It can see the first natural frequencies of the hemispherical shell with hinged support have lower values than in the case of rigid support; the natural frequency values increase a little with increasing the shell thickness.

As an example, in Fig. 3 the first ten modes of natural vibrations of a perfect shell with a thickness h=0,4 mm and h=1 mm were presented. All these normal modes didn't depend on the type of boundary conditions.

In further calculations, a hemispherical shell with a thickness 1 mm with different types of boundary conditions was considered and the effect of shape imperfections on the shell dynamic stability under the external surface pressure was evaluated.

Table 1

The first natural frequencies of the perfect hemisphere with different wall thicknesses (Hz)

Thickness h, mm	Boundary conditions	
	Rigid support	Hinged support
0,1	11233,18	11195,31
0,2	11294,45	11220,79
0,3	11344,04	11240,61
0,4	11387,18	11257,44
0,5	11426,12	11272,38
0,6	11462,27	11286,01
0,7	11496,21	11298,67
0,8	11528,45	11310,58
0,9	11559,35	11321,89
1,0	11589,14	11332,71

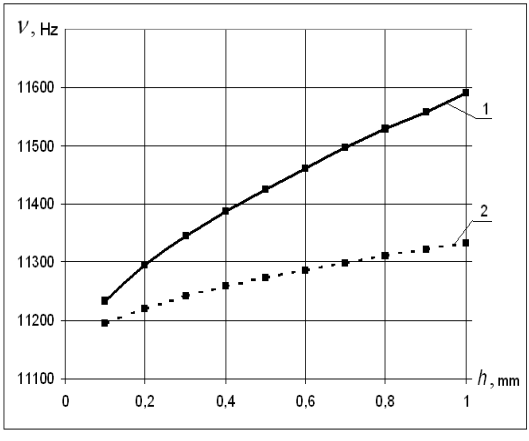


Fig. 2. The influence of the thickness of perfect hemisphere and the type of boundary conditions on the natural frequencies: rigid (1) and hinged (2) supports

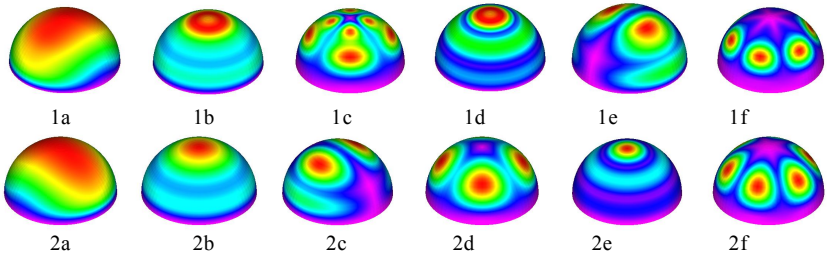
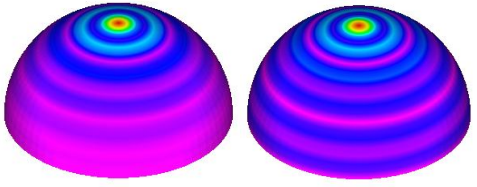


Fig. 3. The first ten normal modes of a perfect hemisphere with thickness h=0,4 mm (1) and h=1 mm (2): 1and 2 (a); 3 (b), 4 and 5 (c), 6 and 7 (d), 8 (e), 9 and 10 (f)

Modal analysis of hemisphere with modelled shape imperfections

On the basis of previous studies of the shells dynamic stability [11], the authors took as the model of shape imperfection the first buckling forms of the hemisphere with the corresponding boundary conditions under static action of the surface pressure (Fig. 4 (a), (b)), which were obtained by the Lanczos method (*Buckling*).



(a) (b)

Fig. 4. The shape imperfection models of the hemisphere: rigid (a) and hinged (b) supports

The amplitude of the shape imperfection of the hemispherical shell was set equal to δ=[0,4; 0,8; 1; 1,2; 1,6; 2] h, where h=1 mm − the shell wall thickness. The shell imperfect surface for two types of boundary conditions was formed by adding the components of the buckling form with a given amplitude (Fig. 4 (a), (b)) to the corresponding coordinates of the middle surface of the perfect shell (Fig. 1). This procedure was implemented in a special program, which was adapted to the software NASTRAN [24] and was created by the authors.

Modal analysis of the hemisphere with shape imperfections of different amplitudes was performed by the Lanczos method. The values of the first ten natural frequencies of the shell in the Tabl. 2 were shown.

Table 2

Natural frequencies of the hemisphere with shape imperfections (Hz)

Number frequency	The amplitude of the shape imperfection δ/h (h=1 mm − shell wall thickness)						
	0	0,4	0,8	1,0	1,2	1,6	2,0
1	11589	11585	11577	11572	11565	11549	11413
2	11332	11364	11382	11386	11387	11379	11242
3	15579	15479	15217	15025	14641	12842	11528
	15185	15125	14866	14662	14408	12646	11356
4	18216	17903	16564	15614	14792		
5	17940	17852	16436	15457	14462	14216	13528
						13772	13012
6	18217	18188	18085	17993	17583	17472	16914
7	18216	17920	17821	17729	17593	16735	15824
8	19120	18879	18417	18183	17863	17590	
	18897	18634	18118	17845	17594	16857	17101
9						17658	15888
	19351	19178	18771	18535	18257	16860	
10	19342	19040	18398	18008	17597	17658	17295
						17112	16342

Rigid support
Hinged support

We can see in Tab. 3, the modelled imperfections increased the values of the shell natural frequencies by a maximum 25,7 % for the shell with rigid support and 27,4 % − hinged one.

Research showed that the first ten of hemisphere normal modes with an imperfection amplitude δ/h=0,1 and the corresponding ones of the perfect shell (Fig. 4) coincided. But with increasing in imperfection amplitude the differences in the hemisphere normal modes were observed. The first ten normal modes of the hemisphere with the amplitudes of the shape imperfection δ/h=0,4 and δ/h=1 were presented in Fig. 5. The normal modes of shell with the corresponding amplitude of the imperfection coincided for different boundary conditions.

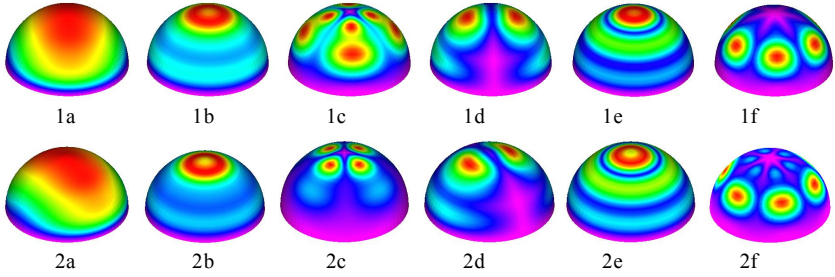


Fig. 5. The first ten normal modes of the hemisphere with the shape imperfection amplitudes δ/h=0,4 (1) and δ/h=1 (2): 1 i 2 (a); 3 (b), 4 i 5 (c), 6 i 7 (d), 8 (e), 9 i 10 (f).

We can see (Fig. 5) that the hemispherical shell with different boundary conditions from the fourth to the seventh normal modes has a discrepancy with the corresponding modes of the perfect shell (Fig. 3, b). But at the same time, the maximum number (six) of half-waves in the circular direction of the shell remains unchanged.

Modal analysis also showed that the first ten modes of natural vibrations of the hemisphere with an imperfection amplitude δ/h=1,2 depended on the type of boundary conditions and differed from the corresponding modes of the perfect shell (Fig. 4). At the same time, the maximum number of half-waves (six) in the circular direction of the hemisphere also remains unchanged.

The first five normal modes of the shell with imperfection amplitude δ/h=1,6 with rigid and hinged supports coincided, other modes depended on the type of boundary conditions. The first ten modes of natural vibrations of the hemisphere with a rigid support coincided with the corresponding modes of the shell with an imperfection δ/h=1,2. But for the shell with hinged support an increase in the maximum number of half-waves in the circular direction to eight was observed.

In further research of the hemisphere showed that with increasing in imperfection amplitude to δ/h=2 (Fig. 6), not only the maximum number of half-waves in the circular direction increased to ten but also the first and second normal modes changed. At the same time, the type of support didn't affect the first five modes of the hemisphere.

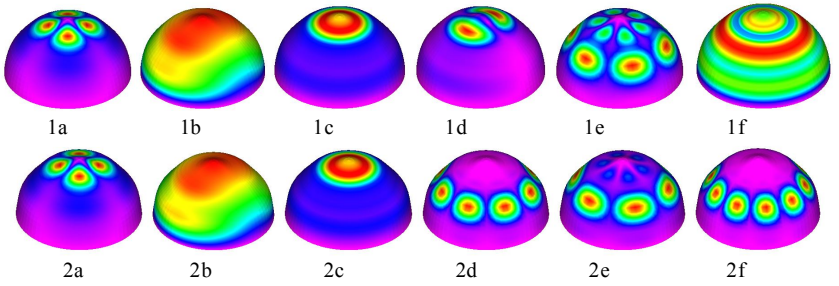


Fig. 6. The first ten normal modes of the hemisphere with the imperfection amplitudes δ/h=2 with the rigid (1) and hinged (2) supports: 1 i 2 (a); 3 i 4 (b), 5 (c), 6 i 7 (d), 8 i 9 (e), 10 (f)

Research showed that the shape imperfection model of the hemisphere as the first buckling form was effective in modal analysis of this shell.

The influence of shape imperfections on the dynamic stability of the hemispherical shell

Nonlinear dynamic analysis of a hemispherical shell with modelled shape imperfections under pressure was performed by the N'yumark method (*Nonlinear Direct Transient*), which was implemented in the NASTRAN software [12]. The excitation was given in the form of external pressure $q(t) = q_0 t$, where the amplitude of the excitation was $q_0 = 150$ MPa, the duration of the excitation from $t = 0$ to $t = 2$ s, the integration step Δt =0,002 s and the structural damping coefficient $G = 0{,}01$ were set the same for all statements of the nonlinear dynamics analysis.

The influence of the excitation on the total maximum nodal displacements of the shell model (*Total Translation*) with different imperfection amplitude δ=[0,4; 0,8; 1; 1,2; 1,6; 2] h, where h=1 mm − the shall wall thickness, was investigated.

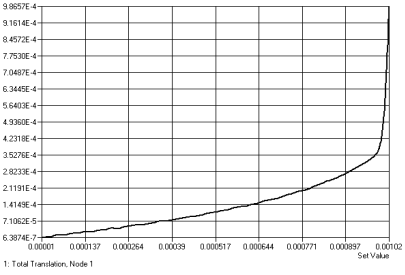
Table 3

Influence of imperfection amplitude of the hemisphere on the critical value of pressure

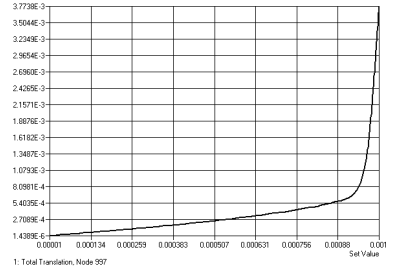
Amplitude of imperfection δ/h (h=1mm)	Critical value of pressure q_{cr}^{dyn} (MPa)	
	Rigid support	Hinged support
0	133,51 / 124,64	129,22 / 105,00
0,4	103,87 / 116,42	102,72 / 94,61
0,8	84,70 / 93,32	83,53 / 89,06
1	76,81 / 82,50	75,30 / 81,35
1,2	69,38 / 75,04	68,49 / 72,08
1,6	61,95 / 60,12	58,81 53,61
2	60,15 / 52,53	57,68 / 40,22
Dynamic stability / Static stability [9]		

We can see (Tab. 3), the increasing of imperfection amplitude the critical value of the excitation were reduced by a maximum 54,9 % for the shell with rigid support and 55,4 % − hinged one. If we compare the obtained results with ones of the hemisphere static stability which was researched in the article [9], we can see that the trend of influence of the imperfection amplitude on the critical static load was preserved.

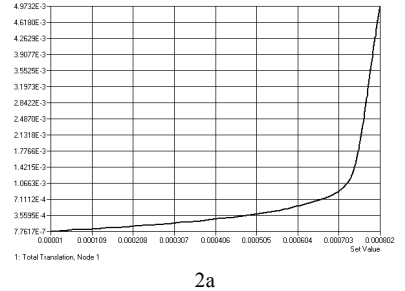
As an example, the dependence of the total maximum nodal displacements of the hemisphere with imperfection amplitude δ/h=1 and δ/h=2 on the excitation $q(t)$ was shown in Fig. 7.



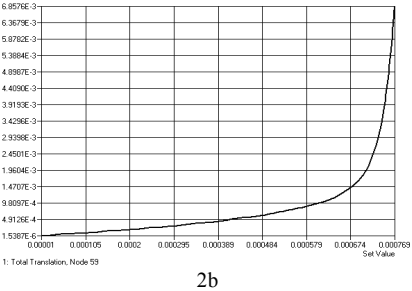
1a



1b



2a



2b

Fig. 7. Dependence of the total maximum nodal displacements of the hemisphere with imperfection δ/h=1 (1) and δ/h =2 (2) on the excitation $q(t)$: rigid (a) and hinged (b) supports

We observed (Fig. 7) that the curves of dependence of the total maximum nodal displacements on the excitation were the similar appearance, however the critical values of the pressure decrease with increasing of imperfection amplitude.

The deformed forms of the hemisphere with imperfection amplitude δ/h=1 and δ/h =2 at different stages of dynamic loading were shown in Fig. 8.

At the moment when shell dynamic stability was lost (the third deformed form in each statement of the problem in Fig. 8) the deformed forms of the hemisphere with given imperfection amplitude were different. Other deformed forms of the hemisphere at different stages of dynamic loading were the similar appearance.

The influence of the hemisphere imperfection amplitude on the critical value of the dynamic load was presented in Fig. 9.

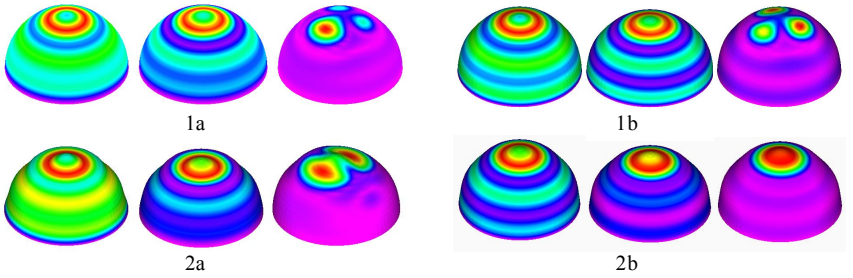


Fig. 8. The deformed forms of the hemisphere with imperfection amplitude δ/h =1 (1) and δ/h =2 (2) at different stages of dynamic loading: rigid (a) and hinged (b) supports

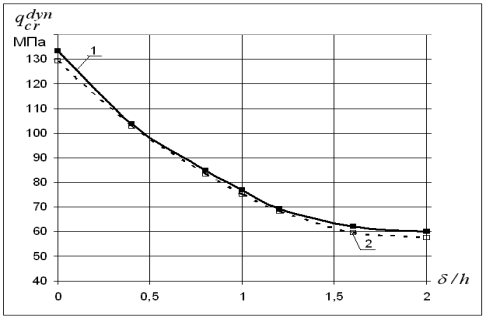


Fig. 9. The influence of imperfection amplitude of the hemisphere on the critical value of the dynamic load: rigid (1) and hinged (2) supports

In Fig. 9 the values of the critical value of the pressure were significantly decreased with increasing the hemisphere imperfection amplitude. The critical values of dynamic load for the imperfect hemispherical shell with the rigid and hinged supports were little different.

Conclusion. Research has shown that the shape imperfection model of the hemispherical shell as the lower buckling form of shell under action of static pressure is effective in the modal and nonlinear dynamic analysis. A significant influence of the shape imperfection amplitude on the critical values of the dynamic load (55 %) was observed. Also, in our opinion, the presented model of hemisphere shape imperfection can be used to assess design reliability of the hemisphere under the action of dynamic loads using Bolotin probabilistic approach [7].

REFERENCES

1. *Hunt G.M.* Imperfection and near-coincidence for symmetric bifurcations // New York Academy of Sciences. Bifurcation theory and applications in scientific disciplines. Ann. N. Y. Acad. Sci., 1977. – Vol. 316. – P. 572-589.
2. *Grigolyuk E.I., Kabanov V.V.* Ustoichivost obolochek [Shell stability]. – M.: Nauka, 1978. – 359 s.
3. *Guliaev V.I., Bazhenov V.A., Gotsulyak E.A., Dekhtyaruk E.S., Lizunov P.P.* Ustojchivost periodicheskih proczesov v nelinejnyh mekhanicheskih sistemah [Stability of periodic processes in the nonlinear mechanical systems]. Lviv, Vyschia shkola, 1983. – 287 s.(rus).

4. *Rikards R.B.* Metod konechnykh elementov v teoryy obolochek y plastyn [The Finite Element Method in the theory of shells and plates]. − Ryha: Zynatne, 1988. − 284 s.(rus).
5. *Gudramovych V.S.* Osobennosty nelyneinoho deformyrovanyia y krytycheskye sostoianyia obolochechnykh system s heometrycheskymy nesovershenstvamy [Features of nonlinear deformation and critical conditions of the оболочечных systems with geometrical imperfections] // Prykladnaia mekhanyka, 2006. – T. 42, № 12. – S. 32-47 (rus).
6. *Nguyen Dinh Duc, Hoang Thi Thiem*. Dynamic Analisys of Imperfect FGM Circular Cylindrical Shells Reinforced by Stiffener System Using Third Order Shear Deformation Theory in Term of Displacement Components // Latin American Journal of Solids and Structures, 2017, Vol. 14. – P. 2534-2570.
7. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.A., Kostina E.V.*, *Geraschenko O.V.* Probabilistic Approach to Determination of Reliability of an Imperfect Supporting Shell // Strength of Materials, 2014. – Vol. 46, №4. – P. 567-574.
8. *Lukianchenko O.O.* Application of stiffness rings for improving of operating reliability of the tank with shape imperfections // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientificand-technical collected articles. − K.: KNUBA, 2020. − Issue 104. − P. 244-256.
9. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V.*, *Vabyshchevych M.O.* The influence of shape imperfections on the stability of thin spherical shells // Strengh of Materials, 2021. – Vol. 53, №6. – P. 842-850.
10. *Lukianchenko O.O., Kostina O.V., Paliy O.M.* Periodichni kolyvania obolonky rezervuaru z realnymy nedoskonalostiamy formy vid dii poverhnevogo tysku [Periodic vibrations of reservoir shell with the real shape imperfections under pressure] // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2022. – Vyp. 108, S. 255-266.(ukr).
11. *Lukianchenko O.A., Geraschenko O.V.*, *Paliy O.M.* Neliniinyi dynamichnyi analiz obolonky rezervuara zi zmodelovanymy nedoskonalostiamy formy [Nonlinear dynamic analysis of reservoir shell with modelled shape imperfections] // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2022. – Vyp. 109, S. 129-140. .(ukr).
12. *Rudakov K.N.* FEMAP 10.2.0. Heometrycheskoe y konechno-elementnoe modelyrovanye konstruktsyi [Geometrical and finite-element design of constructions]. – K: NTTU KPY, 2011. – 317 s.(rus).

Стаття надійшла 10.03.2023

Лізунов П.П., Лук'янченко О.О., Геращенко О.В., Костіна О.В.

ДИНАМІЧНА СТІЙКІСТЬ НАПІВСФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ ФОРМИ

Виконано нелінійний динамічний аналіз стійкості пружної тонкої напівсферичної оболонки з недосконалістю форми від дії поверхневого тиску. Побудована скінченно-елементна модель півсфери в програмному комплексі NASTRAN. Стінка оболонки представлена у вигляді трикутної та чотирикутної скінченно-елементної сітки. Недосконалість змодельовано у вигляді нижчої форми втрати стійкості (*Buckling*) ідеальної напівсферичної оболонки під дією статичного тиску. Значення амплітуди недосконалості встановлювалася пропорційно товщині стінки оболонки. Розглянуто дві граничні умови у вигляді жорсткої і шарнірної опор на вузлах нижньої кромки оболонки. Збурення представлено у вигляді зовнішнішнього тиску, який рівномірно розподілений по елементах напівсферичної оболонки і лінійно залежить від часу. Виконано модальний аналіз ідеальної півсфери з різною товщиною стінки та оболонки зі змодельованими недосконалостями форми методом Ланцоша з використанням обчислювальної процедури розв’язання задачі на власні коливання (*Normal Modes*). Виконано нелінійний динамічний аналіз (*Nonlinear Direct Transient*) неідеальної напівсферичної оболонки від дії поверхневого тиску методом Н’юмарка. Досліджено вплив амплітуди змодельованих недосконалостей форми оболонки і різних граничних умов на критичні значення динамічного навантаження та відповідні форми деформації. Виявлено, що змодельована форма напівсферичної оболонки у вигляді нижчої форми втрати стійкості ідеальної оболонки від статичної дії тиску була ефективною у модальному та динамічному аналізі оболонки від такого ж виду навантаження. Спостерігався значний вплив амплітуди недосконалості на критичні значення динамічного навантаження (55 %). Також, на думку авторів, представлена модель недосконалості може бути використана для оцінки проектної надійності півсфери при дії динамічних

навантажень із застосуванням імовірнісного підходу Болотіна.

Ключові слова: напівсферична оболонка, недосконалість форми, метод скінченних елементів, модальний аналіз, нелінійний динамічний аналіз, динамічна стійкість.

Lizunov P.P., Lukianchenko O.O., Geraschenko O.V., Kostina O.V.

DYNAMIC STABILITY OF A HEMISPHERICAL SHELL WITH SHAPE IMPERFECTIONS

The nonlinear dynamic analysis of imperfect hemispherical shell under pressure was executed. The finite element model of hemisphere in the software NASTRAN was built. The shell wall in the form of the three-cornered and four-cornered finite element net was presented. Shape imperfection as a lower buckling form (*Buckling*) of perfect hemispherical shell under action of static pressure was modelled. Value of imperfection amplitude was set proportionally to a shell wall thickness. Two boundary conditions in the form rigid and hinged supports on the nodes of lower edge of the shell were considered. Excitation as external pressure, which linearly depended on time and uniform distributed on elements of hemispherical shell was presented. The modal analysis of perfect hemisphere with different wall thicknesses and shell with modelled shape imperfections by the Lanczos method using computational procedure of task on natural vibrations (*Normal Modes*) was executed. The nonlinear dynamic analysis (*Nonlinear Direct Transient*) of imperfect hemispherical shell under pressure by N'yumark method was executed. Influence of modelled shape imperfections amplitude on the critical values of dynamic loading and appropriate deformation forms of shell with different boundary conditions were investigated.

It was discovered that a modelled imperfection in the form of a lower buckling form of perfect shell under static pressure in the modal and the dynamic analysis of hemisphere under the same type of the loading was effective. A significant influence of the amplitude of the shape imperfection on the critical values of the dynamic load (55 %) was observed. Also, in our opinion, the presented model of shape imperfection can be used to assess design reliability of the hemisphere under the action of dynamic loads using Bolotin probabilistic approach.

Keywords: hemispherical shell, shape imperfection, finite element method, modal analysis, nonlinear dynamic analysis, dynamic stability.

УДК 539.3

Лізунов П.П., Лук'янченко О.О., Геращенко О.В., Костіна О.В. **Динамічна стійкість напівсферичної оболонки з недосконалостями форми** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 97-107.

Виконано нелінійний динамічний аналіз стійкості пружної тонкої напівсферичної оболонки з недосконалістю форми від дії поверхневого тиску. Побудована скінченно-елементна модель оболонки, геометрична недосконалість якої змодельовано у вигляді нижчої форми втрати статичної стійкості. Досліджено вплив амплітуди недосконалостей на частоти і форми власних коливань напівсфери, критичні значення динамічного навантаження та відповідні форми деформування оболонки при різних граничних умовах.

Табл. 3. Іл. 9. Бібліогр. 12 назв.

UDC 539.3

Lizunov P.P., Lukianchenko O.O., Geraschenko O.V., Kostina O.V. **Dynamic stability of a hemispherical shell with shape imperfections** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUCA, 2023. – Issue 110. – P. 97-107.

The dynamic nonlinear analysis of elastic thin hemispherical shell with shape imperfections under pressure was executed. The finite element model of the hemisphere was formed. The shell shape imperfection was modelled as a lower buckling form of shell under action of static pressure. Influence of modelled shape imperfections amplitude on the shell natural frequencies and modes, critical values of dynamic loading and appropriate deformation forms of shell with different boundary conditions were investigated.

Tabl. 3. Fig. 9. Ref. 12.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки КНУБА, директор НДІ будівельної механіки КНУБА, ЛІЗУНОВ Петр Петрович.*
Адреса робоча: *03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛІЗУНОВУ Петру Петровичу.*
Робочий тел.: *+38(044) 248-30-40.*
Мобільний тел.: *+38(067) 921-70-05.*
E-mail: lizunov.pp@knuba.edu.ua
ORCIDID: http://orcid.org/0000-0003-2924-3025

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, професор кафедри теоретичної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.*
Адреса робоча: *03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.*
Робочий тел.: *+38(044) 241-54-20.*
Мобільний тел.: *+38(095) 727-18-25.*
E-mail: lukianchenko.oo@knuba.edu.ua, lukianch0907@meta.ua
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-1794-6030

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, провідний науковий спіробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, ГЕРАЩЕНКО Олег Валерійович.*
Адреса домашня: *03162, Україна, м. Київ, вул. Зодчих 46, кв. 102, ГЕРАЩЕНКО Олег Валерійович.*
Адреса робоча: *03680, Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГЕРАЩЕНКУ Олегу Валерійовичу.*
Робочий тел.: *+38(044)248-30-40.*
Мобільний тел.: *+38(095)661-6052.*
E-mail: olg_guera@ukr.net
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-1951-4805

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА, КОСТІНА Олена Володимирівна.*
Адреса робоча: *03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОСТІНІЙ Олені Володимирівні.*
Робочий тел.: *+38(044) 241-54-20.*
Мобільний тел.: *+38(098) 275-19-93.*
E-mail: kostina.ov@knuba.edu.ua
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-6692-6231

УДК 725

ОСОБЛИВОСТІ КОНСТРУЮВАННЯ ТА РОЗРАХУНКІВ СКЛАДНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ РАМ БУДІВЕЛЬ

Г.М. Іванченко[1],
д-р техн. наук, професор

Г.В. Гетун[1],
канд. техн. наук, доцент

І.С. Безклубенко[1],
канд. техн. наук, доцент

А.В. Соломін[2],
канд. фіз.-мат. наук, доцент

[1]*Київський національний університет будівництва і архітектури, Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, Україна.03680*

[2]*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», проспект Перемоги, 37, м. Київ, Україна.03056*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.108-117

У статті розглянуті та систематизовані несучі конструктивні системи будівель із складними об'ємно-планувальними конфігураціямиз урахуванням конструктивних рішень, структурування навантажень та напружених станів.Проаналізовані особливості сприйняття навантажень та їх раціональний розподіл між конструктивними елементами каркасних будівель із складними об'ємно-планувальними рішеннями. Наведені основні конструктивні схеми складних рам, схеми їх деформацій та епюри моментів від впливів вертикальних і горизонтальних навантажень. У роботі відтворена сучасна практика попередніх наближених розрахунків орієнтовних розмірів перерізів конструкцій рам каркасних будівель для можливості подальшого збирання навантажень і виконання уточнених розрахунків з використанням сучасних розрахункових програмних комплексів.

Запропонована методикамоделювання характеру роботи складних рам каркасних будівель та узгодження їхоб'ємно-планувальних, конструктивних і розрахункових систембуде корисною дослідникам, архітекторамта інженерам-конструкторампід час проєктування нових типів будівель з урахуваннях їх експлуатації в надзвичайних умовах.

Ключові слова: будівля, об'ємно-планувальне рішення, каркасна система, рама, стояк, ригель,схема деформацій, навантаження, епюра моментів, вузли залізобетонних рам.

Постановка проблеми і аналіз попередніх досліджень. Проєктування сучасних будівель із складними об'ємно-планувальними рішеннями потребують злагодженої роботи архітекторів та інженерів-конструкторів. На першому етапі проєктування архітектори розробляютьоб'ємно-планувальні рішення будівель, призначають їх основні габаритні розміри, викреслюють плани і розрізи, узгоджують з інженерами-конструкторами конструктивні системи і схеми, вибирають матеріали основних несучих конструкцій та призначають їх орієнтовні розміри для збирання навантажень і виконання подальших статичних розрахунків.

© Іванченко Г.М., Гетун Г.В., Безклубенко І.С., Соломін А.В.

Несучі системи будівельіз складними об'ємно-планувальними конфігураціями з урахуванням конструктивних рішень, структурування навантажень та напружених станів поділяють на види [2, 13]:

• **активні за перерізом основних несучих конструкцій**, системи з жорстких, масивних лінійних елементів або панелей, в яких зміни направлень внутрішніх сил відбуваються в результаті мобілізації сил зрізування – це будівлі з несучими стінами, із стовбурами жорсткості, оболонкові «*tube*», каркасні з рамними конструктивними схемами. Елементи таких систем працюють переважно на згинання, а зовнішні навантаження компенсуються нормальними і дотичними напругами, що виникають в їх поперечних перерізах;

• **активні за вектором**, ґратчасті системи з коротких, жорстких прямолінійних елементів (стрижнів), що працюють на осьові зусилля (стискання або розтягування), в яких зміна і перерозподіл зовнішніх навантажень (перетворення їх у внутрішні напруги) відбувається в результаті векторного розділення на велику кількість елементів розташованих в напрямках сил стискання або розтягування – це каркасні будівлі з рамно-зв'язковими та зв'язковими схемами каркасів;

• **активні за поверхнею**, системи поверхонь деформованих на згинання але жорстких на стискання, розтягування і зрізання, в яких зміна направлень сил відбувається завдяки опорам матеріалів поверхонь та їх оптимальних форм, – це пластинчасті, складчасті та оболонкові несучі конструкції;

• **активні за формою**, системи з гнучких або жорстких матеріалів, конструкції яких працюють на одноосьове напруження (стиснуті або розтягнуті), а перерозподіл зовнішніх навантажень у внутрішні напруги відбувається завдяки наданню раціональної форми та її стабілізації (рівноваги), – це будівлі з просторовими розпірними несучими конструкціями покриттів у вигляді жорстких оболонок, висячі (вантові або мембранні), тентові та пневматичні;

• **активні за висотою**, системи, в яких зміни направлень зовнішніх сил визначаються висотою, тобто акумуляцією і передачею на ґрунтові основи горизонтальних сил – це висотні будівлі каркасної, стовбурної та оболонкової «*tube*»конструктивних систем;

• **гібридні** (комбіновані), системи в яких зміна направлень зовнішніх сил відбувається завдяки взаємодіям (накладанням або стикуванням) двох або більше конструктивних рішень будівель з різними складними об'ємно-планувальними рішеннями і системами покриттів.

Таким чином, основною функцією несучих конструкцій будівель є сприйняття навантажень та їх раціональний розподіл між елементами. У зв'язку з підпорядкуванням роботи несучих конструкцій законам опору матеріалів і будівельної механіки, в основу їх систематизації (ідентифікації, структуризації та розкриття змісту) у першу чергу закладається принцип роботи, тобто механізм, який чинить опір зовнішнім навантаженням і впливам. Загальна класифікація конструктивних систем каркасних будівель ґрунтується на урахуванніроботи

несучих конструкцій у одному або двох напрямках, а тому їх поділяють на **площинні** та **просторові.**

Площинними є системи будівель, в яких осі всіх елементів (включаючи опорні) та лінії впливів зовнішніх сил лежать в одній площині. З геометричної точки зору площинні системи будівель поділяють на дискретні, що складаються з окремих і по різному скріплених елементів (стрижнів), і континуальні, в яких один розмір суттєво малий у порівнянні з двома іншими (плити, стовбури жорсткості, оболонки «*tube*»). **Дискретні системи** називають шарнірно-стрижневими, якщо з'єднання всіх елементів здійснюється за допомогою ідеальних шарнірів, або стрижневими – за наявності комбінованих або жорстких з'єднань елементів.

У будівельній практиці плоскі системи каркасних будівель не використовуються в ізольованому вигляді, тоді як **розрахункові схеми** багатьох реальних систем **є плоскими**. Наприклад, кроквяні ферми покриттів, з'єднані між собою прогонами і вітровими в'язями, в дійсності є просторовими системами, хоча розрахунковими схемами в таких випадках є плоскі ферми.

Рамами називають площинні, безрозпірні та розпірні, геометрично незмінні конструкції будівель, складовими елементами яких є вертикальні стояки і горизонтальні ригелі, жорстко з'єднані між собою у вузлах.

Плоскі розпірні рами нежитлових будівель можуть бути однопрогоновими (портальними), які називають простими (рис. 1 (а)), багатопрогоновими (рис. 1 (б)), багатоповерховими (рис. 1 (в)) і складними (рис. 1 (г)) [2, 10]. Матеріалом для рам може бути залізобетон, метал або дерево.

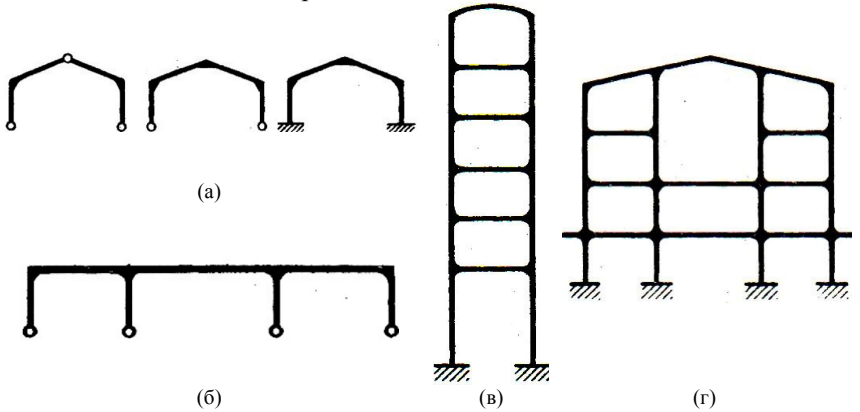


Рис. 1. Схеми рам: (а) – прості (тришарнірна, двошарнірна і безшарнірна); (б) – багатопрогонова; (в) – багатоповерхова; (г) – складна

Поперечні перерізи елементів плоских розпірних рам можуть формуватися із суцільностінчастих елементів або з наскрізних (гратчастих).

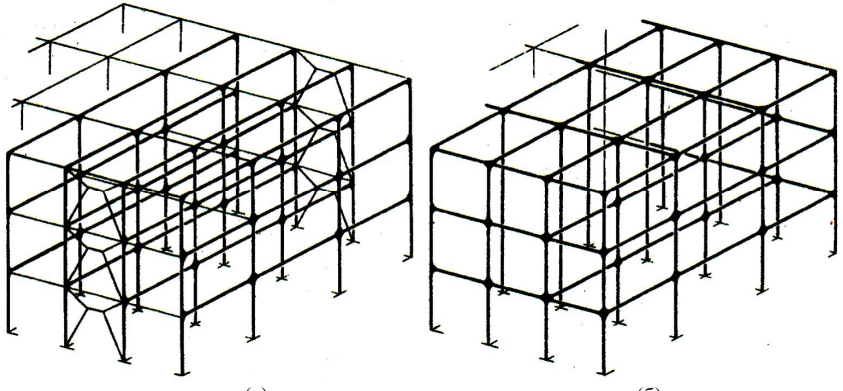
Основною конструктивною особливістю рам є наявність вузлів, в яких сходяться під кутами ригелі та стояки, а тому в системі силових впливів на рами відчутну роль відіграють згинальні моменти. Для створення розрахункових схем складних рам їх ригелі (прямі, ламані, криволінійні) можна уявити у вигляді балок, які пружно затиснуті кінцями в стояках. Ступінь такого затиснення може бути різною – від повного затиснення до вільного спирання. Вона визначається співвідношенням так званих погонних жорсткостей елементів рам:

$$k = I_{\text{р}} / l_{\text{р}} : I_{\text{с}} / l_{\text{с}}, \qquad (1)$$

де індекси «р» і «с» означають відповідно ригель і стояк рами.

Параметр k в усіх випадках є визначаючим фактором для знаходження вузлових моментів. Наприклад, при $k \to 0$ ригель можна розглядати як балку, повністю затиснуту кінцями; при $k \to \infty$ – як балку, що вільно сперта. Звідси можна зробити висновок, що при завантаженні ригеля момент в карнизному вузлі простої рами ніколи не може бути більшим від величини опорного моменту повністю затиснутої балки $q\,l^2/12$, а момент у прогоні – величини моменту балки, яка вільно спирається на опори $q\,l^2/8$.

Основне дослідження. Основою сучасних багатоповерхових будівель в Україні є залізобетонні багатоповерхові, багатопрогонові та складні рами (рис. 1 (б), (в), (г)) [1, 10]. Такі рами складаються з ряду стояків, жорстко з'єднаних у вузлах з ригелями. Складні рами можуть бути плоскими із збірного залізобетону – тоді поздовжня стійкість будівлі забезпечується системою в'язів, або просторовими з монолітного залізобетону – тоді ригелі розташовуються в двох напрямках (рис. 2).

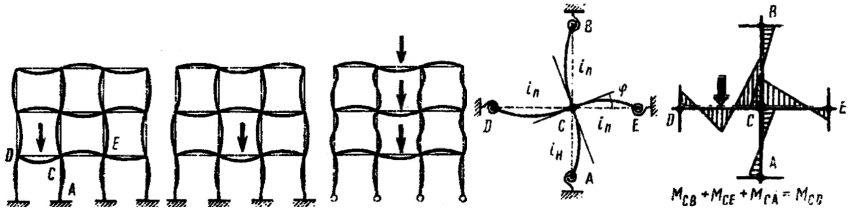


(а) (б)

Рис. 2. Конструктивні схеми багатопрогонових, багатоповерхових рам:
(а) – плоска з в'язями; (б) – просторова

Під впливом навантажень елементів складних рам вузлові моменти передаються всім ригелям і стоякам будівлі, які сходяться у вузлах, а від них – сусіднім прогонам та поступово затухають. Це відбувається тому, що вузли рам жорсткі, а їх повороти, під впливом вузлових моментів на деякий кут φ,

викликають відповідні повороти всіх елементів складних рам (стояків і ригелів), які сходяться в таких вузлах (рис. 3) [5, 9].



(а) (б) (в)

Рис. 3. Схеми деформацій та епюра моментів складних рам від вертикальних сил: (а) – загальні схеми деформацій; (б) – деформації елементів, які сходяться в кутах; (в) – епюра згинальних моментів

Статичні розрахунки складних рам на впливи вертикальних і горизонтальних навантажень виконуються з урахування найнесприятливіших сполучень навантажень і впливів [6, 7, 8]. Для збирання навантажень від власної ваги конструкцій будівель необхідно спочатку вибрати матеріали основних несучих конструкцій і призначити попередні розміри поперечних перерізів їх елементів. А тому в реальному проєктуванні будівель перед виконанням уточнених розрахунків конструкцій будівель з використанням комп'ютерних програм «ЛІРА», «SCAD», «Revit» спочатку здійснюють наближені розрахунки, основне призначення яких полягає в попередньому визначенні перерізів елементів рам, і складають загальне уявлення про характер роботи рам в залежності від їх об'ємно-планувального та конструктивного рішення в цілому.

Розрахунок складних рам на вертикальні навантаження. Ригелі розраховують як нерозрізні балки без урахування з'єднання із стояками. Орієнтовні величини моментів ригеля при рівномірному розподіленні навантаження q: біля опор – $ql^2/16$, в середніх прогонах – $ql^2/16$, в крайніх прогонах – $ql^2/12$.

Моменти в стояках приймають рівними:

- для середніх стояків

$$M_{ср} = \beta_1 M_{оп}; \quad (2)$$

- для крайніх стояків

$$M_{кр} = \beta_2 M^{б}_{min}; \quad (3)$$

де $M_{оп}$ – момент в ригелі над стояком; $M^{б}_{min}$ – опорний момент в балці із затиснутими кінцями; β_1 і β_2 – коєфіцієнти, які залежать від співвідношення погонних жорсткостей ригеля ($i_р$) і стояка ($i_с$); $\beta_1 = 0{,}1$ і $\beta_2 = 0{,}2$ при $i_р/i_с = 4$; $\beta_1 = 0{,}2$ і $\beta_2 = 0{,}33$ при $i_р/i_с = 1$.

Для попереднього призначення величин погонних жорсткостей (1) елементів багатоповерхових рам використовують наступні наближені формули:

висота залізобетонного ригеля $h = 1{,}8(M/\, b\, R_b)^{1/2}$, де $M = (0{,}6\ldots0{,}7)\, M_б$ ($M_б$ – «балочний» момент згинання ригеля); момент інерції залізобетонного ригеля $I = 0{,}5\, b\, (M/\, b\, R_b)^{3/2}$, де b – розрахункова ширина ригеля);

момент інерції сталевого ригеля $I = M\,l\,/\,(32\,R)$ при розрахунках на міцність або $I = M\,l\,/\,[8000\,(f/l)\,R]$ при розрахунках на згинання.;

площа перерізу залізобетонного стояка $A \approx (1{,}2\ldots1{,}5)\,N/\,R_b$, де N – максимальна повздовжня сила.

Розрахунок складних рам на горизонтальні навантаження (рис. 4). Найхарактернішими горизонтальними навантаженнями для рам є вітрові впливи. Вони складаються з активного тиску з навітрених боків будівель і пасивного (відсмоктування) – з підвітрених боків. Ці вітрові впливи сумуються і зосереджуються у вузлах навітрених боків рам (рис. 4 (а)). Місцевим згинанням стояків зазвичай нехтують через їх невеликі величини.

В основі наближених розрахунків складних рам на горизонтальні навантаження лежить припущення, що нульові точки згинання стояків всіх поверхів (крім нижніх і верхніх) розташовуються в середині їх висот (рис. 4 (б)). Горизонтальні сили, які діють у рівнях ригелів, розподіляють між стояками пропорційно до їх погонних жорсткостей. Тоді поперечна сила Q_n, яка прикладається до будь-якого стояка, буде дорівнювати

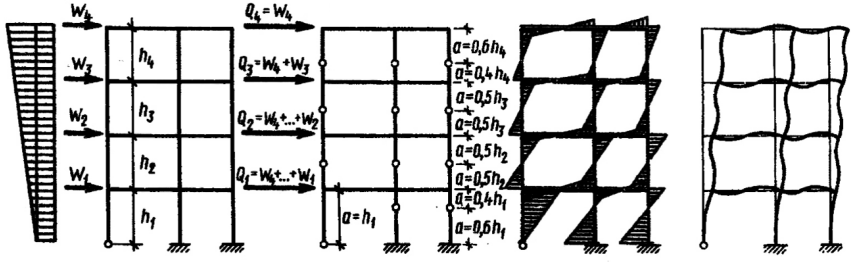
$$Q_n = i_n \sum W / \sum i, \tag{4}$$

де $\sum W$ – сума всіх горизонтальних сил, прикладених до рам вище рівня, який розглядається; i_n – погонна жорсткість n-ого стояка, який розглядається; $\sum i$ – сума погонних жорсткостей стояків поверху будівлі.

Моменти згинання в стояках складних рам дорівнюють

$$M_n = Q_n a, \tag{5}$$

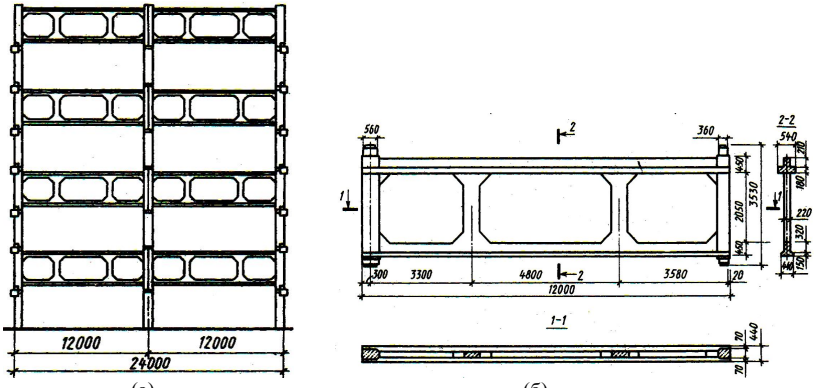
де a – віддалення вузла віт уявленого шарніра (для стояків всіх поверхів, крім першого, $a = 0{,}5\ h$; для верхніх вузлів затиснутих стояків перших поверхів $a = 0{,}4\ h$; для нижніх – $a = 0{,}6\ h$; для верхніх вузлів шарнірно спертих стояків $a = h$).



(а) (б) (в) (г)

Рис. 4. Горизонтальні сили, прикладені до складних рам(вітровий тиск): (а) – епюра вітрового тиску та вузлові навантаження; (б) – вітрові навантаження, які наростають; (в) – епюра згинальних моментів M; (г) – схема деформацій рами

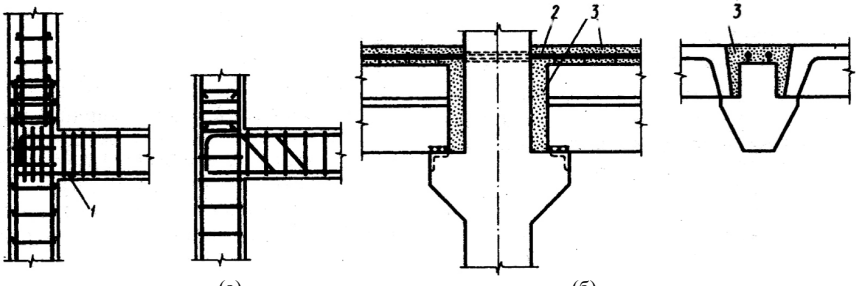
Моменти на кінцях ригелів складних рам знаходять, виходячи з припущення рівноваги вузлів. В крайніх вузлах вони дорівнюють сумі моментів стояків, в середніх – розподіляються пропорційнодо погонних жорсткостей лівих і правих ригелів. В багатоповерхових будівлях з технічними поверхами, несучими конструкціями яких є безрозкісніферми, останні можна розглядати як ригелі складних рам (рис. 5) [2, 5, 9].



(а) (б)

Рис. 5. Багатоповерхова будівля з технічними поверхами: (а) – схема розрізу; (б) – креслення збірної залізобетонної безрозкісної ферми

Приклади вузлів стикування ригелів із стоякамискладних рам каркасних будівель з монолітного і збірного залізобетону показані на рис. 6.



(а) (б)

Рис. 6. Вузли стикування ригелів із стояками складних залізобетонних рам каркасних будівель: (а) – монолітний; (б) – збірний;
1 – арматурний каркас; 2 – опорний стояк; 3 – зона бетонування

Проєктування, будівництво і експлуатація каркасних будівель із складними об’ємно-планувальними рішеннями в Україні пов’язані з необхідністю врахування додаткових особливих навантажень і впливів, а саме: сейсмічних, у складних інженерно-геологічних умовах, впливів від ракетних і артилерійських обстрілів, бомбардувань, вибухів, вибухових хвиль (в умовах війни з Росією), які треба враховувати при попередніх наближених розрахунках складних рам на горизонтальні навантаження [3, 4, 11].

Висновки і перспективи подальших досліджень

Висновки. В статті розглянуті можливі варіанти конструктивних і розрахункових схем каркасних будівель із складними об’ємно-планувальними рішеннями та моделювання їх розрахункових схем. Запропонована методика наближених розрахунків поперечних перерізів елементів складних залізобетонних рам каркасних будівель на

сприйняття вертикальних і горизонтальних навантажень для забезпечення злагодженої роботи архітекторів та інженерів-конструкторів, можливості подальшого збирання навантажень для виконання уточненихрозрахунків з використанням сучасних розрахункових програмних комплексів. Використання вказаної методики дозволить покращити характеристикинадійностібагатоповерхових будівель із складними об'ємно-планувальними рішеннями та сприймати додаткові навантаження в умовах їх експлуатації в надзвичайних ситуаціях без руйнування основних несучих конструкцій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Гетун Г.В., Криштоп Б.Г.* Багатоповерхові каркасно-монолітні житлові будинки: Навчальний посібник / Гетун Г. В., Криштоп Б. Г. – К.: КОНДОР, 2005. – 220 с.
2. *Гетун Г.В., Куліков П.М., Плоский В.О., Чернишев Д.О.* Конструкції будівель і споруд. Книга 2. Нежитлові будівлі. Підручник для вищих навчальних закладів / Гетун Г.В., Куліков П.М., Плоский В.О., Чернишев Д.О. – Кам'янець-Подільський: Друкарня «Рута», 2023 р. – 900 с.
3. *Гетун Г.В., Буценко Ю.П., Баліна О.І., Безклубенко І.С., Соломін А.В.* Дифузійні процеси з накопичувальними характеристиками при експлуатації будівель // Опір матеріалів і теорія споруд. – КНУБА, 2019. – Вип. 102. - С. 243-251.
4. *Getun G., Butsenko Y., Labzhinsky V., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A.* Situation forecasting and decision-making optimization based on using markov finite chains for areas with industrial pollutions // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2020. – Issue 104. – P. 166-176.
5. *Голосов В. Н., Ермолов В. В., Лебедев Н. В.* и др. Инженерные конструкции: Учебник для вузов / Голосов В. Н., Ермолов В. В., Лебедев Н. В. И др. под общ. ред. Ермолова В. В. – М.: Высшая школа, 1991. – 408 с.: ил.
6. *ДБН В.1.2-2:2006.* Технічні норми, правила і стандарти. Загальнотехнічні вимоги до життєвого середовища та продукції будівельного призначення. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. *Навантаження і впливи. Норми проектування*. – К.: Мінбуд України, 2007. – 60 с.
7. *ДБН В.2.6-98:2009*. Технічні норми, правила і стандарти. Об'єкти будівництва та промислова продукція будівельного призначення. Конструкції будинків і споруд. *Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення*. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
8. *ДСТУ Б В.2.6-156:2010*. Технічні норми, правила і стандарти. Об'єкти будівництва та промислова продукція будівельного призначення. Конструкції будинків і споруд. *Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування*. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 118 с.
9. *Куліков П.М., Плоский В.О., Гетун Г.В*. Архітектура будівель та споруд Книга 5. Промислові будівлі: Підручник для вищих навчальних закладів / Куліков П. М., Плоский В. О., Гетун Г. В. – Кам'янець-Подільський: Видавництво «Ліра-К», Друкарня «Рута», 2020 р. – 820 с.: іл.
10. *Куліков П.М., Плоский В.О., Гетун Г.В*. Конструкції будівель і споруд Книга 1: Підручник для вищих навчальних закладів / Куліков П. М., Плоский В. О., Гетун Г.В. – Кам'янець-Подільський: Видавництво «Ліра-К», Друкарня «Рута», 2021 р. – 880 с.: іл.
11. *Lizunov P.P., Nedin V.O.* The stability of rotating rods under the action of vibro-impact load // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 113-121.
12. *Пономарев В.А.* Архитектурное конструирование: Учебник / Пономарев В. А. – М.; Архитектура-С, 2008. – 736 с.
13. *Энгель Х.* Несущие системы: учебное издание / ХайноЭнгель. – М.: АСТ Астрель, 2007. – 344 с.

REFERENCES

1. *Getun G.V., Kryshtop B.G.* Multi-story frame-monolithic residential buildings: Study guide / Getun G.V., Kryshtop B.G.– K.: KONDOR, 2005. – 220 p.
2. *Getun G. V., Kulikov P. M., Plosky V. O., Chernyshev D. O. Structures of buildings and structures. Book 2. Non-residential buildings*. Textbook for higher educational institutions / Getun G. V., Kulikov P. M., Plosky V. O., Chernyshev D. O. –Kamianets-Podilskyi: «Ruta», 2023 – 900 p.
3. *Getun G.V., Butsenko Y., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A.* Дифузійні процеси з накопичувальними характеристиками при експлуатації будівель // Strength of materials and theory of structures. – 2019. – Issue 102, p. 243-251.
4. *Getun G.V., Butsenko Y., Labzhinsky V., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A.* Situations forecasting and decision-making optimization based on markovs finite chains in areas with industrial pollutios. // Strength of materials and theory of structures. – 2020. – Issue 104, p. 164-174.
5. *Golosov V.N., Ermolov V.V., Lebedev N.V. and others.* Engineering constructions: Textbook for universities / Golosov V.N., Ermolov V.V., Lebedev N.V. and others. community ed. Ermolova V. V. –M.: Higher School, 1991. – 408 p.
6. *DBN V.1.2-2:2006*. Technical regulations, rules and standards. General technical requirements for the living environment and construction products. The system for ensuring the reliability and safety of construction objects. Loads and influences. Design standards. – K.: Ministry of Construction of Ukraine, 2007. – 60 p.
7. *DBN V.2.6-98:2009*. Technical regulations, rules and standards. Construction objects and industrial products for construction purposes. Structures of buildings and structures. Concrete and reinforced concrete structures. Substantive provisions. – K.: Ministry of Regional Development of Ukraine, 2011. –71 p.
8. *DSTU B V.2.6-156:2010*. Technical regulations, rules and standards. Construction objects and industrial products for construction purposes. Structures of buildings and structures. Concrete and reinforced concrete structures made of heavy concrete. Design rules. – K.: Ministry of Regional Construction of Ukraine, 2011. – 118 p.
9. *Kulikov P. M., Plosky V. O., Getun G. V. Architecture of buildings and structures Book 5. Industrial buildings*: Textbook for higher educational institutions / Kulikov P. M., Plosky V. O., Getun G. V. –Kamianets-Podilskyi: «Lira-K», «Ruta», 2020 – 820 pp.: il.
10. *Kulikov P. M., Plosky V. O., Getun G. V. Constructions of buildings and structures Book 1*: Textbook for higher educational institutions / Kulikov P. M., Plosky V. O., Getun G. V. – Kamianets-Podilskyi: «Lira-K», «Ruta», 2021 – 880 pp.: il.
11. *Lizunov P., Nedin V.* The stability of rotating rods under the action of vibro-impact load. – 2021. – Issue 106, p. 113-121.
12. *Ponomarev V. A.* Architectural design: Textbook / Ponomarev V. A. – M.; Architecture-S, 2008. – 736 p.
13. *Engel H.* Bearing systems: educational edition / Haino Engel. – M.: AST Astrel, 2007. – 344 p.

Стаття надійшла 12.03.2023

Ivanchenko G.M., Getun G.V., Bezklubenko I.S., Solomin A.V.

FEATURES OF DESIGN AND CALCULATIONS OF COMPLEX REINFORCED CONCRETE FRAMES OF BUILDINGS

The article considers and systematizes the load-bearing structural systems of buildings with complex space-planning configurations, taking into account design solutions, structural loading and stress states. The features of the perception of loads and their rational distribution between the structural elements of frame buildings with complex space-planning solutions are analyzed. The main structural schemes of complex frames, schemes of their deformations and plots of moments under the influence of vertical and horizontal loads are introduced. The paper reflects the modern practice of preliminary approximate calculations of the approximate dimensions of the sections of frame structures of frame buildings for the possibility of further collecting loads and performing refined calculations using modern calculation software systems.

The proposed method for modeling the nature of the work of complex frames of frame buildings and coordinating their space-planning, design and calculation systems will be useful for researchers, architects and design engineers during the design of new types of buildings, taking into account their operation under emergency conditions.

Keywords: building, space-planning solutions, frame system, frame, riser, crossbar, deformation scheme, load, moment diagram, reinforced concrete frame units.

УДК 725
Іванченко Г.М., Гетун Г.В., Безклубенко І.С., Соломін А.В. **Особливості конструювання та розрахунків складних залізобетонних рам будівель** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 108-117.
Табл. 0. Іл. 6. Бібліогр. 13 назв.

UDC 725
Ivanchenko G.M., Getun G.V., Bezklubenko I.S., Solomin A.V. **Features of design and calculations of complex reinforced concrete frames of buildings** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 108-117.
Tabl. 0. Fig. 6. Ref. 13.

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА, ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Іванченко Григорію Михайловичу*
Робочий телефон+38(044)245-44-32
E-mail: ivgm61gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-1172-2845

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, професор кафедри архітектурних конструкцій КНУБА, ГЕТУН Галина В'ячеславівна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГЕТУН Галині В'ячеславівні*
Робочий телефон+*38(044)245-44-32*
E-mail: GalinaGetun@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3317-3456

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент кафедри ІТПТМ КНУБА, БЕЗКЛУБЕНКО Ірина Сергіївна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури , БЕЗКЛУБЕНКО Ірині Сергіївні*
Робочий телефон *+38(044)245-04-02*
Мобільнийтелефон. *+38(066)794-01-84*
E-mail: i.bezklubenko@gmail.com
ORCID ID*:* https://orcid.org/0000-0002-9149-4178

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри біобезпеки і здоров'я людини НТТУ «КПІ» ім. Ігоря Сікорського, СОЛОМІН Андрій Вячеславович*
Адреса робоча: *03056 Україна, м. Київ, проспект Перемоги 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» , СОЛОМІНУ Андрію Вячеславовичу*
Робочий телефон+*38(044)236-79-89*
Мобільний телефон+*38(050)927-10-63*
E-mail*:* andr-sol@i.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-5226-8813

УДК 539.3

ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАКРИТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ БУРИЛЬНИХ КОЛОН У ГОРИЗОНТАЛЬНИХ СВЕРДЛОВИНАХ

В.В. Гайдайчук[1],
д-р техні. наук, професор

Л.В. Левківська[2],
канд. техн. наук, доцент

М.В. Лазарева[1],
канд. техн. наук

[1] *Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*

[2] *Національний транспортний університет, Київ*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.118-130

На основі теорії гнучких криволінійних стержнів поставлено задачу про теоретичне моделювання закритичних станів бурильних колон з урахуванням їхньої контактної взаємодії зі стінками нафто-газових свердловин. Побудовано аналітичні розв'язки задачі, що визначають критичні значення зовнішніх розтягувальної або стискаючої поздовжньої сили та крутного моменту при заданій різниці діаметрів порожнини і бурильної колони, встановлені зони закритичних станів бурильних колон.

Ключові слова: бурильна колона, горизонтальна свердловина, прямі та обернені задачі, крутний момент, внутрішні і зовнішні сили, критичний стан.

Постановка проблеми. Через виникнення та розповсюдження пандемії коронавірусу у всіх нафтовидобувних країнах світу в 2020 р. спостерігався тренд падіння видобутку та скорочення приросту запасів вуглеводнів.

Найсильніше від коронакризи постраждала нафтова галузь. Основним дестабілізуючим фактором для нафтового ринку стало різке скорочення попиту на нафту, насамперед – з боку транспортного сектора (автомобілі та авіаперевезення), який виявився найбільш уразливим через карантинні заходи по всьому світу.

Крім екстраординарного падіння попиту на нафту, ситуацію на ринку нафтопродуктів добряче ускладнили і взаємини між їх виробниками, які почали з'ясовувати відносини в найбільш непідходящий для ринку момент. В результаті чого 20 квітня 2020 р. спостерігався світовий колапс цін на нафту (падіння ціни втричі та набуття від'ємного значення), що стало безпрецедентним випадком для світового фінансового ринку. Однак, спільною домовленістю світових лідерів – виробників нафтопродуктів вдалося уникнути катастрофічного сценарію жорсткої боротьби за ринкову нішу.

Газова галузь у 2020 р. постраждала від падіння попиту меншою мірою, ніж нафтова. Споживання природного газу залежить від загальних показників економічної активності, темпів зростання промислового

© Гайдайчук В.В., Левківська Л.В., Лазарева М.В.

виробництва та від міжпаливної конкуренції в секторі електроенергетики і зазвичай демонструє дещо меншу еластичність щодо ВВП, ніж попит на нафтопродукти. Особливо ця відмінність проявилась у кризі 2020 р., коли насамперед від карантинних заходів постраждав транспортний сектор, у якому частка газу мала, а попит з боку домогосподарств, навпаки, навіть дещо зріс у зв'язку з самоізоляцією та перехід більшості людей на віддалений режим роботи та навчання.

У 2021 р. поступове відновлення економічної активності ряду країн, погодний фактор та нестабільність відновлюваних джерел енергії призвели до зростання попиту на видобуток газу у світі.

За попередніми оцінками, з 1 січня до 30 вересня 2021 р. у світі було видобуто 3,2 трлн. куб. м газу, що на 110 млрд. куб. м (на 4%) більше ніж за 9 місяців 2020 року [1].

Світовий попит на нафту стимулюється споживанням бензину та збільшенням міжнародних поїздок у міру того, як дедалі більше країн знову відкрили свої кордони, також почав поступово зростати.

Визначальним фактором сучасних змін світового енергетичного балансу та його структури, а також світового розвитку нафтогазової галузі, нині виступає технологічний фактор [2]. У результаті з'явилися і набули розвитку принципово нові категорії горизонтальних та похило-скерованих свердловин [3]. Саме вони дають кратне збільшення дебітів, оскільки багаторазово збільшують площу видобутку. Їх застосовують при освоєнні шельфових проектів, у болотистих і сильно ускладнених місцевостях, для підвищення нафтовіддачі пластів, відновлення недіючого фонду свердловин. Така технологія дозволяє видобувати нафту і газ із важкодоступних місць. Вона також уможливлює розробку складних ділянок порід, використовується для видобутку важкої та високов'язкої нафти, а також нафти та газу з низькопроникних та карбонатних колекторів з високою неоднорідністю.

До того ж, сьогодні горизонтальне буріння вкрай необхідне в умовах падіння ефективності роботи багатьох старих свердловин. Тільки США щорічно будують до 1000-1500 таких свердловин на рік і найближчим часом хочуть взагалі відмовитися від будівництва вертикальних свердловин в експлуатаційному бурінні.

Нові технології, засновані на методі горизонтального буріння, справили справжню революцію в практиці та теорії світового нафтовидобутку, оскільки дали можливість розбурювання шельфових родовищ нафти і газу з берега, без будівництва дорогих морських основ і платформ.

Майже половина запасів нафти та газу, запланованих для розробки протягом найближчих п'яти років, знаходяться у глибоководних районах, передбачають світові експерти. За їх оцінками, видобуток глибоководної нафти зросте з 10 млн. барелів на добу в 2021 р. (6% світової пропозиції) до більш ніж 17 млн. барелів на добу до 2025 р. [1].

При бурінні горизонтальних свердловин, як правило, основною причиною виникнення позаштатних ситуацій є втрата стійкості бурильної колони, її біфуркаційне випинання і гранична фрикційна взаємодія зі

стінкою свердловини [4-6]. Питання теоретичного моделювання явища нестійкого випинання колон пов'язані зі значними труднощами, головна з яких обумовлена необхідністю постановки граничної задачі Штурма-Ліувілля на великій довжині бурильної колони. Оскільки для глибоких свердловин бурильна колона за своїми геометричними параметрами стає подібною людській волосині, багато традиційних математичних методів, які використовуються для інтегрування розв'язувальних рівнянь, стають у цих випадках погано збіжними.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Початок дослідженням закритичних станів бурильних колон з урахуванням їхньої контактної взаємодії зі стінками свердловини було покладено А. Любинським в 50-х роках минулого століття. Пізніше його методика була викладена в монографії [7]. Вона базується на суттєвому спрощенні задачі без урахування обертання, крутного моменту, граничних умов і припущення, що осьова стискаюча сила залишається сталою на всій довжині нескінченного стержня. Вважається, що в результаті втрати стійкості бурильна колона набуває форму циліндричної спіралі й, завдяки цьому, на всій своїй довжині дотикається до стінок свердловини. Надалі в роботах [8-11] цей підхід був узагальнений на випадок дії крутного моменту, врахування граничних умов і деяких інших факторів. У даній роботі ця проблема вирішується шляхом формулювання обернених задач теорії нелінійного деформування гнучких криволінійних стержнів.

Формулювання мети статті. Знайти критичні значення поздовжньої сили та крутного моменту і побудувати форми закритичних станів бурильних колон у горизонтальних свердловинах.

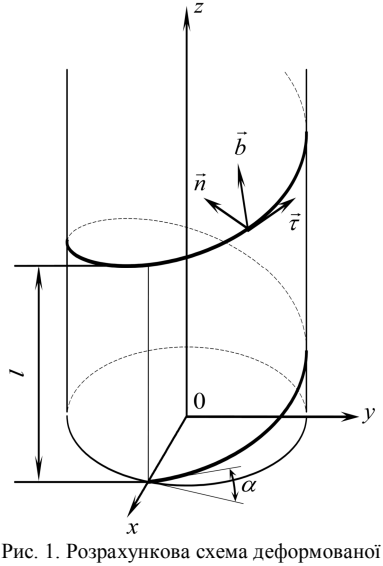


Рис. 1. Розрахункова схема деформованої бурильної колони

Викладення основного матеріалу. Сформулюємо задачу про пружне деформування трубчастого стержня радіуса a_1 всередині циліндричної порожнини радіуса a_2. Будемо вважати стержень і порожнину досить довгими, і тому впливом граничних умов можна знехтувати.

Нехай у результаті дії на прямолінійний стержень заданого крутного моменту M_w^0 він втратив стійкість, викривився, вступив у контакт зі стінкою циліндричної порожнини і його осьова лінія прийняла спіральну форму (рис. 1)

$$x = a\cos\left(\frac{\cos\alpha}{a}s\right), \quad y = a\sin\left(\frac{\cos\alpha}{a}s\right), \quad z = s\sin\alpha\ , \tag{1}$$

де s – координата, що вимірюється довжиною осьової лінії від деякої початкової точки до поточної; α – кут підйому спіралі; $a = a_2 - a_1$ – діаметр осьової лінії спіралі вигнутої бурильної колони; a_1 – діаметр свердловини; a_2 – діаметр труби бурильної колони.

Введемо праву рухому систему координат (u, v, w) жорстко зв'язану з розглянутим поперечним перерізом. Початок цієї системи лежить на осьовій лінії, осі u, v спрямовані вздовж головних центральних осей інерції площі перерізу, а вісь w – по дотичній до пружної лінії у бік зростання s.

Для зручності викладення приведемо основні співвідношення геометрії осьової лінії свердловини і стержня. Зв'яжемо з осьовою лінією стержня рухомий триедр $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b})$, у якому $\vec{\tau}$ – орт дотичної, $\vec{n}$ – орт нормалі (спрямованої до центра кривизни кривої), $\vec{b}$ – орт бінормалі. Для цих ортів справедливі рівності

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}}{ds}, \quad \vec{n} = R\frac{d\vec{\tau}}{ds}, \quad \vec{b} = \vec{\tau}\times\vec{n}\ , \tag{2}$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор точки осьової лінії.

Радіуси кривини R та кручення T визначимо з допомогою формул

$$\frac{1}{R} = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2} \tag{3}$$

та

$$\frac{1}{T} = R^2\begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix}. \tag{4}$$

Взаємна орієнтація головного (u, v, w) і природного $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b})$ тригранників при їх русі уздовж пружної лінії стержня визначається кутом χ між віссю u й ортом $\vec{n}$, відлік якого здійснюється від $\vec{n}$ до u. Тоді кривизни проекції елемента ds на площині (v, w), (u, w) і кручення осьової лінії стержня обчислюються наступним чином

$$p = \frac{1}{R}\sin\chi\ , \quad q = \frac{1}{R}\cos\chi\ , \quad r = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}\ . \tag{5}$$

Розглядаючи рівновагу деформованого стану бурильної колони у прямолінійній циліндричній свердловині. вважаємо, що вона піддається впливу зовнішніх розподілених, у загальному випадку не рівних нулю, сил контактної взаємодії f_u, f_v. У цьому випадку сили тертя дорівнюють нулю, тому $f_w = 0$. Зовнішні сили врівноважуються внутрішніми перерізаючими (F_u, F_v) і поздовжньою (F_w) силами, а також моментами

$$M_u = Ap\,, \quad M_v = Bq\,, \quad M_w = Cr\,. \tag{6}$$

Тут $A = EI_a$; $C = GI_p$; E, G – модулі пружності й зсуву матеріалу стержня, відповідно; $I_a = I_u = I_v$ – осьові моменти інерції перерізу стержня; $I_p = I_w$ – полярний момент інерції.

Проектуючи всі сили й моменти, що діють на елемент стержня, на осі u, v, w, одержимо три скалярних рівняння рівноваги силової групи

$$\begin{aligned} dF_u / ds &= rF_v - qF_w - f_u\,, \\ dF_v / ds &= pF_w - rF_u - f_v\,, \\ dF_w / ds &= qF_u - pF_v - f_w \end{aligned} \tag{7}$$

і три рівняння моментної групи

$$\begin{aligned} dM_u / ds &= -qM_w + rM_v + F_v\,, \\ dM_v / ds &= -rM_u + pM_w + F_v\,, \\ dM_w / ds &= -pM_v + qM_u\,. \end{aligned} \tag{8}$$

На основі рівностей (1), (3), (4), маємо

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2\alpha}{a}\,, \quad \frac{1}{T} = \frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{a}\,. \tag{9}$$

З останніх рівностей (5), (6) і умови $M_w = M_w^0 = const$ одержуємо

$$\begin{aligned} r &= \frac{M_w^0}{C} = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}\,, \\ \frac{d\chi}{ds} &= \frac{M_w^0}{C} - \frac{1}{T} = \frac{M_w^0}{C} - \frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{a}\,. \end{aligned} \tag{10}$$

Тоді $\chi = \beta\, s$, де $\beta = \dfrac{M_w^0}{C} - \dfrac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{a}$.

За допомогою отриманих співвідношень будуємо вирази для параметрів кривизни та кручення осьової лінії спірального стержня

$$p = \frac{\cos^2\alpha}{a}\sin\beta\, s\,, \quad q = \frac{\cos^2\alpha}{a}\cos\beta\, s\,, \quad r = \frac{M_w^0}{C} \tag{11}$$

і для внутрішніх моментів у ньому

$$\begin{aligned} M_u &= A\frac{\cos^2\alpha\cdot\sin\beta\, s}{a}\,, \\ M_v &= B\frac{\cos^2\alpha\cdot\cos\beta\, s}{a}\,, \\ M_w &= M_w^0\,. \end{aligned} \tag{12}$$

Звідси випливає, що згинальні моменти M_u, M_v визначаються геометрією спіралі, а крутний момент M_w є заданою величиною.

Підставляючи знайдені значення величин p, q, r, M_u, M_v, M_w у рівняння (8), обчислюємо перерізаючі сили

$$F_u^0 = \left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C} M_w^0 \right) \frac{\cos^2 \alpha}{a} \cdot \sin \beta\, s\,,$$

$$F_v^0 = \left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C} M_w^0 \right) \frac{\cos^2 \alpha}{a} \cdot \cos \beta\, s\,. \qquad (13)$$

Оскільки F_u і F_v взаємно перпендикулярні, можна знайти результуючу перерізаючу силу

$$F_{res} = \sqrt{(F_u^0)^2 + (F_v^0)^2} = \left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C} M_w^0 \right) \frac{\cos^2 \alpha}{a}\,. \qquad (14)$$

Маючи у своєму розпорядженні величини p, q, r, F_u, F_v за допомогою рівнянь (7) знаходимо зовнішні сили

$$f_u = \left[\left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C} M_w^0 \right) \left(\frac{M_w^0}{C} - \beta \right) - F_w^0 \right] \frac{\cos^2 \alpha}{a} \cdot \cos \beta\, s\,,$$

$$f_v = \left[\left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C} M_w^0 \right) \left(-\frac{M_w^0}{C} + \beta \right) + F_w^0 \right] \frac{\cos^2 \alpha}{a} \cdot \sin \beta\, s\,,$$

$$f_w = 0\,. \qquad (15)$$

Сила контактної взаємодії стержня й стінок порожнини обчислюється за формулою

$$f_n = \pm\sqrt{f_u^2 + f_v^2} = \left[\left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C} M_w^0 \right) \left(\frac{M_w^0}{C} - \beta \right) - F_w^0 \right] \frac{\cos^2 \alpha}{a} =$$

$$= \left[\left(M_w^0 - \frac{A \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{a} \right) \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{a} - F_w^0 \right] \frac{\cos^2 \alpha}{a}. \qquad (16)$$

З неї випливає, що зовнішня розподілена сила f_n, що діє на деформований стержень у формі спіралі з заданим радіусом a напрямної циліндричної поверхні, залежить від прикладеного крутного моменту M_w^0 й кута підйому α спіралі. Значення цих величин, при яких $f_n > 0$ (f_n і $\vec{n}$ спрямовані однаково), відповідають випадку, коли система сил F_u^0, F_v^0, f_n і моменту M_w^0 перебуває в рівновазі й стінка порожнини перешкоджає збільшенню радіуса a спіралі (рис. 2 (а)).

При цьому спіраль перебуває в рівновазі за рахунок стінки порожнини, на яку вона здійснює навантаження f_n. Ситуація, у якій $f_n < 0$ (f_n і $\vec{n}$ протилежно спрямовані), реалізується у випадку намотування стержня на циліндричне тіло (рис. 2 (б)). Якщо це тіло прибрати, то вигнутий у

вигляді спіралі стержень під дією заданої системи сил і моменту M_w^0 повернеться у вихідний недеформований стан та набуде прямолінійної форми, яка є стійкою.

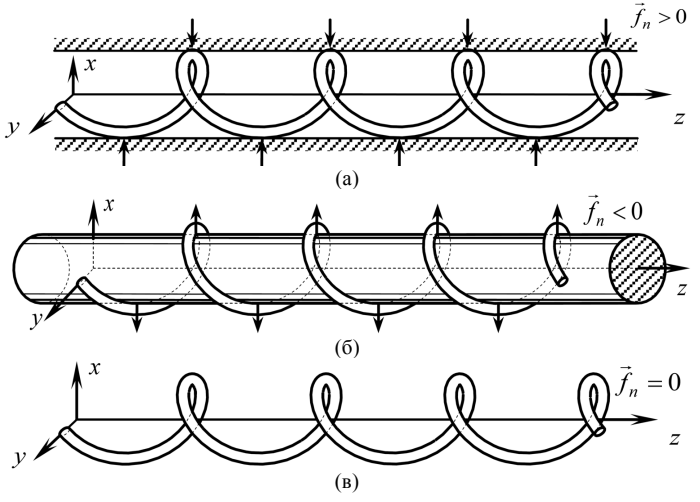


Рис. 2. Схеми спірального деформування стержнів у закритичних станах

Випадок $f_n = 0$ є критичним (рис. 2 (в)), при цьому стержень перебуває в байдужому рівноважному стані.

Виведені формули (10), (12), (13) свідчать про те, що кут χ, моменти M_u, M_v і перерізаючі сили F_u, F_v у спіральному стержні визначаються прикладеним крутним моментом M_w^0, радіусом a, кутом підйому α і ніяк не пов'язані з поздовжньою силою F_w. Ця сила не входить у рівняння (8), тому вона не залежить від ніяких кінематичних або статичних факторів і їй можна надавати будь-які значення F_w^0. При цьому, однак, як видно з рівнянь (7), вона суттєво впливає на сили контактної взаємодії f_u, f_v і результуючу силу f_n (див.(16)), а тому й на критичний стан спірального стержня. У зв'язку з цим задача про дослідження стійкості пружного стержня в циліндричній порожнині зі статичної точки зору є двопараметричною і при її рішенні необхідно варіювати величини F_w^0 и M_w^0. З урахуванням цієї особливості для кожної пари значень F_w^0, M_w^0 при обраних характеристиках геометричних і механічних властивостей системи будувався графік залежності контактної сили f_n від кута підйому α й визначались критичне значення α, а також ділянки стійких і закритичних станів стержня.

У табл. 1 приведені результати розрахунків критичних значень параметрів бурильних колон при $a = 0{,}15$; 0,2 та 0,3 м з радіусами

перерізу r_1=0,08415 м, r_2=0,07415м, виготовлених з матеріалу із пружними характеристиками $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $G = 7{,}692 \cdot 10^{10}$ Па. Прокоментуємо їх для випадку $a = 0{,}15$ м, $F_w^0 = -10^5$ Н, $M_w^0 = 10^5$ Н×м (позиція 3 у табл. 1). Як видно тут кут $\alpha = \alpha_{кр} = 88{,}4^\circ$ є критичним, оскільки при цьому значенні змінна $f_n(\alpha)$ виявилася рівною нулю. Область $\alpha < \alpha_{кр}$, що відповідає силам $f_n < 0$, реалізується в стійких станах стержня, в них пружна спіраль розправляється й набуває вихідну прямолінійну форму. Тому на практиці такі стани не реалізуються. Для їх підтримки необхідно прикладати дуже великі від'ємні сили f_n, при цьому в стержні виникають великі згинальні моменти M_u, M_v, що підраховуються на основі формул (12).

Таблиця 1

Критичні значення параметрів бурильних колон

№	a (м)	F_w^0 (Н)	M_w^0 (Н×м)	$\alpha_{кр}$ (град)	$l_{кр}$ (м)	$\alpha^{\max}$ (град)	$f_n^{\max}$ (Н/м)	$F_{rez}^{\max}$ (Н/м)
1	0,15	0	10^3	–	–	–	–	–
2	0,15	-10^4	10^4	89,5	111,1	89,66	1,23	–
3	0,15	-10^5	10^5	88,4	32,9	88,83	146,69	2,05
4	0,15	-10^6	10^6	83,7	8,6	85,50	25788	2062
5	0,15	0	-10^3	–	–	–	–	–
6	0,15	-10^4	-10^4	89,5	115,4	89,68	1,06	–
7	0,15	-10^5	-10^5	88,6	38,9	89,03	89,59	–
8	0,15	-10^6	-10^6	86,4	14,9	87,48	5484	–
9	0,15	0	10^4	–	–	–	–	–
10	0,15	0	10^5	89,7	200,0	89,80	$4{,}46 \cdot 10^{-2}$	2,05
11	0,15	0	10^6	87,4	20,5	88,04	447,06	2062
12	0,15	0	10^7	32,9 57,0	0,6 1,4	12,76 67,54	$4{,}81 \cdot 10^7$ $5{,}20 \cdot 10^6$	$6{,}67 \cdot 10^7$ $2{,}31 \cdot 10^6$
13	0,15	-10^4	0	89,5	111,1	89,66	1,14	–
14	0,15	-10^5	0	88,5	35,7	88,97	113,74	–
15	0,15	-10^6	0	85,2	11,3	86,63	$1{,}15 \cdot 10^4$	–
16	0,15	-10^7	0	74,2	3,3	79,02	$1{,}18 \cdot 10^6$	–
17	0,15	10^2	10^4	–	–	–	–	–
18	0,15	10^3	10^5	–	–	–	–	2,05
19	0,15	10^4	10^6	87,5	21,3	88,09	371,03	2062
20	0,2	0	10^3	–	–	–	–	–
21	0,2	-10^4	10^4	89,4	111,11	89,53	1,64	–
22	0,2	-10^5	10^5	87,8	33,04	88,45	195,67	2,75
23	0,2	-10^6	10^6	81,6	8,49	83,97	$3{,}46 \cdot 10^4$	2751
24	0,2	-10^4	0	89,4	114,28	89,55	1,52	–
25	0,2	-10^5	0	88,0	36,02	88,58	152,31	–
26	0,2	-10^6	0	83,6	11,25	85,50	$1{,}53 \cdot 10^4$	–
27	0,2	-10^7	0	67,9	3,09	74,92	$1{,}63 \cdot 10^6$	–
28	0,3	0	10^3	–	–	–	–	–
29	0,3	-10^4	10^4	89,1	115,37	89,32	2,47	–
30	0,3	-10^5	-10^5	86,7	32,8	87,68	293,77	4,12

31	0,3	-10^6	10^6	77,2	8,24	80,84	$5{,}26\cdot10^4$	4136
32	0,3	-10^4	0	89,0	113,2	89,33	2,28	–
33	0,3	-10^5	0	87,0	35,90	87,88	228,67	–
34	0,3	-10^6	0	80,3	11,07	83,21	$2{,}32\cdot10^4$	–
35	0,3	-10^7	0	–	–	–	–	–

Випадки $f_n > 0$ є закритичними, у них спіральний стержень силою F_w^0 і моментом M_w^0 притискається до стінки порожнини й на лінії контакту формується сила тертя μf_n, де μ=0,2 – коефіцієнт тертя ковзання. Якщо сила F_w^0 і момент M_w^0 можуть подолати силу тертя, то стержень має можливість рухатись й обертатися в порожнині, у противному випадку реалізується так званий ефект прихоплення бурильної колони.

Встановлено значення $\alpha^{\max}$=88,83º, при якому сила f_n нормального тиску на стінку порожнини досягає максимального значення $f_n^{\max} = 146,69$ Н/м. У цьому випадку максимальна розподілена сила тертя дорівнює 29,3 Н/м, хоча при цьому перерізаюча сила $F_{rez}^{\max} = 2,05$Н є невеликою.

Крок осьової лінії спіралі підраховувався за допомогою рівності $l_{кр} = 2\pi\, a \cdot tg\alpha$. У критичному стані він склав $l_{кр} = 32,9$м.

Зі зменшенням F_w^0, M_w^0 (позиція 2 у табл. 1) закритичний стан досягається при більшому значенні кута α з більшим кроком $l_{кр}$ і меншими силами f_n і F_{rez}. Якщо $F_w^0 = 0$, M_w^0=10^3 Н×м (позиція 1), критичні стани не реалізуються взагалі.

Якщо при правогвинтовій формі закритичного деформування прикладати від'ємні моменти (позиції 5-8), то значення критичних кутів трохи збільшуються, а сили контактної взаємодії зменшуються.

У випадках, коли осьова сила $F_w^0 = 0$ і деформування здійснюється лише за рахунок крутного моменту M_w^0 (позиції 9 – 12), залежності $f_n = f_n(\alpha)$ дещо ускладнюються і на них з'являються два критичних значення $\alpha_{кр}$, з яких, однак, лише більше представляє практичний інтерес. Для відповідних величин M_w^0 кроки осьової лінії спіралі збільшуються, а силові фактори $f_n^{\max}$, $F_{rez}^{\max}$, що при цьому виникають, зменшуються.

Позиції 13 – 16 у табл. 1 відносяться до випадку навантаження стержня лише поздовжньою стискаючою силою F_w^0 при $M_w^0 = 0$.

Перенапруження стержня силою розтягу F_w^0 пов'язане зі стабілізацією його рівноважних станів (позиції 17 – 19). У цьому випадку втрата його

стійкості відбувається при досить великому моменті $M_w^0 = 10^6 H \cdot м$ з кроком спіралі $l_{кр} = 21{,}3м$ і малим значенням $f_n^{\max} = 371{,}03\, H/м$.

Збільшення радіуса осьової лінії спіралі до $a = 0{,}2м$ (позиції 20 – 27) приводить до зменшення значень критичного кута $\alpha_{кр}$ і деякого збільшення сил контактної взаємодії $f_n^{\max}$. Ця тенденція стає більш помітною при збільшенні радіуса a до 0,3$м$ (позиції 28 – 35 табл. 1).

Висновки і перспективи подальших розробок у даному напрямку. Поставлені і розв'язані задачі про закритичну поведінку бурильних колон на прямолінійних ділянках у горизонтальних свердловинах. Наведено формули для підрахунку сил контактної взаємодії бурильної колони зі стінкою свердловини, а також внутрішніх перерізаючих сил і згинальних моментів. Знайдені критичні значення поздовжньої сили та крутного моменту і побудовані форми закритичних станів бурильних колон. Отримані розв'язки можуть бути використані для прогнозування критичних та закритичних станів бурильних колон як у горизонтальних, так і у похило-скерованих нафтових та газових свердловинах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. International Energy Agency. Medium – Term Market Report 2020 / Market Analysis and Forecasts to 2025. — Paris, France — 2021.
2. BP Statistical Review of World Energy — October 2021.
3. *Мислюк М. А.* Буріння свердловин. Т. 3. Вертикальне та скероване буріння / М. А. Мислюк., І. Й. Рибчич, Р. С. Яремійчук — Київ : Інтерпрес ЛТД, 2004. — 294 с.
4. *Гайдайчук В. В.* Математичне моделювання пружного згинання бурильної колони у каналі криволінійної нафто – газової свердловини / В. В. Гайдайчук, Л. В. Левківська, Я. І. Ковальчик // Опір матеріалів і теорія споруд: Науково – технічний збірник. — Вип. 97. — 2016. — С. 43 — 58.
5. *Горбунович И. В.* Изучение проблемы выявления критических режимов функционирования бурильных колонн в вертикальных и криволинейных скважинах / И. В. Горбунович, Л. В. Левковская // Вісник Національного транспортного університету. Серія: Технічні науки. Науково – технічний збірник. — Вип. 1 (40). — 2018. — С. 90 — 97.
6. *Левківська Л. В.* Комп'ютерне визначення зони прихвату бурильної колони у криволінійній свердловині / Л. В. Левківська, І. В. Горбунович // Технології, інструменти та стратегії реалізації наукових досліджень : матеріали Міжнар. Наук. конф., [Луцьк], 10 квіт. 2020 р. / Україна: МЦНД. — С. 91 — 93.
7. *Lubinski A.* Developments in Petroleum Engineering — Vol. 1 Houston, TX, USA : Gulf Publishing Company, 1987. — 438 pp.
8. *Chao Sun, Stanislaw Lukasiewicz.* A new model on the buckling of a rod in tubing — Journal of Petroleum Science and Engineering. — 2006. — Vol. 50. – P. 78 — 82.
9. *Cunha J.C.* Buckling of tubulars inside well bores: a review on recent theoretical and experimental works — SPE Drilling & Completion. — 2004. — Vol. 19. – No. 1. – P. 13 — 19.
10. *Robert F. Mitchell, Stefan Miska.* Helical buckling of pipe with connectors and torque — SPE Drilling & Completion. — 2006. — Vol. 21. – No. 2. – P. 108 – 115.
11. *Robert F. Mitchell.* The twist and shear of helically buckled pipe — SPE Drilling & Completion. — 2004. — Vol. 19. – No. 1. – P. 20 — 28.

REFERENCES

1. International Energy Agency. Medium – Term Market Report 2020 / Market Analysis and Forecasts to 2025. – Paris, France, 2021.
2. BP Statistical Review of World Energy, October 2021.
3. *Myslyuk M.A.* Burinnya sverdlovyn. T. 3. Vertykalne ta skerovane burinnya (Drilling wells. Vol. 3. Vertical and directional drilling) / M. A. Myslyuk., I. Y. Rybchych, R. S. Yaremiychuk – Kyiv : Interpres LTD, 2004, 294 pp.
4. *Haydaychuk V.V.* Matematychne modelyuvannya pruzhnoho zhynannya burylnoyi kolony u kanali kryvoliniynoyi nafto – hazovoyi sverdlovyny (Mathematical modeling of elastic bending of the drill string in the channel of a curved oil and gas well) / V.V. Haydaychuk, L.V. Levkivska, Ya.I. Kovalchyk // Opir materialiv i teoriya sporud: Naukovo – tekhnichnyy zbirnyk, 2016, Vol. 97, P. 43 – 58.
5. *Horbunovych Y.V.* Yzuchenye problemy vyyavlenyya krytycheskykh rezhymov funktsyonyrovanyya burylnykh kolonn v vertykalnykh y kryvolyneynykh skvazhynakh (Mathematical modeling of elastic bending of the drill string in the channel of a curved oil and gas well) / Y.V. Horbunovych, L.V. Levkovskaya // Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu. Seriya: Tekhnichni nauky. Naukovo – tekhnichnyy zbirnyk, 2018, Vol. 1 (40), P. 90 – 97.
6. *Levkivska L. V.* Kompyuterne vyznachennya zony prykhvatu burylnoyi kolony u kryvoliniyniy sverdlovyni (Computer determination of the zone of attachment of the drill string in a curved well) / L. V. Levkivska, I. V. Horbunovych // Tekhnolohiyi, instrumenty ta stratehiyi realizatsiyi naukovykh doslidzhen : materialy Mizhnar. Nauk. konf., [Lutsk], 10 kvit. 2020 r. / Ukrayina: MTSND, P. 91 – 93.
7. *Lubinski A.* Developments in Petroleum Engineering, Vol. 1 Houston, TX, USA : Gulf Publishing Company, 1987, 438 pp.
8. *Chao Sun, Stanislaw Lukasiewicz.* A new model on the buckling of a rod in tubing. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2006, Vol. 50, P. 78 – 82.
9. *Cunha J.C.* Buckling of tubulars inside wellbores: a review on recent theoretical and experimental works. SPE Drilling & Completion, 2004, Vol. 19, No. 1, P. 13 – 19.
10. *Robert F. Mitchell, Stefan Miska.* Helical buckling of pipe with connectors and torque. SPE Drilling & Completion, 2006, Vol. 21, No. 2, P. 108 – 115.
11. *Robert F. Mitchell.* The twist and shear of helically buckled pipe. SPE Drilling & Completion, 2004, Vol. 19, No. 1, P. 20 – 28.

Стаття надійшла 12.10.2022

Гайдайчук В.В., Левківська Л.В., Лазарева М.В.

ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАКРИТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ БУРИЛЬНИХ КОЛОН У ГОРИЗОНТАЛЬНИХ СВЕРДЛОВИНАХ

Визначальним фактором сучасних змін світового енергетичного балансу та його структури, а також світового розвитку нафтогазової галузі, нині виступає технологічний фактор. У результаті з'явилися і набули розвитку принципово нові категорії горизонтальних та похило-скерованих свердловин. Саме вони дають кратне збільшення дебітів, оскільки багаторазово збільшують площу видобутку. Їх застосовують при освоєнні шельфових проектів, у болотистих і сильно ускладнених місцевостях, для підвищення нафтовіддачі пластів, відновлення недіючого фонду свердловин.

Нові технології, засновані на методі горизонтального буріння, справили справжню революцію в практиці та теорії світового нафтовидобутку, оскільки дали можливість розбурювання шельфових родовищ нафти і газу з берега, без будівництва дорогих морських основ і платформ.

При бурінні горизонтальних свердловин, як правило, основною причиною виникнення позаштатних ситуацій є втрата стійкості бурильної колони, її біфуркаційне випинання і гранична фрикційна взаємодія зі стінкою свердловини. Питання теоретичного моделювання явища нестійкого випинання колон пов'язані зі значними труднощами, головна з яких обумовлена необхідністю постановки граничної задачі Штурма-Ліувілля на великій довжині бурильної колони. Оскільки для глибоких свердловин бурильна колона за своїми

геометричними параметрами стає подібною людській волосині, багато традиційних математичних методів, які використовуються для інтегрування розв'язувальних рівнянь, стають у цих випадках погано збіжними.

На основі теорії гнучких криволінійних стержнів поставлено задачу про теоретичне моделювання закритичних станів бурильних колон з урахуванням їхньої контактної взаємодії зі стінками нафто-газових свердловин. Побудовано аналітичні розв'язки задачі, що визначають критичні значення зовнішніх розтягувальної або стискаючої поздовжньої сили та крутного моменту при заданій різниці діаметрів порожнини і бурильної колони, встановлені зони закритичних станів бурильних колон.

Ключові слова: бурильна колона, горизонтальна свердловина, прямі та обернені задачі, крутний момент, внутрішні і зовнішні сили, критичний стан.

Gaidaichuk V.V., Levkivska L.V., Lazareva M.V.

FORECASTING SUPERCRITICAL BEHAVIOR OF DRILL STRINGS IN HORIZONTAL WELLS

The determining factor in the current changes in the world energy balance and its structure, as well as the global development of the oil and gas industry, is currently the technological factor. As a result, fundamentally new categories of horizontal and inclined wells appeared and developed. They give a multiple increase in flow rates, as they increase the production area many times over. They are used in the development of offshore projects, in swampy and very difficult areas, to increase oil recovery, restoration of inactive wells.

New technologies based on the method of horizontal drilling have revolutionized the practice and theory of world oil production, as they have allowed the destruction of offshore oil and gas fields without the construction of expensive offshore foundations and platforms.

When drilling horizontal wells, as a rule, the main cause of emergencies is the loss of stability of the drill string, its bifurcation protrusion and the maximum frictional interaction with the well wall. The issues of theoretical modeling of the phenomenon of unstable protrusion of columns are associated with significant difficulties, the main of which is due to the need to set the Sturm-Liouville boundary value problem on a large length of drill string. Because for deep wells, the drill string becomes geometrically similar to a human hair, many traditional mathematical methods used to integrate solving equations become poorly convergent in these cases.

Based on the theory of curvilinear flexible rods, the problem of theoretical modeling of supercritical states of drill strings taking into account their contact interaction with the walls of oil and gas wells is set. Analytical solutions of the problem are constructed, which determine the critical values of external tensile or compressive longitudinal force and torque at a given difference in the diameters of the cavity and the drill string, the zones of supercritical states of drill strings are established.

Key words: drill string, horizontal bore-hole, direct and inverse problems, geometric imperfections, internal and external forces, critical state.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Левківська Л.В., Лазарева М.В. **Прогнозування закритичної поведінки бурильних колон у горизонтальних свердловинах** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.- тех. збірн. – К.: КНУБА. 2023. – Вип. 110. – С. 118-130.

В статті знайдені критичні значення зовнішніх розтягувальної або стискаючої поздовжньої сили та крутного моменту, встановлені зони закритичних станів бурильних колон.

Табл. 1. Іл. 2. Бібліогр. 11 назв.

UDC 539.3

Gaidaichuk V.V., Levkivska L.V., Lazareva M.V. **Forecasting supercritical behavior of drill strings in horizontal wells** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2023. – Issue 110. – P. 118 – 130.

The critical values of external tensile or compressive longitudinal force and torque are found in the article, the zones of supercritical states of drill strings are established.

Tabl. 1. Fig. 2. Ref. 11.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, завідувач кафедри теоретичної механіки КНУБА ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, Гайдайчуку Віктору Васильовичу.*
Адреса домашня: *Україна, м. Київ, вул. Миколи Закревського, 27/2, кв. 64.*
Робочий тел.: +38(044) 241-55-36
Мобільний тел.: +38(097) 542-94-27
E-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-2059-7433

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики НТУ, ЛЕВКІВСЬКА Людмила Володимирівна.*
Адреса робоча: 01103 *Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, к. 514, Національний транспортний університет, ЛЕВКІВСЬКІЙ Людмилі Володимирівні.*
Робочий тел.: +38(044) 284-71-09
Мобільний тел.: +38(097) 547-57-24
E-mail: l_v_g@ukr.net
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-5589-5257

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, старший викладач кафедри опору матеріалів КНУБА, ЛАЗАРЕВА Марина Вікторівна.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра опору матеріалів, Лазаревій Марині Вікторівні.*
Робочий тел.: +38(044) 241-54-21
Мобільний тел.: +38(093) 167-10-98
E-mail: lazareva.mv@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7573-1268

UDC 539.3

A METHOD FOR ANALYSIS OF NONLINEAR DEFORMATION, BUCKLING, AND VIBRATIONS OF THIN ELASTIC SHELLS WITH INHOMOGENEOUS STRUCTURES

O.P. Krivenko,
Candidate of Science (Engineering), Senior Researcher

P.P. Lizunov,
Doctor of Science (Engineering), Professor

Yu.V. Vorona,
Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

O.B. Kalashnikov,
Applicant for Candidate of Science (Engineering)

Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03037

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.131-149

The formulation of the problem and the method of analysis of the stress-strain state, buckling and vibrations of elastic shells with inhomogeneous structure are considered. The modal analysis of the shells is performed at each stage of loading. The method allows one to study the behavior of shells with a complex shape of the middle surface, geometric features throughout the thickness, and a multilayer material structure under thermomechanical loading. We approximate a thin shell with one finite element (FE) over the entire thickness. At the same time, we use spatial FEs of the same type to model shell portions with stepwise-varying thickness. So we apply the universal finite element. It is based on an isoparametric 3D element with polylinear shape functions for coordinates and displacements and has additional parameters. The universal finite element can be transformed (modified) to accurately describe portions of the shell with stepped-variable thickness. This element can be eccentrically displaced relative to the average surface of the shell and change its own thickness. The side edges of neighboring FEs are in continuous contact, and the FE allows simulating sharp bends of the shell. The approach is modern and easy to implement, since it is based on the use of the relations of the three-dimensional geometrically nonlinear theory of thermoelasticity and the application of the moment finite-element scheme. The effectiveness of the method is demonstrated on classical test examples. The convergence, accuracy and reliability of the obtained solutions are investigated. Comparison of the results of calculations obtained by the moment finite-element scheme with the data of other authors shows a good agreement between the solutions.

Keywords: inhomogeneous shell; geometrically nonlinear deformation, buckling, modal analysis, thermomechanical loading; universal 3D finite element, moment finite-element scheme

Introduction. The analysis of the processes of nonlinear deformation, buckling, post-buckling behavior, and vibrations are the most important part in a research of the behavior of a thin elastic shell under the action of a static thermo-mechanical load. Particular attention to these problems is explained by the fact that the process of buckling and further deformation of the shell usually exhausts its load-bearing capacity. And this, in turn, can lead to catastrophic consequences. In addition, it is necessary to know the conditions

© Krivenko O.P., Lizunov P.P., Vorona Yu.V., Kalashnikov O.B.

of strength and reliability of a thin-walled structure for the safe operation. In this regard, methods for analyzing their dynamic characteristics are of particular importance, since the natural frequencies and vibration modes of the shell are one of the main dynamic characteristics of any elastic system.

Usually, the elements of real thin-walled structures are shells, which geometry has a non-canonical shape. As a rule, real shells are characterized by a complex shape outline. They are made inhomogeneous throughout the thickness in order to enhance reliability and reduce materials consumption. They can be constant, linear-varying or piecewise-varying thickness, have facets, ribs, cover plates, holes, cavities, channels, layers. Such shells are usually called: inhomogeneous, shells of inhomogeneous structure, shells of inhomogeneous rigidity, and shells with variable parameters in thickness [1]. During operation, the considered shells can be under the action of a static thermo-mechanical load.

Various methods of numerical analysis are used to investigate the stress-strain state (SSS), buckling and vibrations of shell structures [1-12]. Over the last decades, the finite element method has been especially widely used in solving the problems under consideration and is, in fact, the dominant method among the methods used. However, most studies are devoted to the analysis of the behavior of shells of a certain class under simple types of loading, mainly mechanical.

This work is devoted to expanding the capabilities of the existing method for studying the stress-strain state and stability of shells to the problems of modal analysis, taking into account static loading. The method of modal analysis of the structure at each step of thermomechanical loading, on the one hand, is focused on obtaining deeper knowledge about the ongoing processes and, on the other hand, makes it possible to determine the moment of buckling of the shell simultaneously by two criteria: static and dynamic.

The method allows considering a wide class of shells both in terms of geometric characteristics and types of load. An approach is used that makes it possible, within the framework of one finite element, to simulate the behavior of shells of a complex inhomogeneous structure, which are under the action of mechanical, thermal and thermomechanical loads. The approach is modern and easy to implement, since it is based on the use of the relations of the three-dimensional geometrically nonlinear theory of thermoelasticity [13] and the application of the moment finite-element scheme [10, 14].

1. A problem statement. An integrated approach is used to solve the problem. It consists of two stages for each step of thermomechanical loading. At the first stage, the stress-strain state of the shell is determined [14]. At the second stage, a modal analysis of the shell is performed taking into account the deformed and prestressed state [1, 15, 16]. This approach allows to trace how the modal characteristics of the shell change during its loading. In addition, it becomes possible to determine the moment of buckling of the shell simultaneously by two criteria: static and dynamic.

In general, the solution of nonlinear shell stability problems is often a process of obtaining results that are difficult to predict in advance. They

depend on the influence of various system parameters, such as geometry, boundary conditions, type of load, material, presence of various structural elements, etc. These factors require a more thorough construction of universal algorithms and a more detailed analysis of the process of obtaining solutions for each problem. Therefore, the analysis of the bifurcation points of the "load-deflection" curves and the modal analysis of the shell during its loading come to the fore.

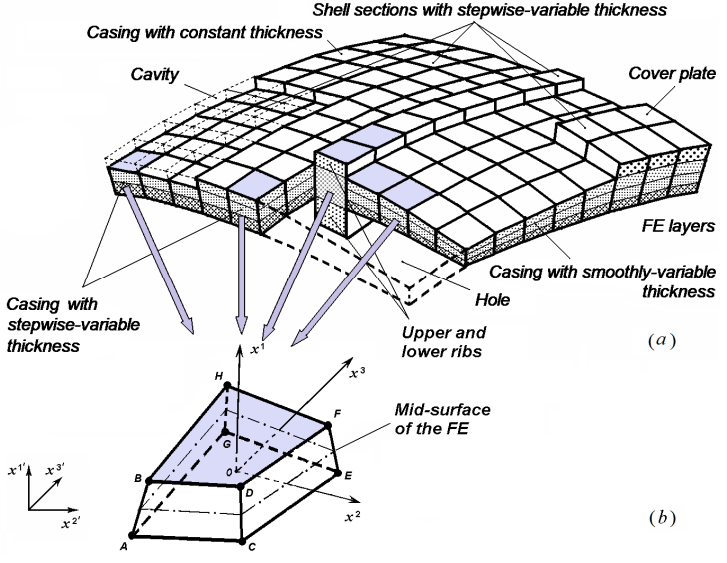


Fig. 1. Finite element fragment of an inhomogeneous shell

Elastic shells of thin and medium thickness are considered. In general, the shell has a complex shape of the middle surface, smooth and stepped-variable thickness, holes, faceting, multilayer material structure and other features in thickness, as well as inhomogeneous conditions for fixing the contour. The shell is under the action of thermomechanical load. An example of a fragment of such a shell is shown in Fig. 1.

The finite element method for solving static problems of nonlinear deformation, buckling and postbuckling behavior of shells under the action of thermomechanical loads has been created on the basis of the unified methodological positions of the three-dimensional geometrically nonlinear theory of thermoelasticity. A detailed description of the method, substantiation of its reliability, solution of a number of problems are presented in [1, 14, 17-22].

The casing of the shell and the ribs reinforcing it can consist of an arbitrary number of layers of varying thickness bonded into a single piece. The layers of the shell are considered linear elastic and described by the generalized Duhamel–Neumann law. The shell is modeled by a nonlinear elastic continuum subject to large displacements and small strains whose components are linear functions of stresses. We consider a steady-state thermal process in

which the temperature field in the shell is a known function of coordinates, $T = T\left(x^{i'}\right)$, independent of the stress-strain state.

Thin inhomogeneous shells of variable thickness and complex geometry (Fig. 1 (a)) are considered as a three-dimensional bodies. To develop a finite element shell model (FESM), we approximate a thin shell by one spatial finite element (FE) throughout the thickness, which is an efficient approach [14].

Two hypotheses are used to describe the SSS of the shell: (i) the non-classical kinematic hypothesis of a deformed straight line, which makes it possible to join spatial FEs keeping compatibility of the coordinates and displacements and to naturally model sharp bends; (ii) the static hypothesis, the use of which the stress state of the shell does not deprive the three-dimensional properties. According to the kinematic hypothesis, a straight segment along the thickness remains straight even after deformation. This segment is not necessarily normal to the mid-surface of the shell. The static hypothesis assumes that the compressive stresses σ_n^{11} in the fibers of the n th layer are constant throughout the thickness (along the x^1 -axis).

Spatial discretization of an inhomogeneous shell is implemented using a universal spatial finite element (Fig. 1 (b)), which models shell portions with different types of structural features. The universal FE is based on the well-known ("standard") 8-node isoparametric spatial FE with polylinear shape functions for coordinates and displacements [14]. We will call it the casing finite element (CFE) (Fig. 2 (a)). The casing of the shell is understood as a shell without geometric features in thickness. The spatial CFE can be transformed into a modified finite element (MFE) by introducing additional variable parameters. These parameters expand the capabilities of the universal FE. The element can be eccentrically displaced relative to the mid-surface of the casing and can change its dimensions in the thickness direction to model ribs (MFE^+; Fig. 2 (c)) and cavities (MFE^-; Fig. 2 (d)).

A unified computational model has been developed that takes into account various features of the structural elements of an inhomogeneous shell based on the universal 3D FE. According to the adopted approach, the investigation of the behavior of shell structures of various types is implemented within the framework of a unified methodology [14]. The moment finite-element scheme (MFES) is used to derive the governing finite-element equations for displacements [10, 14].

The geometrically nonlinear deformation of shells is analyzed using the incremental method based on the general Lagrangian formulation. According to this approach, the frequencies and forms of natural vibrations of the shell are determined at the moments of stepped thermomechanical loading. At each step, the new deformed state of the shell and the stresses accumulated in the previous steps are taken into account. Thus, in the problems of the shell vibrations, the presence of prestressing from the action of various static thermomechanical loads is taken into account.

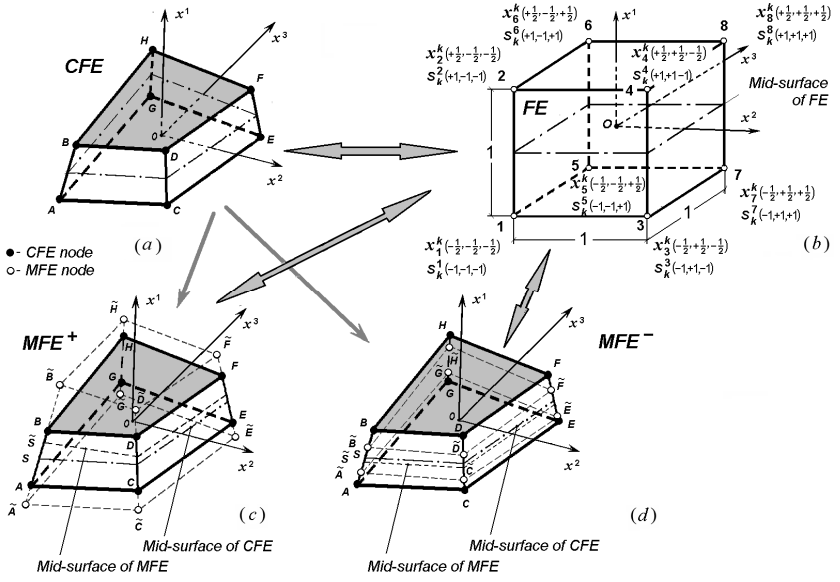


Fig. 2. Universal 3D finite element

The problem of nonlinear deformation, buckling, and postbuckling behavior of inhomogeneous shells is solved by a combined algorithm that employs the parameter continuation method, a modified Newton–Kantorovich method, and a procedure for automatic correction of algorithm parameters. An algorithm based on these principles makes it possible to obtain the dependence represented by a load-deflection curve, regardless of its shape and complexity. The subspace iteration method is used to determine the low-frequency spectrum and eigenvectors of shells of an inhomogeneous structure.

2. Algorithm for a comprehensive investigation of the buckling and vibrations of the shells. The algorithm of the incremental (step-by-step) method for solving problems of buckling and vibrations of the shells is shown in Fig. 3. According to this approach, each step corresponds to an increment in the parameter of external loads P. The solution of the static problem of nonlinear stability is the found relationship between the parameter of external load P and the displacement field U of the FESM. This relationship is determined at each step of increasing the generalized load ΔP and is usually represented by a "load-deflection" ($P-U$) curve at characteristic points of the shell. The effect of the mechanical Q and thermal T fields on the shell is considered as a single process of loading described by a relationship between the general load parameter $P=P(Q,T)$ and the parameters of mechanical and temperature fields.

The technique for solving the problems of nonlinear deformation, buckling and vibration of elastic shells is a two-stage algorithm implemented at each

step k of the load increment. At the first stage, the static problem of nonlinear deformation of the shell is solved. The SSS of the shell is determined for the corresponding load increments: its deformed shape (new coordinates) and increments of displacement and stress fields.

To perform modal analysis, files are generated with the necessary information: the geometry (field of coordinates) of the shell at the beginning of the step $\{x_{k-1}^{i'}\}$; new coordinate field $\{x_k^{i'}\}=\{x_{k-1}^{i'}\}+\{\mu_k^{i'}\}$ after deformation from the applied load ΔP_k; stresses $\{\sigma_k^{ij}\}=\{\sigma_{k-1}^{ij}\}+\{\Delta\sigma_k^{ij}\}$ in the elements of the finite element shell model.

The second step of the current stage uses the new shell shape and its prestressed state, which have been determined in the first step. The load is assumed to be zero (that is, it is removed) and a modal analysis is carried out [1, 15, 16]. Small vibrations of the shell relative to the static equilibrium position are considered. In accordance with this, the natural frequencies and vibration modes of the shell are determined for each moment of the load increment. The input is the number of frequencies to be determined. The modal analysis of the shell is performed down to zero (or negative) value of the lowest frequency ω_1. The equality of the eigenfrequency to zero is a dynamic criterion for the loss of stability of the structure. As is known, under loads reaching critical values, the deformed system loses its ability to perform oscillatory motions [23]. The resulting load value can be taken as critical. At subsequent stages of the load increment, the modal analysis of the shell is not carried out, and only its postbuckling behavior is investigated.

The problem of nonlinear deformation, buckling, and postbuckling behavior of inhomogeneous shells is solved by a combined algorithm that employs the parameter continuation method, a modified Newton–Kantorovich method, and a procedure for automatic correction of algorithm parameters. Either the parameter of the field of external nodal loads $P=P(Q,T)$, or the displacement U of the characteristic node selected by the algorithm can be used as the continuation parameter $\lambda_k=\lambda_k(P,U)$ at each moment k of load increment. The node of the entire finite element shell model for which the increment of the modulus of the nodal displacement vector has been the largest in the previous step is characteristic [14].

The natural frequencies ω_i^k (it is ω_1^k in Fig. 3) and the corresponding vibration modes are obtained in the module of the algorithm that implements the modal analysis of the shell. The result of the modal analysis is presented as a "load P – lower frequency ω_1" ($P-\omega_1$) curve. If there is the branching point g on the $P-U$ curve (Fig. 3 (a)), then the value P^* with $\omega_1=0$ can be taken as the upper critical load according to the dynamic criterion. If there is no branching point, the point a of the maximum of the $P-U$ curve

(Fig. 3 (b)) corresponds to the upper critical load P_{cr}^{up} both according to the static criterion and to the dynamic one ($\omega_1 = 0$).

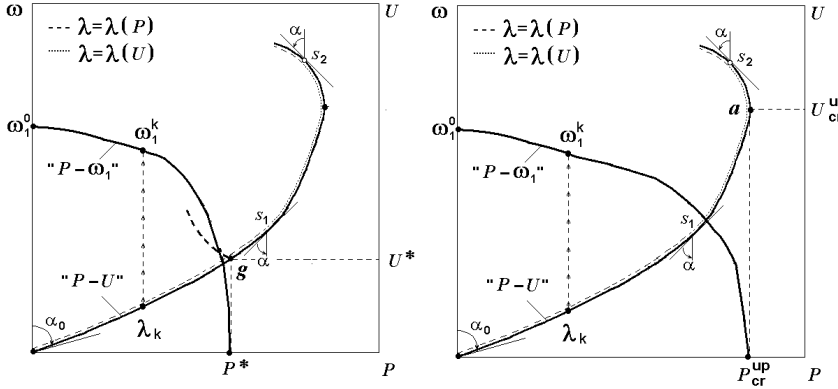


Fig. 3. Combined algorithm for solving the problem of geometrically nonlinear deformation, stability and vibrations of flexible shells

3. Numerical analysis. The effectiveness of the method is demonstrated by solving test problems. The convergence and accuracy of the obtained solutions are investigated.

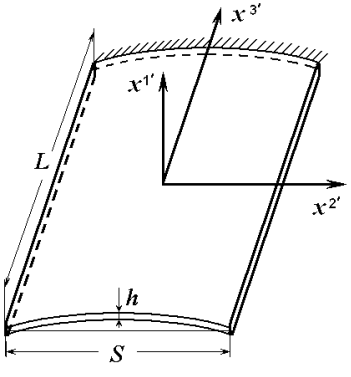


Fig. 4

3.1. The test problem of natural vibrations of a cantilevered cylindrical panel is considered (Fig. 4). The shell is rigidly fixed along a curvilinear contour.

The input data: $E = 0{,}2 \cdot 10^{12}$ N/m^2, $v = 0.3$, $\rho = 0{,}704 \cdot 10^4$ kg/m^3; size in plan $L = S = 0.3048$ m, radius of mid-surface $R = 0.6096$ m, thickness $h =$ 0.003048 m.

The analysis (Tab. 1) shows that the solutions converge on the 15×15 FE mesh, and the error with respect to the solution with the 30×30 FE mesh is less than 2%.

Comparing the solution obtained by the MFES with those obtained by using well-known software (SW): SCAD [24], LIRA [25], NASTRAN [26], and by other authors, we conclude that the MFES solutions are in good agreement for all considered frequencies (Tab. 2).

The obtained oscillation modes (Fig. 5) agreement with those obtained using the SCAD and LIRA software. The lower right edge of the forms shown in Fig. 5 is rigidly fixed. The mode shapes are given for the finite element shell model with the 20×20 FE mesh.

Table 1

№ ω_i	FEs						
	10× 10, Hz	Δ, %	15× 15, Hz	Δ, %	20× 20, Hz	Δ, %	30× 30, Hz
1	90,229	0,82	89,839	0,38	89,658	0,005	89,494
2	146,08	0,75	145,50	0,35	145,23	0,16	144,99
3	260,86	1,85	257,96	0,72	256,91	0,31	256,11
4	365,73	2,21	361,13	0,92	359,28	0,41	357,82
5	407,09	1,66	403,32	0,72	401,74	0,32	400,45
6	570,28	5,23	552,05	1,86	546,17	0,78	541,92
7	790,99	4,28	772,56	1,83	764,56	0,78	758,65
8	794,19	4,25	773,31	1,51	766,68	0,64	761,78

Table 2

Calculation method	ω_1, Hz	ω_2, Hz	ω_3, Hz	ω_4, Hz	ω_5, Hz
20× 20 FE MFES	89,658	145,23	256,91	359,28	401,74
Experiment [27, 28]	85,60	134,50	258,90	350,60	395,20
20× 20 FE SCAD	91,0345	146,94	256,02	364,03	404,81
20× 20 FE LIRA	89.4434	145.02	256.53	357.67	400.39
20× 20 FE NASTRAN	89,2368	144,65	253,44	355,32	395,39
M.A. Bossak, O.C. Zienkiewicz [29]	88,30	142,80	257,60	369,20	441,80

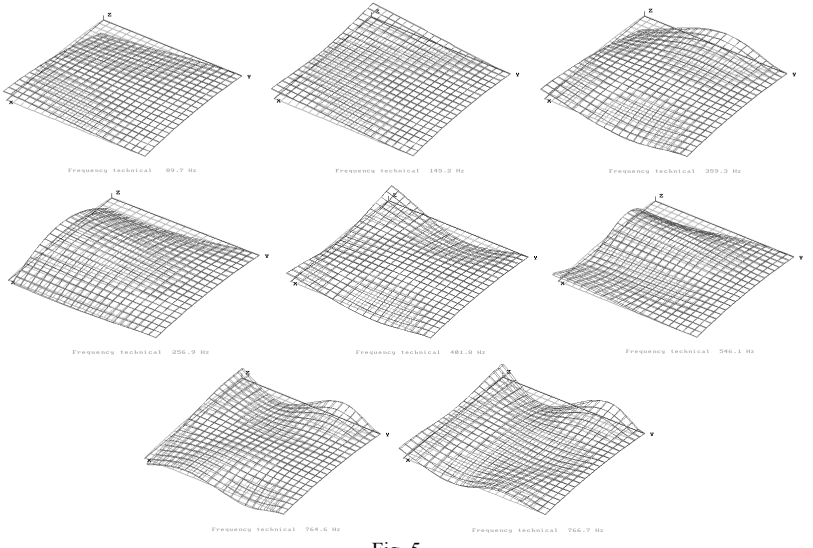


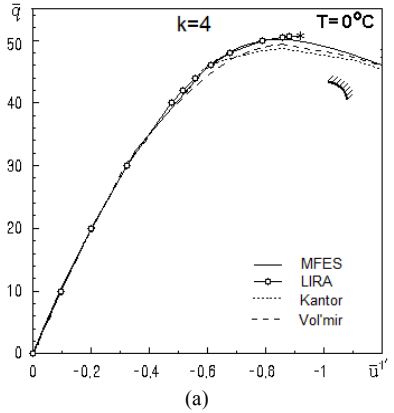
Fig. 5

3.2. A shallow axisymmetric spherical panel of constant thickness is considered. The input data: $E=19.6\cdot10^4$ MPa, $\nu=0.3$, linear expansion coefficient $\alpha=0.125\cdot10^{-4}\,\text{deg}^{-1}$; thickness $h=0.01$ m, radius of support contour $a=100h$, radius of mid-surface $R=1252h$, rise $H=4h$. The results are presented in dimensionless form [7, 14, 23]: $\bar{q}=q/E(a/h)^4$, $\bar{u}^{1'}=u^{1'}/h$, $\bar{t}=t\alpha/2\cdot(a/h)^2$, where $u^{1'}$ is the deflection of the panel (along the $x^{1'}$-axis); $k=H/h$ is the panel shallowness parameter. The FESM is a half of the panel uniformly partitioned along radius and circumference.

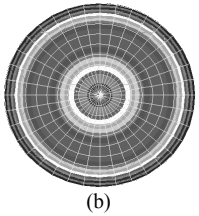
The shell is subjected to the thermomechanical load. The impact of the thermomechanical load on the panel consists of two stages. First, the SSS of the shell is perturbed by the temperature field, and then the panel is subjected to external pressure q, the temperature field remaining constant.

The effect of two factors on the stability of the panel is examined: (i) the type of the contour fastening; (ii) value of preheating. Three cases of uniform heating by T°C ($T=0,\,20,\,40^\circ$C) is considered.

The panel is clamped at the edges. This type has an icon ( ) in Figures. A numerical analysis for the nonheated panel ($T=0^\circ$C) of the convergence of solutions shows that the upper and lower critical loads converge with an error of 3% even on a 10×10 FE mesh [14, 17, 19, 21]. The results agree well with those from [7, 23] and with obtained by the LIRA SW on the entire "load-deflection" ($\bar{q}-\bar{u}$) curve, with insignificant discrepancy for the upper critical load $\bar{q}_{cr}^{up}$ (Fig. 6 (a), Tab. 3). The buckling mode of the panel is characterized by snap-through in the middle (Fig. 6 (b)).



(a)



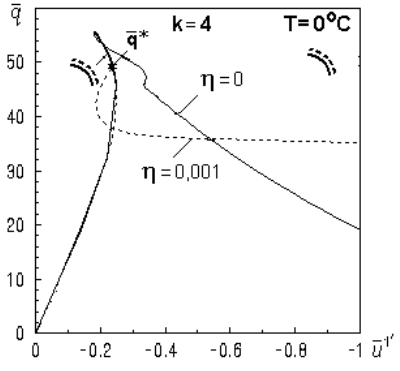
(b)

Fig, 6

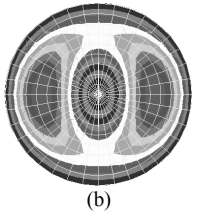
Table 3

Calculation method	$\bar{q}_{cr}^{up}$	Δ, %	$\bar{u}^{1'up}_{cr}$	Δ, %
MFES	50.12	1.46	-0.882	2.56
LIRA	50.70	2.63	-0.920	6.98
Kantor [7]	48.80	-1.21	0.859	-0.12
Vol'mir [23]	49.40	0	-0.860	0

The panel is hinged at the edges (⌒). *The nonheated panel* ($T = 0^\circ\mathrm{C}$). Comparison of the MFES results with the results obtained by the LIRA SW shows that the $\overline{q} - \overline{u}$ curves (at the center of the panel) are in good agreement in the prebuckling domain (Fig. 7 (a)). The MFES algorithm has allowed to find a branching point ($*$) on the $\overline{q} - \overline{u}$ curve in the prebuckling domain. The solution obtained by the LIRA SW determines the same point ($*$) with insignificant discrepancy (5%). The LIRA SW identifies this point as the upper critical load.



(a)



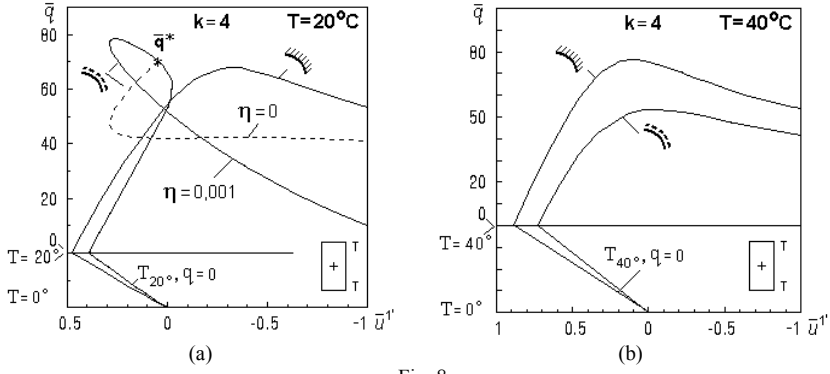
(b)

Fig. 7

The MFES algorithm can find the branching points and allows determining adjacent deformation modes in their neighborhood. To identify a branching point, a qualitative theory is used. It states that at least one negative eigenvalue of the linearized stiffness matrix represents a new equilibrium configuration of the shell. To identify the adjacent deformation mode, the perfect initial mid-surface was perturbed according to the formula $\eta \sin(\pi r/a)\cos(\varphi)$, where $\eta = 0.001$ is a small perturbing parameter, r and φ are polar coordinates. The initial imperfection allows to identify accurately the point ($*$) as a bifurcation point for a perfect panel whose solution has branches. This point ($*$) is considered as critical. The axisymmetric deformation mode transforms into an adjacent nonaxisymmetric buckling mode (Fig. 7 (b)). Fig. 7 (a) shows, by the dotted line, the obtained branch of the solution.

The value of preheating of the shell significantly affects the shape of the $\overline{q} - \overline{u}$ curves, and the type of the contour fastening also affects their character (Figs. 6, 7, 8; Tab. 4). The solution for the panel hinged at the edges when $T = 20^\circ\mathrm{C}$ (Fig. 7 (a)) also has a branch point in the prebuckling domain, as in the case of a non-heated panel ($T = 0^\circ\mathrm{C}$, Fig. 7).

3.3. Consider a shallow spherical panel of square planform with curvature parameter $K = 32$ ($K = 2a^2/(Rh)$; h is the thickness; $R = 225h$ is the radius; $a = 60h$ is the side length of the panel). The shell has a central square hole of width $b = 12h$. The panel is hinged at the edges and subjected to heating and pressure. The input data: $h = 0.01\,\mathrm{m}$, $E = 20.59 \cdot 10^4$ MPa, $\nu = 0.3$, $\alpha = 0.12 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{deg}^{-1}$.



(a) (b)

Fig. 8

Table 4

Effect of the type of the contour fastening and the value of heating on the $\overline{q}_{cr}^{up}$

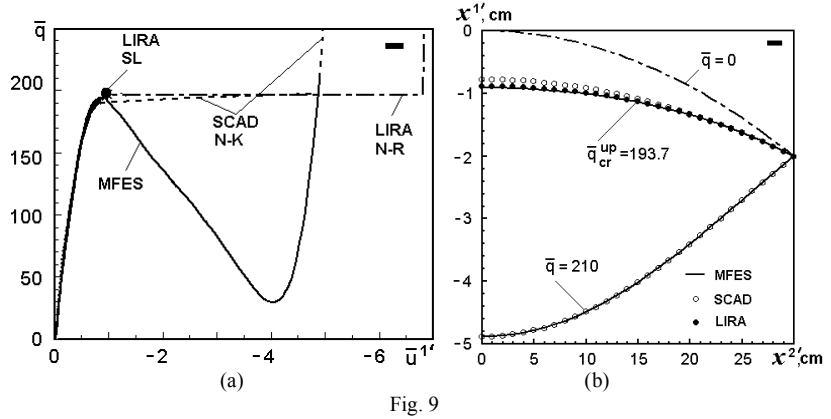
Type of fastening	$T=0^\circ$C		$T=20^\circ$C		$T=40^\circ$C	
	$\overline{q}_{cr}^{up}$	$\Delta(\overline{q}_{cr}^{up})$, %	$\overline{q}_{cr}^{up}$	$\Delta(\overline{q}_{cr}^{up})$, %	$\overline{q}_{cr}^{up}$	$\Delta(\overline{q}_{cr}^{up})$, %
	50,40	–	67,82	–	76,40	–
	55,48 $\overline{q}^*$=50,05	10,08 -0,69	78,35 $\overline{q}^*$=69,82	15,53 2,95	53,50	-29,97

The effect of three cases preheating by $T=-20^\circ, 0^\circ, 20^\circ$C on the stability and vibration of the shell is investigated [14, 17, 19, 20]. The design model has the mesh 40×40 FEs. The results of the investigation of a smooth panel behavior are basic for analyzing the influence of a such geometric feature as a hole on the buckling and natural vibrations of the shell. The results for a panel with the hole are marked by an icon (▪▪), and the solutions for a smooth panel are marked by an icon (▬). Deflection is considered at a center of the smooth panel, and at point A for the panel with a hole.

For the smooth shell (▬) the upper critical load $\overline{q}_{cr}^{up}$ obtained using the LIRA SW is in good agreement with that obtained using the MFES (Fig. 9 (a)): for two variants of the method of successive loadings (SL) discrepancy is less than 3%, the Newton–Raphson (N–R) method gives error -1.8% [22]. This problem with the SCAD SW has been solved by the Newton–Kantorovich (N–K) method and by the Newton–Raphson method (errors -4.9%) [22]. Disagreement with the MFES solution is -3.15%. Shapes of the deformed panel for all solutions have a simple form in the prebuckling and postbuckling domains and are in good agreement with each other (Fig. 9 (b)).

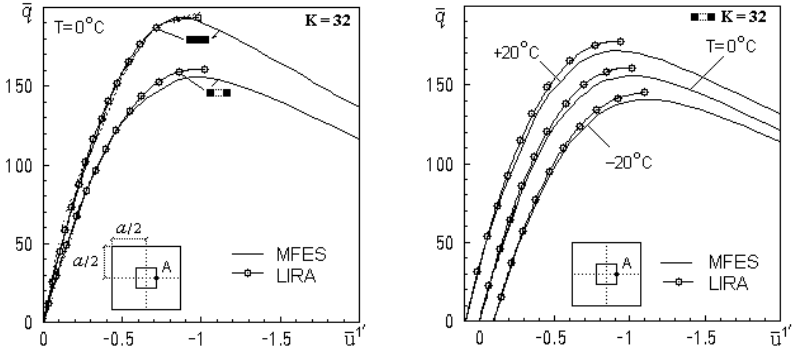
For the panel with the hole (▪▪) the MFES results agree well with those obtained by the LIRA SW on the entire $\overline{q}-\overline{u}$ curve, with insignificant discrepancy for the upper critical load $\overline{q}_{cr}^{up}$ (Fig. 10, Tab. 5). The critical load

$\bar{q}_{cr}^{up}$ for a panel with a hole (▪▪) differs from that for a smooth panel (▬) by 19.2% ($T = 0^{\circ}$C).



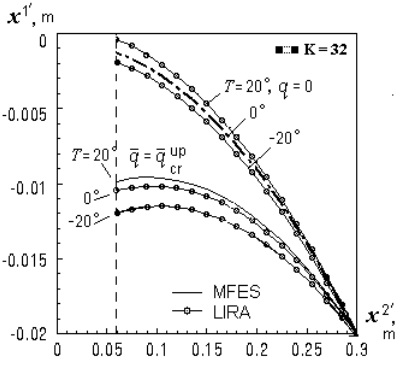
(a) (b)

Fig. 9

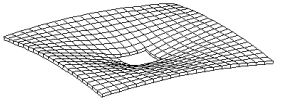


(a) (b)

Fig. 10



(a)



(b)

Fig. 11. Deformation and buckling shapes of the panel

For both methods, we have a complete agreement of the deformation shapes obtained after heating by $T = +20^\circ\text{C}$ and cooling by $T = -20^\circ\text{C}$ (Fig. 11 (a)). The shapes differ little from the initial panel configuration. Buckling occurs through the snapping at the center of the shell (Fig. 11 (b)).

An analysis of the calculations of natural vibrations of smooth (▬) and weakened by a hole (■:■) panels shows that for unloaded shells ($T = 0^\circ\text{C}$, $\overline{q} = 0$) the presence of a hole reduces the natural frequency by 3.3% (Tab. 6). There is a good agreement between the frequencies obtained by the MFES and using the LIRA SW. In this case, if the frequencies ω_1 and ω_2 are multiples for the smooth shell, then the frequencies ω_2 and ω_3 are multiples for the panel with the hole. Therefore, the vibration modes for the corresponding shells are different (Figs. 12, 13). The mode shapes obtained using the LIRA SW are shown in the figures in the form of moiré fringes for clarity.

Table 5

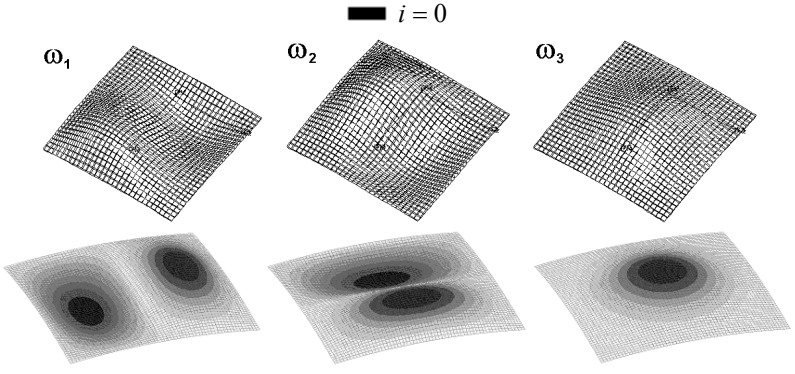
Calculation method	$T = -20^\circ\text{C}$		$T = 0^\circ\text{C}$		$T = +20^\circ\text{C}$	
	$\overline{q}_{cr}^{up}$	$\overline{u}_{cr}^{1'up}$	$\overline{q}_{cr}^{up}$	$\overline{u}_{cr}^{1'up}$	$\overline{q}_{cr}^{up}$	$\overline{u}_{cr}^{1'up}$
MFES	140.83	-1.095	156.41	-0.950	171.55	-0.904
LIRA	145.00	-1.098	161.00	-1.018	177.56	-0.941
Δ, %	3.0	0.3	2.9	7.2	3.5	4.1

Table 6

Panel vibration frequencies ω_i at different load values $\overline{q}^i$ ($T = 0^\circ\text{C}$)

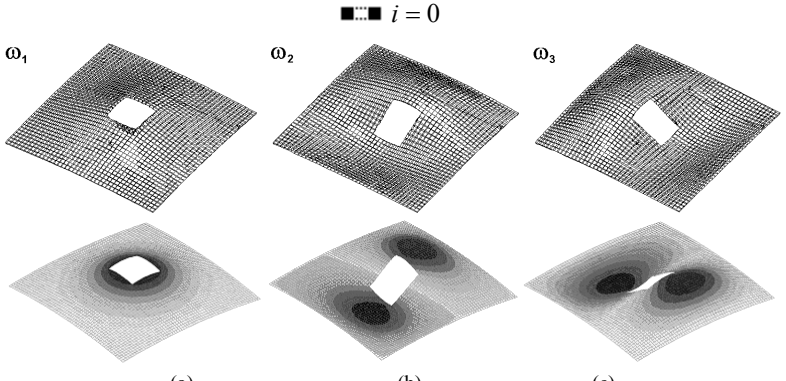
№ $\overline{q}^i$	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
▬ $i = 0$						
MFES	533.78	533.78	547.40	691.24	796.09	816.64
LIRA	529.29	529.29	545.25	682.01	774.27	796.41
■:■ $i = 0$						
MFES	516.04	519.38	519.38	609.26	714.34	819.60
LIRA	515.17	519.63	519.63	610.02	713.51	818.96
1	512.13	512.51	512.51	599.17	703.29	810.49
2	498.05	498.05	500.57	581.03	685.30	793.48
3	474.53	474.53	481.76	551.37	656.03	766.20
4	433.68	433.68	449.05	499.43	605.37	720.19
5	348.14	348.14	379.47	387.73	499.78	631.41
6	275.18	275.18	292.54	332.49	455.78	584.81
7	245.66	245.66	250.91	319.14	443.42	574.59
8	181.04	191.33	191.33	285.32	410.71	555.81
9	144.46	165.03	165.03	271.48	396.84	549.46
10	85.034	132.49	132.51	264.27	387.24	548.44
11	-31833.	93.008	93.082	260.60	379.89	550.59

Preheating and pre-cooling of a shell with a hole ($\overline{q}=0$) lead to insignificant changes in frequencies (Tab. 7). In the case of pre-cooling ($T=-20^{\circ}\mathrm{C}$), the first three vibration modes are similar to those shown in Fig. 13. In the case of preheating ($T=+20^{\circ}\mathrm{C}$), the shape modes are similar to the corresponding shapes (b), (c), (a). The obtained results are in good agreement with the data obtained with the help of LIRA SW.



(a) (b) (c)

Fig. 12



(a) (b) (c)

Fig. 13

For smooth and perforated panels, the "$\overline{q}-\omega_1$" curves have the same shape when only pressure ($T=0^{\circ}\mathrm{C}$) is applied (Fig. 14). Loading moments $\overline{q}^i$ ($i=\overline{0,11}$) (Tab. 6), at which the modal analysis has been carried out, are marked in the figure by circles. The applied pressure causes both the restructuring of the frequency multiplicity and the corresponding transformation of the mode shapes. Vibrations for ω_1 of both shells (smooth

and with a hole) occur in their central part (Figs. 12,c; 13,a) when a load approaching the critical one $\overline{q}_{cr}^{up}$.

Table 7

Vibration frequencies for a heated shell ("■:■", $\overline{q}$ =0)

T°C	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
0	**516.04**	**519.38**	**519.38**	**609.26**	**714.34**
+20	530.17	530.28	531.51	616.65	716.62
Δ_0^{+20}	+2.37	+2.10	+2.33	+1.21	+0.32
-20	499.77	508.29	508.38	602.11	712.05
Δ_0^{-20}	-3.15	-2.13	-2.12	-1.17	-0.32

The "$\overline{q}-\omega_1$" curves are similar for all cases of shell preheating (Fig. 15).

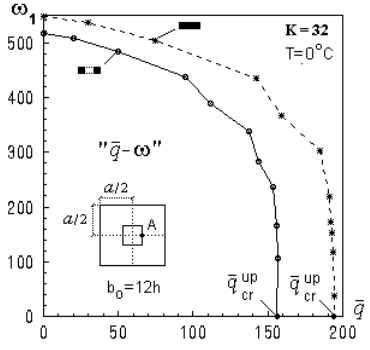


Fig. 14

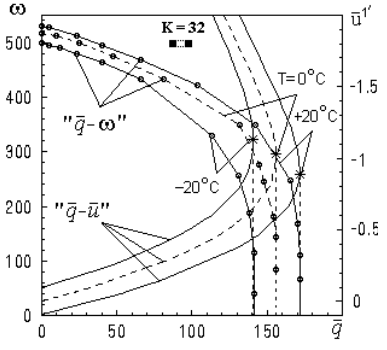


Fig. 15

Conclusions. A complex method for investigating geometrically nonlinear deformation, buckling, and vibrations of thin inhomogeneous shells under the action of static thermomechanical loads is considered. The method is based on geometrically nonlinear relations of the three-dimensional theory of thermoelasticity, the use of the finite element moment scheme, and the application of the universal 3D isoparametric finite element with multilinear shape functions. The modal analysis of the shell is performed at each step of thermomechanical loading, taking into account the prestressed state of the deformed shell.

The convergence and accuracy of solutions are investigated. Comparison of the calculation results obtained by the moment finite elements scheme with the data of other authors shows their good agreement.

REFERENCES

1. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P.* Buckling and vibrations of elastic inhomogeneous shells under thermo-mechanical loads (Stiikist i kolyvannia pruzhnykh neodnoridnykh obolonok pry termosylovykh navantazhenniakh). – Kyiv: Karavella, 2020. – 187 p. ISBN: 978-966-8019-85-2 (in Ukrainian).
2. *Grigorenko Y.M., Gulyaev V.I.* Nonlinear problems of shell theory and their solution methods (review) // Appl. Mech 27, 929–947 (1991)
3. *Grigolyuk E. I., Kabanov V. V.* Shell stability. (Ustojchivost obolochek). – M.: Nauka, 1978. – 360 p. (in Russian)
4. *Zarutskii V.A., Prokopenko N.Y.* Vibrations and Stability of Shallow Ribbed Shells with a Rectangular Planform // Int. Appl. Mech. 38, 710–715 (2002).
5. *Gavrilenko G.D., Matsner V.I., Kutenkova O.A.* Dent and thickness effects on the critical loads of stiffened shells // Strength of Materials, 2011. – Vol. 43, No. 3. – Pp. 347-351
6. *Podvornyi A.V., Semenyuk N.P., Trach V.M.* Stability of Inhomogeneous Cylindrical Shells Under Distributed External Pressure in a Three-Dimensional Statement // Int. Appl. Mech. 53, 623–638 (2017).
7. *Kantor B. Ya.* Nonlinear Problems in the Theory of Inhomogeneous Shallow Shells (Nelineynyye zadachi teorii neodnorodnykh pologikh obolochek). – Kyiv: Naukova Dumka, 1974. – 136 p. (in Russian)
8. *Hutchinson J. W., Thompson J. M. T.* Nonlinear Buckling Interaction for Spherical Shells Subject to Pressure and Probing Forces // J. Appl. Mech 84(6), 061001 (2017).
9. *Gavrilenko G. D., Trubitsina O. A.* Oscillations and stability of ribbed shells of revolution (Kolebaniya i ustoychivost' rebristykh obolochek vrashcheniya). - Dnipropetrovsk: TOV "Barviks", 2008. - 155 p. (in Russian).
10. Finite element method in solid mechanics (Metod konechnykh elementov v mekhanike tverdykh tel) / *A. S. Sakharov, V. N. Kislooky, V. V. Kirichevsky [et al.].*– Kyiv: Vishcha shk. Golov. izd-vo, 1982. - 480 p. (in Russian).
11. *Cinefra M.* Formulation of 3D finite elements using curvilinear coordinates // Mechanics of Advanced Materials and Structures, pp, 1-10 (2020).
12. *Thornton E. A.* Thermal Buckling of Plates and Shells // Applied Mechanics Review. 1993. Vol. 46, Iss. 10. P. 485–506.
13. *Bloch V.I.* Theory of elasticity (Teoriya uprugosti). – Kharkov: Publishing House of KhGU, 1964. – 483 p. (in Russian).
14. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P., Solovei M. O.* Nonlinear deformation and buckling of elastic shells with inhomogeneous structure (Neliniine deformuvannia ta stiikist pruzhnykh obolonok neodnoridnoi struktury). – Kyiv: ZAT Vipol, 2010. – 316 p. ISBN: 978-966-646-097-7 (in Ukrainian).
15. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P., Legostaev A. D.* Stability and natural vibrations of inhomogeneous shells taking into account the stress state (Stiykist′ i vlasni kolyvannya neodnoridnykh obolonok z urakhuvannyam napruzhenoho stanu) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. *2015*. - Issue 95. - C. 96-113. (in Ukrainian).
16. *Bazhenov V., Krivenko O.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbruken, Deutscland, 2018. – 97 p. ISBN: 978-613-9-85790-6
17. *Solovei M. O., Krivenko O. P., Kalashnikov O. B.* Comparative analysis of the results of stability calculations of thin elastic shells (Porivnyal′nyy analiz rezul′tativ rozrakhunkiv stiykosti tonkykh pruzhnykh obolonok) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2009. - Issue 83. - P. 63-73. (in Ukrainian).
18. *Solovei M. O., Krivenko O. P., Kalashnikov O. B., Tamilko O. A.* Comparative analysis of the stability of axisymmetric shells of linearly variable thickness (Porivnyal′nyy analiz stiykosti osesymetrychnykh obolonok liniyno-zminnoyi tovshchyny) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2009. - Issue 84. - P. 89-96. (in Ukrainian).
19. *Bazhenov V. A., Solovei N. A., Krivenko O. P., Gusar P. P., Dubina A. S., Kalashnikov A. B., Mishchenko O. A.* Study of nonlinear deformation and stability of elastic inhomogeneous

shells based on shell and spatial finite element models (Issledovaniye nelineynogo deformirovaniya i ustoychivosti uprugikh neodnorodnykh obolochek na osnove obolochechnoy i prostranstvennoy konechno-elementnykh modeley) // Proceedings of the V International Scientific and Practical Conference "Engineering Systems - 2012". April 16-18, 2012. - M.: RUDN University, 2012. - P. 162-167. (in Russian).

20. *Solovei M. O., Krivenko O. P., Kalashnikov O. B.* The influence of preheating on the loss of stability of hollow shells under the action of pressure // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2012. - Issue 90. - P. 143-157. (in Ukrainian).
21. *Bazhenov V. A., Solovei M. O., Krivenko O. P., Mishchenko O. O., Kalashnikov O. B.* Study of the stability of thin elastic shells of constant and linearly variable thickness (Doslidzhennya stiykosti tonkykh pruzhnykh obolonok staloyi ta liniyno-zminnoyi tovshchyny) // Building mechanics and building structures: Collection of articles. - M.: Izdatelsto SKAD SOFT, 2013. - P. 27-33. (in Ukrainian).
22. *Bazhenov V. A., Solovey N. A., Krivenko O. P., Kalashnikov A. B., Mishchenko O. A.* Analysis of modeling of nonlinear deformation and stability of elastic inhomogeneous shells in some software systems (Analiz modelirovaniya nelineynogo deformirovaniya i ustoychivosti uprugikh neodnorodnykh obolochek v nekotorykh programmnykh kompleksakh) // Proceedings of the VI International Scientific and Practical Conference "Engineering Systems - 2013", April 24–26, 2013. - M.: RUDN University, 2013. - P. 96-102. (in Russian).
23. *Vol'mir A. S.* Stability of Deformable Systems (Ustoychivost' deformiruyemykh system) - M.: Nauka, 1967. – 984 p.
24. *Karpilovsky V. S., Kriksunov E. Z., Perel'muter A. V., Perel'muter M. A.* Software SCAD (Vyichislitelnyiy kompleks SCAD). – M.: SCAD SOFT, 2009. – 656 p. (in Russian).
25. *Strelets-Streletskiy E.B., Bogovis V.E., Genzersky Y.V., Geraymovich Y.D. [et al.].* LIRA 9.4. User Guide. Basics. Textbook (LIRA 9.4. Rukovodstvo polzovatelya. Osnovy. Uchebnoe posobie). – Kyiv: Fact, 2008. 164 p. (in Russian).
26. Rychkov S. MSC.visualNASTRAN for Windows. – M.: NT Press, 2004. – 552 p. (in Russian).
27. *Cowep G.R., Lindberg G.M., Olson M.D.* A shallow shell finite element of triangular shape // Int. J. Solids and Structures, 1970. – V.6, №8. – Pp. 1133-1156.
28. *Olson M.D., Linberg G.M.* Vibration analysis of cantilever plates, using a new cylindrical shell finite elements // Pros of 2nd Conf. math. struct. mech., AF base Wright. Peterson. Otto, 1968. – P. 247-269.
29. *Bossak M.A., Zienkiewicz O.C.* Free vibration of initially stressed solids with particular referents to centrifugal force in rotation machinery // J.Strain Anal. – 1973. – V.8, №4. – P. 245-252.

Стаття надійшла 28.04.2023

Кривенко О.П., Лізунов П.П., Ворона Ю.В., Калашніков О.Б.

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ, СТІЙКОСТІ ТА КОЛИВАНЬ ТОНКИХ ПРУЖНИХ ОБОЛОНОК НЕОДНОРІДНОЇ СТРУКТУРИ

Розглянуто постановку задачі та методику аналізу напружено-деформованого стану, втрати стійкості та коливань пружних оболонок з неоднорідною структурою. Модальний аналіз оболонок виконується на кожному кроці навантаження. Метод дає змогу досліджувати поведінку оболонок зі складною формою серединної поверхні, геометричними особливостями за товщиною та багатошаровою структурою матеріалу при термосиловому навантаженні. Тонка оболонка апроксимується одним скінченним елементом (СЕ) за товщиною. При цьому використовуються просторові СЕ одного типу для моделювання ділянок оболонки зі ступінчасто-зміною товщиною. Тому застосовується універсальний скінченний елемент. Він побудований на базі ізопараметричного просторового елемента з полілінійними функціями форми для координат і переміщень і має додаткові параметри. Універсальний скінченний елемент може трансформуватися (модифікуватися) для точного опису ділянок оболонки зі ступінчастою зміною товщини.

Цей елемент може ексцентрично зміщуватися щодо середньої поверхні оболонки і змінювати товщину. Бічні грані сусідніх СЕ знаходяться в безперервному контакті, а СЕ дозволяє моделювати різкі зломи оболонки. Підхід є сучасним і простим у реалізації, оскільки базується на використанні співвідношень тривимірної геометрично нелінійної теорії термопружності та застосуванні моментної схеми скінченних елементів. Ефективність методу продемонстровано на класичних тестових прикладах. Досліджено збіжність, точність і надійність отриманих розв'язків. Порівняння результатів розрахунків, отриманих за моментною схемою скінченних елементів, з даними інших авторів показує хороший збіг розв'язків.

Ключові слова: неоднорідна оболонка; геометрично нелінійне деформування, стійкість, модальний аналіз, термосилове навантаження; універсальний просторовий скінченний елемент, моментна схема скінченних елементів

УДК 539.3
Кривенко О.П., Лізунов П.П., Ворона Ю.В., Калашніков О.Б. **Методика дослідження нелінійного деформування, стійкості та коливань тонких пружних оболонок неоднорідної структури** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 131-149.
Розглядається постановка задачі щодо методу аналізу напружено-деформованого стану, стійкості, закритичної поведінки та власних коливань неоднорідних оболонок при дії термосилових навантажень. Чисельні результати підтверджують точність та ефективність розробленого методу.
Табл. 7. Іл. 15. Бібліогр. 26 назв.

UDC 539.3
Krivenko O.P., Lizunov P.P., Vorona Yu.V., Kalashnikov O.B. **A Method for Analysis of Nonlinear Deformation, Buckling, and Vibrations of Thin Elastic Shells of an Inhomogeneous Structure //** Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 131-149.
The formulation of the problem of the method of analysis of the stress-strain state, buckling, post-buckling behavior and vibrations of inhomogeneous shells under the action of thermo-mechanical loads is considered. Numerical results confirm the accuracy and effectiveness of the developed method.
Tabl. 7. Fig. 15. Ref. 26

УДК 539.3
Кривенко А.П., Лизунов П.П., Ворона Ю.В., Калашников А.Б. **Методика исследования нелинейного деформирования, устойчивости и колебаний тонких упругих оболочек неоднородной структуры** // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2023. – Вып. 110. – С. 131-149.
Рассматривается постановка задачи метода анализа напряженно-деформированного состояния, устойчивости, закритического поведения и колебаний неоднородных оболочек при действии термосиловых нагрузок. Численные результаты подтверждают точность и эффективность разработанного метода.
Табл. 7. Ил. 15. Библиогр. 26 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КРИВЕНКО Ольга Петрівна*
Адреса робоча: *03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, НДІ будівельної механіки*
Робочий тел.: *+38(044) 245-48-29.*
мобільний тел.: *+38(066) 048-32-77*
E-mail: olakop@ukr.net
ORCID ID: https//orcid.org/0000-0002-1623-9679

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки ЛІЗУНОВ Петро Петрович*
Адреса робоча: *03035 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки*
Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.
мобільний тел.: +38(067) 921-70-05
E-mail: lizunov@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-2924-3025

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: кандидат технічних наук, доцент, завідувач відділу НДІ будівельної механіки ВОРОНА Юрій Володимирович*
Адреса робоча: *03035 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, НДІ будівельної механіки*
Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.
мобільний тел.: +38(050) 750-13-61
E-mail: yuvv@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8130-7204

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: здобувач ступеня кандидата технічних наук, кафедра будівельної механіки Калашніков Олександр Борисович*
Адреса робоча: *03035 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, НДІ будівельної механіки*
Робочий тел.: +38(044) 245-48-29
мобільний тел.: +38(066) 71-88-099
E-mail: kalash2d@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0009-0009-7825-9809

УДК 621.791.052:539.43

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПЛАСТИНИ ПІСЛЯ УДАРНОЇ ВЗАЄМОДІЇ З ЕЛЕКТРОДАМИ РІЗНОЇ ФОРМИ

Ю.М. Сидоренко[1],
д-р техн. наук, професор

П.Р. Устименко[1],
аспірант

М.О. Пащин[2],
д-р техн. наук, провідний науковий співробітник

О.Л. Міходуй[2],
канд. техн. наук, старший науковий співробітник

[1] *Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Київ*

[2]*Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України, Київ*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.150-163

Анотація. Методом чисельного моделювання проведено оцінку впливу форми електрода-ударника на напружено-деформований стан пластини виготовленої з алюмінієвого сплаву АМг6 після їх ударної взаємодії на швидкості 10м/с. Описано особливості створення відповідних математичних моделей. Встановлено розміри зони пластичних деформацій. Визначено розподіл по товщині пластини значень компонент напружено-деформованого стану, а також глибини та ширини вм'ятини в пластині.

Ключові слова: електродинамічна обробка, ударна взаємодія, математичне моделювання, залишкові напруження, зварні напруження, пластичнідеформації, електрод-індентор, пружно-пластичне середовище, напружено-деформований стан, ANSYS/LS-DYNA.

Вступ. Як відомо, використання електродинамічної обробки (ЕДО), дозволяє змінювати напружено-деформований стан (НДС) зварних з'єднань через зниження рівня залишкових зварних напружень за рахунок точкових ударів електрода-індентора в зоні зварного з'єднання з пропусканням електричного струму [1-3].

Окремі питання боротьби з залишковими напруженнями в матеріалах шляхом пропускання через них електричного струму, зокрема імпульсного, який використовується в ЕДО як одна з двох складових технології, розглядалося в роботах [4-9].

В той же час, питання ефективності боротьби з цими напруженнями за допомогою іншої складової ЕДО – ударної обробки зони зварного шва спеціальним індентером, до кінця не вивчено. На сьогодні такі дослідження в основному проводяться із застосуванням експериментальних методів [10-11]. Їх недоліком є те, що вони дозволяють встановлювати величини напружень зварювання лише на поверхніконструкції, що заварюється, та за рахунок її руйнування.

© Сидоренко Ю.М., Устименко П.Р., Пащин М.О., Міходуй О.Л.

Для більш повної оцінки процесу зміни НДС таких конструкцій на допомогу приходять сучасні методи чисельного моделювання [12, 13]. У роботі [14] описані результати комп'ютерного моделювання процесу ударної взаємодії електрода-індентора зі зварною пластиною з використанням програми «ANSYS/LS-DYNA» в плоскій двовимірній лагранжевій постановці. Слід зазначити, що застосування такої постановки відповідає моделюванню процесу динамічної складової ЕДО пластини плоским електродом-інденторем нескінченної довжини.

В той же час, ЕДО проводиться електродами-інденторами вісесиметричної форми, наприклад у формі циліндра із округлою торцевою поверхнею. В цьому випадку, для встановлення відмінностей у напружено-деформованому стані зварних з'єднань, що обробляються такими електродами-інденторами, необхідно створити відповідну математичну модель процесу динамічної обробки.

Метою роботи є математична оцінка впливу форми електрода-ударника на напружено-деформований стан зварної пластини після ударної взаємодії з електродом різної форми на швидкості 10 м/с.

Розрахункова (математична) модель задачі. Розрахункову схему процесу динамічної обробки пластини електродом-ударником представлено на **Ошибка! Источник ссылки не найден.**.

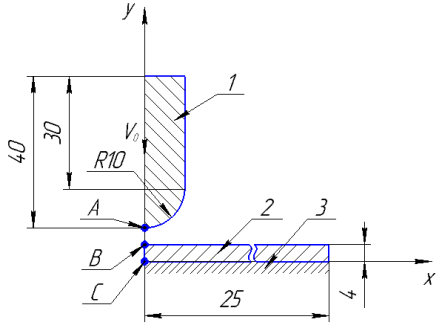
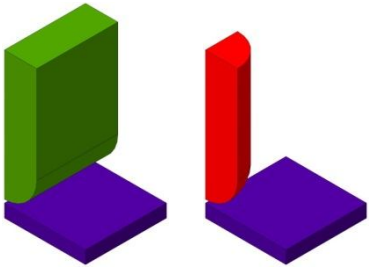


Рис. 1. Розрахункова схема процесу ударної взаємодії пластини з електродом-ударником: 1 – електрод-ударник, 2 – пластина, що оброблюється, 3 – абсолютно жорсткий стіл; точки по лінії удару: А – на поверхні ударника, В – на лицевій поверхні пластини, С – на тильній поверхні пластини, *y* – лінія симетрії

Видно, що в процесі ударної взаємодії пластини (2) товщиною 4 мм та шириною 50 мм, яка виготовлена зі сплаву АМг6 і розташована на абсолютно жорсткій поверхні (робочому столі 3) з мідним електродом-ударником (1), який рухається в напрямку пластини зі швидкістю $V_0 = 10$ м/с .

Форма поперечного перерізу ударника умовно складається з двох фігур: прямокутника шириною 20 мм та висотою 30 мм і півкола радіусом 10 мм. Оскільки поперечні перерізи пластини та ударника мають геометричну симетрію, то на схемі (рис. 1) представлено лише їх праві,відносно осі *y*(лінії удару),половини. У зв'язку з цим, проведення чисельних розрахунків із застосування плоскої двовимірної постановки буде відповідати моделюванню процесу ударної взаємодії пластини з електродом-ударникому формі паралелепіпеда з округленою формою поверхні контакту з поперечним перерізом умовно нескінченної довжини розташованої вздовж умовного зварного шва (рис. 2 (а)).



(а) (б)

Рис. 2. Зовнішній вигляд електрода-ударника різної форми: (а) плоска видовжена, (б) вісесиметрична циліндрична

Проведення розрахунків із застосування вісесиметричної двовимірної постановки буде відповідати моделюванню процесу ударної взаємодії пластини з електродом-ударником у формі циліндру з округленою голівкою (рис. 2 (б)).

Моделювання процесу ударної взаємодії ударника з пластиною проводилося на основі співвідношень Прандтля-Рейсса [13]. Поведінка матеріалів пластини та електрода-ударникапід час їхньої взаємодії описувалася реологічною ідеально пружно-пластичною моделлю матеріалів, яка в бібліотеці матеріалів програми ANSYS/LS-DYNA має назву "PLASTIC-KINEMATIC", і значення динамічної границі текучості в ній приймалося рівним границі текучості матеріалу σ_T. Значення параметрів даної моделібули такими:

- сплав АМг6 (пластина): густина $\rho_0 = 2640\,\text{кг/м}^3$; модуль пружності першого роду $E = 71\,\text{ГПа}$; коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}34$; границя текучості $\sigma_T = 150\,\text{МПа}$;
- мідь марки М1 (електрод-ударник): густина $\rho_0 = 8940\,\text{кг/м}^3$; модуль пружності першого роду $E = 128\,\text{ГПа}$; коефіцієнт Пуассона $\mu = 0{,}35$; границя текучості $\sigma_T = 300\,\text{МПа}$.

Скінченно-елементні моделі задач для обох математичних постановок містили однакову кількість скінченних елементів та вузлів, а саме: кількість скінченних елементів (тип SOLID 162) – 128203 шт.; кількість вузлів – 131042 шт.

Результати моделювання. Розрахункові значення основних параметрів взаємодії електрода-ударника різної форми з пластиною представлено у табл. 1.

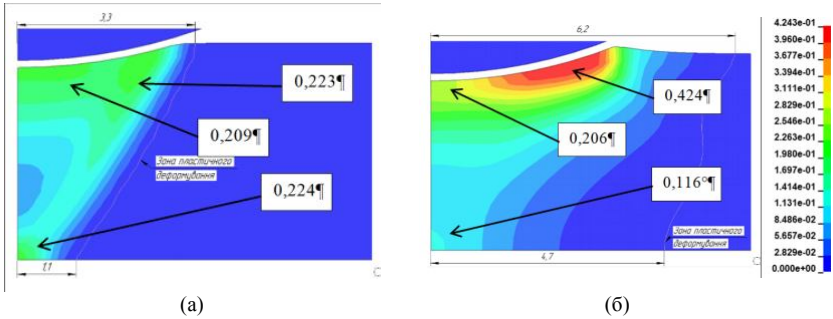
Таблиця 1

Розрахункові параметри взаємодії електрода-індентора з пластиною у місці контакту

Вид симетрії	Тривалість контакту, мкс	Глибина входження індентора в пластину, мм	Глибина вм’ятини в пластині, мм	Ширина вм’ятини в пластині, мм
Плоска	102	0,460	0,451	3,06
Осьова	120	0,573	0,547	3,76

З табл. 1 видно, що тривалість контакту між тілами у вісесиметричній постановці на 18 мкс (20%) більша за тривалість у плоскій, а збільшення часу взаємодії відповідно збільшує величину деформації у місці контакту. Це позначається на розмірах вм'ятини у пластині.

Збільшення глибини вм'ятини на 21% і її ширинина 23% у вісесиметричній постановці у порівнянні з плоскою призводить до відповідного збільшення зони пластичного деформування та величини ефективних пластичних деформацій ε_{eff}^{p} по товщині пластини (рис. 3).



(а) (б)

Рис. 3. Розрахунковий розподіл ефективних пластичних деформацій ε_{eff}^{p} в середині пластини у плоскій (а) та вісесиметричній (б) постановках

Значення ε_{eff}^{p} визначалися за формулою [15]:

$$\varepsilon_{eff}^{p} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2},$$

де ε_1, ε_2, ε_3 – головні деформації.

З рис. 3 видно, що зона пластичних деформацій ε_{eff}^{p} (визначалася за умови $\varepsilon_{eff}^{p} \geq 0{,}01$) в обох варіантах розрахунку поширюється на всю товщину пластини (4 мм) та має форму перевернутої трапеції. В той же час, розміри цієї зони у випадку використання ударника плоскої видовженої форми не виходять за межи габаритних розмірів самого ударника, а розміри основ трапеції мають співвідношення як 3:1.

У випадку взаємодії пластини з ударником вісесиметричної форми розміри зони пластичності збільшуються майже у двічі. Верхня основа трапеції має довжину 12,4 мм, а нижня – 9,4 мм, тобто співвідношення основ трапеції зменшується до 1,3:1 іформа цієї зони поступово перетворюється на прямокутну.

Також з рис. 3 видно, що використання ударника плоскої форми формує приблизно однакові значення ε_{eff}^{p} як на контактній поверхні пластини, так і на тильній поверхні, які є найбільшими по всій зоні. У випадку ударної взаємодії з вісесиметричним ударником максимальні

значення ε_{eff}^{p} в пластини формуються в основному на контактній поверхні, які майже у 2 рази вищі ніж у випадку використання ударника плоскої форми. Для зручності порівняння значення максимальних ε_{eff}^{p} та значення ε_{eff}^{p} у точках В та С (рис. 1) розташованих по лінії удару наведено у табл. 2.

Таблиця 2

Значення ефективних пластичних деформацій ε_{eff}^{p}

Вид симетрії	Максимальні значення ε_{eff}^{p}	Значення ε_{eff}^{p} на поверхнях пластини	
		Лицьова (т. В)	Тильна (т. С)
Плоска	0,224	0,205	0,224
Осьова	0,424	0,260	0,116

З табл. 2 видно, що зміна форми електрода-ударника плоскої форми на вісесиметричну призводить до збільшення значення ε_{eff}^{p} в т. В на 25% та зменшення майже вдвічі в т. С.

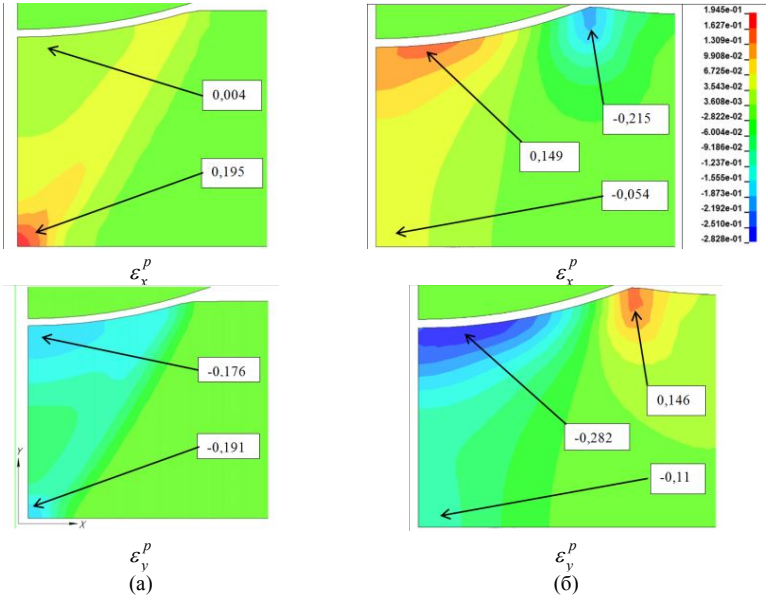
В той же час, дані табл. 2 та рис. 3 показують, що у випадку застосування плоского ударника максимальні значення ε_{eff}^{p} формуються на лінії удару (вісь симетрії *y*), а у випадку застосування вісесиметричного ударника– зміщуються у радіальному напрямку (вісь *x*) в область опуклості лицьової поверхні пластини.

Виходячи з відмінностей деформаційної картини представленої на рис. 3 представляє інтересвплив кожної компоненти залишкових деформацій на підсумкове значення ε_{eff}^{p} (рис. 4).

Дані рис. 4 вказують наосновні відмінності у формуванні розподілу компонент пластичних деформацій. Так, якщо розглядати розподіл компоненти ε_{x}^{p} по товщині пластини, тоу випадку розв'язку задачі взаємодії ударника з нею у плоскій постановці спостерігається утворення зони розтягу по всій товщині від лінії удару до краю вм’ятини з формуванням максимального значення на тильній поверхні в т. С, що дорівнює $\varepsilon_{x}^{p} = 0{,}195$. В той же час, по лінії контакту тіл деформації ε_{x}^{p} зменшуються практично до нуля та мають значення, що не перевищують $\varepsilon_{x}^{p} = 0{,}04$.

У випадку розв'язку задачі взаємодії ударника з пластиною у вісесиметричній постановці ситуація протилежна. Зона деформацій розтягу ε_{x}^{p} формується на лицьовій поверхні пластини вздовж лінії контакту двох тіл з піковим значенням $\varepsilon_{x}^{p} = 0{,}149$.На тильній поверхні в т. С деформації ε_{x}^{p} зменшуються не до нуля, як у попередньому випадку,

а навіть мають від'ємні значення $\varepsilon_x^p = -0{,}054$. Тобто в цьому місці тепер формується зона стиску. Також, під тиском електрода-ударника відбувається переміщення матеріалу пластини від лінії удару в радіальному напрямку, що призводить до формування на лицевій поверхні пластини явно вираженої зони опуклості, в якій формується друга зона деформації стискуз піковим значенням $\varepsilon_x^p = -0{,}215$.



ε_x^p ε_x^p

ε_y^p ε_y^p

(а) (б)

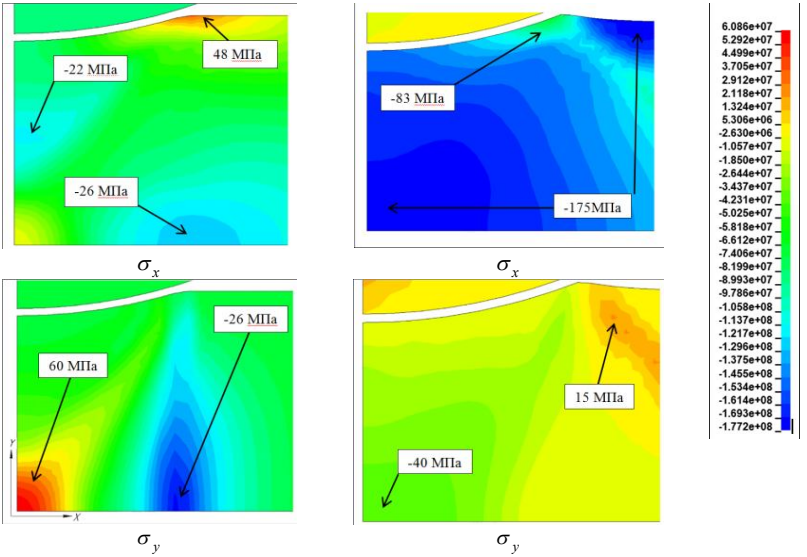
Рис. 4. Розрахунковий розподіл компонент пластичних деформацій $\varepsilon_x^p, \varepsilon_y^p$ для плоскої (а) та вісесиметричної (б) постановок

Якщо розглядати розподіл значень іншої компоненти деформацій ε_y^p (рис. 4), то на відміну від ε_x^p і незалежно від форми ударника в т.Впластини спостерігається формування зони деформацій стиску. Максимальні значення ε_y^p у цьому місці контакту становлять для плоскої та осьової симетрії $\varepsilon_y^p = -0{,}176$ та $\varepsilon_y^p = -0{,}282$ відповідно. Тобто застосування вісесиметричного ударника збільшує значення ε_y^p в т. В на 60%. В той же час, в т. С на відміну від ε_x^p використання ударника плоскої видовженої форми призводить до формування зони стиску практично з таким же абсолютним значенням $\varepsilon_y^p = -0{,}191$. Застосування ударника вісесиметричної форми, дозволяє не тільки зберегти в т. С

формування зони стиску, яка формується у деформацій ε_x^p, а й збільшити їх значення практично у 2 рази до $\varepsilon_y^p = -0{,}11$, що сприятливо повинно відобразитися на потенційній боротьбі із залишковими (початковими) напруженнями розтягу в пластині. Негативним фактором, що формується в пластині в результаті використання вісесиметричного ударника є те, що в зоні опуклості пластини, описаної вище, тепер замість зони стиску(величини ε_x^p)створюється зона розтягу величини ε_y^p зі значенням $\varepsilon_y^p = -0{,}146$, а характер її розподілупрактично ідентичний характеру розподілу величини ε_x^p.

Формування в середині пластині після взаємодії з ударником зон деформацій стиску свідчить про те, що в цих зонах також виникають напруження стиску. Взаємодія таких напружень з початковими напруженнями розтягу, що сформувалися в пластині ще до ударної обробки, наприклад після зварювання, відкриває можливість боротьби з останніми.

З метою оцінки ефективності такої боротьби було проведено аналіз розподілу значень компонент напруженого стану по товщині пластини, які стали причиною формування вище зазначеної деформаційної картини. Для цього було побудовано відповідні розрахункові картини розподілу компонентнапружень – σ_x та σ_y (рис. 5).



σ_x σ_x

σ_y σ_y

(а) (б)

Рис. 5. Розподіл значень компонент залишкових напружень σ_x, σ_y (Па) для плоскої (а) та вісесиметричної (б) постановок

З рис. 5видно, щов залежності від форми електрода-ударника (умови симетрії, що використовувалася в математичної моделі) напружений стан, що формується в пластині після ударної взаємодії з ним, має суттєві відмінності. Якщо розглядати обробку пластини ударником плоскої видовженої форми, то розподіл в ній компоненти напружень σ_x (спрямованої перпендикулярно лінії удару) (рис. 5 (а)) формується у вигляді трьох характерних зон. Перші дві – бажані зони стиску по середині товщини пластини по лінії удару та у її тильної поверхні з відносно невеликими значеннями $\sigma_x = -22\,\text{МПа}$ та $\sigma_x = -26\,\text{МПа}$ відповідно. Третя – небажана з точки зору боротьби із початковими напруженнями розтягу – зона у лицьової поверхні пластини з досить високими значеннями напружень розтягу до $\sigma_x = 48\,\text{МПа}$ (становить майже третину значення границі текучості матеріалу АМг6).

У випадку обробки пластини ударникомвісесиметричної форми (рис. 5 (б)), то в нійформується лише одна характерна зона по всій товщині – зона напружень стиску з достатньо високим значенням σ_x –від -83 МПа до -175 МПа. З точки зору боротьби з компонентою початкового напруження розтягу σ_x обробка пластини ударником такої форми буде найбільш ефективною оскільки взаємодія з початковими напруженнями розтягу може призвести не тільки до суттєвого їх зниження практично до нульових значень, а й сформувати в пластині певну зону з від'ємними значеннями цього напруження, тобто зони стиску [16].

Проаналізувавши картину розподілу значень іншої компоненти напруженого стану σ_y (спрямованої вздовж лінії удару), що формується у випадку використання плоского ударника (рис. 5 (а)), то можна побачити, щояк і для компоненти σ_x тут формується практично прямокутна, аленебажана зона напружень розтягу з градієнтом значень в серединів обох напрямках (*x* та *y*) від т. С, яка не виходить за межи зовнішнього контуру вм'ятини пластини. По лінії удару значення σ_y зростає від лицьової поверхні $\sigma_y = 0{,}1\,\text{МПа}$ (т. В) до максимальногозначення на тильній поверхні пластини: $\sigma_y = 60\,\text{МПа}$ (в т. С) (табл. 3). По мірі відходу від лінії удару на тильній поверхні пластини значення σ_y не просто зменшуються, азмінюють свій знак і на відстані від 2,75 до3 мм досягаються свого локального мінімуму $\sigma_y = -26\,\text{МПа}$. В той же час, на лицьовій поверхні пластиниці напруження зменшившись до величини 0,1 Мпа практично не змінюються. Не зважаючи на це, формування високих значень розтягу цієї компоненти напружень робить боротьбу з початковими напруженнями розтягу пластини таким ударником неефективною.

У випадку обробки пластини вісесиметричним ударником (рис. 5 (б)) – все навпаки. В цьому випадку по товщині пластини напруження σ_y

формуються виключно як напруження стиску. Їх розподіл є практично рівномірним. Максимальне значення формується по лінії удару в т.Снарівні $\sigma_y = -40$ МПа .

Розрахунковий розподіл значень компонент залишкового напруженого стану σ_x та σ_y по товщині пластини по лінії удару представлено в табл. 3.

Таблиця 1

Розрахункові значення компонент залишкового напруженого стану σ_x та σ_y по товщині пластини (від т. В до т. С)

Вид симетрії	Компонента напруженого стану, МПа	Координата точки по товщині пластини (по лінії удару), мм				
		0 (т.В)	1	2	3	4 (т.С)
Плоска	σ_x	-6	-7	-16	13	32
	σ_y	0,1	5	12	40	60
Осьова	σ_x	-147	-163	-166	-177	-180
	σ_y	-3	-20	-25	-36	-40

З представлених даних табл. 3 можна зробити висновок, що боротьба зпочатковою компонентою напруження розтягу (σ_y) що формуєтьсяв пластини, наприклад після зварювання, за допомогою ударної обробки ударником вісесиметричної форми теж є доцільною, але все ж таки вона буде менш ефективною (майже у 4 рази) у порівнянні з боротьбоюз такими ж початковими значеннями компоненти напруження σ_x .

Висновки

Таким чином, на основі проведеного аналізу результатів математичного моделювання процесу ударної взаємодії пластини з електродом-ударником різної форми, що рухається зі швидкістю 10 м/с, можна зробити наступні висновки:

1. Найбільш ефективно боротися з початковими напруженнями розтягу, що виникли в пластині, наприклад після зварювання, дозволяє використання мідного електрода-ударника вісесиметричної (циліндричної форми) з округлою формою голівки, але ця боротьба з компонентою напруження σ_y буде менш ефективною (майже у 4 рази) у порівнянні з компонентою σ_y ;

2. Взаємодія вісесиметричного ударника з пластиною у порівнянні з ударником плоскої форми призводить до:

- збільшення тривалості їхнього контакту на 20% і як наслідок цього збільшується розміри вм'ятини в пластині: глибини на 21%, а ширини – на 23%;
- збільшення в пластині розмірів зони пластичного деформування майже у двічі з виходом її за межі габаритних розмірів ударника з

одночасним перетворенням своєї форми з трапецеїдальної на прямокутну;

- виникнення в пластині майже у 2 рази вищих максимальних значень ε_{eff}^{p},які формуються в основному на контактній поверхні;

- формування по товщині пластини зони з практично рівномірним розподілом обох компонент напруження, як σ_x, так і σ_y і формування їх виключно як напружень стиску значення яких становитьвід -40 МПа (σ_y) до -160 МПа (σ_x) що може призвести не тільки до суттєвого зниження початкових напружень розтягу в пластині практично до нульових значень, а й сформувати в ній певну зону з від'ємними значеннями цього напруження, тобто зони стиску.

3. Не зважаючи на те, що в певних зонах пластини з АМг6, що ударно обробляється мідним електродом-ударником плоскої видовженої форми, значення компоненти напруження σ_y можуть формуватися як напруження стиску, в цілому обробка пластини ударником такої форми призводить до формування в ній зон з напруженнями розтягу обох компонент (σ_x і σ_y) значення яких може становити 60 МПа, тобто збільшуватися до половини значення границі текучості матеріалу АМг6. Формування таких високих значень напружень розтягу робить боротьбу з початковими напруженнями пластини, які за своєю природою теж є напруженнями розтягу, ударником такої форми неефективною.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Лащенко Г.К.* Энергосберегающие технологии послесварочной обработки металлоконструкций / Г. К. Лащенко, Ю. В. Демченко. – Киев: Экотехнология, 2008. – 168 с.
2. A study on the relief of residual stresses in weldments with explosive treatment / [*J. X. Zhang, K. Liu, K. Zhao ma ін.*]. // International Journal of Solids and Structures. – 2005. – №42. – С. 3794–3806. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2004.11.017
3. *Wang L S, Ye X X, Liu T, et al*. Effects of electropulsing assisted ultrasonic impact treatment on residual stress and microhardness of weld // Materials Science and Technology. – 2015. – №6. – P.1743284715Y.000. DOI: 10.1179/1743284715Y.0000000078
4. Controlling the Residual Stress in Metallic Solids by Pulsed Electric Current / *X.ZHANG, S. XIANG, K. YI, J. GUO*. // Acta Metall Sin. – 2022. – №58(5). – С. 581–598. DOI: 10.11900/0412.1961.2021.00367
5. Influence of Impulsive Electric Current on the Fine Structure of Amg6 Aluminium Alloy Subjected to Electrodynamic Treatment / [*L. I. Markashova, N. A. Pashchin, E. N. Berdnikova ma ін.*]. // Material Science. – 2018. – №54(1). – С. 82–87.
6. *Stepanov G.V.* The effect of the pulse electric current treatment on residual stresses arising in grinding / *G. V. Stepanov, A. I. Babutskii, I. A. Mameev*. // Strength of Materials. – 2009. – №41. – С. 623. DOI: 10.1007/s11223-009-9171-y
7. *Pan Long*. Influence of electropulsing treatment on residual stresses and tensile strength of as-quenched medium carbon steel / *Pan Long*. // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – №1187(3). DOI 10.1088/1742-6596/1187/3/032054
8. Influence of Electropulsing Treatments on Mechanical Properties of UNS S32750 Duplex Stainless Steel / [*C. Gennari, L. Pezzato, G. Tarabotti ma ін.*]. // Materials (Basel). – 2020. – №13. – С. 1613. doi: 10.3390/ma13071613

9. Effect of electropulsing on the fatigue resistance of aluminium alloy 2014-T6 / [*A. Babutskyi, M. Mohin, A. Chrysanthou та ін.*]. // Materials Science and Engineering A: Structural Materials: Properties, Microstructures and Processing. – 2020. – №772. – P. 138679. doi: 10.1016/j.msea.2019.138679
10. Методика определения остаточных напряжений в сварочных соединениях и элементах констукций с использованием электронной спекл-интерферометрии / *Л. М.Лобанов, В. А. Пивторак, В. В. Савицкий, Г. И. Ткачук*. // Автоматическая сварка. – 2006. – №1. – С. 10–13.
11. Procedure for determination of residual stresses in welded joints and structural elements using electron speckle-interferometry / *L. M.Lobanov, V. A. Pivtorak, V. V. Savitsky, G. I. Tkachuk*. // The Paton Welding Journal. – 2006. – №1. – С. 24–29.
12. *Maksimyuk Yu.V., Pyskunov S.O., Shkril' A.A., Maksimyuk O.V.* Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies.Strength Materials and Theory of Structures [in Ukrainian], 2020, Issue 104, P. 255–264.
13. *Pyskunov S., Trubachev S., Baranyuk O.* Investigation of a stress-strained state of a screw-shape tubes of heat exchangers. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles,2020, Issue 105, P. 13-23.
14. Effect of the Indenting Electrode Impact on the Stress-Strain State of an AMg6 Alloy on Electrodynamic Treatment / *L. M. Lobanov, M. O. Pashchyn, O. L. Mykhodui, Y. M. Sydorenko*. // Strength of Materials. – 2017. – №43(3). – С. 369–380..
15. *Sidorenko Y. M.* On the Assessment of Stress-strain State of the Load-Bearing Structural Elements in the Tubular Explosion Chamber / *Y. M. Sidorenko, P. S. Shlenskii*. // Strength of Materials. – 2013. – №45(2). – С. 210–220.
16. Electric Pulse Component Effect on the Stress State of AMg6 Aluminum Alloy Welded Joints Under Electrodynamic Treatment / *L. M.Lobanov, N. A. Pashchin, O. L. Mikhodui, Y. M. Sidorenko*. // Strength of Materials. – 2018. – №50. – С. 246–253.

REFERENCES

1. *Laschenko G.K., Demchenko U.V.* Energosberigauschie tehnologii poslesvarochnoy obrabotki metallokonstrukcsy (Energy-saving technologies for post-weld processing of metal structures).Kyiv: Ecotehnologiya, 2008, 168 pp.
2. *Zhang J. X., Liu K., Zhao K.and etc.* A study on the relief of residual stresses in weldments with explosive treatment. International Journal of Solids and Structures, 2005, No. 42., P. 3794–3806. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2004.11.017
3. *Wang L S, Ye X X, Liu T, et al*. Effects of electropulsing assisted ultrasonic impact treatment on residual stress and microhardness of weld. Materials Science and Technology, 2015,No. 6, P.1743284715Y.000. DOI: 10.1179/1743284715Y.0000000078
4. *ZHANG X., XIANG S., YIK., GUO J.* Controlling the Residual Stress in Metallic Solids by Pulsed Electric Current. Acta Metall Sin, 2022, Vol.58, No. 5, P. 581–598. DOI: 10.11900/0412.1961.2021.00367
5. *Markashova L. I., Pashchin N. A., BerdnikovaE. N. and etc*. Influence of Impulsive Electric Current on the Fine Structure of Amg6 Aluminium Alloy Subjected to Electrodynamic Treatment. Material Science, 2018, Vol. 54, No. 1,P. 82–87.
6. *Stepanov G. V., Babutskii A. I., Mameev I. A*. The effect of the pulse electric current treatment on residual stresses arising in grinding. Strength of Materials, 2009, No. 41,P. 623. DOI: 10.1007/s11223-009-9171-y
7. *Pan Long*. Influence of electropulsing treatment on residual stresses and tensile strength of as-quenched medium carbon steel. Journal of Physics: Conference Series, 2019,Vol. 1187, No.3. DOI 10.1088/1742-6596/1187/3/032054
8. *Gennari C., Pezzato L., Tarabotti G. and etc*. Influence of Electropulsing Treatments on Mechanical Properties of UNS S32750 Duplex Stainless Steel. Materials (Basel), 2020,No. 13,P. 1613. DOI: 10.3390/ma13071613
9. *Babutskyi A., Mohin M., Chrysanthou A. and etc.* Effect of electropulsing on the fatigue resistance of aluminium alloy 2014-T6. Materials Science and Engineering A: Structural Materials: Properties, Microstructures and Processing, 2020,No. 772. – P. 138679. DOI: 10.1016/j.msea.2019.138679

10. *Lobanov L.M., Pivtorak V.A., Savickiy V.V., Tkachuk G.S.* Metodika opredelniya ostatochnyh napryazheniyv svarochnyh soedineniyah elementah konstrukcy s ispol`zovaniem elektronnoy spekl-interferometrii (Method for Determination of Residual Stresses in Welding Joints and Structural Elements Using Electronic Speckle Interferometry) Avtomaticheskay svarka (Avtomatic welding), 2006, No. 1, P. 10–13.
11. *Lobanov L. M., Pivtorak V. A., Savitsky V. V., Tkachuk G. I.* Procedure for determination of residual stresses in welded joints and structural elements using electron speckle-interferometry. The Paton Welding Journal, 2006,No. 1, P. 24–29.
12. *MaksimyukYu. V., PyskunovS. O., Shkril'A. A., MaksimyukO. V.* Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies.Strength Materials and Theory of Structures [in Ukrainian],2020,Issue 104, P. 255–264.
13. *Pyskunov S., Trubachev S., Baranyuk O.* Investigation of a stress-strained state of a screw-shape tubes of heat exchangers. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles,2020, Issue 105, P. 13-23.
14. *Lobanov L. M., Pashchyn M. O., Mykhodui O. L., Sydorenko Y. M.* Effect of the Indenting Electrode Impact on the Stress-Strain State of an AMg6 Alloy on Electrodynamic Treatment. Strength of Materials, 2017,Vol. 43, No. 3, P. 369–380.
15. *Sidorenko Y. M., ShlenskiiP. S.*On the Assessment of Stress-strain State of the Load-Bearing Structural Elements in the Tubular Explosion Chamber. Strength of Materials, 2013, Vol. 45, No. 2, P. 210–220.
16. *LobanovL. M., Pashchin N. A., Mikhodui O. L., Sidorenko Y. M.* Electric Pulse Component Effect on the Stress State of AMg6 Aluminum Alloy Welded Joints Under Electrodynamic Treatment. Strength of Materials, 2018,No. 50, P. 246–253.

Стаття надійшла 08.05.2023

Сидоренко Ю.М., Устименко П.Р., Пащин М.О., Міходуй О.Л.

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПЛАСТИНИ ПІСЛЯ УДАРНОЇ ВЗАЄМОДІЇ З ЕЛЕКТРОДАМИ РІЗНОЇ ФОРМИ

Методом чисельного моделювання проведено оцінку впливу форми електрода-ударника (циліндричної та у формі паралелепіпедаз округленою формою поверхні контакту) на напружено-деформований стан пластини виготовленої з алюмінієвого сплаву АМг6 після їх ударної взаємодії на швидкості 10м/с. Описано особливості створення та використання розроблених математичних моделей. Визначено розподіл по товщині пластини значень основних параметрів та компонент напружено-деформованого стану, а такожрозміри та форму зони пластичних деформацій, місце розташування зон з напруженнями стиску та розтягу, глибини та ширини вм'ятини в пластині. Зокрема встановлено, що взаємодія вісесиметричного ударника з пластиною у порівнянні з взаємодією з ударником плоскої форми призводить до збільшення тривалості їхнього контакту на 20% і, як наслідок цього, збільшується розміри вм'ятини в пластині: глибини на 21%, а ширини – на 23%. Також встановлено, що така взаємодія призводить до збільшення в пластині розмірів зони пластичного деформування майже у двічі з виходом її за межі габаритних розмірів ударника з одночасним перетворенням своєї форми з трапецеїдальної на прямокутну; виникненню в пластині майже у 2 рази вищих максимальних значень ефективних пластичних деформацій, які формуються в основному на контактній поверхні. В результаті моделювання було показано, що динамічна обробка пластини ударником циліндричної (вісесиметричної) форми з округлою голівкою у порівнянні з плоскою видовженою формою призводить до формування в ній практично рівномірного розподілу обох компонент напруженого стану (осьової та радіальної) як напружень стиску, які дозволяють боротися із залишковими напруженнями в матеріалі, наприклад, такими що виникають після зварювання, і ця боротьба з осьовою компонентою напруження буде менш ефективною (майже у 4 рази) у порівнянні з боротьбою з радіальною компонентою.

Ключові слова:електродинамічна обробка, ударна взаємодія, математичне моделювання, залишкові напруження, зварні напруження, пластичні деформації, електрод-індентор, пружно-пластичне середовище, напружено-деформований стан, ANSYS/LS-DYNA.

Sydorenko. Yu. M., Ustymenko. P.R., PashchynM.O., Mikhodui. O.L.

STRESS-STRAIN STATE OF THE PLATE AFTER IMPACT INTERACTION WITH AN ELECTRODE OF DIFFERENT SHAPES

The influence of the shape of the electrode-indentor (cylindrical and parallelepiped with a rounded shape of the contact surface) on the stress-strain state of the plate made of aluminum alloy AMg6 after their impact interaction at a speed of 10m/s was evaluated by the method of numerical modeling. Features of creation and use of developed mathematical models are described. The distribution along the thickness of the plate of the values of the main parameters and components of the stress-strain state, as well as the dimensions and shape of the zone of plastic deformations, the location of zones with compressive and tensile stresses, the depth and width of the dent in the plate, were determined. In particular, it was established that the interaction of an axisymmetric striker with a plate compared to the interaction with a flat striker leads to an increase in the duration of their contact by 20% and, as a result, the dimensions of the dent in the plate increase: the depth by 21%, and the width by 23 %. It was also established that such an interaction leads to an increase in the size of the plastic deformation zone in the plate by almost two times, with its exit beyond the overall dimensions of the striker with a simultaneous transformation of its shape from trapezoidal to rectangular; occurrence in the plate of almost 2 times higher maximum values of effective plastic deformations, which are formed mainly on the contact surface.As a result of the simulation, it was shown that the dynamic processing of a plate with a cylindrical (axisymmetric) indentor with a rounded head, in comparison with a flat elongated shape, leads to the formation of an almost uniform distribution of both components of the stress state (axial and radial) as compressive stresses, which make it possible to combat residual stresses in the material, such as those arising after welding, and this fight against the axial stress component will be less effective (almost 4 times) compared to the fight against the radial component.

Key words: electrodynamic treatment, shock interaction, mathematical modeling, residual stresses, welding stresses, plastic deformations, electrode-indenter, elastic-plastic medium, stress-strain state, ANSYS/LS-DYNA.

УДК 621.791.052:539.43
Сидоренко Ю.М., Устименко П.Р., Пащин М.О., Міходуй О.Л. **Напружено-деформований стан пластини після ударної взаємодії з електродами різної форми** // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2023. – Вип. 110. – С. 150 – 163.
Методом чисельного моделювання проведено оцінку впливу форми електрода-ударника на напружено-деформований стан пластини виготовленої з алюмінієвого сплаву АМг6 після їх ударної взаємодії на швидкості 10м/с. Описано особливості створення відповідних математичних моделей. Встановлено розміри зони пластичних деформацій. Визначено розподіл по товщині пластини значень компонент напружено-деформованого стану, а також глибини та ширини вм'ятини в пластині.
Табл. 3. Іл. 5. Бібліогр. 16 назв.

UDC621.791.052:539.43
Sydorenko. Yu.M., Ustymenko.P.R., PashchynM.O., Mikhodui. O.L. **Stress-strain state of the plate after impact interaction with an electrode of different shapes**// Strength of materials and theory of structures. – 2023. – Issue 110. – P. 150 – 163. – Ukr.
The influence of the shape of the electrode-indenter on the stress-strain state of the plate made of aluminum alloy AMg6 after their impact interaction at a speed of 10 m/s was evaluated using numerical modeling. Features of creating appropriate mathematical models are described. The dimensions of the zone of plastic deformations have been established. The distribution of the values of the components of the stress-strain state, as well as the depth and width of the dent in the plate, along the thickness of the plate was determined.
Tabl. 3. Fig. 5. Ref. 16.

УДК 621.791.052:539.43
Сидоренко Ю.М., Устименко П.Р., ПащинН.А., Миходуй О.Л. **Напряженно-деформированноесостояниепластины после ударного взаимодействия с электродом разной формы**// Опір матеріалів і теорія споруд. – 2023. – Вип. 110. – С. 150 – 163.
Методом численного моделирования проведено оценку влияния формы электрода-ударника на напряженно-деформированное состояние пластины изготовленной из алюминиевого сплава АМг6 после ее ударной обработки на скорости 10 м/с. Описано особенности создания соответствующих математических моделей. Определены размеры зоны пластических деформаций. Определено распределение по толщине значений компонент напряженно-деформированного состояния, а также глубину и ширину вмятины в пластине.
Табл. 3. Ил. 5. Библиогр. 14 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, професор кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів СИДОРЕНКО Юрій Михайлович.*
Адреса робоча: *03056 Україна, м. Київ, проспект Перемоги 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра Динаміки і міцності машин та опору матеріалів, СИДОРЕНКУ Юрію Михайловичу.*
Роб. тел. *+38(044) 204-82-74*
Мобільний тел.: *+38(050) 363-52-80*
E-mail: yura_michael@ukr.net
ORCID ID: http://orcid/org/0000-0001-8780-9459

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *аспірант кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів УСТИМЕНКО Павло Романович.*
Адреса робоча: *03056 Україна, м. Київ, проспект Перемоги 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра Динаміки і міцності машин та опору матеріалів, УСТИМЕНКО Павло Романович*
Мобільний тел.: +38(066) 522-48-90
E-mail: pavloustymenko96@gmail.com, upasha1996@gmail.com
ORCID ID: http://orcid/org/0000-0002-5318-2675

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, провідний науковий співробітник, старший науковий співробітник, ПАЩИН Микола Олександрович.*
Адреса робоча:в*ул. Казимира Малевича, 11 (корпус 6), м. Київ, 03150, Україна, Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона Національної академії наук України*
Роб. тел. +38044 205-25-38
Мобільний тел.: +38(067) 500-33-54
E-mail: svarka2000@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-2201-5137

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, старший дослідник, старший науковий співробітник МІХОДУЙ Ольга Леонідівна.*
Адреса робоча: *вул. Казимира Малевича, 11 (корпус 6), м. Київ, 03150, Україна, Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона Національної академії наук України*
Роб. тел. +38 044 205-20-35
Мобільний тел.: +38(096)445-26-05
E-mail: omikiev@ukr.net; olga.mikhodui@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-6660-7540

UDC 624.011

MODELING AND CALCULATION OF PANEL BUILDINGS MADE OF CROSS-LAMINATED TIMBER

D.V. Mykhailovskyi,
Doctor of Technical Science

Kyiv National University of Construction and Architecture
Povitroflotskyi Prospect, 31, Kyiv , 03680, Ukraine

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.164-177

Abstract. Buildings made using cross-laminated timber have become widespread over the last decade. The experience of designing and operating such buildings of various functional purposes confirms the expediency of their construction and use. This article provides a solution to the problem of modeling and calculating panel houses made of cross-laminated timber using the finite element method using the given mechanical characteristics of the material. The possibility of modeling and calculating panel buildings made of cross-laminated timber using the finite element method with the use of flat finite elements, taking into account the orthotropic properties of the material, under the condition of using the reduced modulus of elasticity according to the previously proposed method and adjusting Poisson's coefficients, in such a way as to maintain the condition of existence of elastic potential. The algorithm for modeling panel buildings made of cross-laminated timber using the finite element method as a system "soil base-foundation-above-ground structure system" is given.

Keywords: cross-laminated timber, panel building, calculation scheme, finite element method, stress-strain state, soil base-foundation-above-ground structure system.

Introduction. The world experience of the wide use of timber structures for various purposes [1-3] confirms the expediency of their use. Over the past decades, the construction of panel buildings from cross-laminated timber (CLT) has become widespread, including in the construction of multi-story buildings [4-6]. This is facilitated by the fact that cross-laminated timber effectively accumulates in itself the positive properties of timber as a construction material, primarily relatively high strength, and allows you to largely eliminate the disadvantages of solid timber. Cross-laminated timber (CLT) is produced by laminating an odd number of layers of boards with mutually perpendicular arrangement of timber fibers. Panels made of cross-laminated timber, as a rule, consist of three, five or seven layers, the number of which depends on the stress-strain state (SST) of the panels in the house. Usually, the outer layers of CLT panels are made of stronger timber strength classes and are located in the direction along the element in slab panels and in height - in wall panels - to absorb the maximum normal bending stresses. If necessary, CLT panels are made with holes in the places where windows, doors and other technological openings are installed. The thicknesses of the boards of the longitudinal and transverse layers can be the same or different. CLT panels are used as load-bearing walls and slabs and coverings in low- and multi-story buildings of various purposes [7-9].

© Mykhailovskyi D.V.

An important and urgent issue is the calculation of multi-story panel buildings made of CLT. Over the last decade, such houses have become increasingly widespread not only in Europe, but also in Canada, the USA, Australia, Japan, etc. Due to the rapid development of panel construction made of CLT, there is a need for constant development and improvement of calculation methods and development of an algorithm for creating calculation models and calculating houses made of CLT in modern software complexes using the finite element method.

Literature review

Domestic experience of using CLT panels in residential construction is practically absent, including due to the lack of a domestic regulatory framework and methodical literature regarding the calculation and design of both individual panels and buildings made of them as a whole.

Famous European scientists made a significant contribution to the methodology of designing and calculating CLT panels: Blass H.J. [10], Hofstetter K. [11], Schickhofer G. [12], Reinhard B. [13].

In articles [14, 15], a review of the regulatory bases of different countries of the world regarding the calculation and design of CLT is carried out, and in article [16] the method of calculation of CLT panels by the finite element method using flat finite elements, taking into account the orthotropic properties of the material, under the condition of using the given modules, is given elasticity and adjusting Poisson's coefficients in such a way that the condition for the existence of elastic potential in timber is maintained. From all of the above, we can conclude that there is an urgent need to develop an algorithm for the design of panel buildings made of CLT using the finite element method as a system "soil base - foundation - above-ground structure".

The purpose and tasks of the research

The purpose of the research is to present the modeling and calculation algorithm of panel houses made of cross-laminated timber.

To achieve the goal, the following tasks were set:

1. Development of an algorithm for creating a calculation model of panel buildings made of cross-laminated timber.
2. Numerical modeling and calculation of multi-story panel buildings made of cross-laminated timber using the finite element method.
3. Development of recommendations for the calculation of multi-story panel buildings made of cross-laminated timber using the finite element method as a "soil base - foundation - above-ground structure" system.

Algorithm for high-rise buildings made of cross-laminated timber panels modeling and calculation

When creating calculation schemes as a "soil base - foundation - above-ground structure" system of high-rise buildings, it is faster and easier to model with rod and plate finite elements. Detailed recommendations for creating models of buildings and structures of various purposes for calculation by the finite element method are given in [16, 17].

The research carried out in the article [18] confirmed the possibility of using of orthotropic FE No. 41 for modeling panel houses made of cross-laminated timber using the reduced modulus of elasticity according to the proposed method and adjusting Poisson's coefficients in such a way that the condition of existence of elastic potential in timber is preserved. You can pre-set two types of FE that will simulate slabs and vertical wall elements (Fig. 1).

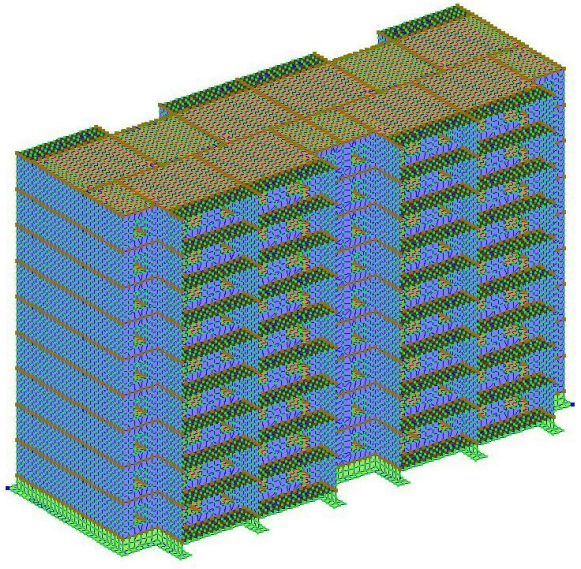


Fig. 1. Calculation diagram of a 9-story building made of cross-laminated timber panels

Characteristic values of temporary loads, load reliability coefficients, calculated coupling coefficients should be taken in accordance with DBN B.1.2-2 [19]. Reliability coefficients by class of responsibility should be taken according to DBN B.1.2-14 [20] depending on the class of the building responsibility.

The characteristics of the base are determined according to the results of engineering and geological investigations in two ways: either by the soil massif formed by volumetric finite elements with the corresponding stiffness characteristics, or by the coefficients of the elastic base (bed), which are determined in accordance with the characteristics of the soils obtained from the investigations.

Foundations are modeled from the materials which they are designed from in accordance with the calculation.

Slabs and wall elements can be specified from any type of cross-laminated timber panel (three-, five-, seven-layer) with a predetermined thickness of individual boards and, accordingly, timber strength classes.

After calculating the building model, the stress-strain state of individual elements should be analyzed for deformability, stability and strength, with their verification using the method of calculating cross-laminated timber

elements described in [18], with the replacement of the cross-section geometric characteristics with the reduced ones. The analysis of slabs with permanent layouts can be performed for one typical slab of a house, it is more rational to analyze wall panels for each floor separately.

If necessary (violation of the conditions of the first or second limit states or large safety margins), we replace the necessary elements by changing the type of panel (number of layers), the thickness of the board layers or the strength class of the timber. We change the FE building calculation scheme to the required ones using the reduced modulus of elasticity according to the method proposed in this work and (Application B of the dissertation). We recalculate the calculation model and re-analyze the stress-strain state of individual elements in terms of deformability and strength, checking them according to the standard method of calculating cross-laminated timber elements.

The number of iterations should be sufficient to select rational cross-sections of cross-laminated timber panels. In the final model, both the building itself and its individual components (slab panels, wall panels) must satisfy the conditions of the first (strength, stability) and second (serviceability) limit states.

An example of a 9-story residential building made of cross-laminated timber panels modeling and calculation

For the first iteration of the calculation of the house from flat FE No. 41, we accept the characteristics for the CLT slab panels, giving them the reduced stiffness characteristics of the slab. The orientation of the local axes of the plates was modeled in such a way that the x-axis coincided with the direction of the fibers of the boards of the outer layers.

As slab panels, we accept 5-layer timber boards of strength class C24, with the following material characteristics: modulus of elasticity along the fibers $E_{0,mean}$ = 11000 MPa, modulus of elasticity across the fibers $E_{90,mean}$ = 370 MPa, shear modulus G_{mean} = 690 MPa. The panel is made of boards of the same thickness t_1 = 4 cm. Thus, the total thickness of the panel is 200 mm. Flat FE No. 41 were modeled by giving them the physical and mechanical characteristics of timber: the modulus of elasticity is determined according to the formulas given in the previous paragraph, along the E_1 fibers and across the E_2 fibers, the shear modulus G = G_{mean} = 690 MPa. The accepted size of the finite element is 0.2x0.2x0.2 m. Reduced modules of elasticity for the adopted CLT panel are given: along the fibers of the outer layers E_1 = 8789 MPa, across the fibers of the outer layers E_2 = 2581 MPa.

As wall panels, we accept 5-layer timber boards of strength class C30, with the following material characteristics: modulus of elasticity along the fibers $E_{0,mean}$ = 12000 MPa, modulus of elasticity across the fibers $E_{90,mean}$ = 400 MPa, shear modulus G_{mean} = 750 MPa. The panel is made of boards of the same thickness t_1 = 5 cm. Thus, the total thickness of the panel is 250 mm. Flat FE No. 41 were modeled by giving them the physical and mechanical characteristics of timber: the modulus of elasticity is determined according to the formulas given in the previous paragraph, along the E1 fibers and across

the E2 fibers, the shear modulus $G = G_{mean} = 750$ MPa. The accepted size of the finite element is 0.2x0.2x0.2 m. Reduced modules of elasticity for the accepted CLT panel are given: along the fibers of the outer layers $E_1 = 9587$ MPa, across the fibers of the outer layers $E_2 = 2813$ MPa.

Table 1

The physical and mechanical properties of the base soils which are specified in the calculation model

№	Name	Marking	Units of measurement	Dusty sand of medium density	Sand of medium density	Loam
1	Natural density	ρ	kg/m^3	1,94	2,03	1,79
2	Particle density	ρ_s	kg/m^3	2,66	2,65	2,68
3	Natural humidity	ω		0,22	0,21	0,15
4	Humidity on the verge of rolling	ω_P				0,12
5	Humidity at the yield point	ω_L				0,22
6	Modulus of deformation	E	MPa	18	30	17
7	Angle of internal friction	φ	Deg.	25	33	18
8	Specific clutch	C	MPa	0,003	0,001	0,022

Based on the characteristics of the soil massif (coordinates and characteristics of the soil layers (Table 1) in each well), a spatial model of the soil was created in the "Soil" subprogram, and the real topography of the surface was constructed based on the wellhead markings. The average pressure under the sole of the foundations for the first iteration is defined as the vertical constant load from the entire building divided by the area of the foundations and is $P_z = 22708.3 / 766.8 = 0.29$ MPa. The refinement of the bed coefficients is carried out in such a way that the stresses *Rz* differ from the load on the soil *Pz* by less than 5%.

The foundations of the building are adopted strip from monolithic reinforced concrete. Flat FE No. 41 with the characteristics of reinforced concrete, sole 1.0 m wide and 400 mm thick, foundation walls 400 mm thick were used for the calculation. modulus of elasticity along the fibers $E = 30,000$ MPa, Poisson's ratio 0.2.

Characteristic values of temporary loads are adopted in accordance with DBN B.1.2-2 [19]. The characteristic value of the snow load is taken for the 5th snow district, and the characteristic value of the wind load is for the 1st wind district. Reliability coefficients for loads are also adopted in accordance with DBN B.1.2-2 [19] for a normative period of operation of 50 years. Reliability coefficients by class of responsibility were taken according to DBN B.1.2-14 [20]. According to DBN B.1.2-2 [19] calculated combinations of loads are accepted, taking into account the coefficients of combination.

Based on the results of the calculation, a stress-deformation diagram of the building was obtained. General deformations are presented in Fig. 2, 3.

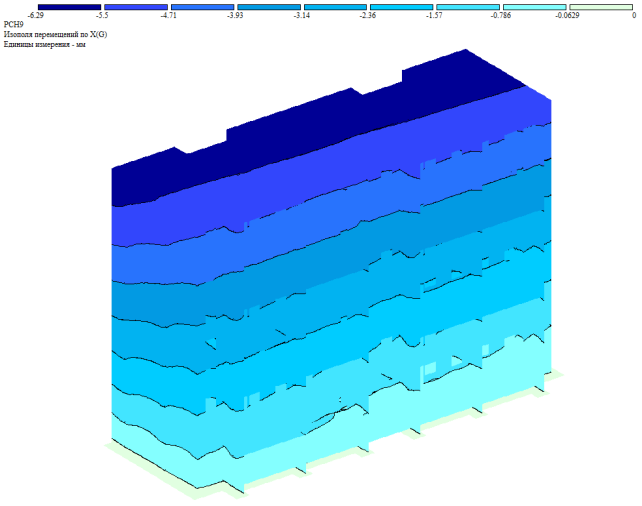


Fig. 2. General deformed scheme of a 9-story building with isopolies of vertical movements along the *x* axis

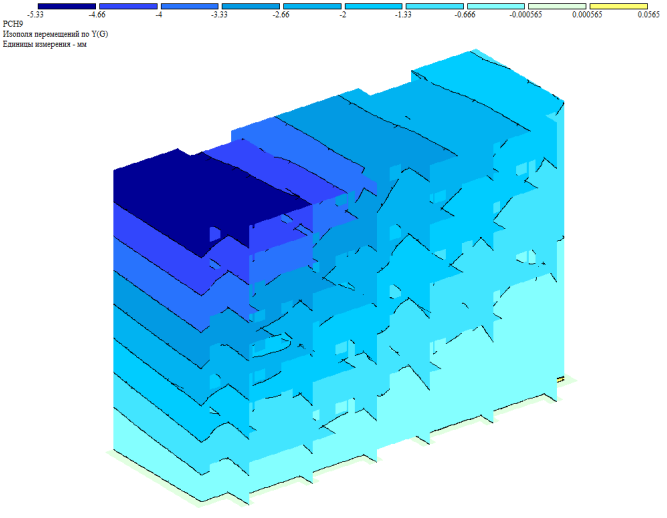


Fig. 3. General deformed diagram of a 9-story building with isopolies of vertical movements along the y axis

As we can see from the results of the house calculation, the overall stiffness is within the permissible limits of the current design norms.

The stress-strain diagram of a typical slab according to the calculation results is shown in Fig. 4, 5, 6.

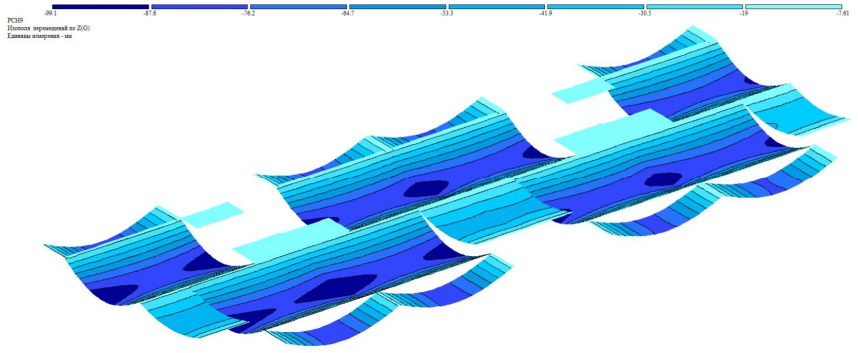


Fig. 4. Deformed slab plan of a typical floor of a 9-story building with isopolies of vertical movements along the z axis

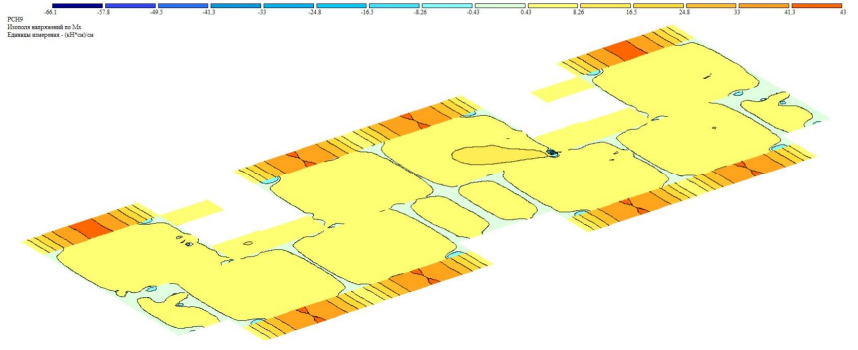


Fig. 5. Stress isopolies Mx in the slab of a typical floor of a 9-story building

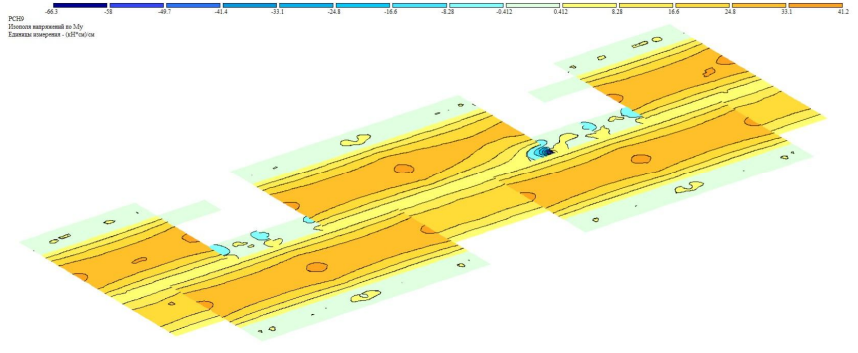


Fig. 6. Stress isopolies My in the slab of a typical floor of a 9-story building

Taking into account significant deformations, we accept 7-layer slabs of timber of strength class C24 for the slab panels, with the following material characteristics: $E_{0,\text{mean}} = 11000$ MPa, $E_{90,\text{mean}} = 370$ MPa, $G_{\text{mean}} = 690$ MPa. The panel is made of boards of the same thickness $t_1 = 4$ cm. Thus, the total thickness of the panel is 280 mm. Flat FE No. 41 were modeled by giving

them the physical and mechanical characteristics of timber: the modulus of elasticity is determined according to the formulas given in the previous paragraph, along the E_1 fibers and across the E_2 fibers, the shear modulus $G = G_{mean}$ = 690 MPa. The accepted size of the finite element is 0.2x0.2x0.2 m. Reduced modules of elasticity for the adopted CLT panel are given: along the fibers of the outer layers E_1 = 7932 MPa, across the fibers of the outer layers E_2 = 3438 MPa.

The stress-strain scheme of the house walls according to the calculation results is shown in Fig. 7, 8, 9.

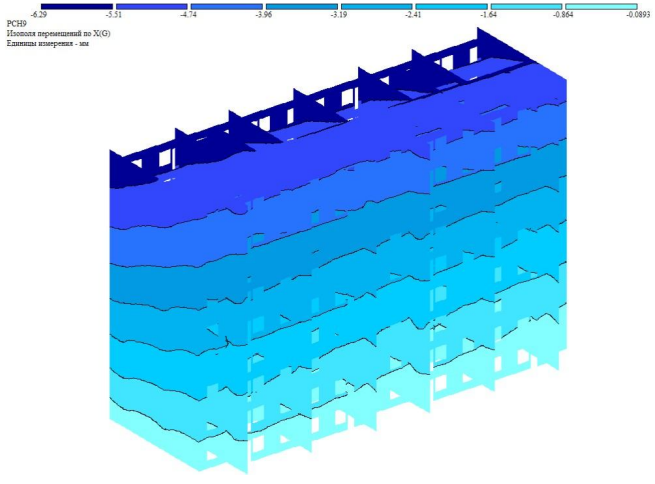


Fig. 7. The general deformed scheme of the walls of a 9-story building with isopolies of movements along the x axis

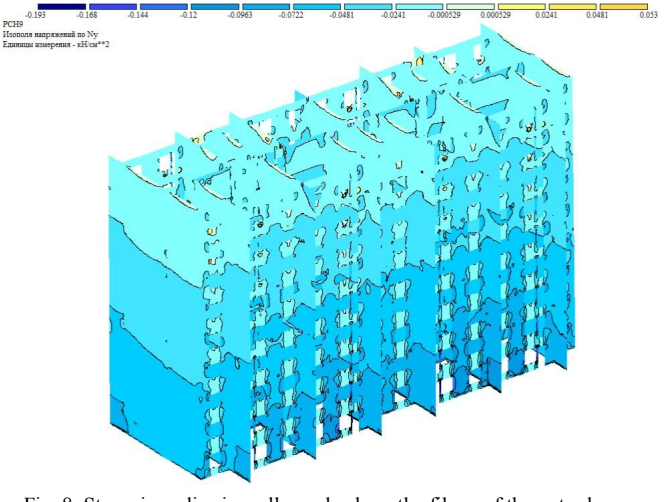


Fig. 8. Stress isopolies in wall panels along the fibers of the outer layers

We increase the rigidity of the wall panels of the first three floors by using 7-layer boards made of timber of strength class C30, with the following material characteristics: modulus of elasticity along the fibers $E_{0,mean}$ = 12000 MPa, modulus of elasticity across the fibers $E_{90,mean}$ = 400 MPa, shear modulus G_{mean} = 750 MPa. The panel is made of boards of the same thickness t_1 = 5 cm. Thus, the total thickness of the panel is 350 mm. Flat FE No. 41 were modeled by giving them the physical and mechanical characteristics of timber: the modulus of elasticity is determined according to the formulas given in the previous paragraph, along the E_1 fibers and across the E_2 fibers, the shear modulus G = G_{mean} = 750 MPa. The accepted size of the finite element is 0.2x0.2x0.2 m. Reduced modules of elasticity for the adopted CLT panel are given: along the fibers of the outer layers E_1 = 8652 MPa, across the fibers of the outer layers E_2 = 3748 MPa.

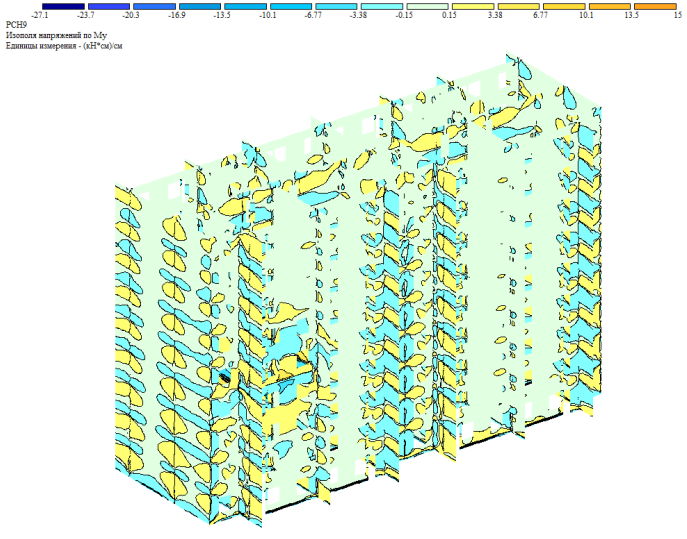


Fig. 9. Isopolies of bending moments in wall panels along the fibers of the outer layers

According to the results of the calculation with 7-layer panels, a stress-deformation diagram of the building was obtained. General deformations are presented in Fig. 10.

The stress-strain diagram of a typical slab according to the calculation results is shown in Fig. 11, 12, 13. As can be seen from the given results, the deformations of the floor slabs are within the permissible limits, and after calculating the stresses from the given internal forces according to the methodology given in Application B, it is possible to make sure that the conditions of the first limit state are also fulfilled.

The stress-strain scheme of the walls of the house according to the calculation results is shown in fig. 14, 15, 16.

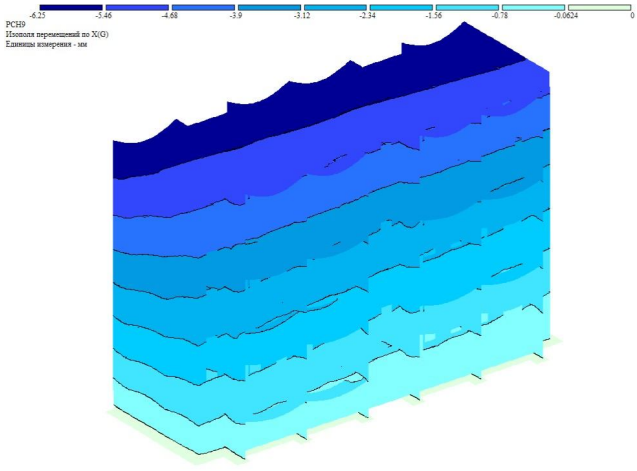


Fig. 10. General deformed diagram of a 9-story building with isopolies of vertical movements along the x axis

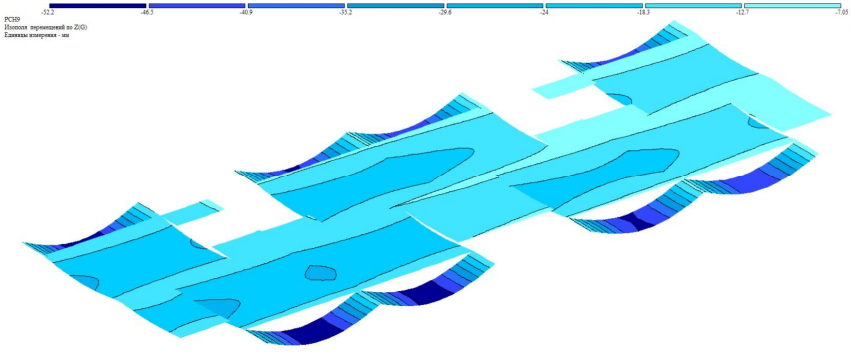


Fig. 11. Deformed slab plan of a typical floor of a 9-story building with isopolies of vertical movements along the z axis

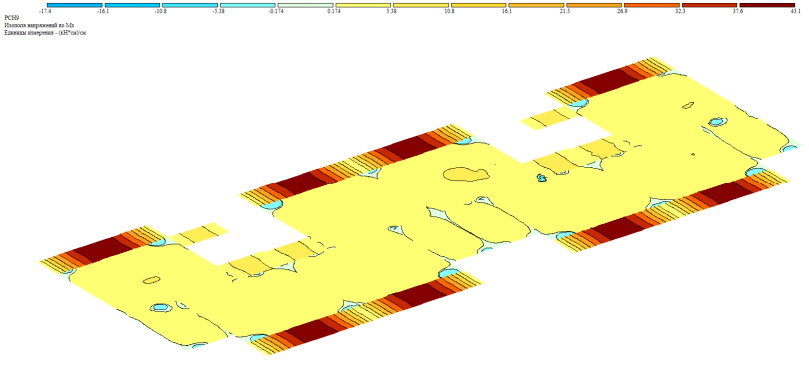


Fig. 12 Stress isopolies M_x in the slab of a typical floor of a 9-story building

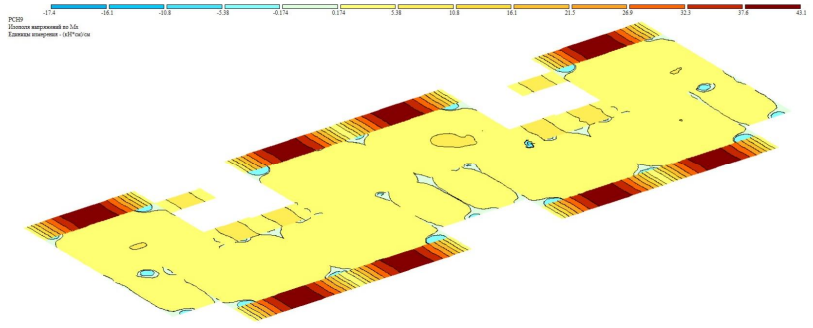


Fig. 13. Stress isopolies M_y in the slab of a typical floor of a 9-story building

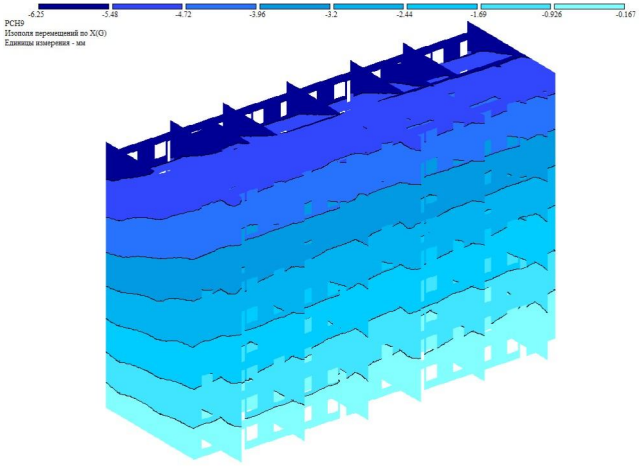


Fig. 14. General deformed scheme of the walls of a 9-story building with isopolies of movements along the x axis

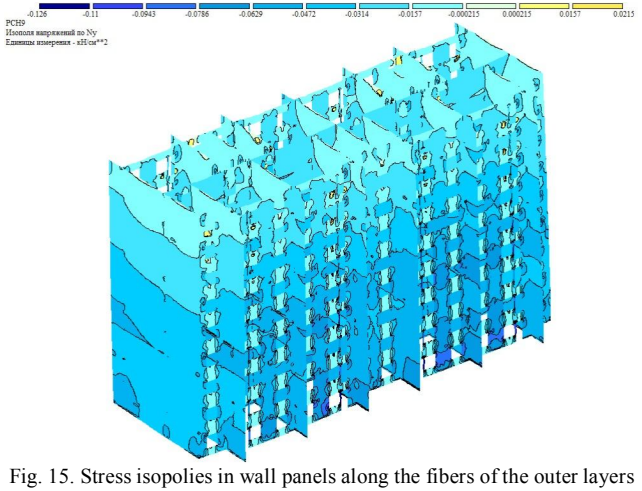


Fig. 15. Stress isopolies in wall panels along the fibers of the outer layers

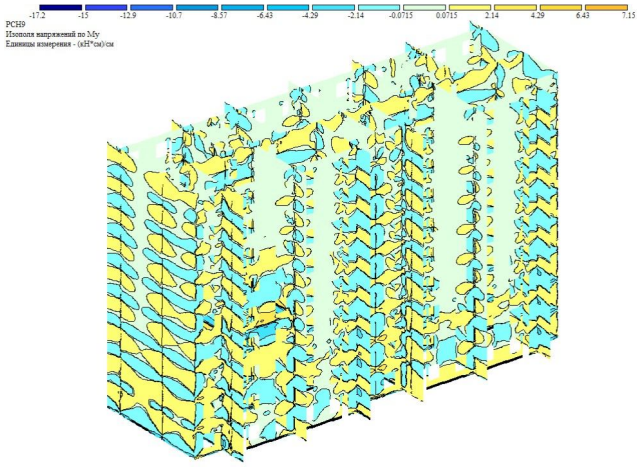


Fig. 16. Isopolies of bending moments in wall panels along the fibers of the outer layers

As you can see, increasing the thickness of the walls with the use of seven-layer panels made of transversely glued timber does not affect the overall rigidity of the house, although the stresses in the panels themselves are reduced quite significantly.

It can be seen from the conducted research that the proposed method of using flat FE No. 41 with giving them the reduced modulus of elasticity in the modeling of multi-story buildings is quite acceptable and significantly simplifies the creation of calculation models "soil base - foundation - above-ground structure", analysis of calculation results and selection of cross-sections of panels made of cross-laminated timber.

Conclusions

1. When creating calculation schemes as a "soil base - foundation - above-ground structure" system of high-rise buildings using CLT panels, it is possible to use rod and plate finite element modeling using the reduced modulus of elasticity according to the methodology given in [18].

2. The algorithm of modeling and calculation by the method of finite elements of high-rise buildings made of CLT panels with the use of flat FE No. 41 with the use of reduced modulus of elasticity according to the proposed method as a "soil base - foundation - above-ground structure" system due to the possibility of taking into account the deformed scheme of the building as a whole is given.

3. The method proposed in the article for the application of flat FE No. 41 with the provision of reduced modulus of elasticity for the modeling and calculation of multi-story buildings is quite acceptable and significantly simplifies the creation of calculation models "soil base - foundation - above-ground structure", analysis of calculation results and selection of cross-sections of panels made of cross-laminated timber.

REFERENCES

1. *Mikhaylovs'kiy D.V.* Zastosuvannya derevini ta derevinnikh materíalív u budívnitství. (Use of wood and wood materials in construction)// Mezhdunarodnyy informatsionno-tekhnicheskiy zhurnal Oborudovaniye i instrument dlya professionalov (derevoobrabotka) - №4 / 199. Kharkív, 2017. P. 40 - 44.
2. *Permiakov V.A.* Sostoianye y perspektyvы prymenenyia stroytelnыkh dereviannыkh konstruktsyi v Ukrayne (Status and prospects for the use of building wooden structures in Ukraine) / V. A. Permiakov, V. Z. Klymenko – K.: ABU, chasopys Ekonomika budivnytstva. №4. 2005. P. 36 41.
3. Klimenko V.Z. Vitchyznianyi dosvid vprovadzhennia v kapitalnomu budivnytstvi konstruktsii z kleienoi derevyny. Zdobutky i problemy (Domestic experience of implementation in capital construction of structures made of glued wood. Achievements and problems) / V. Z. Klimenko – K. : naukovo-vyrobnychyi zhurnal Budivnytstvo Ukrainy №5 2009. P. 17 21.
4. *Mikhaylovs'kiy D.V.* Svitovyi dosvid i perspektyvy rozvytku bahatopoverkhovoho budivnytstva z derevyny (World experience and prospects for the development of multi-story wooden construction) / Mykhailovskyi D.V. // "Visnyk Odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva i arkhitektury" Vypusk 61, 2016; Odesa: ODABA, 2016. - 468 s. - P. 270 - 277.
5. *Flaig M., Blass H.J.* Keilgezinkte Rahmenecken und Satt eldachträger aus Brett sperrholz. Karlsruher Berichte zum Ingenieurholzbau 29, KIT Scientific Publishing, Karlsruhe, 2015, 180 p.
6. *Flatscher G., Bratulic K. and Schickhofer G.,* "Screwed joints in cross-laminated timber structures", 13th World Conference on Timber Engineering (WCTE), Quebec, Canada, 2014, P. 8.
7. *Dujic, B., Strus, K., Zarnic, R., Ceccotti, A.,* Prediction of dynamic response of a 7-storey massive timber building tested on a shaking table (2007) Slovenia: World Connection on Timber Engineering, 8 p.
8. *Ashtari, S.,* In–plane stiffness of cross–laminated timber floors. 2012. Master Thesis. Vancouver: The University of British Columbia, 146 p.
9. *Joseph F. Miller*. Design and analysis of mechanically laminated timber beams using shear keys (2009) USA, Michigan: Michigan technological University, 211 p
10. *Blass H. J., Görlacher R.,* Bemessung im Holzbau: Brettsperrholz-Berechnungsgrundlagen. Holzbau-Kalender. Bruder-Verlag, Karlsruhe, 2003., pp. 580-598.
11. *Stürzenbecher R., Hofstetter K., Eberhardsteiner J.* Structural design of Cross Laminated Timber (CLT) by advanced plate theories. Composites Science and Technology, 2010, 70(9), pp. 1368-1379.
12. *Bogensperger T., Moosbrugger T., Schickhofer G.* New test configuration for CLT-wall elements under shear load. CIB-W18 Timber Engineering, Karlsruhe, Germany, 2007, p.p. 40-21.
13. *Reinhard B.* Production and Technology of Cross Laminated Timber (CLT): A state-of-the-art Report (2012) Graz: Graz University of Technology, 33p.
14. *Mykhaylovskyy D.V., KomarA.A.* Perekhresno kleyedoshchati paneli ta metody yikh rozrakhunku (Cross-glued panels and methods of their calculation) / Mykhaylovskyy D. V., Komar A. A. // Budivelni konstruktsiyi, teoriya i praktyka №2 KNUBA, 2018. P. 146-153.
15. *Mykhaylovskyy D.V., KomarA.A.* Analiz isnuyuchykh metodyk rozrakhunku paneley z perekhresno-kleyenoyi derevyny za druhym hranychnym stanom (Analysis of existing methods of calculating panels from cross-glued wood according to the second limit state) / Mykhaylovskyy D. V., Komar A. A. // Budivelni konstruktsiyi, teoriya i praktyka №5 KNUBA, 2019. P. 24 - 31.
16. *Gorodetskiy D.A.* Programmnyy kompleks LIRA-SAPR 2013. Uchebnoye posobiye (LIRA-SAPR 2013 software package. Tutorial) / Gorodetskiy D.A., Barabash M.S. i dr. – K. – M.: Elektronnoye izdaniye, 2013. – 376 p.
17. *Gorodetskiy A.S.* Komp'yuternyye modeli konstruktsiy (Computer models of structures) / Gorodetskiy A.S., Yevzerov I.D. – Kiyev, 2007. – 357 p.
18. *Mykhailovskyi D.V.* Method of calculation of panel buildings from cross-laminated timber / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 75-88.

19. DBN V.1.2-2:2006 Systema zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivelnykh obiektiv. Navantazhennia i vplyvy. Normy proektuvannia [Chynnyi vid 2007-10-01] (System for ensuring the reliability and safety of construction objects. Loads and influences. Design norms [Effective from 2007-10-01]). K. : Minrehion, 2006. 75 p.
20. DBN V.1.2-14:2018 Systema zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivelnykh obiektiv. Zahalni pryntsypy zabezpechennia nadiinosti ta konstruktyvnoi bezpeky budivel i sporud [Chynnyi vid 2019-01-01] (System for ensuring the reliability and safety of construction objects. General principles of ensuring the reliability and structural safety of buildings and structures [Effective from 2019-01-01]). K. : Minrehion, 2018. 30 p.

Стаття надійшла 25.01.2023

Михайловський Д.В.

МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ПАНЕЛЬНИХ БУДІВЕЛЬ З ПОПЕРЕЧНО-КЛЕЄНОЇ ДЕРЕВИНИ

Будівлі з застосуванням поперечно-клеєної деревини набули широкого розповсюдження за останнє десятиріччя. Досвід проектування та експлуатації таких будівель різноманітного функціонального призначення підтверджує доцільність їх зведення і використання. В цій статті приведено вирішення задачі моделювання та розрахунку панельних будинків з поперечно-клеєної деревини за допомогою методу скінчених елементів із застосуванням приведених механічних характеристик матеріалу. Обґрунтовано можливість моделювання і розрахунку панельних будівель з поперечно-клеєної деревини методом скінчених елементів з застосування плоских скінчених елементів з врахуванням ортотропних властивостей матеріалу за умови використання приведених модулів пружності за запропонованою раніше методикою та коригуванням коефіцієнтів Пуассона, таким чином, щоб зберігалась умова існування в деревини пружного потенціалу. Наведено алгоритм моделювання панельних будівель з поперечно-клеєної деревини за допомогою методу скінчених елементів як системи «грунтова основа – фундамент – надземна конструкція».

Ключові слова: поперечно-клеєна деревина, панельний будинок, розрахункова схема, метод скінчених елементів, напружено-деформований стан, система грунтова основа-фундамент-надземна конструкція.

УДК 624.011
Михайловський Д.В. **Моделювання та розрахунок панельних будівель з поперечно-клеєної деревини** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 164-177.
Табл. 1. Іл. 16. Бібліогр. 20 назв.

UDC 624.011
Mykhailovskyi D.V. **Modeling and calculation of panel buildings made of cross-laminated timber** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 164-177.
Tabl. 1. Fig. 16. Ref. 20.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА МИХАЙЛОВСЬКИЙ Денис Віталійович
Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.
Роб. тел.: +38(044) 241-55-09
Моб.тел.: +38(067) 465-85-49
E-mail: mykhailovskyi.dv@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-3151-8630

UDC 624.04.012.4.044, 519.853

PARAMETRIC OPTIMIZATION OF BAR STRUCTURES WITH DISCRETE AND CONTINUOUS DESIGN VARIABLES USING IMPROVED GRADIENT PROJECTION METHOD

I.D. Peleshko[1],
Candidate of Technical Science, Associate Professor

V.V. Yurchenko[2],
Doctor of Technical Science, Professor

[1]*Lviv Polytechnic National University*
St. Bandery, 12, Lviv, 79013

[2]*Kyiv National University of Construction and Architecture*
Povitroflotskyj av., 31, Kyiv, 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.178-198

The paper considers a parametric optimization problem for the bar structures formulated as nonlinear programming task, where the purpose function and non-linear constraints of the mathematical model are continuously differentiable functions. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the parametric optimization problem. A discretization technique for the design variables that should vary discretely has been proposed. The discretization of the optimal design solution obtained in the continuous space of the design variables is performed by the purposefully selecting discrete points around the point of the continuous optimum. The comparison of the optimization results presented by the paper demonstrates that improved gradient method together with proposed discretization technique for the discrete design variables converges to better solutions comparing to meta-heuristic algorithms.

Keywords: shape optimization, bar structures, nonlinear programming, design code constraints, gradient projection method, optimization software, finite element method.

Introduction. Over the past 50 years, numerical optimization and finite element method have individually made significant advances and have together been developed to make possible the emergence of structural optimization as a potential design tool [4, 6, 21]. In recent years, great efforts have been also devoted to integrate optimization procedures into the CAD facilities. With these new developments, lots of computer packages are now able to solve relatively complicated industrial design problems using different structural optimization techniques [9, 10].

Applied optimum design problems for the bar structures in some cases are formulated as parametric optimization problems, namely as searching problems for unknown structural parameters that provide an extreme value of the specified purpose function in the feasible region defined by the specified constraints [24]. In this case structural optimization performs by variation of the structural parameters when the structural topology, cross-section types and node type connections of the bars, the support conditions of the bar system, as well as loading patterns and load design values are prescribed and constants.

© Peleshko I.D., Yurchenko V.V.

Mathematical model of the parametric optimization problem of the structures includes the set of design variables, the objective function, as well as constraints reflected in general case non-linear interdependences between them [5, 15].

Although many papers are published on the parametric optimization of the structures, the development of a general computer program for the design and optimization of building structures according to specified design codes remains an actual task. Therefore, the main *research goal* is the development of mathematical support and numerical algorithm to solve parametric optimization problems of the building structures with orientation on software implementation in a computer-aided design system.

One of the effective methods to solve parametric optimization problems for building structures is the gradient projection non-linear methods since the purpose function and non-linear constraints of the presented mathematical model are continuously differentiable functions, as well as the search space is smooth. Thus, the method of objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been successfully used for parametric optimization of cross-sectional dimensions for cold-formed steel structural members [1], steel trusses [18], as well as lattice portal frames [23].

When applying gradient projection methods, the search for the optimum point is performed in a continuous space of the design variables only. If a nonlinear programming problem is solved where some (or all) design variables vary discretely (for example, according to a defined set of the possible values), then after obtaining a continuous optimal solution, the question of its discretization arises. That is why, the following *research tasks* are states: to propose a discretization technique for the design variables that vary discretely allowing using the gradient projection methods to parametric optimization problems with mixed (discrete and continuous) design variables; to demonstrate the effectiveness of the proposed discretization technique by comparing obtained optimization, as well as the results presented by the literature and widely used for testing.

Parametric optimization problem formulation for bar structures. Let us consider a parametric optimization problem of a structure consists of the bar members, which can be formulated as presented below: to find optimum values for geometrical parameters of the structure, bar's cross-section sizes and initial pre-stressing forces introduced into the redundant members of the bar system, whose provide the extreme value of the determined optimality criterion and satisfy all load-bearing capacities and stiffness requirements. We assume, that the structural topology, cross-section types and node type connections of the bars, the support conditions of the bar system, as well as loading patterns and load design values are prescribed and constants.

The formulated parametric optimization problem can be stated as a non-linear programming task in the following mathematical terms: to find unknown structural parameters

$$\vec{X} = \{X_i\}^T, \; i = \overline{1, N_X}, \tag{1}$$

providing the least value of the determined objective function:

$$f^* = f\left(\vec{X}^*\right) = \min_{\vec{X} \in \Im_{\mathbb{N}}} f\left(\vec{X}\right), \tag{2}$$

in feasible region (search space) $\Im$ defined by the following system of constraints:

$$\boldsymbol{\varphi}\left(\vec{X}\right) = \left\{\varphi_\eta\left(\vec{X}\right) \le 0 \,|\, \eta = \overline{1, N_{IC}}\right\}, \tag{3}$$

where $\vec{X}$ – vector of the design variables (unknown structural parameters); N_X – total number of the design variables; f, φ_η – continuous functions of the vector argument; $\vec{X}^*$ – optimum solution (the vector of optimum values of the structural parameters); f^* – optimum value of the optimum criterion (objective function); N_{IC} – number of constraints-inequalities $\varphi_\eta\left(\vec{X}\right)$, which define a feasible region in the design space $\Im$.

The vector of the design variables can include as components unknown geometrical parameters of the structure $\vec{X}_G = \left\{X_{G,\alpha}\right\}^T$, $\alpha = \overline{1, N_{X,G}}$, as well as unknown cross-sectional sizes of the structural members $\vec{X}_{CS} = \left\{X_{CS,\beta}\right\}^T$, $\beta = \overline{1, N_{X,CS}}$:

$$\vec{X} = \left\{\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}\right\}^T, \ \iota = \overline{1, N_X}, \tag{4}$$

where $N_{X,CS}$ is the total number of the unknown cross-sectional sizes of the structural members, $N_{X,G}$ is the total number of the unknown parameters of the structural geometry or shape, $N_{X,G} + N_{X,CS} = N_X$.

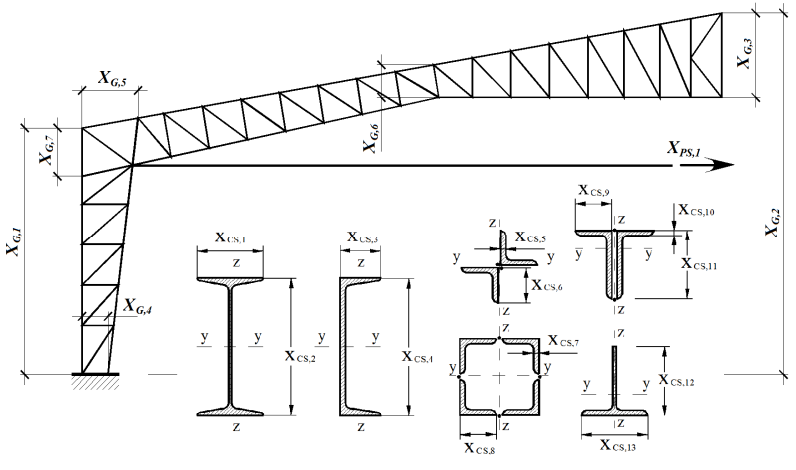


Fig. 1. Unknown parameters of a structure considered as design variables

The specific technical-and-economic index (material weight, material cost,

construction cost etc.) or another determined indicator can be considered as the objective function taking into account the ability to formulate analytical expression of the purpose function depending on the design variables $\vec{X}$. In some cases the material weight of the structure is considered as the objective function Eq. (2) of the optimization problem:

$$M^* = M\left(\vec{X}^*\right) = \min_{\vec{X} \in \Im_N} M\left(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}\right). \quad (5)$$

Load-bearing capacities constraints (strength and stability inequalities) for all design sections of the structural members subjected to all design load case combinations at the ultimate limit state as well as displacements constraints (stiffness inequalities) for the specified nodes of the bar system subjected to all design load case combinations at the serviceability limit state should be included into the system of constraints Eq. (3). Additional requirements, whose describe structural, technological and serviceability particularities of the building structure under consideration, can be also included into the system Eq. (3).

Design internal forces in the bar structural members used in the strength and stability inequalities of the system Eq. (3) are considered as *state variables* depending on design variables $\vec{X}$ and can be calculated from the following linear equations system of the finite element method:

$$\mathbf{K}\left(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}\right) \times \vec{z}_{ULS,k} = \vec{p}_{ULS,k}\left(\vec{X}_G\right), \; k = \overline{1, N_{LCC}^{ULS}}, \quad (6)$$

where $\mathbf{K}\left(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}\right)$ is the stiffness matrix of the finite element model of the bar structure, which should be formed depending on the design variable $\vec{X} = \left(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}\right)^T$ of the optimization problem Eqs. (1) – (3); $\vec{p}_{ULS,k}\left(\vec{X}_G\right)$ is the column-vector of the node's external loads for k^{th} design load case combination corresponded to the ultimate limit state, which should be formed depending on unknown (variable) parameters of the geometrical scheme (shape) $\vec{X}_G$ of the considered bar structures; $\vec{z}_{ULS,k}$ is the result column-vector of the node displacements for k^{th} design load case combination corresponded to the ultimate limit state, $\vec{z}_{ULS,k} = \mathbf{Z}_{\mathbf{FEM},k}^{ULS}\left(\vec{X}_{PS}, \vec{X}_{CS}\right)$; N_{LCC}^{ULS} is the total number of the design ultimate load case combinations. In this way, for each i^{th} design section of j^{th} bar finite element subjected to k^{th} ultimate design load case combination the design internal forces (axial force $N_{ijk}\left(\vec{X}\right)$, bending moments $M_{y,ijk}\left(\vec{X}\right)$, $M_{z,ijk}\left(\vec{X}\right)$ and corresponded shear forces $Q_{z,ijk}\left(\vec{X}\right)$, $Q_{y,ijk}\left(\vec{X}\right)$) can be calculated depending on node displacement column-vector $\vec{z}_{ULS,k}$.

Node displacements of the bar structure used in stiffness inequalities of the system Eq. (3) are also considered as state variables depending on design

variables $\vec{X}$ and can be calculated from the following linear equations system of the finite element method:

$$\mathbf{K}\left(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}\right) \times \vec{z}_{SLS,k} = \vec{p}_{SLS,k}\left(\vec{X}_G\right),\ k = \overline{1, N_{LCC}^{SLS}}, \tag{7}$$

where $\vec{p}_{SLS,k}\left(\vec{X}_G\right)$ is the column-vector of the node's external loads for k^{th} design load case combination corresponded to the serviceability limit state, which should be formed depending on unknown (variable) parameters of the geometrical scheme (shape) $\vec{X}_G$ of the considered bar structures; $\vec{z}_{SLS,k}$ is the result column-vector of the node displacements for k^{th} serviceability design load case combination, $\vec{z}_{SLS,k} = \mathbf{Z}_{\mathbf{FEM},k}^{SLS}\left(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}\right)$; N_{LCC}^{SLS} is the total number of the design serviceability load case combinations. For each m^{th} node of the finite element model subjected to k^{th} serviceability design load case combination the design vertical $\delta_{z,mk}\left(\vec{X}\right)$ and horizontal $\delta_{x,mk}\left(\vec{X}\right)$ displacements can be calculated depending on node displacement column-vector $\vec{z}_{SLS,k}$.

The system of constraints Eq. (3) should cover *strength and stability constraints* formulated for all structural members of the bar structure subjected to all design load case combinations corresponded to the ultimate limit state. In case of parametric optimization of truss structures as particular sub-case of the bar structures the following *normal stresses verifications* should be included in the system of constraints:

$$\frac{N_{t,jk}\left(\vec{X}\right)}{A_j\left(\vec{X}_{CS}\right)\sigma_{t,ult}} - 1 \le 0;\ \forall j = \overline{1, N_B},\ \forall k = \overline{1, N_{LCC}^{ULS}}, \tag{8}$$

$$\frac{N_{c,jk}\left(\vec{X}\right)}{A_j\left(\vec{X}_{CS}\right)\sigma_{c,ult}} - 1 \le 0;\ \forall j = \overline{1, N_B},\ \forall k = \overline{1, N_{LCC}^{ULS}}, \tag{9}$$

where N_B is the total number of the truss structural members; $A_j\left(\vec{X}_{CS}\right)$ is the cross-section area of j^{th} structural member of the truss structure; $\sigma_{t,ult}$ and $\sigma_{c,ult}$ are the allowable tension and compression normal stresses respectively; $N_{t,jk}\left(\vec{X}\right)$ and $N_{c,jk}\left(\vec{X}\right)$ are the tension and compression axial force respectively acting in j^{th} structural member of the truss structure subjected to k^{th} ultimate load case combination calculated from the linear equations system of the finite element method Eq. (6). In case of statically indeterminate truss structure the value of the axial force should be calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure $\vec{X}_G$ and variable cross-sectional dimensions of the structural members $\vec{X}_{CS}$.

The following *flexural and torsional-flexural buckling verifications* should be included in the system of constraints Eq. (3) formulated for all structural members of the truss structure subjected to all ultimate load case combination, namely:

$$\frac{N_{c,jk}\left(\vec{X}\right)}{\varphi_{y,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)A_j\left(\vec{X}_{CS}\right)\sigma_{c,ult}}-1\le 0\,;\ \forall j=\overline{1,N_B}\,,\ \forall k=\overline{1,N_{LCC}^{ULS}}\,, \tag{10}$$

$$\frac{N_{c,jk}\left(\vec{X}\right)}{\varphi_{z,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)A_j\left(\vec{X}_{CS}\right)\sigma_{c,ult}}-1\le 0\,;\ \forall j=\overline{1,N_B}\,,\ \forall k=\overline{1,N_{LCC}^{ULS}}\,, \tag{11}$$

$$\frac{N_{c,jk}\left(\vec{X}\right)}{\varphi_{c,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)A_j\left(\vec{X}_{CS}\right)\sigma_{c,ult}}-1\le 0\,;\ \forall j=\overline{1,N_B}\,,\ \forall k=\overline{1,N_{LCC}^{ULS}}\,, \tag{12}$$

where $\varphi_{y,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)$ and $\varphi_{z,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)$ are column's stability factors corresponded to flexural buckling relative to main axes of inertia and calculated according to the specified design code depending on the design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$, cross-section type and cross-section geometrical properties for the j^{th} structural member; $\varphi_{c,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)$ is the column's stability factor corresponded to torsional-flexural buckling and calculated according to the specified design code depending on the design lengths $l_{ef,y,j}\left(\vec{X}_G\right)$, $l_{ef,z,j}\left(\vec{X}_G\right)$, $l_{ef,T,j}\left(\vec{X}_G\right)$, cross-section type and cross-section geometrical properties for j^{th} structural member. The flexural buckling factors $\varphi_{y,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)$ and $\varphi_{z,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)$, as well as torsional-flexural buckling factor $\varphi_{c,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)$ should be calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure $\vec{X}_G$ and variable cross-sectional dimensions of the structural members $\vec{X}_{CS}$.

In some cases the system of stability constraints Eqs. (10) – (12) can be simplified by considering the flexural Euler's buckling verifications only. The following flexural Euler's buckling verifications can be included in the system of constraints Eq. (3) formulated for all structural members of the truss structure subjected to all ultimate load case combinations, namely:

$$\frac{N_{c,jk}\left(\vec{X}\right)}{A_j\left(\vec{X}_{CS}\right)\sigma_{cr,\min,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)}-1\le 0\,;\ \forall j=\overline{1,N_B}\,,\ \forall k=\overline{1,N_{LCC}^{ULS}}\,, \tag{13}$$

where $\sigma_{cr,\min,j}$ is the minimum Euler's buckling critical stresses calculated as presented below:

$$\sigma_{cr,\min,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)=\min\left\{\sigma_{cr,y,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right),\ \sigma_{cr,z,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)\right\}, \tag{14}$$

$$\sigma_{cr,z,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)=\frac{\pi^2 E\cdot i_{y,j}^2\left(\vec{X}_{CS}\right)}{l_{ef,y,j}^2\left(\vec{X}_G\right)}, \tag{15}$$

$$\sigma_{cr,z,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)=\frac{\pi^2 E\cdot i_{z,j}^2\left(\vec{X}_{CS}\right)}{l_{ef,z,j}^2\left(\vec{X}_G\right)}, \tag{16}$$

where E is the modulus of material elasticity; $i_{y,j}\left(\vec{X}_{CS}\right)$ and $i_{z,j}\left(\vec{X}_{CS}\right)$ are the radiuses of inertia in the main planes of inertia calculated depending on the variable cross-sectional dimensions of the structural members $\vec{X}_{CS}$.

In case of equal design lengths in the main planes of inertia $l_{ef,j}\left(\vec{X}_G\right)=l_{ef,y,j}\left(\vec{X}_G\right)=l_{ef,z,j}\left(\vec{X}_G\right)$, the minimum Euler's buckling critical stresses can be determined by the following equation:

$$\sigma_{cr,\min,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)=\frac{\pi^2 E\cdot i_{\min,j}^2\left(\vec{X}_{CS}\right)}{l_{ef,j}^2\left(\vec{X}_G\right)}, \tag{17}$$

where $i_{\min,j}\left(\vec{X}_{CS}\right)$ is the minimum radius of inertia calculated depending on the variable cross-sectional dimensions of the structural members $\vec{X}_{CS}$. Taking into account Eq. (17) the Euler's buckling constraint-inequality Eq. (13) can be rewritten as follow:

$$\frac{N_{c,jk}\left(\vec{X}\right)l_{ef,j}^2\left(\vec{X}_G\right)}{\pi^2 E\cdot A_j\left(\vec{X}_{CS}\right)i_{\min,j}^2\left(\vec{X}_{CS}\right)}-1\le 0 \tag{18}$$

or

$$\frac{N_{c,jk}\left(\vec{X}\right)}{\kappa E}\cdot\frac{l_{ef,j}^2\left(\vec{X}_G\right)}{A_j^2\left(\vec{X}_{CS}\right)}-1\le 0, \tag{19}$$

where κ is the factor determined depending on the cross-sectional type.

The system of constraints Eq. (3) should also cover the *displacements constraints* (stiffness inequalities) for the specified nodes of the truss structure subjected to all design load case combinations at the serviceability limit state. The following horizontal and vertical displacements constraints should be included into the system of constraints Eq. (3) formulated for nodes of the truss structure subjected to all serviceability load case combination, namely:

$$\frac{\delta_{x,mk}\left(\vec{X}\right)}{\delta_{ux,m}}-1\le 0;\ \forall m=\overline{1,N_N};\ \forall k=\overline{1,N_{LCC}^{SLS}}, \tag{20}$$

$$\frac{\delta_{z,mk}\left(\vec{X}\right)}{\delta_{uz,m}}-1\le 0;\ \forall m=\overline{1,N_N};\ \forall k=\overline{1,N_{LCC}^{SLS}}, \tag{21}$$

where $\delta_{x,mk}\left(\vec{X}\right)$ and $\delta_{z,mk}\left(\vec{X}\right)$ are the horizontal and vertical displacements respectively for m^{th} node of the truss structure subjected to k^{th} serviceability load case combination calculated from the linear equations system of the finite element method Eq. (7); $\delta_{ux,m}$ and $\delta_{uz,m}$ are the allowable horizontal and vertical displacements for m^{th} structural node; N_N is the total node number in structure.

Additional requirements describing structural, technological and serviceability particularities of the considered structure can be also included into the system Eq. (3). In particular these requirements can be presented in the form of constraints on lower and upper bound values for the design variables, namely:

$$1-\frac{X_\iota}{X_\iota^L}\le 0\ ;\ \forall \iota=\overline{1,N_X}\ , \tag{22}$$

$$\frac{X_\iota}{X_\iota^U}-1\le 0\ ;\ \forall \iota=\overline{1,N_X}\ , \tag{23}$$

where X_ι^L and X_ι^U are the lower and upper bounds for the ι^{th} design variable X_ι.

Parametric optimization algorithm based on the gradient projection method. The parametric optimization problem stated as non-linear programming task by Eq. (4), Eq. (5), Eq. (8), Eq. (9), Eqs. (10) – (12) or Eq. (19), Eqs. (20) – (23) can be successfully solved using gradient projection non-linear methods since the purpose function and non-linear constraints of the presented mathematical model are continuously differentiable functions, as well as the search space is smooth. The method of *objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations* ensures effective searching for solution of the non-linear programming tasks [19]. The gradient projection method operates with the first derivatives or gradients only of both the objective function Eq. (5) and constraints Eq. (8), Eq. (9), Eqs. (10) – (12) or Eq. (19), Eqs. (20) – (23). The method is based on the iterative construction of such sequence Eq. (24) of the approximations of the design variables $\vec{X}=\left\{X_\iota\right\}^T$, $\iota=\overline{1,N_X}$, that provides the convergence to the optimum solution (optimum values of the structural parameters) [22]:

$$\vec{X}_{t+1}=\vec{X}_t+\Delta\vec{X}_t\ , \tag{24}$$

where $\vec{X}_t=\left\{X_\iota\right\}^T$, $\iota=\overline{1,N_X}$ is the current approximation to the optimum solution $\vec{X}^*$ that satisfies constraints-inequalities Eq. (8), Eq. (9), Eqs. (10) – (12) or Eq. (19), Eqs. (20) – (23) with the extreme value of the objective function Eq. (5); $\Delta\vec{X}_t=\left\{\Delta X_\iota\right\}^T$, $\iota=\overline{1,N_X}$, is the increment vector for the current values of the design variables $\vec{X}_t$; t is the iteration's index.

Let present the following numerical algorithm to solve the parametric

optimization problem for truss structures formulated above.

Step 1. Describing an initial design (a set of design variables) and initial data for structural optimization.

The design variable vector $\vec{X}_k = \left(\vec{X}_G,\ \vec{X}_{CS}\right)_k^T$ has been specified, where k is the iteration index, $k = 0$. The structural topology, cross-section types and node type connections of the bars, the support conditions of the bar system, as well as loading patterns, load case combinations and load design values are prescribed and constants.

Initial data for optimization of the considered steel structure are design strength for steel member (allowable stresses taken into account safety factors), factors to define flexural design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$ for all column structural members; allowable values for horizontal and vertical displacements $\delta_{ux,l}$ and $\delta_{uz,l}$ of the specified nodes of the considered steel structure; lower $\vec{X}^L$ and upper $\vec{X}^U$ bounds for the design variables; as well as specified objective function $f(\vec{X}_k)$.

Step 2. Calculation of the geometrical and design lengths for all structural members.

The geometrical lengths l_j of all structural members are calculated based on the node coordinates of the considered steel structure. The latter depend on the unknown (variable) geometrical parameters of the structure $\vec{X}_G$. The design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$ of all column structural members are calculated using calculated geometrical lengths l_j and initial data relating to the design length factors. The latter are constant during the iteration process presented below. Variation of the geometrical lengths l_j and corresponded design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$ on the further iterations has been performed based on the current values of the variable (unknown) parameters $\vec{X}_G$ of the geometrical scheme.

Step 3. Calculation of the cross-section dimensions and geometrical properties for all design cross-sections.

Geometrical properties of the design cross-sections (areas, moments of inertia, elastic section moments, radiuses of inertia, etc.) have been calculated depending on the current values of the unknown (variable) cross-section dimensions $\vec{X}_{CS}$.

Step 4. Linear structural analysis of the considered truss structure.

For each m^{th} node of the finite element model subjected to k^{th} serviceability load case combination the displacements and rotations, as well as the design horizontal $\delta_{x,mk}\left(\vec{X}\right)$ and vertical $\delta_{z,lk}\left(\vec{X}\right)$ displacements can be calculated using the linear equations system of the finite element method presented by Eq. (7).

For each i^{th} design section of j^{th} structural member subjected to k^{th} ultimate load case combination the design internal forces can be calculated using the linear equations system of the finite element method presented by Eq. (6).

Step 5. Calculation of the state variables (normal stresses, buckling factors or buckling stresses etc.).

The value of the normal $\sigma_{x,ijk}\left(\vec{X}\right)$ stresses at the specified cross-section point has been calculated depending on the axial force acting in i^{th} design section of j^{th} structural member subjected to k^{th} ultimate load case combination as presented by the design code.

The flexural buckling factors $\varphi_{y,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)$, $\varphi_{z,j}\left(\vec{X}_G,\vec{X}_{CS}\right)$ have been calculated depending on the corresponded design lengths, cross-section type and cross-section geometrical properties for the structural members according to the considered design code.

Step 6. Verifications of the constraints and construction the set of active constraints numbers $\mathbf{A}$.

Verification the constraints Eq. (8), Eq. (9), Eqs. (10) – (12) or Eq. (19) has been performed for all ultimate load case combinations and all design cross-sections of all structural members. Verification the constraints Eqs. (20) – (21) have been also conducted for all serviceability load case combinations and all design structural nodes. Additional requirements Eqs. (22) – (23) on the lower and upper bounds for the design variables have been also verified.

Step 7. Calculation the increment vector for the current design variables and determination the improved approximation to the optimum solution. The increment vector $\Delta\vec{X}_k$ for the current design variables values $\vec{X}_k$ has been calculated according to resolving equations of the method of *objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations* described by the paper [17]. The improved approximation $\vec{X}_{k+1}$ to the optimum solution has been determined according to Eq. (24).

Step 8. Stop criteria verification of iterative searching for the optimum solution. If all constraints are satisfied with appropriate accuracy, as well as one of the stop criteria described by the paper [17] is also satisfied, then transition to the step 9 has been performed. In contrary case return to the step 1 has been conducted with $k \leftarrow k+1$.

Step 9. Discretization the optimum solution $\vec{X}_k$ obtained in the continuum space of the design variables.

Step 10. Optimum parameters of the truss structure is $\vec{X}_k$ with the optimum value of the objective function $f(\vec{X}_k)$.

Discretization technique for the design variables that vary discretely. When moving along the direction of searching for the optimum point, hitting

to the nodes of a discrete grid is associated with significant complications of the optimization algorithm and may lead to deterioration of the optimization process convergence. Therefore, when applying gradient methods, the search for the optimum point is performed in a continuous space of the design variables only. If a nonlinear programming problem is solved where some (or all) design variables vary discretely (for example, according to a defined set of the possible values), then after obtaining a continuous optimal solution, the question of its discretization arises. The discretization of the optimal design solution obtained in the continuous space of the design variables can be performed by purposefully selecting discrete points around the point of the continuous optimum.

Step 1. Let $\vec{X}^*$ is the optimum structural design obtained in the continuous space of the design variables, moreover the design variable set covers as continuous design variables $\vec{X}^*_C = \left\{ X^*_{C,\chi} \right\}^T$, $\chi = \overline{1, N_{XC}}$, (for example, variable parameters of the geometrical scheme of the truss structure), as well as design variables which should vary discretely $\vec{X}^*_D = \left\{ X^*_{D,\delta} \right\}^T$, $\delta = \overline{1, N_{XD}}$ (for example, variable size of the cross-section sizes of the structural members): $\vec{X}^* = \left\{ \vec{X}^*_C, \vec{X}^*_D \right\}$, where N_{XC} is the total number of the continuous design variables; N_{XD} is the total number of the design variables which should vary discretely.

Step 2. For each design variable X^*_i, $X^*_i \in \vec{X}^*_D$, two neighbor values can be specified from the predefined set of the possible discrete values: $X^{*L}_{i,D} < X^*_i$ and $X^*_i > X^{*U}_{i,D}$, where $X^{*L}_{i,D}$ is the neighbor value on the left (lower) and $X^{*U}_{i,D}$ is the neighbor value on the right (upper).

Step 3. Among all design variables $\vec{X}^*_D = \left\{ X^*_{D,\delta} \right\}^T$, $\delta = \overline{1, N_{XD}}$, which should vary discretely, the one X^*_p, $X^*_p \in \vec{X}^*_D$, with the largest length of the purpose function gradient is selected:

$$\ell_{\nabla,p} = \max \left\{ \frac{\partial f}{\partial X^*_{D,\delta}} \right\}, \ \forall \delta = \overline{1, N_{XD}}; \tag{25}$$

and further discretized at the level of neighbor lower discrete value: $X^*_p \leftarrow X^{*L}_{p,D}$. The design variables vector should be truncated accordingly: $\vec{X}^* \leftarrow \vec{X}^* - \left\{ X^*_p \right\}$. Total number N_{XD} of the design variables which should vary discretely is decreased respectively: $N_{XD} \leftarrow N_{XD} - 1$.

Step 4. Searching for the optimum point with truncated design variable vector $\vec{X}^*$ is performed. If at the same time (when $X^*_p \leftarrow X^{*L}_{p,D}$) the optimum solution does not exist, then the discretization of such variable should be

performed at the level of neighbor upper discrete value ($X_p^* \leftarrow X_{p,D}^{*U}$) with the further searching for the optimum point.

Third and fourth steps are carried out until the design variables which should vary discretely $\vec{X}_D^* = \left\{ X_{D,\delta}^* \right\}^T$, $\delta = \overline{1, N_{XD}}$, will be fully discretized, namely while $N_{XD} > 0$.

Geometry and cross-sectional optimization of a 18-bar cantilever truss. A parametric optimization methodology presented above has been realized in software OptCAD [18, 23]. This software provides solutions to a wide range of problems, namely: (i) linear static analysis of bar structures; (ii) verification of the load-bearing capacity of the structural members according to the specified design code; (iii) searching for values of the structural parameters when structure complies with design code requirements and designer's criterions; (iv) parametric optimization of the steel bar structures by the determined criterion.

In order to estimate an efficiency of the new methods, techniques or algorithms, a comparison with alternative methods or algorithms presented by other authors using different optimization techniques should be performed. Criteria to implement such comparison are described, e.g. by Haug & Arora [13] and Crowder et al. [3]. Many of these criteria, such as robustness, amount of functions calculations, requirements to the computer memory, numbers of iterations etc. cannot be used due to lack of corresponded information in the technical literature. Therefore, an efficiency estimation of the proposed methodology for solving parametric optimization problems presented above will be based on the comparison of the optimization results obtained using the proposed numerical algorithm, as well as of the results presented by the literature and widely used for testing. The initial data and mathematical models of the parametric optimization problems considered below were assumed as the same as described in the literature.

Figure 2 shows a 18-bar cantilever truss designed for the vertical loads P = 20 kips = 88.9644 kN (only one design load case combination). Initial data for truss optimum design are: material density ρ = 0.1 lb/inch^3 = 27.8014 ton/m^3, coefficient of elasticity $E = 10^4$ ksi = 6894.76 kN/cm^2. The allowable displacements in the horizontal and vertical direction for all nodes are limited by $\delta_{ux} = \delta_{uz} = \pm 10$ inch = ±254 mm. The absolute value of the allowable normal stresses in tension and compression are $\sigma_{t,ult} = \sigma_{c,ult}$ = 20 ksi = 137.895 N/mm^2.

The geometry and cross-sectional optimization problem for 18-bar cantilever truss has been formulated as searching for optimum values of the coordinates for all nodes of the truss lower chord, as well as for optimum values of the cross sectional areas for all truss members. Variable unknown cross-sectional areas $\vec{X}_{CS} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, as well as unknown horizontal and vertical coordinates for all truss lower chord nodes $\vec{X}_G = \{x_3, z_3, x_5, z_5, x_7, z_7, x_9, z_9\}$, were considered as design variables Eq. (4). Table 1 presents the

lower and upper bounds for the design variable and member grouping for the variable cross-section areas.

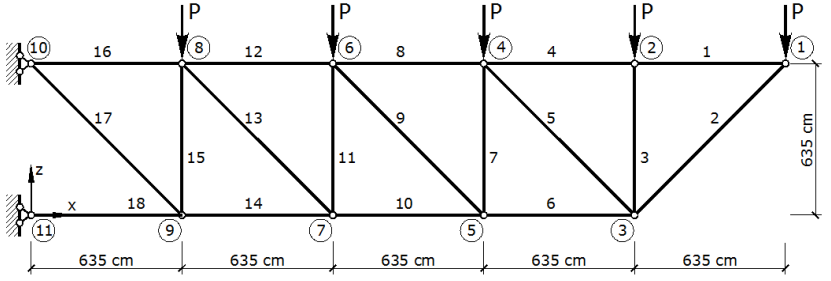


Fig. 2. Design scheme of the 18-bar cantilever truss (with specified numbers of nodes and numbers of bars)

Table 1

The lower and upper bounds for the design variable and member grouping for the variable cross-section areas of the 18-bar cantilever truss problem

Design variable		Unit	Lower bound	Upper bound	Truss member's number	Type of design variable
$\vec{X}_{CS}$	A_1	cm^2	12.9032	140.3223	1,4,8,12,16	discrete with step 1.6129 cm^2
	A_2	cm^2	12.9032	140.3223	2,6,10,14,18	discrete with step 1.6129 cm^2
	A_3	cm^2	12.9032	140.3223	3,7,11,15	discrete with step 1.6129 cm^2
	A_4	cm^2	12.9032	140.3223	5,9,13,17	discrete with step 1.6129 cm^2
$\vec{X}_G$	x_3	cm	1968.5	3111.5	–	continuous
	z_3	cm	–571.5	622.3	–	continuous
	x_5	cm	1333.5	2476.5	–	continuous
	z_5	cm	–571.5	622.3	–	continuous
	x_7	cm	698.5	1841.5	–	continuous
	z_7	cm	571.5	622.3	–	continuous
	x_9	cm	63.5	1206.5	–	continuous
	z_9	cm	571.5	622.3	–	continuous

The optimum values of the design variables are presented by Table 2 (see column 2). It should be noted that searching for the optimum point has been firstly realized in the continuous design space.

The optimum continuous values for coordinates of the truss lower chord are presented by Fig. 3. The optimum structural weight for the considered 18-bar cantilever truss is 2043.852 kg. There are 10 active constraints in the optimum point, namely the flexural Euler's buckling verification Eq. (19) for 2^{nd}, 6^{th}, 7^{th},

10^{th}, 11^{th}, 14^{th}, 15^{th} and 18^{th} truss members (see Fig. 2), as well as tension stress verifications Eq. (8) for 16^{th} and 17^{th} truss members.

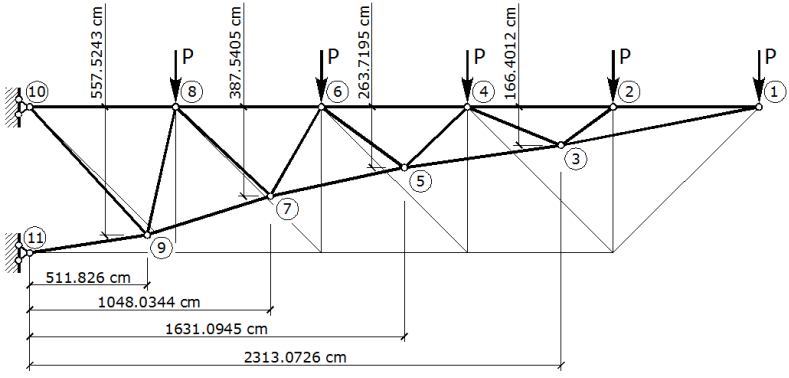


Fig. 3. Optimum coordinates values for all nodes of the 18-bar cantilever truss lower chord

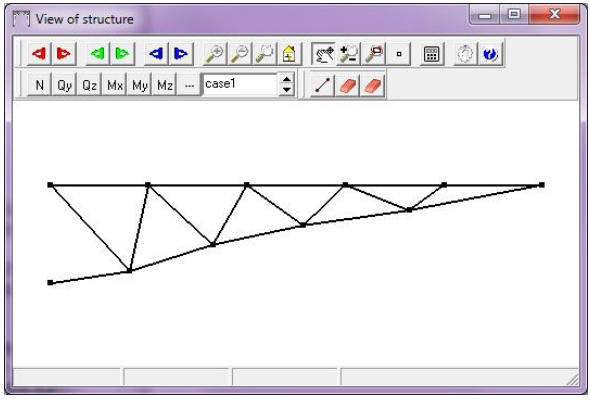


Fig. 4. Optimum truss layout for 18-bar cantilever truss (OptCAD screenshot)

The variable cross-sectional areas of the truss members have been further discretized based on the proposed discretization technique presented above. At *the first step* the purpose function gradient relative to the variable cross-section areas of the truss structural members was {0.710440, 1.031737, 0.157964, 0.143727}, where the component corresponded to the variable A_2 had the maximum value. That is why, the variable A_2 has been discretized firstly at the level of neighbor value on the left (lower) $A_2 = 114.5159$ cm^2. Than searching for the optimum point in the design space of the variable cross-sectional areas of the truss structural members $\{A_1, A_3, A_4\}$, as well as variable parameters of the truss geometry $\{x_3, z_3, x_5, z_5, x_7, z_7, x_9, z_9\}$ has been performed. As a result the optimum truss design with structural weight 2043.905 kg has been obtained (see 3^{rd} column of Table 2).

Table 2

Optimum truss solution in continuous design space, as well as mixed design space

Design variable	Optimum solution in continuous space	Optimum solution in the mixed design space			
		Step 1	Step 2	Step 3	Step 4
1	2	3	4	5	6
A_1, cm^2	80.59012	80.58439	**80.645**	**80.645**	**80.645**
A_2, cm^2	114.95256	**114.5159**	**114.5159**	**114.5159**	**114.5159**
A_3, cm^2	34.11417	34.68031	34.70766	**35.4838**	**35.4838**
A_4, cm^2	23.86916	23.94215	23.84594	23.84583	**24.1935**
x_3, cm	2315.42400	2313.12283	2312.99463	2313.27053	2311.89259
z_3, cm	471.46299	468.63030	468.55013	468.72269	467.85908
x_5, cm	1634.69376	1631.16983	1630.97784	1630.06180	1628.59515
z_5, cm	374.30071	371.29859	371.25254	371.24689	369.69831
x_7, cm	1051.21702	1048.09826	1047.93536	1046.4583	1045.74314
z_7, cm	249.80907	247.41659	247.52573	247.72279	250.77424
x_9, cm	513.70153	511.86057	511.77234	511.77234	511.77235
z_9, cm	78.10165	77.32506	77.70894	77.70894	77.70894
Weight, kg	**2043.85212**	**2043.90517**	**2043.90744**	**2047.48540**	**2049.60990**
Count of active constraints	10	11	12	11	11
The maximum constraint violation	2.073×10^{-9}	1.039×10^{-8}	1.980×10^{-6}	5.372×10^{-10}	3.753×10^{-14}

At *the second step* the purpose function gradient relative to the variable cross-section areas of the truss structural members was {0.708205, 0.161196, 0.146550}, where the component corresponded to the variable A_1 had the maximum value. That is why, the variable A_1 has been discretized secondly at the level of nearest discrete value $A_1 = 80.645$ cm^2. Than searching for the optimum point in the design space of the variable cross-sectional areas of the truss structural members $\{A_3, A_4\}$, as well as variable parameters of the truss geometry $\{x_3, z_3, x_5, z_5, x_7, z_7, x_9, z_9\}$ has been performed. As a result the optimum truss design with structural weight 2043.907 kg has been obtained (see 4th column of Table 2).

At *the third step* the purpose function gradient relative to the variable cross-section areas of the truss structural members was {0.161319, 0.145911}, where the component corresponded to the variable A_3 had the maximum value. That is why, the variable A_3 has been further discretized at the level of nearest discrete value $A_3 = 35.4838$ cm^2. Than searching for the optimum point in the design space of the variable cross-sectional area of the truss structural members $\{A_4\}$, as well as variable parameters of the truss geometry $\{x_3, z_3, x_5, z_5, x_7, z_7, x_9, z_9\}$ has been performed. As a result the optimum truss design with

structural weight 2047.485 kg has been obtained (see 5th column of Table 2).

Finally, *at the fourth step* the variable A_4 has been further discretized at the level of nearest discrete value $A_4 = 24.1935$ cm^2. Than searching for the optimum point in the design space of variable parameters of the truss geometry only $\{x_3, z_3, x_5, z_5, x_7, z_7, x_9, z_9\}$ has been performed.

Table 3

Optimization results for the 18-bar cantilever truss problem

Design variable	Rajeev & Krishna-moorthy [20]	Gholizadeh [8]		Cheng et al. [2]	Farqad et al. [7]	This study
	GA	PSO	SCPSO	TLBO	ABC	GPM
A_1, cm^2	80.645	77.4192	77.4192	80.6450	80.6450	80.6450
A_2, cm^2	104.8385	119.3546	111.2901	116.1290	114.5159	114.5159
A_3, cm^2	51.6128	33.8709	40.3225	33.8709	37.0967	35.4838
A_4, cm^2	25.8064	29.0322	30.6451	24.1935	24.1935	24.1935
x_3, cm	2265.426	2296.111	2293.402	2322.8910	2319.013	2311.893
z_3, cm	369.062	471.883	443.789	479.5342	466.5487	467.8591
x_5, cm	1550.924	1638.089	1607.091	1644.2715	1632.4943	1628.595
z_5, cm	300.228	368.222	358.891	380.1948	365.4859	369.6983
x_7, cm	978.916	1087.678	1034.116	1058.7507	1045.697	1045.743
z_7, cm	184.15	255.428	218.270	257.3833	246.7550	250.7742
x_9, cm	468.376	532.236	502.087	518.5791	510.3081	511.7724
z_9, cm	59.436	61.912	50.316	80.4215	76.7564	77.7089
Weight, kg	**2094.145**	**2090.608**	**2068.894**	**2053.280**	**2057.98**	**2049.61**
A_1, cm^2	80.6450	83.8708	79.0321	79.0321	80.6450	80.6450
A_2, cm^2	117.7417	117.742	117.7417	117.7417	116.1290	114.5159
A_3, cm^2	35.4838	35.4838	30.6451	30.6451	33.8709	35.4838
A_4, cm^2	24.1935	19.3548	27.4193	27.4193	24.1935	24.1935
x_3, cm	2369.82	2319.02	2328.926	2338.862	2324.5920	2311.893
z_3, cm	477.52	462.28	487.6063	434.1165	478.6536	467.8591
x_5, cm	1671.32	1645.92	1661.729	1621.885	1645.1308	1628.595
z_5, cm	375.92	386.08	396.494	355.270	378.2959	369.6983
x_7, cm	1071.88	1059.18	1075.69	1039.917	1058.3781	1045.743
z_7, cm	254	261.62	260.5303	233.106	255.5695	250.7742
x_9, cm	520.7	518.16	527.0983	504.889	517.7244	511.7724
z_9, cm	81.28	99.06	72.5907	74.940	79.5078	77.7089
Weight, kg	**2074.859**	**2062.89**	**2058.750**	**2065.259**	**2053.798**	**2049.61**

As a result the optimum truss design with structural weight 2049.61 kg has been obtained (see 6th column of Table 2).

The considered geometry and cross-sectional optimization problem for 18-bar cantilever truss has been also solved in the papers [2, 7, 8, 11, 12, 14, 16, 20] using the different optimization methods and calculation techniques such

as genetic algorithm (GA), improved genetic algorithm (IGA), Jaya algorithm (JA), group search optimization (GSO), particle swarm optimization (PSO), sequential cellular particle swarm optimization (SCPSO) as well as force method and genetic algorithm (FMGA) and teaching learning-based optimization (TLBO). Table 3 presents the results of the performed optimization for the 18-bar cantilever truss. As you can see, the optimum truss design obtained using the gradient projection method is better than the cited references [2, 7, 8, 11, 12, 14, 16, 20].

Conclusion. The results of the presented study can be formulated as follow:

1. The paper considers geometry and cross-sectional sizes optimization problems for the truss structures formulated as nonlinear programming task with discrete and continuous design variables.

2. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the presented parametric optimization problem in the continuous design space.

3. A discretization technique for the design variables that vary discretely has been proposed for parametric optimization problems stated as non-linear programming task where the purpose function and non-linear constraints of the mathematical model are continuously differentiable functions. The discretization of the optimal design solution obtained in the continuous space of the design variables is performed by the purposefully selecting discrete points around the point of the continuous optimum.

4. The comparison of the optimization results presented by the paper demonstrates that improved gradient method together with proposed discretization technique for the discrete design variables converges to better solutions comparing to metaheuristic algorithms (such as genetic algorithms, improved genetic algorithms, Jaya algorithm, group search optimization, particle swarm optimization, sequential cellular particle swarm optimization as well as force method and genetic algorithm and teaching learning-based optimization).

REFERENCES

1. *Bilyk S.I., Yurchenko V. V.* Size optimization of single edge folds for cold-formed structural members // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – p. 73-86. doi: 10.32347/2410-2547.2020.105.73-86
2. *Cheng W., Liu F., Li L. J.* Size and geometry optimization of trusses using teaching learning-based optimization // International Journal of Optimization in Civil Engineering. – 2013. – Vol. 3(3). – p. 431–444.
3. *Crowder N. P., Denbo R. S., Mulvey J. M.* Reporting computational experiments in mathematical programming // Mathematical Programming. – Vol. 15, 1978. – p. 316–329.
4. *Dede T., Ayvaz Y.* Combined size and shape optimization of structures with a new meta-heuristic algorithm // Applied Soft Computing. – 2015. – Vol. 28. – p. 250–258. doi: 10.1016/j.asoc.2014.12.007.
5. *Dede T.* Jaya algorithm to solve single objective size optimization problem for steel grillage structures // Steel and Composite Structures. – 2018. – 26(2). p. 163–170. doi: 10.12989/scs.2018.26.2.163.

6. *Degertekin S. O., Lamberti L., Ugur I. B.* Sizing, layout and topology design optimization of truss structures using the Jaya algorithm // Applied Soft Computing. – 2018. – Vol. 70. – p. 903–928, 2018. doi: 10.1016/j.asoc.2017.10.001.
7. *Farqad K. J. Jawad, Celal Ozturk, Wang Dansheng, Mohammed Mahmood, Osama Al-Azzawi, Anas Al-Jemely*. Sizing and layout optimization of truss structures with artificial bee colony algorithm // Structures. – 2021. – Vol. 30. – p. 546-559. doi: 10.1016/j.istruc.2021.01.016
8. *Gholizadeh S.* Layout optimization of truss structures by hybridizing cellular automata and particle swarm optimization // Computers and Structures. – 2013. – Vol. 125. – p. 86-99. doi: 10.1016/j.compstruc.2013.04.024.
9. *Grzywinski M., Dede T., Özdemir Y. I.* Optimization of the braced dome structures iy using Jaya algorithm with frequency constraints // Steel and Composite Structures. – 2019. – Vol. 30(1). – p. 47–55. doi: 10.12989/scs.2019.30.1.047.
10. *Grzywinski M, Selejdak J., Dede T.* Shape and size optimization of trusses with dynamic constraints using a metaheuristic algorithm // Steel and Composite Structures. – 2019. – Vol. 33(5). – p. 747–753. doi: 10.12989/scs.2019.33.5.747.
11. *Grzywiński M.* Size and shape design optimization of truss structures using the jaya algorithm // Computer Assisted Method in Engineering and Science. – 2020. – Vol. 27(2–3). – p. 177–184. doi: 10.24423/cames.282
12. *Hasanqehi O., Erbatur F.* Layout optimization of trusses using improved GA methodologies // ACTA Mechanica. – 2001. – Vol. 146(1). – p. 87-107.
13. *Haug E. J., Arora J. S.* Applied optimal design: mechanical and structural systems. – John Wiley & Sons, 1979. – 520 p.
14. *Kaveh A., Kalatjari V.* Size/geometry optimization of trusses by the force method and genetic algorithm // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 2004. – Vol. 84(5). – p. 347–357. doi: 10.1002/zamm.200310106.
15. *Kaveh A., Bijari Sh.* Simultaneous analysis and optimal design of truss structures via displacement method // Scientia Iranica. Transactions A: Civil Engineering. – 2020. – Vol. 27(3). – p. 1176 – 1186. doi: 10.24200/sci.2019.51563.2253
16. *Li L. J., Liu F.* Group search optimization for applications in structural design. – Springer Berlin Heidelberg, 1st ed., Heidelberg, German, 2011.
17. *Peleshko I. D., Yurchenko V. V.* Parametric Optimization of Metallic Rod Constructions with using the Modified Method of Gradient Projection // International Applied Mechanics. – 2021. – Vol. 57, No. 4. – P. 78–95. doi: 10.1007/S10778-021-01096-0
18. *Peleshko I., Yurchenko V.* Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 192-220. doi: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220
19. *Peleshko I., Yurchenko V.* An improved gradient-based method to solve parametric optimisation problems of the bar structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 104. – P. 265-288. doi: 10.32347/2410-2547.2020.104.265-288
20. *Rajeev S., Krishnamoorhty C. S.* Genetic algorithms based methodologies for design optimization of trusses // Structural Engineering. – 1997. – Vol. 123(3). – p. 350-358.
21. *Rao R.V.* Jaya: A simple and new optimization algorithm for solving constrained and unconstrained optimization problems // International Journal of Industrial Engineering Computations. – 2016. – Vol. 7(1). – p. 19–34. doi: 10.5267/j.ijiec.2015.8.004.
22. *Yurchenko V., Peleshko I.* Improved gradient projection method for parametric optimisation of bar structures // Magazine of Civil Engineering. 2020. 98(6). Article No. 9812. doi: 10.18720/MCE.98.12
23. *Yurchenko V., Peleshko I.* Parametric optimization of steel lattice portal frame with CHS structural members // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74
24. Wang D., Zhang W. H., Jiang J. S. Combined shape and sizing optimization of truss structures // Computational Mechanics. – 2002. – Vol. 29(4–5). – p. 307–312. doi: 10.1007/s00466-002-0343-x.

Стаття надійшла 21.05.2023

Пелешко І. Д., Юрченко В. В.

ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ СТЕРЖНЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА НАЯВНОСТІ ДИСКРЕТНИХ ТА НЕПЕРЕРВНИХ ЗМІННИХ ПРОЄКТУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОКРАЩЕНОГО МЕТОДУ ПРОЄКЦІЇ ГРАДІЄНТА

У статті розглядається задача параметричної оптимізації стержневих конструкцій, сформульована як задача нелінійного програмування, у якій функція мети та нелінійні обмеження математичної моделі є неперервно диференційованими функціями змінних проєктування. Для розв'язку сформульованої задачі оптимізації використовується метод проекції градієнта функції мети на поверхню активних обмежень з одночасною ліквідацією нев'язок у порушених обмеженнях. Запропонована методика дискретизації змінних проєктування, які повинні варіювати дискретно. Дискретизація оптимального розв'язку, отриманого у неперервному просторі змінних проєктування, виконується за допомогою цілеспрямованого відбору дискретних точок в околі точки неперервного оптимуму. У статті представлено порівняння результатів оптимізаційних розрахунків, яке засвідчило, що покращений метод проєкції градієнта разом із запропонованою методикою дискретизації змінних проєктування, що повинні варіювати дискретно, забезпечує збіжність до кращого розв'язку задачі порівняно до мета-евристичних алгоритмів.

Ключові слова: оптимізація форми, стержневі конструкції, нелінійне програмування, нормативні обмеження, метод проекції градієнта, програмне забезпечення, метод скінченних елементів.

Peleshko I.D., Yurchenko V.V.

PARAMETRIC OPTIMIZATION OF BAR STRUCTURES WITH DISCRETE AND CONTINUOUS DESIGN VARIABLES USING IMPROVED GRADIENT PROJECTION METHOD

The paper considers a parametric optimization problem for the bar structures formulated as nonlinear programming task, where the purpose function and non-linear constraints of the mathematical model are continuously differentiable functions of the design variables. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the parametric optimization problem. A discretization technique for the design variables that should vary discretely has been proposed. The discretization of the optimal design solution obtained in the continuous space of the design variables is performed by the purposefully selecting discrete points around the point of the continuous optimum. The comparison of the optimization results presented by the paper demonstrates that improved gradient method together with proposed discretization technique for the discrete design variables converges to better solutions of the problem comparing to the meta-heuristic algorithms.

Keywords: shape optimization, bar structures, nonlinear programming, design code constraints, gradient projection method, optimization software, finite element method.

Пелешко И. Д., Юрченко В. В.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ НАЛИЧИИ ДИСКРЕТНЫХ И НЕПРЕРЫВНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УЛУЧШЕННОГО МЕТОДА ПРОЕКЦИИ ГРАДИЕНТА

В статье рассматривается задача параметрической оптимизации стержневых конструкций, сформулированная как задача нелинейного программирования, в которой функция цели и нелинейные ограничения математической модели являются непрерывно дифференцируемыми функциями переменных проектирования. Для решения сформулированной задачи оптимизации используется метод проекции градиента функции цели на поверхность активных ограничений при одновременной ликвидации невязок в нарушенных ограничениях. Предложена методика дискретизации переменных проектирования, которые должны варьировать дискретно. Дискретизация оптимального решения, полученного в непрерывном пространстве переменных проектирования, выполняется при помощи целенаправленного отбора дискретных точек в окрестности точки непрерывного оптимума. В статье представлено сравнение результатов оптимизационных расчетов, показывающее, что улучшенный метод проекции градиента вместе с предложенной методикой дискретизации переменных проектирования, которые должны варьировать дискретно, обеспечивает сходимость к лучшему решению задачи по сравнению с мета-эвристическими алгоритмами.

Ключевые слова: оптимизация формы, стержневые конструкции, нелинейное программирование, нормативные ограничения, метод проекции градиента, программное обеспечение, метод конечных элементов.

УДК 624.04.012.4.044, 519.853
Пелешко І.Д., Юрченко В.В. **Параметрична оптимізація стержневих конструкцій за наявності дискретних та неперервних змінних проєктування з використанням покращеного методу проєкції градієнта** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 178 – 198.
У статті розглядається задача параметричної оптимізації стержневих конструкцій, сформульована як задача нелінійного програмування, у якій функція мети та нелінійні обмеження математичної моделі є неперервно диференційованими функціями змінних проєктування. Для розв'язку сформульованої задачі оптимізації використовується метод проекції градієнта функції мети на поверхню активних обмежень з одночасною ліквідацією нев'язок у порушених обмеженнях. Запропонована методика дискретизації змінних проєктування, які повинні варіювати дискретно. Представлено порівняння результатів оптимізаційних розрахунків, яке засвідчило, що покращений метод проєкції градієнта разом із запропонованою методикою дискретизації змінних проєктування, що повинні варіювати дискретно, забезпечує збіжність до кращого розв'язку задачі порівняно до мета-евристичних алгоритмів.
Табл. 3. Іл. 3. Бібліог. 24 назв.

UDC 624.04.012.4.044, 519.853
Peleshko I. D., Yurchenko V. V. **Parametric optimization of bar structures with discrete and continuous design variables using improved gradient projection method** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 178-198.
The paper considers a parametric optimization problem for the bar structures formulated as nonlinear programming task, where the purpose function and non-linear constraints of the mathematical model are continuously differentiable functions of the design variables. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the parametric optimization problem. A discretization technique for the design variables that should vary discretely has been proposed. Presented comparison of the optimization results demonstrates that improved gradient method together with proposed discretization technique for the discrete design variables converges to better solutions of the problem comparing to the meta-heuristic algorithms.
Tabl. 3. Figs. 3. Refs. 24.

УДК 624.04.012.4.044, 519.853
Пелешко И. Д., Юрченко В. В. **Параметрическая оптимизация стержневых конструкций при наличии дискретных и непрерывных переменных проектирования с использованием улучшенного метода проекции градиента //** Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.- тех. сборн. – К.: КНУСА, 2023. – Вып. 110. – С. 178-198.
В статье рассматривается задача параметрической оптимизации стержневых конструкций, сформулированная как задача нелинейного программирования, в которой функция цели и нелинейные ограничения математической модели являются непрерывно дифференцируемыми функциями переменных проектирования. Для решения сформулированной задачи оптимизации используется метод проекции градиента функции цели на поверхность активных ограничений при одновременной ликвидации невязок в нарушенных ограничениях. Предложена методика дискретизации переменных проектирования, которые должны варьировать дискретно. Представлено сравнение результатов оптимизационных расчетов, показывающее, что улучшенный метод проекции градиента вместе с предложенной методикой дискретизации переменных проектирования, которые должны варьировать дискретно, обеспечивает сходимость к лучшему решению задачи по сравнению с мета-эвристическими алгоритмами.
Табл. 3. Ил. 3. Библиог. 24 назв.

Автор: *кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельного виробництва Пелешко Іван Дмитрович*
Адреса робоча: *79013 Україна, м. Львів, вул. Ст. Бандери 12, Національний університет «Львівська політехніка»*
Робочий тел.: +38 (032) 258-25-41
Мобільний тел.: +38(098)41-57-517
E-mail: ipeleshko@polynet.lviv.ua
SCOPUS ID: 25637832500
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7028-9653

Автор: *доктор технічних наук, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій Юрченко Віталіна Віталіївна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Робочий тел.: +38(044)249-71-91
Мобільний тел.: +38(063)89-26-491
E-mail: vitalina@scadsoft.com
SCOPUS ID: 25637856200
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4513-809X

UDC 539.375

NUMERICAL ANALYSIS OF THE STRESSED - DEFORMED STATE OF A TUBULAR ELEMENT UNDER THERMAL LOADING

Yu.V. Maksimyuk,
Doctor of Engineering

I.Yu. Martyniuk,
Candidate of Technical Science

O.V. Kozak,
Candidate of Technical Science

O.V. Maksimyuk,
postgradute

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv
Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.199-206

In this work, using the methodology outlined in the above works, the results of the numerical solution of the problem, which have applied value, were presented. The stress-strain state of a tubular element with a rectangular cutout under conditions of thermoforce loading was studied. As a rule, the solution of similar problems is carried out in a flat setting without taking into account the bending load. This approach greatly simplifies the formulation of the problem, but leads to very significant errors in the results. At zero value of the bending load, a good agreement of the planar and spatial solutions is observed. The presence of a bending load leads to deviation of the curves from their initial position. The maximum discrepancy of the results is almost 50%.

The analysis of this structure from the standpoint of the spatial problem of thermoplasticity, which ensures taking into account the dependence of the physical and mechanical characteristics of the material on temperature and taking into account the bending load on the section of the cutout, made it possible to reveal the real features of its deformation.

Keywords: semi-analytical finite element method (SAFEM), stress-strain state, plastic and thermoplastic deformation, tubular element, planar and spatial formulation, convergence of results, thermoforce loading.

Introduction. Tubular elements are an important structural part of energy installations. Deformation of the tubular element occurs in a stationary thermal field, which causes changes in the physical and mechanical characteristics of the material of the object.

The stressed-deformed state of a tubular element under a thermo-force load

The general view of the tubular element is shown in Fig. 1.The diameter of the hole D=2R=2,5 cm, the radius of rounding of the outer contour R_1=2 cm, width and height – B=4 cm and H=4,5 cm respectively. The depth of the cutout is 0,5 cm, its length is 4 cm. The total length of the tubular element is L=8 cm.

© Maksimyuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Kozak O.V., Maksimyuk O.V.

The working medium, heated to T=100°C under pressure P=60 MPa, is supplied through the internal channel. On the surface of the tubular element, the temperature is 20°C. The law of temperature distribution by wall thickness is shown in Fig. 3. In operating modes, the bending load of the region of the rectangular bend is added to the active thermoforce factors, the intensity of which gradually increases and can reach Qmax = 20 MPa. In the process of increasing the bending load, plastic deformations develop in individual parts of the body, which can cause a loss of the load-bearing capacity of the structure.

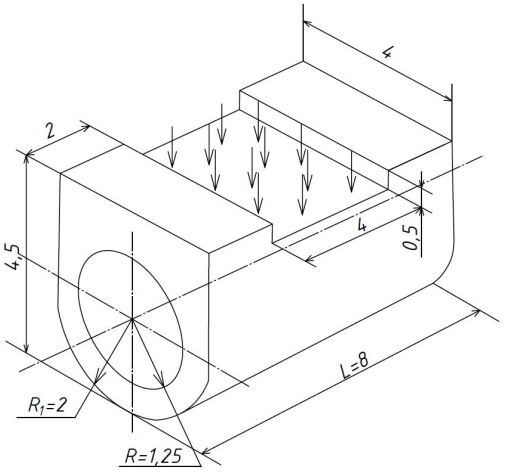


Fig. 1. General view of the tubular element

At the ends of the body, boundary conditions corresponding to the absence of displacement in all three directions are realized:

$$\frac{U^{1'}}{Z^{3'}} = \pm\alpha = \frac{U^{2'}}{Z^{3'}} = \pm\alpha = \frac{U^{3'}}{Z^{3'}} = \pm\alpha = 0. \quad (1)$$

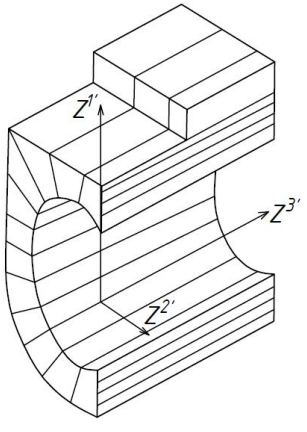


Fig. 2. Calculation scheme of the tubular element

The thermomechanical characteristics of the material are adopted in accordance with those given in [10] for EI 395 steel.

Object discretization is carried out by a set of prismatic elements with variable physical and mechanical parameters. The design scheme of the tubular element is shown in Fig. 2. The area of the cutout is modeled by the assignment of the zero value of the modulus of elasticity E=0.

The study of the convergence of the results of solving the problem of thermoplasticity was carried out by successive thickening of the grid of finite elements in the cross-section of the body while simultaneously increasing the number of members that resist decomposition. Calculation schemes with a total number of unknowns M=2754, M=6804 and M=14400 were considered.

The required accuracy of the calculation of the parameters of the stress-strain state is achieved at M=6804, which corresponds to the use of 189 nodes

in the plane and 12 decomposition terms. The results of solving with such a grid differ from those obtained with *M*=14400 by no more than 1.5%.

As a rule, similar problems are solved in a flat setting [7-9] without taking into account the bending load. This approach greatly simplifies the formulation of the problem, but leads to very significant errors in the results.This is clearly illustrated by comparing the $\sigma^{2'2'}$ graphs constructed on the vertical axis of symmetry of the tubular element (Fig. 4). At the zero value of the bending load Q=0, a good agreement of the planar and spatial solutions is observed. The presence of a bending load leads to deviation of the curves from their initial position. The maximum discrepancy of the results is almost 50%.

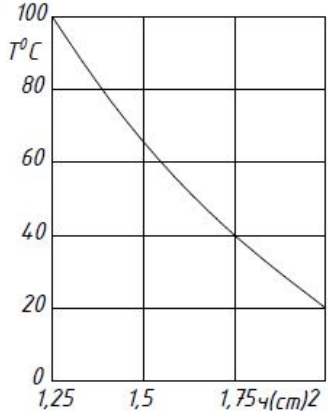


Fig. 3. Law of distribution of temperature by wall thickness

However, data from the solution of the spatial problem allow judging not only quantitative changes in the area of maximum stresses, but also qualitative redistribution of their pattern along the inner diameter of the tubular element (Fig. 5). The results of solving the plane problem are shown by a dotted line and indicate that the maximum $\sigma^{2'2'}$ is reached at the value of the angular coordinate $\alpha = \pi/4$, i.e. in the area corresponding to the protrusion on the outer contour.In the lower part of the cross-section of the tubular element in a vertical plane (at $\alpha = \pi$), the stress level is slightly lower. The spatial calculation made it possible to determine that the increase in the bending load leads to the displacement of the maximum values of $\sigma^{2'2'}$ on the inner contour to the area adjacent to the vertical axis of symmetry.For example, for *Q*=10 MPa, there is still a spike in stress at $\alpha = \pi/4$, but a clear maximum is visible in the lower part of the vertical section. At the value of the bending load *Q* = 20 MPa, the maximum $\sigma^{2'2'}$ is achieved as in the case of *Q* = 10 MPa at $\alpha = \pi$. The values of the stresses $\sigma^{2'2'}$ at $\alpha = \pi/4$ become smaller than in the upper part of the cross-section of the object in a vertical plane ($\alpha = 0$) and in the region corresponding to the protrusion, even a local extremum is not observed. On the horizontal axis of symmetry, an increase in the bending load leads to a significant drop in stress. At *Q*= 20 MPa, the stress $\sigma^{2'2'}$ in this cross-section is 2 times less than that determined by the results of the planar solution.

Thus, the presence of a bending load leads to the disappearance of the maximum on the $\sigma^{2'2'}$ plot, obtained without taking it into account on the internal contour at $\alpha = \pi/4$.The nature of the stress-strain state along the circle, obtained as a result of spatial resolution, is significantly uneven. The difference in the values of $\sigma_{max}^{2'2'}$ and $\sigma_{min}^{2'2'}$ at *Q* = 20 Mpa is of the order of 11,5 MPa, while the drop on the $\sigma^{2'2'}$ plot without taking into account the bend does not exceed 3.5 MPa.

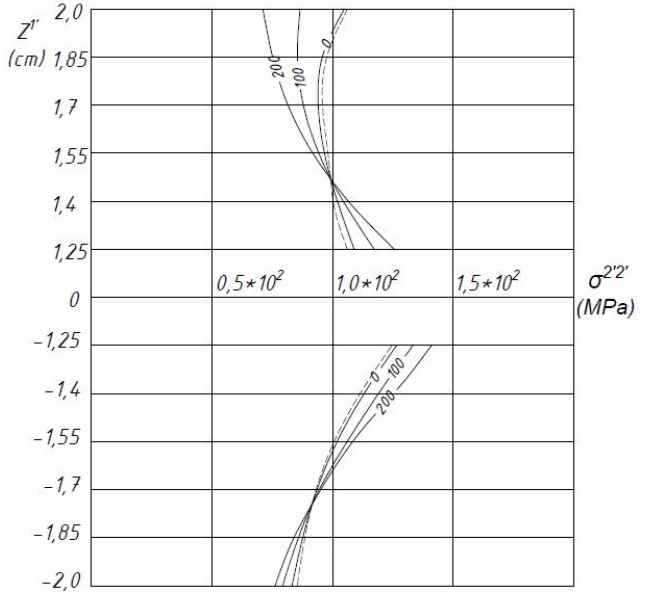


Fig. 4. Comparison of $\sigma^{2'2'}$ graphs constructed on the vertical axis of symmetry of the tubular element

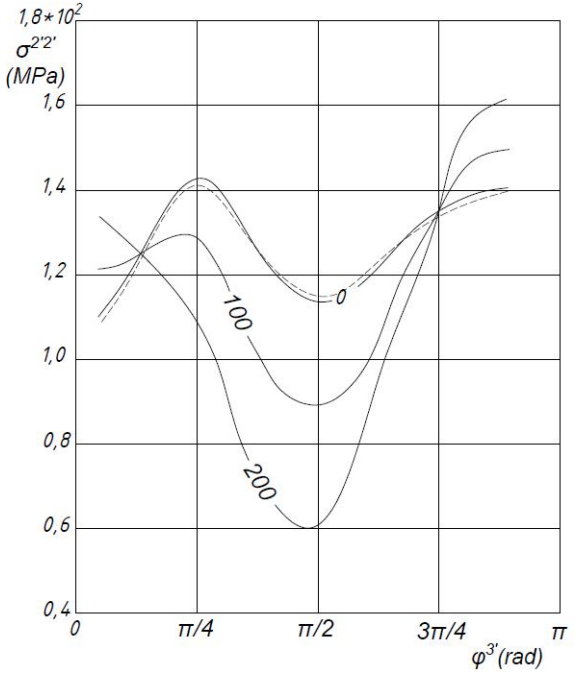


Fig. 5. Stress distribution along the inner diameter of the tubular element

In Fig. 6 isolines of the intensity of plastic deformations on the sweep of the inner surface of the tubular element at the maximum level of bending load. The value 3' is plotted on the vertical axis, and the angular coordinates α are plotted on the horizontal axis. The analysis of the curves allows us to conclude that the maximum intensity of plastic deformations is reached in the inner contour of the lower part of the vertical cross-section of the tubular sample. The area of plastic deformations adjacent to the vertical axis occupies 65% of the length of the sample, but the intensity of these deformations in most of their zones is small.Around the circle, this plasticity zone is located in the range from α = 3π/4 to α = π, at the interval π/6 their intensity exceeds 1%. Another zone of plastic deformations is located in the area of the hard embedment in a narrow strip, its length is approximately 5π/8, but the depth of penetration of plastic deformations in the section does not exceed 0,1 wall thickness.

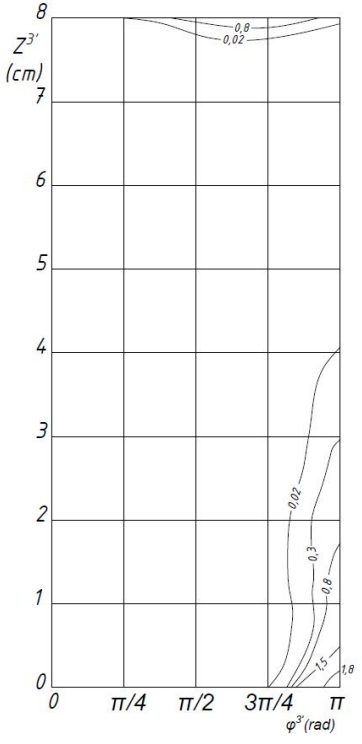


Fig. 6. Isolines of the intensity of plastic deformations on the sweep of the inner surface of the tubular element

Conclusion. The analysis of this structure from the standpoint of the spatial problem of thermoplasticity, which ensures taking into account the dependence of the physical and mechanical characteristics of the material on temperature and taking into account the bending load on the section of the cut, allowed us to reveal the real features of its deformation.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Zbizhnist′ metoda skinchenykh elementiv i napivanalitychnoho metodu skinchenykh elementiv dlya pryzmatychnykh til z pereminnymy fizychnymy i heometrychnymy parametramy (Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters) / V.A. Bazhenov, M.V. Horbach, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymiuk // Opir materialiv i teoriia sporud– 2021. – Vyp. 106. – S. 92-104.
2. *Bazhenov V.A.* Napivanalitychnyi metod skinchenykh elementiv u pruzhnii ta pruzhno-plastychnii postanovtsi dlia kryvoliniinykh pryzmatychnykh obiektiv (Semi-analytical method of finished elements in elastic and elastic-plastic position for curviline prismatic objects) / V.A.Bazhenov, A.A.Shkril',Yu.V.Maksymiuk, I.Yu.Martyniuk, O.V.Maksymiuk// Opir materialiv i teoriia sporud– 2020. – Vyp. 105. – S. 24–32.
3. *Huliar O.I.* Universalnyi pryzmatychnyi skinchenyi element zahalnoho typu dlia fizychno i heometrychno neliniinykh zadach deformuvannia pryzmatychnykh til (Universal prismatic finite element of general type for physically and geometrically nonlinear problems of

deformation of prismatic bodies) / O.I. Huliar, Yu.V. Maksymiuk, A.A. Kozak, O.V. Maksymiuk // Budivelni konstruktsii teoriia i praktyka – 2020. – Vyp. 6. – S. 72–84.
4. *Maksimyuk Yu.V.* Osnovni spivvidnoshennia dlia fizychno i heometrychno neliniinykh zadach deformuvannia pryzmatychnykh til (Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies) / Yu.V. Maksimyuk, S.O. Pyskunov, A.A. Shkril, O.V. Maksimyuk // Opir materialiv i teoriia sporud – 2020. – Vyp. 104. – S. 255–264.
5. *Maksymiuk Yu.V.* Alhorytm rozviazannia systemy liniinykh ta neliniinykh rivnian napivanalitychnym metodom skinchenykh elementiv dlia kryvoliniinykh neodnoridnykh pryzmatychnykh til (Algorithm for solving a system of linear and nonlinear equations by the semivanalytic finite element method for curvilinear inhomogeneous prismatic bodies) / Yu.V. Maksymiuk, M.V. Honcharenko, I.Iu. Martyniuk, O.V. Maksymiuk // Budivelni konstruktsii teoriia i praktyka – 2020. – Vyp. 7. – S. 101–108.
6. *Vorona Y.V.* Dostovirnist′ rezul′tativ otrymanykh napivanalitychnym metodom skinchenykh elementiv dlya pryzmatychnykh til z pereminnymy fizychnymy i heometrychnymy parametramy (Reliability of results obtained by semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters) / Y.V. Vorona, Yu.V. Maksimyuk, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksimyuk // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 184-192.
7. *Guz O.M.* "Mechanics of Composites" editionin 12 volumes: a significant miles to neinthe century-long history of the Institute of Mechanics named after S.P. Tymoshenko / O.M. Guz, Ya. Ya. Rushchytsky // AppliedMechanics -2021.- 57, No. 5. - P. 3 - 17.
8. *Maslo O.M.* Assessment of the current state of the material of structural elements by the LM-hardness method / O. M. Maslo, P. O. Bulak, V. P. Shvets, A. A. Kotlyarenko // Strength problems-2022. No. 4. P. 81-91.
9. *Mikhalevich V. M.* Improvement of the method of solving the two-dimensional problem of pressing staffs / Mikhalevich V. M., Kraevsky V. O., DobranyukYu. V. // Bulletinof NTUU "KPI". Mechanicalengineering: a collectionofscientificworks. – 2016. – No. 2(77). – pp. 79–88.
10. Semi-analytical method of finite elements in spatial problems of deformation, destruction and shape change of bodies of complex structure / [Bazhenov V.A., Maksym'yukYu.V., MartynyukI.Yu., Maksym'yuk O.V.] - Kyiv: "Caravela" publishinghouse, 2021. - 280 p.

Стаття надійшла 21.05.2023

Максим'юк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Козак О.В., Максим'юк О.В.

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТРУБЧАСТОГО ЕЛЕМЕНТА ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В роботах [2-5] реалізовано розв'язувальні співвідношення та алгоритм методу блочних ітерацій розв'язання лінійних і нелінійних рівнянь напіваналітичним методом скінчених елементів для криволінійних неоднорідних призматичних тіл. У роботі [1] виконано чисельне дослідження збіжності розв'язання, розглянуто широке коло тестових задач для тіл з плавно і стрибкоподібно мінливим фізичними та геометричними характеристиками в пружній та пружно-пластичній постановці. В [6] для підтвердження достовірності одержуваних результатів на основі напіваналітичного методу скінчених елементів, показано ефективність застосування даного підходу для розрахунку криволінійних неоднорідних призматичних об'єктів. Розв'язання контрольних задач теорії пружності, термопружності та термопластичності, а також задач формозміни дає можливість зробити висновок про достовірність результатів дослідження виділеного класу об'єктів на базі розробленої методики та реалізує її пакет прикладних програм.

В даній роботі використовуючи методику викладену в наведених вище роботах було представлено результати чисельного розв'язання задачі, що мають прикладне значення. Вивчено напружено-деформований стан трубчастого елемента з прямокутним вирізом в умовах термосилового навантаження. Як правило, розв'язання аналогічних задач проводиться в плоскій постановці без урахування згинального навантаження. Такий підхід значно спрощує постановку задачі, проте призводить до дуже суттєвих похибок результатів. При нульовому

значенні згинального навантаження спостерігається гарне узгодження плоского та просторового розв'язання. Наявність згинального навантаження призводить до відхилення кривих від їхнього початкового положення. Максимальна розбіжність результатів становить майже 50%.

Аналіз даної конструкції з позиції просторової задачі термопластичності, що забезпечує урахування залежність фізико-механічних характеристик матеріалу від температури та урахування згинального навантаження на ділянку вирізу, дозволив виявити реальні особливості її деформування.

Ключові слова, напіваналітичний метод скінчених елементів, напружено-деформований стан, пластичне та термопластичне деформування, трубчатий елемент, плоска та просторова постановка, збіжність результатів, термосилове навантаження.

Maksimyuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Kozak O.V., Maksimyuk. O.V.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE STRESSED - DEFORMED STATE OF A TUBULAR ELEMENT UNDER THERMAL LOADING

In articles [2-5] solving relations and the block iteration method algorithm for solving linear and nonlinear equations by the semi-analytical finite element method for curvilinear heterogeneous prismatic bodies are implemented. In article [1], a numerical study of the convergence of the solution was performed, a wide range of test problems for bodies with smoothly and abruptly changing physical and geometric characteristics in elastic and elastic-plastic settings were considered. In [6], to confirm the reliability of the results obtained on the basis of the semi-analytical method of finite elements, the effectiveness of the application of this approach for the calculation of curvilinear inhomogeneous prismatic objects is shown. Solving control problems of the theory of elasticity, thermoelasticity, and thermoplasticity, as well as shape change problems, makes it possible to draw a conclusion about the reliability of the results of the research of a selected class of objects based on the developed methodology and implements its application program package.

In this paper, using the methodology outlined in the above works, the results of the numerical solution of the problem, which have an applied value, were presented. The stress-strain state of a tubular element with a rectangular cutout under conditions of thermoforce loading was studied. As a rule, solving similar problems is carried out in a flat setting without taking into account the bending load. This approach greatly simplifies the formulation of the problem, but leads to very significant errors in the results. At zero value of the bending load, a good agreement of the planar and spatial solutions is observed. The presence of a bending load leads to deviation of the curves from their initial position. The maximum discrepancy of the results is almost 50%.

The analysis of this structure from the standpoint of the spatial problem of thermoplasticity, which ensures taking into account the dependence of the physical and mechanical characteristics of the material on temperature and taking into account the bending load on the section of the cut, allowed us to reveal the real features of its deformation

Keywords, semi-analytical finite element method (SAFEM), stress-strain state, plastic and thermoplastic deformation, tubular element, planar and spatial formulation, convergence of results, thermoforce loading.

УДК539.375

Максим'юк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Козак О.В., Максим'юк О.В. **Чисельний аналіз напружено-деформованого стану трубчастого елемента при термосиловому навантаженні** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 199-206.

В роботі представлено результати чисельного розв'язання задачі, що має прикладне значення, за використання методики, викладеної в попередніх публікаціях, Вивчено напружено-деформований стан трубчастого елемента з прямокутним вирізом в умовах термосилового навантаження. Аналіз даної конструкції з позиції просторової задачі термопластичності, що забезпечує урахування залежності фізико-механічних характеристик матеріалу від температури та урахування згинального навантаження на ділянку вирізу, дозволив виявити реальні особливості її деформування.

Табл. 0. Іл. 6. Бібліогр. 10 назв.

UDC539.375
Yu.V Maksimyuk, I.Yu. Martyniuk,O.V. Kozak, O.V. Maksimyuk. **Numerical analysis of the stressed-deformed state of a tubular element under thermal loading** // Strength of Materials and Theory of Structures – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – С. 199-206.
The paper presents the results of the numerical solution of the problem, which has an applied value, using the methodology outlined in previous publications. The stress-strain state of a tubular element with a rectangular cutout under thermoforce load conditions is studied. The analysis of this structure from the standpoint of the spatial problem of thermoplasticity, which ensures taking into account the dependence of the physical and mechanical characteristics of the material on temperature and taking into account the bending load on the section of the cutout, made it possible to reveal the real features of its deformation.
Tabl 0.Fig 6. Ref. 10.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: професор, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Максим'юк Юрій Всеволодович.*
Author (degree, academic rank, position):*Associate Professor, Doctor of Science (Engineering), Professor at the KNUCA Department of Structural Mechanics Maksymiuk Yurii Vsevolodovych.*
Адреса: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.*
Робочий тел.: +38(044) 241-55-38.
Мобільний тел.:+38(067) 230-94-72.
E-mail: maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-5814-6227

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: кандидат технічних наук, докторант кафедри будівельної механіки КНУБА Мартинюк Іван Юрійович.*
Author (academic degree, academic rank, position): *candidate of technical sciences, doctoral student of the KNUCA department of structural mechanics Martyniuk Ivan Yuriyovych.*
Адреса:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.*
Мобільний тел.: +38(096) 068-00-29
E-mail: ivan.martinyuk@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7957-2068

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: кандидат технічних наук, доцент кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій КНУБА Козак Олександр Володимирович.*
Author (academic degree, academic rank, position): *candidate of technical sciences, Associate Professor at the KNUCA Department of Reinforced Concrete and Stone Structures Kozak Oleksandr Volodymyrovych.*
Адреса:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра залізобетонних і кам'яних конструкцій.*
Мобільний тел.: +38(095) 441-24-17
E-mail: oleksandr.kozak@zetis.biz
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-0025-6554

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *аспірант Київського національного університету будівництва і архітектури Максим'юк Олександр Всеволодович.*
Author (Academic Degree, Academic Title, Position): *Maksymiuk Oleksandr Vsevolodovych, graduate student of Kyiv National University of Construction and Architecture.*
Адреса: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.*
Мобільний тел.: +38(067) 306-17-81
E-mail: sashamaksymiuk@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-2367-3086

УДК 629.01

ОБМЕЖЕННЯ НА ІНТЕГРАЛЬНІ МІРИ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В ЗАДАЧАХ ТОПОЛОГІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

В.Ф. Кришталь,
канд. техн. наук, доцент

І.В. Янчевський
д-р фіз.-мат. наук, професор

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», 03056, Україна, м. Київ-56, пр. Перемоги, 37

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.207-228

Топологічною оптимізацією (ТО) називають обчислювальний метод визначення розподілу матеріалу у заданій області проєктування для створення оптимальної форми деталі при заданих граничних умовах. В класичній постановці ТО у якості критерію пошуку зазначеного розподілу обрана мінімізація піддатливості деталі при обмеженнях на об'єм (масу) результату оптимізації. Більш наближеною до прикладного застосування є постановка задачі ТО, що передбачає мінімізацію об'єму деталі з урахуванням умови її міцності. Залучення агрегатних функцій для обчислення інтегральних мір напруженого стану має низку переваг над традиційною перевіркою максимального значення механічного напруження. У даній роботі представлені агрегатні функції, які отримали найбільше застосування в сучасних дослідженнях з питань ТО з урахуванням міцності оптимізованої деталі.

Ключові слова: топологічна оптимізація, механічне напруження, інтегральна міра, агрегатні функції, скінченні елементи.

Вступ. Топологічною оптимізацією називають обчислювальний метод визначення розподілу матеріалу у заданій області проєктування для створення оптимальної форми деталі чи елементу конструкції із заданими граничними умовами. Сучасні підходи до реалізації топологічної оптимізації побудовані на безпосередньому залученні методів математичного аналізу, співвідношень теорії пружності та методу скінченних елементів (МСЕ), який знайшов широке розповсюдження при визначенні напружено-деформованого стану конструктивних елементів як простої, так і складної геометрії.

В цілому, процес пошуку оптимальної топології деталі полягає у ітераційному видаленні або додаванні матеріалу із заданої проєктної геометричної області на основі певної алгоритмічної процедури. У якості критерію пошуку оптимального розподілу матеріалу може бути обрана мінімізація піддатливості конструкції при обмеженнях на об'єм (масу) результату оптимізації [1–6], яка вважається класичною постановкою задачі ТО. Проєктною змінною, за якою проводиться оптимізація, приймається відносна (умовна) густина ρ матеріалу кожного елементу скінченно-елементної моделі [1]. На даний час існує декілька підходів у ТО, які спираються на різні моделі з густиною у якості проєктної змінної:

© Кришталь В.Ф., Янчевський І.В.

густина матеріалу елементу може змінюватись неперервно у діапазоні значень від 0 до 1, що реалізовано, наприклад, у методі SIMP (Simplified Isotropic Material with Penalization); густина матеріалу елементу вважається дискретною величиною [7], яка приймає значення або 1 (існування скінченного елементу), або 0 (відсутність скінченного елементу) – методи ESO/BESO (Evolutionary Structural Optimization / Bi-directional Evolutionary Structural Optimization). Додавання або видалення елементів відбувається на підставі аналізу параметрів, залежних від напружено-деформованого стану моделі.

Результатом оптимізації є так званий «чорно-білий» проєкт – в заповнених матеріалом областях «густина» елементів має дорівнювати одиниці (область елемента позначається чорним кольором), а в порожнинах – нулеві (область елемента позначається білим кольором). Однак, оскільки, наприклад, у SIMP підході кожний елемент вектора густини ρ_e ($e=\overline{1,N}$) може змінюватись в інтервалі $[\rho_{\min};1]$, то проміжні її значення штрафуються шляхом піднесення у емпірично обраний степінь $p>1$ (зазвичай $p=3$). При цьому, з відносною густиною кожного скінченного елементу пов'язують модуль пружності матеріалу даного елементу [1]:

$$E_e(\rho_e)=\rho_e^p E_0, \tag{1}$$

де E_0 – обезрозмірений модуль пружності матеріалу деталі при $\rho=1$ (зазвичай $E_0=1$).

Разом з тим, більш наближеною до прикладного застосування є постановка задач ТО, яка передбачає урахування обмежень на рівень напруженого її стану. Зазначене обмеження математично може бути виражено через умову міцності для кожного елементу СЕ-моделі деталі

$$\hat{\sigma}_e \le \sigma_Y \quad (e=\overline{1,N}), \tag{2}$$

де σ_Y – допустиме значення напруження, у якості якого зазвичай приймається границя плинності матеріалу або границя пружності; $\hat{\sigma}_e$ – еквівалентне напруження у e-му скінченному елементі; N – кількість елементів СЕ-моделі.

Слід зазначити, що обчислення еквівалентного напруження $\hat{\sigma}_e$ в задачах ТО зазвичай спирається на енергетичну теорію міцності (напруження за Мізесом) і визначається у e-му скінченному елементі через компоненти тензора його механічних напружень, для яких у випадку пружних деформацій застосовне наступне матричне співвідношення

$$\langle\sigma_e\rangle = C(E_e)\cdot\langle\varepsilon_e\rangle.$$

Тут $\langle\sigma_e\rangle$, $\langle\varepsilon_e\rangle$ – представлення тензорів механічних напружень і деформацій у вигляді відповідних їм стовпцевих матриць; $C(E_e)$ –

матриця пружних постійних, яка залежить від модуля Юнга E_e (1): $C(E_e)=\rho_e^p C(E_0)$.

Еквівалентне напруження $\hat{\sigma}_e$ у деяких роботах з ТО, зокрема у [8, 9], називають мікронапруженням або «локальним» напруженням.

Для уникнення проблем з чисельною точністю обчислень, використовується також нормований аналог умови міцності (2)

$$\hat{s}_e \le 1 \quad (e=\overline{1,N}), \tag{3}$$

де $\hat{s}_e=\hat{\sigma}_e/\sigma_Y$ – нормоване відносно граничного значення σ_Y еквівалентне механічне напруження.

В якості постановок задач ТО з врахуванням обмежень на напруження можна навести задачі проєктування мінімально піддатливої конструкції з обмеженнями на об'єм та напруження [10–11] в скінченних елементах. Задача мінімізації об'єму проєктної області при обмеженнях на рівень напруженого стану досліджується у роботах [12–29]. Задачу мінімізації напружень з обмеженнями на об'єм оптимізованої деталі розглянуто у роботах [30–34].

Зазначимо, що підвищений інтерес до розробки ефективних методів проєктування деталей оптимальної топології з урахуванням умови їх міцності свідчить про актуальність цих теоретичних досліджень та важливе прикладне значення отриманих результатів.

1. Особливості задач ТО на основі умови міцності проєктної деталі. Автори роботи [3] вказують на низку проблем, які можуть виникати при розв'язанні задач оптимізації з урахуванням умови міцності (3). Однією з проблем є так зване явище «сингулярності» – прямування напруження до нескінченності для малих умовних густин елементів. Другою – локальна природа обмеження напруження (необхідність перевірки виконання умови міцності для кожного елементу СЕ-моделі).

Проявом проблеми «сингулярності» є те, що алгоритми оптимізації не можуть визначити (ідентифікувати) області, з розмірністю меншою N-вимірного простору проєктування, яким може належати оптимальний розв'язок. Це може приводити до оптимального розв'язку локального характеру. Для розв'язання цієї проблеми, потрібно послабити обмеження на напруження для збереження початкової розмірності проєктної області і, таким чином, дозволити алгоритмам оптимізації знайти глобальний оптимальний розв'язок.

У якості методів вирішення проблеми «сингулярності», згідно літературних джерел, зазвичай застосовувались методи δ-релаксації (ε-релаксації), qp-релаксації та штрафування («пеналізації»).

Метод δ-релаксації (ε-релаксації) було запропоновано у [12] та розвинуто у статтях [8, 9] на континуальні (неперервні) структури з обмеженням на напруження (умовою міцності) у вигляді

$$\hat{s}_e \le 1-\delta+\frac{\delta}{\rho_e} \quad (e=\overline{1,N}). \tag{4}$$

Тут δ – достатньо мале число, таке, наприклад, що $\delta^2=\rho_{\min}$.

Як альтернативний метод у роботі [15] представлено так званий підхід qp-релаксації. З метою запобігання сингулярності розв'язку автор пропонує використати обмеження

$$\left(\hat{\sigma}_e-\rho_e^q\sigma_Y\right)\cdot\rho_e\le 0, \tag{5}$$

у якому спочатку у якості показника степеня взяти значення q меншим p (див. (1)), і розв'язати вхідну задачу ТО. Результат отриманої оптимізації стає відправною точкою для нової ітерації з більшим q, яке задовольняє умову $q<p$. Розв'язуючи послідовно задачі зі збільшенням q реалізується т.зв. «процедура продовження» для розв'язання задачі з $q=p$. Як зазначено у роботі [15], qp-підхід дозволяє забезпечити скінченне значення (відсутність розривів) напруження для усього діапазону значень умовної густини ρ_e.

Ще один підхід, підхід штрафування для досягнення «чорно-білого» результату ТО, представлено у роботах [18, 21, 28], відповідно до якого для елементів з проміжними густинами ρ_e еквівалентне напруження $\hat{s}_e$ зменшується на підставі виразу

$$\hat{s}'=\eta(\rho)\cdot\hat{s}=\sqrt{\rho}\cdot\hat{s}. \tag{6}$$

Зазначено, що обраний запис множника $\eta(\rho)=\sqrt{\rho}$ допомагає уникнути проблем із сингулярністю в оптимізації топології на основі критерію міцності, оскільки дозволяє забезпечити нульовий напружений стан в пустотах – $\eta(0)=0$. Також виконується рівність $\eta(1)=1$, яка забезпечує узгодження «послабленого» напруження $\hat{s}'_e$ з напруженням $\hat{s}_e$ у твердому матеріалі (при $\rho_e=1$).

Множник $\eta(\rho)$ (6) також дозволяє компенсувати вплив проміжних значень густини, оскільки функція $\eta(\rho)$ монотонно зростає і для неї виконується нерівність $\rho_e<\eta(\rho_e)<1$ при $0<\rho_e<1$.

Друга складність оптимізації топології на основі критерію обмеженого рівня напруженого стану пов'язана з локальним характером такого обмеження, тобто перевіркою виконання умови міцності для кожної контрольної точки з області проєктування. Це значно збільшує час знаходження оптимального результату, оскільки кількість точок у СЕ-постановці задачі ТО може бути досить великою при розв'язанні практичної задачі. Для вирішення цієї проблеми у низці робіт замість перевірки виконання усіх локальних обмежень використовуються т.зв. агрегатні функції, які виражають певну інтегральну міру механічних напружень. Серед основних вимог до зазначених функцій слід відзначити

вимогу до її гладкості та диференційовність, яка необхідна для аналізу чутливості до її аргументів.

Використання агрегатних функцій дає можливість суттєво заощадити час розв'язання задачі ТО, зменшує обчислювальні витрати на визначення чутливості, у певних межах зберігає контроль над напруженим станом. Зазначені переваги компенсують певну втрату точності в результатах оптимізації.

Для обчислення інтегральних мір механічних напружень в задачах ТО використовуються функції P-норми та P-середнього, KS-функції Крайсельмайера-Штайнхаузера (Kreisselmeier-Steinhauser), гладкі функції Гевісайда, середнє зважене максимального напруження та набору перевищених напружень.

2. Інтегральна міра напруженого стану на основі P-норми та P-середнього. Агрегатні функції напруженого стану на основі P-норми (P-norm) та P-середнього (P-mean) використовувались у роботах [9, 10, 14, 18, 19, 21, 22, 24, 25, 28, 31–33], які присвячені задачам ТО. Вирази цих функцій основою мають норму Мінковського (L_P-норму Лебега)

$$\|\mathbf{x}\|_P = \left(\sum_{e=1}^{N} |x_e|^P \right)^{1/P} \tag{7}$$

та середнє степеневе значення аргументу

$$M_P(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{N} \sum_{e=1}^{N} |x_e|^P \right)^{1/P}, \tag{8}$$

які задовольняють граничним переходам

$$\lim_{P\to\infty} \|\mathbf{x}\|_P = \max_e |x_e|; \quad \lim_{P\to\infty} M_P(\mathbf{x}) = \max_e |x_e|. \tag{9}$$

Так, у роботах [9, 14] були розглянуті умови міцності проєктної деталі на основі P-норми

$$\left\{ \sum_{e=1}^{N} \max_e \left(0, \frac{\hat{s}_e}{\rho_e^p} + \delta - \frac{\delta}{\rho_e} \right)^P \right\}^{1/P} \le 1, \tag{10}$$

та P-середнього

$$\left\{ \frac{1}{N} \sum_{e=1}^{N} \max_e \left(0, \frac{\hat{s}_e}{\rho_e^p} + \delta - \frac{\delta}{\rho_e} \right)^P \right\}^{1/P} \le 1, \tag{11}$$

записи яких виключають від'ємні значення послаблених критеріїв напруження. Тут δ, як і вище, – деяке мале число.

Виконані авторами [9, 14] числові експерименти демонструють суттєве заощадження часу при використанні вказаних агрегатних функцій при розв'язанні задачі ТО з мінімізацією об'єму конструкції порівняно з підходом перевірки локальних напружень СЕ-моделі (3). Однак при цьому також показано, що в певних межах втрачається контроль над локальним

напруженим станом і відбувається наближення проєкту з інтегральним обмеженням напруження до проєкту з мінімізацією піддатливості. Але і в цьому випадку, врахування обмежень напруження в інтегральній формі сприяє зменшенню максимальних значень локальних напружень порівняно з проєктом мінімальної піддатливості.

Зазначається також, що функції P-середнього та P-норми дають змогу встановити межі максимального значення послабленого критерію за нижчими або верхніми значеннями, оскільки виконується співвідношення

$$M_P(\mathbf{x}) < \max_e |x_e| < \|\mathbf{x}\|_P .$$

У випадку прямування показника P до нескінченності значення обох функцій зближаються (див. (9)). Однак у вказаних роботах взято $P=4$, оскільки це дозволяє уникати чисельної нестабільності задачі ТО та в певних межах контролювати максимальне значення агрегатної функції. Останнє означає, що при певному встановленому обмеженні інтегрального критерію, максимальне значення напруження після ТО перевищує допустиме. Тобто максимальне значення локальних напружень вище за обмежувальне значення інтегрального критерію ($\max(\hat{s}_e)=\hat{s}_{\max}>1$).

Авторами статті [19] інтегральна міра напруженого стану на основі функції P-норми була застосована до зібраних у групи локальних обмежень на підставі критеріїв їх сусідства та однакової кількості елементів у вигляді:

$$s_{\mathrm{PN}} = \left\{ \sum_{e\in\Omega_k} \left(\eta(\rho_e)\cdot\hat{s}_e\right)^P \right\}^{1/P},$$

де функція $\eta(\rho)=\sqrt{\rho}$ відповідає виразу (6), Ω_k – k-а група елементів сітки.

Результати числових розрахунків у [19] проведено з коефіцієнтом P-норми $P=10$. Авторами показана необхідність врахування обмеження напруження в задачах ТО та продемонстровано «процедуру продовження» з метою забезпечення єдиного оптимального розв'язку під час якої параметр агрегації P змінювався від 1 до 16.

Підхід до створення інтегральної міри напружень, який викладено у статті [21], на відміну від попередньої роботи, передбачає використання функції P-середнього (8). В якості моделі матеріалу вибрано підхід із штрафуванням (SIMP). Тут інтегральна міра напруження $s_{\mathrm{PN}_k}(x)$ обчислюється у кожній області/«кластері», на які розбивається проєкт:

$$s_{\mathrm{PN}_k} = \left\{ \frac{1}{N_k} \sum_{e\in\Omega_k} \left(\eta(\rho_e)\cdot\hat{s}_e\right)^P \right\}^{1/P} \quad (k=\overline{1,m}), \tag{12}$$

де N_k – кількість елементів в k-му кластері Ω_k; m – кількість кластерів; $\eta(\rho)=\sqrt{\rho}$ – функція «штрафування» напруження (див. також (6)).

Автори приходять до висновку, що застосування функції P-середнього у порівнянні з P-нормою має позитивний ефект, оскільки відбувається масштабування граничного значення, що виявляється корисним для збіжності задач оптимізації. Зокрема, це дозволяє уникнути проблем на перших ітераціях, коли у деяких точках може бути дуже високе напруження.

У роботі [25] також використовується функція P-середнього (8) для створення «уніфікованого підходу агрегації та релаксації» в оптимізації топології з обмеженнями на напружений стан. Відповідно до запропонованого підходу, задачу мінімізації об'єму проєктної деталі з набором «локальних» обмежень

$$\overline{g}_e = \rho_e\left(\hat{s}_e - 1\right) \le 0 \quad (e = \overline{1,N}),$$

замінених на вирази

$$\overline{g}_e - \overline{g}_{\min} \le -\overline{g}_{\min},$$

де $\overline{g}_{\min} = \min(\overline{g}_e) = -1$, переформульовано в еквівалентну задачу оптимізації з використанням агрегації обмежень. Аргументами агрегатної функції є невід'ємні ліві частини вказаних нерівностей, що дозволяє обмеження на рівень напруженого стану подати так:

$$S^L_{\mathrm{PM}} = \left(\frac{1}{N}\sum_e \left(\overline{g}_e + 1\right)^P\right)^{1/P} \le 1. \tag{13}$$

У роботі [25] показано, що застосування агрегатної функції S^L_{PM} робить доступними сингулярні оптимальні розв'язки без додаткових методів послаблення обмежень, що зменшує кількість параметрів. Одночасно зазначено, що використання в умові міцності інтегральної міри S^U_{PN} у формі P-норми

$$S^U_{\mathrm{PN}} = \left(\sum_e \left(\overline{g}_e + 1\right)^P\right)^{1/P} \le 1, \tag{14}$$

не дозволяє отримати оптимальний розв'язок у підпросторі меншої розмірності без додаткових методів релаксації (див. (10)–(12)) як у [9, 18], що є наслідком виконання умови

$$S^L_{\mathrm{PM}} \;\le\; \max\left(f_e\right) \;\le\; S^U_{\mathrm{PN}} \quad (e = \overline{1,N}).$$

Авторами [25] на конкретних прикладах показано, що збільшення параметра агрегації P до значень 20...40 дає кращі результати, але для великих значень параметра агрегатна функція стає нелінійною і прийнятий алгоритм оптимізації може сходитися до локальних мінімумів зі зростанням об'єму. Окрім цього, відбувається суттєве збільшення кількості ітерацій.

Також продемонстровано, що при подрібненні СЕ-сітки дещо збільшується максимальне напруження і, відповідно, різниця з допустимим напруженням ($\hat{s}_e > 1$). Цю проблему пропонується вирішити

за допомогою стратегій нормування, як це зроблено в [18] та розглянуто далі в п. 6.

Дослідження поведінки агрегатних функцій на основі P-норми та P-середнього в залежності від розподілу значень їх аргументів було проведено у роботі [35], окремі результати якого представлено на рис. 1.

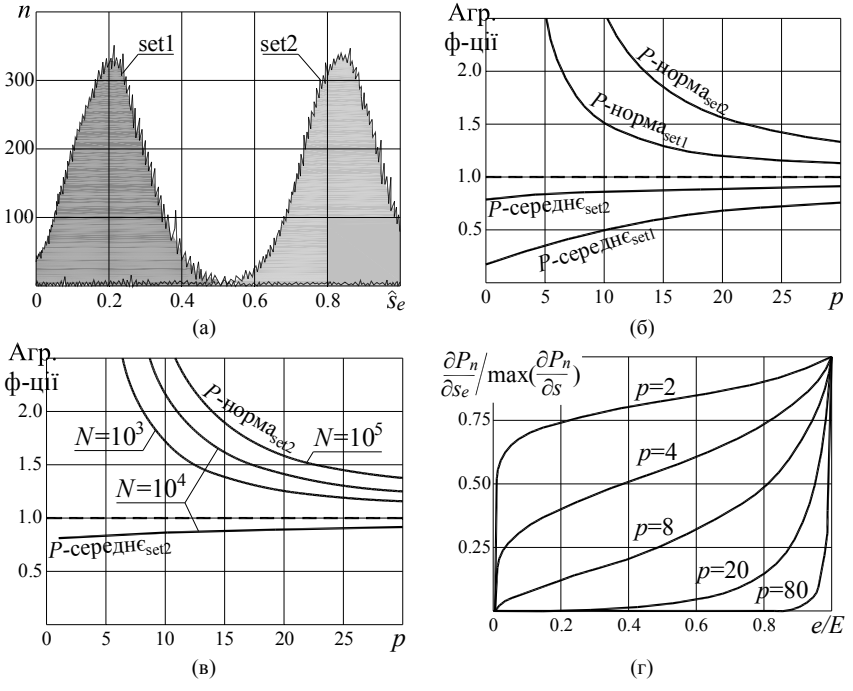


Рис. 1. Залежність агрегатних функцій P-норми і P-середнього від значень аргументів

Зокрема, на рис. 1 (б) представлено результат агрегації зображених на рис. 1 (а) двох наборів аргументів set1 і set2 за допомогою функцій P-норми та P-середнього. Зазначається, що функція P-норми (7) з параметром $P>12$ забезпечує кращу апроксимацію максимуму коли аргументи розташовані переважно на низьких значеннях (set1). І навпаки, коли аргументи знаходяться на вищих значеннях (set2) функція P-середнього (8) забезпечує краще наближення до максимуму навіть для низьких показників P. З цього слідує, що P-середнє менш чутливе до зміни показника P, коли аргументи розміщуються на вищих значеннях, оскільки наближення P-середнього дещо покращується зі зростанням P.

Також у роботі [35] проаналізована залежність агрегатних функцій від кількості даних – чим більша кількість даних, тим нижча ефективність функції P-норми (рис. 1 (в)). Це не стосується значень P-середнього, оскільки воно має коефіцієнт масштабування N, який розміщує функцію навколо середнього арифметичного незалежно від кількості аргументів.

Важлива властивість описаних у даному пункті агрегатних функцій полягає в тому, що вони надають інформацію про чутливість, яка використовується алгоритмами оптимізації. На рис. 1 (г) показано, що зі збільшенням P чутливість агрегатної функції наближається до чутливості функції $\max(s)$, для якої лише одне відмінне від нуля значення чутливості.

На підставі низки проведених чисельних розрахунків автори [35] сформулювали наступні висновки:

- P-середнє не залежить від розміру СЕ-сітки: при порівнянні топологій, отриманих з різними дискретизаціями, але з однаковим параметром P, можна побачити, що проєкти практично однакові;
- P-середнє занижує найбільш критичне обмеження і тому конструкції, отримані на основі P-середнього, мають кращі конструктивні характеристики у порівнянні з результатом для P-норми.

3. Інтегральна міра напруженого стану на основі функції Крайсельмайєра-Штайнхаузера. В загальному випадку функція Крайсельмайєра-Штайнхаузера (KS-функція) [36] може бути подана у формі

$$G_{\mathrm{KS}} = \frac{1}{\mu}\ln\sum_i \exp\left(\mu x_i\right),$$

де x_i – аргументи функції; μ – деяка додатна стала ($\mu > 0$).

Зауважимо, що KS-функція задовольняє наступному граничному переходу –

$$\lim_{\mu\to\infty} G_{\mathrm{KS}} = \max_i\left(x_i\right).$$

Однією з перших робіт, в якій для задач ТО з мінімізацією напруження та обмеженнями об’єму було використано інтегральну міру напруженого стану на основі KS-функції в якості цільової функції, є робота [30]

$$G_{\mathrm{KS}} = \frac{1}{\mu}\ln\sum_e \exp\left(\mu\hat{s}_e\right), \tag{15}$$

у якій μ названо безвимірним параметром агрегації та прийнято рівним $\mu = 20$.

Певні підходи до вибору параметра μ подано у статтях [16, 17, 20, 25].

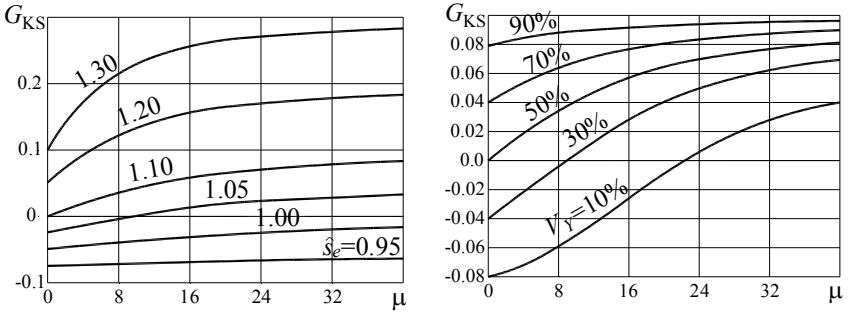
У роботах [16, 17] для задачі мінімізації маси деталі було запропоновано подати обмеження інтегральної міри напруженого стану у формі, яка дозволяє уникати великих розрахункових значень KS-функції

$$G_{\mathrm{KS}} = \frac{1}{\mu}\ln\sum_e \exp\left(\mu\frac{\hat{s}_e - \hat{s}_{\max}\varphi_e}{\hat{s}_{\max}\varphi_e}\right) \le \frac{1}{\mu}\ln N, \tag{16}$$

де $\varphi_e = 1-\delta+\delta/\rho_e$ – коефіцієнт релаксації напруження; $\hat{s}_{\max}$ – максимальне значення нормованого еквівалентного напруження ($\hat{s}_{\max} = \max(\hat{s})$), $\mu^{-1}\ln N$ – максимальне значення інтегральної міри.

Як зазначено у [16, 17], у випадку прямування μ до нескінченності обмеження (16) стає еквівалентним обмеженню з найбільшим значенням $\hat{s}_{\max}$. Але зростання параметру μ посилює нелінійність лівої частини (16), що потребує обгрунтованого вибору його значення.

Значення інтегральної міри G_{KS} у (16) в залежності від параметра μ за умови, що для 50% скінченних елементів прийнято $\hat{s}_e = 0.9$, зображено на рис. 2,*а*. Тут різні криві відповідають різним значенням $\hat{s}_e$ для решти елементів СЕ-моделі. На рисунку 2,*б* через V_Y позначено частку скінченних елементів з порушеним обмеженням на напруження ($\hat{s}_e = 1.1 > 1$). У решти елементів вважається, що $\hat{s}_e = 0.9$. На цьому рисунку криві відповідають значенням інтегральної міри G_{KS} для зростаючого відсотка V_Y порушених обмежень на напруження.



(а) $G_{\mathrm{KS}} = G_{\mathrm{KS}}(\mu)$ при різних $\hat{s}_e$ (б) $G_{\mathrm{KS}} = G_{\mathrm{KS}}(\mu)$ при різних V_Y

Рис. 2. Залежність інтегральної міри G_{KS} від параметра μ [16]

З рис. 2(б) слідує, що для малих μ обмеження (16) може задовольнятись, хоча має місце багато порушених локальних обмежень ($\hat{s}_e > 1$). Проведені авторами чисельні експерименти свідчать про доцільність вибору значень μ з діапазону від 20 до 30.

Автори зазначеної публікації також пропонують для покращення результатів ТО наприкінці оптимізаційного процесу коефіцієнт μ збільшити.

У якості інтегральної міри напруженого стану у роботі [25] пропонується обирати т.зв. нижню межу KS-функції G^L_{KS}, яку також називають середнім експоненційним. Введене глобальне обмеження замінює набір локальних обмежень

$$\overline{g}_e = \rho_e\left(\hat{s}_e - 1\right) \le 0 \quad (e = \overline{1,N}) \tag{17}$$

і відрізняється від застосованого у роботах [16, 17] обмеження тим, що у показник степеня експоненти входить також відносна густина ρ_e (див. (17)):

$$G_{\mathrm{KS}}^{L}=\frac{1}{\mu}\ln\left(\frac{1}{N}\sum_{e}\exp\left(\mu\bar{g}_{e}\right)\right)\le 0\,.$$

Нижня межа KS-функції G_{KS}^{L} та її класичне визначення G_{KS} (15), яке називають також верхньою межею KS-функції, пов'язані наступною залежністю

$$G_{\mathrm{KS}}^{L}=\frac{1}{\mu}\ln\left(\sum_{e}\exp\left(\mu\bar{g}_{e}\right)\right)-\frac{1}{\mu}\ln N=G_{\mathrm{KS}}-\frac{1}{\mu}\ln N\,. \qquad (18)$$

У роботі [25] показано, що застосування в обмежені напружень функції G_{KS}^{L} (18) дозволяє «послабити» область проєктування і шукати сингулярні оптимальні рішення. Тобто будь-які інші послаблення обмежень не потрібні, що зменшує залежність задачі від додаткових параметрів.

Автори [25] вказують, що KS-функцію

$$\tilde{G}_{\mathrm{KS}}=\frac{1}{\mu}\ln\left(\sum_{e=1}^{N}\exp\left(\mu\tilde{g}_{e}\right)\right),$$

зібрану з послабленими обмеженнями $\tilde{g}_{e}$ –

$$\tilde{g}_{e}=\bar{g}_{e}-\delta\le 0\quad(e=\overline{1,N}),$$

можна записати через KS-функцію з обмеженнями $\bar{g}_{e}$ (17) без послаблень:

$$\tilde{G}_{\mathrm{KS}}=G_{\mathrm{KS}}-\delta\,,$$

де δ – однаковий для усіх обмежень параметр релаксації.

Порівняння останнього виразу з формулою (18) дозволяє визначити параметр релаксації як

$$\delta=\ln(N)/\mu\,,$$

тобто використання нижньої межі KS-функції є окремим випадком збирання δ -послаблених обмежень верхньою межею KS-функції.

4. Інтегральна міра напруженого стану на основі функції Гевісайда. У статті [26] запропоновано «безпечний» та «небезпечний» стани скінченного елементу СЕ-моделі визначати з використанням «гладкого» аналогу $\mathrm{H}_{\alpha}(x)$ функції Гевісайда, який подається у вигляді

$$\mathrm{H}_{\alpha}(x)=\frac{1}{2}\left[1+\frac{2}{\pi}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{\alpha}\right)\right].$$

Тут α ($\alpha=0+$) – параметр, що визначає крутизну функції $\mathrm{H}_{\alpha}(x)$.

Загальне обмеження на напружений стан, спираючись на введену авторами [26] інтегральну міру напруженого стану, можна подати як

$$g_{\mathrm{H}}=\frac{1}{N}\sum_{e}\mathrm{H}_{\alpha}\left(\hat{s}_{e}-1\right)\cdot\hat{s}_{e}^{\eta_{h}}\le\delta\,, \qquad (19)$$

де η_{h} – коефіцієнт компенсації напруження.

З метою досягнення «чорно-білих» проєктів ($\rho_e=1$ або 0) та уникнення сингулярності, нормоване еквівалентне напруження $\hat{s}_e$ штрафується за допомогою множника $\eta(\rho)=\sqrt{\rho}$ [18, 21] –

$$\hat{s}_e=\eta(\rho_e)\cdot s_0,$$

де s_0 – нормоване напруження твердого матеріалу (при $\rho=1$).

Введене обмеження $g_{\mathrm{H}}\le\delta$ (19) при $\eta_h=0$ приблизно представляє собою об'ємну частку матеріалу, який не задовольняє умові міцності $\hat{s}_e\le 1$. Для $\eta_h=2$ міра g_{H} визначається як об'ємна частка квадрата еквівалентного напруження, яка перевищує допустиме значення.

Стосовно параметра Гевісайда, авторами пропонується значення 0.005, оскільки занадто мале значення α зробить функцію $\mathrm{H}_\alpha(x)$ дуже крутою і може призвести до високої нестабільності алгоритму оптимізації, а велике α зробить повільним перехід від 0 до 1 і тоді збільшиться вплив на g_{H} малих напружень.

Малий додатній параметр δ використовується для обмеження значення g_{H}, оскільки гладка функція $\mathrm{H}_\alpha(x)$ вносить невеликий додатній вклад в g_{H} навіть при напруженнях менших за допустиме. Автори пропонують приймати його значення на підставі наступних міркувань:

- якщо значення δ будуть великі, то тоді порушуються локальні обмеження на напруження ($\hat{s}_e>1$; $e=\overline{1,N}$);
- якщо δ замалий, то вийде занадто консервативний дизайн.

Адаптивна схема обчислення δ для уникнення коливань розрахункових значень встановлює спочатку певне значення $\delta^{(J)}$ на перші п'ятдесят ітерацій, а потім оновлюється кожні десять ітерацій як

$$\delta^{(J+1)}=\min\left(\frac{1}{\hat{s}_{\max}^{(J)}},1\right)\cdot\delta^{(J)},$$

де J – номер ітерації оптимізаційного процесу; $\hat{s}_{\max}^{(J)}$ – середнє значення нормованих максимальних напружень за попередні п'ять ітерацій.

У статті [26] встановлено значення $\delta=0.005$ на перших 25 ітераціях і $\delta=0.0025$ на наступних.

Параметр η_h в (19) подібний до параметра P в записі P-норми, причому $\mathrm{H}_\alpha(\bar{s}_e-1)$ можна розглядати як вагові коефіцієнти, а обмеження g_{H} як різновид функції P-норми низького порядку. Великі η_h можна використовувати для послаблення високої концентрації напружень, хоча це збільшить нелінійність задачі оптимізації. При $\eta_h=0$ обмеження напруження g_{H} змусить матеріал перемикатися між двома

станами – «безпечним» або «небезпечним», що зробить алгоритм оптимізації нестабільним. З точки зору низької нелінійності та збіжності автори пропонують обрати $\eta_h = 2$.

5. Інтегральна міра напруженого стану на основі максимального локального напруження. У роботі [27] запропоновано обмеження для інтегральної міри напруженного стану записувати наступним чином –

$$f_\sigma = \hat{s}_{\max} + \sum_{e \in A} \left(\hat{s}_e - 1\right)^2 \le 1, \tag{20}$$

яке враховує як максимальне значення локальних напружень $\hat{s}_{\max} = \max\limits_e \left(\hat{s}_e\right)$ ($e = \overline{1,N}$), так і суму квадратів «перевищених напружень» (A – набір номерів скінченних елементів з порушеною умовою міцності, $\hat{s}_e > 1$).

На кожній ітерації обчислюється максимальне напруження і фільтруються елементи з $\hat{s}_e > 1$. При цьому припускається, що положення елементів з $\hat{s}_{\max}$ і з набору A є постійними на поточній ітерації, а функція обмеження f_σ є диференційованою. Автори [27] вказують, що запис f_σ добре працює навіть для межі максимального напруження.

У статті [27] показано, що умова міцності (20) не потребує встановлення додаткових параметрів і більше підходить для постановки задачі ТО з мінімізацією піддатливості.

6. Нормування інтегральної міри напруженого стану. У статті [18] пропонується виконувати нормування інтегральної міри напруженого стану на основі P-норми. Ця міра є наближенням до максимального значення напруження і записується у вигляді:

$$s_{\max} \approx c \cdot s_{\text{PN}} \le s'_Y, \tag{21}$$

де

$$s_{\text{PN}} = \left(\sum_e v_e \hat{s}_e^P \right)^{1/P}, \tag{22}$$

v_e – відносний об'єм e-го елемента СЕ-сітки; s'_Y – послаблена межа напруження.

Параметр c є параметром нормування (масштабування)

$$c^{(J)} = \alpha^{(J)} \frac{s_{\max}^{(J-1)}}{s_{\text{PN}}^{(J-1)}} + \left[1 - \alpha^{(J)}\right] \cdot c^{(J-1)}, \tag{23}$$

де $s_{\max}^{(J-1)}$ та $s_{\text{PN}}^{(J-1)}$ визначається з попередньої $J-1$ ітерації; $\alpha^{(J)}$ – коефіцієнт для зменшення коливань між ітераціями $c^{(J)}$ і $c^{(J-1)}$ ($0 < \alpha^{(J)} < 1$).

Окрім цього, автори роботи [18] з метою наближення проєкту з обмеженням інтегральної міри напруженого стану (21) до проєкту з

обмеженнями на локальні напруження (3), пропонують застосовувати m регіональних обмежень

$$\hat{s}_{\max_k} = \max_{e\in\Omega_k}\left(\hat{s}_e\right) \le s'_{Y_k} \quad (k=\overline{1,m}),$$

де Ω_k – множина елементів k-го регіону (області) проєктного простору.

Отже, на кожний регіон k накладається обмеження у формі нормованої P-норми, а саме:

$$s_{\max_k} \approx c_k s_{\mathrm{PN}_k} \le s'_{Y_k} \quad (k=\overline{1,m}),$$

де c_k обчислюється незалежно для кожного регіону з використанням (23), а s_{PN_k} отримується з (22) враховуючи лише скінченні елементи регіону k.

У наведеному в даній роботі чисельному прикладі використання нормованого обмеження напруження (21) з $P=4$ та $m=8$ демонструє більш рівномірний розподіл напруження деталі у порівнянні з проєктом з мінімізацією піддатливості.

Нормування інтегральної міри напруженого стану на основі P-норми використано у статті [22], але формулювання умови міцності і інтегральної міри напруження включає відносну густину і подається так:

$$c_k s_{\mathrm{PN}_k} = \left(\sum_{e\in\Omega_k}\rho_e\left(\frac{\hat{s}_e}{s'_Y}\right)^P\right)^{1/P} \le 1 \quad (k=\overline{1,m}),$$

де ρ_e – відносна густина e-го елемента в області Ω_k.

В роботі [24] представлено ТО конструкції з використанням модифікованого методу корекції обмеження напруженого стану в залежності від функції P-норми та P-середнього. При цьому оптимізаційна задача полягає у мінімізації об'єму результату ТО за умови забезпечення його міцності у вигляді обмеження

$$c\cdot\left(\frac{1}{N_i}\sum_{e\in\Omega}\hat{s}_e^{\,P1}\right)^{1/P1} \le 1.$$

Тут c – поправочний коефіцієнт, який визначається у формі $c=s^L_{PN}/s^U_{PN}$, де міра s^U_{PN} називається «верхньою межею напруження P-норми», а s^L_{PN} – «нижньою межею напруження P-норми»:

$$s^U_{PN}=\left(\frac{1}{N}\sum_{e\in\Omega}\hat{s}_e^{\,P1}\right)^{1/P1}; \quad s^L_{PN}=\left(\sum_{e\in\Omega}\hat{s}_e^{\,P2}\right)^{1/P2}.$$

Агрегатна функція s^U_{PN} застосовується для аналізу чутливості, а функція s^L_{PN} – як обмеження значень напружень.

Значення показника $P1$ функції s^U_{PN} прийнято рівним $P1=6$ на підставі аналізу її збіжності при різних $P1$. Для визначення $P2$ у роботі

[24] запропоновано підхід, згідн з яким у функції s_{PN}^{L} не враховуються найбільші шість значень обчислених механічних напружень, що забезпечує кращу збіжність результатів розрахунку. На підставі порівняння значень максимального напруження та сформованої таким чином функції s_{PN}^{L}, авторами [24] робиться висновок про вибір показника $P2$ таким, при якому вказані значення рівні (у статті $P2=8$).

Автори [24] вважають, що запропонований ними метод долає недоліки методу нормування роботи [18] – масштабний коефіцієнт c є наперед визначеним, а евристичний параметр α (17) відсутній.

У роботі [27] для задач ТО запропоновано при накладанні еквівалентного обмеження на значення максимального локального напруження використовувати корекцію інтегральної міри напруження у формі

$$\overline{s}_{\mathrm{KS}} = cp \cdot s_{\mathrm{KS}} \le 1,$$

де cp – параметр корекції, а KS-функція має вигляд (15). Для J-ої ітерації оптимізації параметр корекції розраховується за формулою

$$cp^{(J)} = \frac{\max\left(\hat{s}_e^{(J)}\right)}{s_{\mathrm{KS}}^{(J)}},$$

у якій використовуються значення інтегральної міри та максимального напруження на поточній ітерації, на відміну від параметра нормалізації роботи [18], де відповідні значення беруться з попередньої ітерації.

Для уникнення стрибкоподібної зміни параметра cp впродовж ітераційного процесу і, відповідно, поганої збіжності результату, автори [27] пропонують записувати параметр корекції у вигляді

$$cp^{(J)} = cp^{(J-1)} + q^{(J)}\left(\frac{\max\left(\hat{s}_e^{(J)}\right)}{s_{\mathrm{KS}}^{(J)}} - cp^{(J-1)}\right),$$

де q – коефіцієнт керування ($0<q<1$).

Введена схема корекції напруження також може використовувати інтегральну нормовану міру напруженого стану формі P-норми:

$$s_{\mathrm{PN}} = \left(\sum_e \hat{s}_e^{P}\right)^{1/P}.$$

Автори [27] стверджують, що запропонована схема обмежень заснована на точній корекції функції (KS-функції або функції P-норми) і дозволяє використовувати вказаний підхід в задачах оптимізації з мінімізацією об’єму. На думку авторів, зазначена міра на основі KS-функції забезпечує більш швидку збіжність оптимальної топології, ніж міра напруженого стану на основі функції P-норми.

Зазначимо, що у роботі [28] також було використано параметр нормування (23), але інтегральна міра s_{PM} визначалась на основі функції P-середнього з урахуванням підходу δ-релаксації.

7. Блочний критерій обмежень локальних напружень. В якості компромісу між обмеженням на механічні напруження в кожному елементі скінченно-елементної сітки (локальне обмеження) та обмеженням для певної інтегральної міри напруженого стану СЕ-моделі може бути застосований підхід групування локальних обмежень в декілька інтегральних мір. В літературі зустрічаються підходи збирання локальних обмежень у блоки, регіональні та кластерні підходи.

У статті [17], зокрема, запропоновано групувати скінченні елементи $e=\overline{1,N}$ у відносно невелику кількість K блоків (груп елементів) $\{B\}$ ($b=\overline{1,K}$) таким чином, щоб усі отримані блоки містили однакову кількість елементів, а елементи кожного блоку не були розрізненими. Локальні обмеження, що відповідають усім елементам кожного блоку, об'єднуються в одну нерівність:

$$G^b_{\mathrm{KS}}(\rho)=\frac{1}{\mu}\ln\sum_{e\in B}\exp\left(\mu\left(\hat{s}_e-1\right)\right)-\frac{1}{\mu}\ln(n)\le 0\,,$$

де $n=N/K$ – кількість елементів у блоках.

У цій статті на прикладі для Г-подібної області вказується, що отриманий на основі запропонованого підходу розв'язок з $\mu=20$ і $K=100$ досить добре збігається з аналітичним. Тут зазначається, що кількість блоків K і значення параметра μ відіграють набагато важливішу роль, ніж підхід, прийнятий для об'єднання елементів у блоки для розглянутої сітки.

Групування елементів за т.зв. регіонами застосовано також у роботі [18]. Для забезпечення кращого контролю локального напруження регіони не повинні бути пов'язані, а елементи, які складають кожну область, не повинні бути суміжними. Автори виявили, що прийом, названий ними «підходом переплетення», дає найкращі результати серед різних підходів у формуванні регіонів на основі фізичного розташування, розподілу напруження або певного зв'язку елементів та інше. Щоб визначити області «переплетення», елементи сортуються за рівнем напруження на поточній J-ій ітерації проєктування:

$$\left\{e_1,e_2,\ldots,e_N:\ \hat{s}^{(J)}_{e_1}\le\hat{s}^{(J)}_{e_2}\le\ldots\le\hat{s}^{(J)}_{e_N}\right\},$$

а потім формують регіони як набір напружень узятих зі зростаючої послідовності їх значень через певну кількість елементів. Тобто k-ий регіон це є послідовність

$$\Omega_k=\{e_k,\ e_{k+m},\ e_{k+2m},\ \ldots\}\quad(k=\overline{1,m}).$$

У статті [21] представлено два підходи до сортування точок оцінки в кластери. У першому підході, який називається «кластеризацією рівня напружень», загальна кількість N точок оцінки напруження сортується в порядку спадання їхнього рівня напруження і розподіляється на n кластерів. Перші N/n точок створюють кластер 1, наступні N/n точок – кластер 2, і т.д. Останній кластер має найменшу кількість точок. Цей підхід дає великі

варіації різних значень інтегральних мір $s_{\mathrm{PN}_k}(x)$, але в середині кожного кластера напруження максимально близькі один до одного. Як позитивний ефект вказується на те, що обмеження напружень для низькорівневих кластерів, у більшості задач, зрештою стають неактивними.

«Підхід розподіленого напруження» (другий підхід) збігається з підходом переплетення, наведеним у [18]. Така кластеризована міра напруження буде нижчою, ніж за умови використання першого підходу.

Результати розв'язання у [21] чисельних прикладів, в яких показник степеня P-норми приймався рівним 8, кількість кластерів дорівнювала 10, показали, що «підхід рівня напружень» і рекластеризація (оновлення кластерів на кожній ітерації) дають кращий локальний контроль напруження та більш рівномірний розподіл напруження ніж «підхід розподіленого напруження».

8. Мінімізація нерівномірності розподілу напруженого стану. У роботі [29] запропоновано альтернативну умову міцності для задач ТО, яка орієнтована на мінімізацію нерівномірності розподілу напруженого стану серед СЕ з ненульовою відносною густиною ($\rho_e > \rho_{\min}$). Зокрема, замість класичного критерію (3) ставиться задача пошуку мінімуму відношення

$$\|\hat{s}-\overline{s}\|_1 / \|\overline{s}\|_1 \to \min, \tag{24}$$

де $\overline{s}$ – лінійна апроксимація впорядкованих значень $\hat{s}_e > 0$, коефіцієнти якої визначаються методом найменших квадратів; $\|f\|_1$ – норма вектора f у метриці L_1 ($\|f\|_1 = \sum_e |f_e|$).

З геометричної точки зору умова (24) означає мінімізацію відношення площі $\|\hat{s}-\overline{s}\|_1$ області між еквівалентними напруженнями $\hat{s}_e$ і лінійною їх апроксимацією $\overline{s}_e$ до площі трапеції $\|\overline{s}\|_1$ під прямою $\overline{s}_e$.

Автори [29] зазначають, що запропонований критерій (24) дозволяє зменшити вплив локальних пікових значень напружень на результат оптимізації і забезпечити кращу його рівноміцність. До недоліків даного критерію автори відносять необхідність пошуку оптимального результату на усьому діапазоні можливих значень осередненої густини розрахункової області. У якості принципових переваг запропонованого критерію зазначаються зменшена кількість вхідних даних, забезпечення кращої рівноміцності оптимізованої топології і нечутливість результату до похибок у обчисленнях.

Висновки. Підвищений інтерес до розробки ефективних методів проєктування деталей оптимальної топології з урахуванням умови її міцності, свідчить про актуальність цих теоретичних досліджень та важливе прикладне значення отриманих результатів.

При розв'язанні задач ТО з урахуванням обмеження на рівень напруженого стану однією з суттєвих проблем є локальний характер

напруження. Для вирішення цієї проблеми замість контролю напружень у кожній точці скінченно-елементної моделі деталі вводиться обмеження на певну інтегральну міру напруженого стану деталі, яка обчислюється із залученням певних агрегатних функцій. Зазначені функції мають бути гладкими та диференційованими. Їх використання дає можливість суттєво заощадити час розв'язання задачі ТО, зменшує обчислювальні витрати та забезпечити стійкість обчислювального процесу.

До найбільш поширених агрегатних функцій в задачах ТО слід віднести функції на основі P-норми та P-середнього. Наявні в літературі результати чисельних експериментів показали, що проєкти з умовою міцності на основі P-норми близьки до проєктів з мінімальною піддатливістю, а проєкти з обмеженням у формі P-середнього займають проміжне місце між розв'язком з мінімальною піддатливістю та розв'язком з обмеженнями на локальні напруження. При цьому, агрегатні функції на основі P-середнього мають певні переваги, оскільки вони менш чутливі до параметра агрегації P та кількості аргументів, менш чутливі до розміру СЕ-сітки і дозволяють розширити область пошуку оптимального результату без різноманітних методів послаблення обмежень, що зменшує залежність розв'язку від додаткових коефіцієнтів. Окрім цього, з метою наближення результату оптимізації з обмеженням інтегральної міри напруженого стану до результату з обмеженнями на локальні напруження пропонується застосовувати т.зв. регіональні обмеження, а параметр агрегації P збільшувати при реалізації ітераційного процесу оптимізації.

У даній роботі також наведено стислий опис таких агрегатних функцій, як функція Крайсельмайєра-Штайнхаузера, сглажена функція Гевісайда, міра перевищених напружень та міра нерівномірності розподілу напруженого стану.

Велика кількість наявних в літературі варіантів математичного формулювання обмежень для інтегральних мір напруженого стану проєктованих деталей свідчить про те, що питання розробки універсального та ефективного методу проєктування деталей з врахуванням критерію її міцності, як більш наближеного до інженерних практик проєктування, залишається відкритим. Той факт, що в багатьох публікаціях автори розглядають одночасно декілька варіантів обмежень на напружений стан і аналізують їх переваги та недоліки, лише ускладнює формулювання висновку про найбільш раціональний шлях пошуку універсального алгоритму. Тому при проєктуванні деталей з оптимальною топологією вважаємо, що доцільним є застосування декількох критеріїв з наступним уточненим розрахунком напружено-деформованого стану оптимізованої деталі. Перелік найбільш ефективних на даний час критеріїв і подано у даному огляді.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ / REFERENCES

1. *Bendsøe M. P.* Optimization of Structural Topology, Shape, And Material. – Berlin: Springer-Verlag, 1995. – 273 p. DOI: 10.1007/978-3-662-03115-5
2. *Sigmund O.* A 99 line topology optimization code written in Matlab // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2001. – Vol. 21, Iss. 2. – P. 120-127. DOI: 10.1007/s0015800501
3. *Bendsoe M. P., Sigmund O.* Topology optimization: theory, methods and applications. – Berlin: Springer-Verlag, 2004. – 370 p. DOI: 10.1007/978-3-662-05086-6_2.
4. *Andreassen E., Clausen A., Schevenels M., Lazarov B., Sigmund O.* Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code // Struct. Multidisc. Optim. – 2011. – Iss. 43. – P. 1-16. DOI: 10.1007/S00158-010-0594-7.
5. *Liu K., Tovar A.* An efficient 3D topology optimization code written in MatLab // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2014. – Vol. 50, Iss. 6. – P. 1175-1196. DOI: 10.1007/s00158-014-1107-x.
6. *Ferrari F., Sigmund O.* A new generation 99 line Matlab code for compliance topology optimization and its extension to 3D // Struct. Multidisc. Optim. – 2020. – Vol. 62, Iss. 4. – P. 2211-2228. DOI: 10.1007/s00158-020-02629-w.
7. *Huang X., Xie Y.M.* Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications. – John Wiley & Sons, Ltd, 2010. – 223 p. DOI:10.1002/9780470689486
8. *Duysinx P., Bendsøe M.P.* Topology optimization of continuum structures with local stress constraints // Int. J. for Numerical Methods in Engineering. – 1998. –Vol. 43, Iss. 8. – P. 1453-1478. DOI: 10.1002/(SICI)1097-0207(19981230)43:8<1453::AID-NME480>3.0.CO;2-2.
9. *Duysinx P., Sigmund O.* New developments in handling stress constraints in optimal material distribution. Conference Paper. 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. 1998. DOI: 10.2514/6.1998-4906.
10. *De Leon D.M., Alexandersen J., O. Fonseca J.S., Sigmund O.* Stress-constrained topology optimization for compliant mechanism design // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2015. – Vol. 52. – P. 929-943. DOI: 10.1007/S00158-015-1279-Z.
11. *Kim N., Dong T., Weinberg D.H., Dalidd J.* Generalized optimality criteria method for topology optimization // Appl. Sci. – 2021. – Iss. 11. – P. 3175. DOI: 10.3390/app11073175.
12. *Cheng G., Guo X.* ε-relaxed approach in structural topology optimization // Structural optimization. – 1997. – Vol. 13. – P. 258-266. DOI: 10.1007/BF01197454.
13. *Poon N.M.K., Martins J.R.R.A.* An adaptive approach to constraint aggregation using adjoint sensitivity analysis // Struct. Multidisc. Optim. – 2007. – Vol. 34. – P. 61-73. DOI: 10.1007/s00158-006-0061-7.
14. *Duysinx P., Miegroet L.V., Lemaire E., Bruls O., Bruyneel M.* Topology and generalized shape optimisation: why stress constraints are so important // Int. J. for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization. – 2008. – Vol. 2. DOI: 10.1051/IJSMDO/2008034.
15. *Bruggi M.* On an alternative approach to stress constraints relaxation in topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2008. – Vol. 36. – P. 125-141. DOI: 10.1007/S00158-007-0203-6.
16. *París J., Navarrina F., Colominas I., Casteleiro M.* Topology optimization of continuum structures with local and global stress constraints // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2009. – Vol. 39. – P. 419-437. DOI: 10.1007/S00158-008-0336-2.
17. *París J., Navarrina F., Colominas I., Casteleiro M.* Block aggregation of stress constraints in topology optimization of structures // Adv. Eng. Softw. – 2010. – Vol. 41, Iss. 3. – P. 433-441. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2009.03.006.
18. *Le C.H., Norato J.A., Bruns T.E., Ha C., Tortorelli D.* Stress-based topology optimization for continua // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2010. – Vol. 41. – Iss. 4. – P. 605-620. DOI: 10.1007/S00158-009-0440-Y.
19. *Lee E., James K.A., Martins J.R.* Stress-constrained topology optimization with design-dependent loading // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2012. – Vol. 46. – P. 647-661. DOI: 10.1007/S00158-012-0780-X.

20. *Luo Y., Wang M.Y., Kang Z.* An enhanced aggregation method for topology optimization with local stress constraints // Computer Methods in Appl. Mech. and Eng. – 2013. – Vol. 254. – P. 31-41 DOI: 10.1016/j.cma.2012.10.019.
21. *Holmberg E., Torstenfelt B., Klarbring A.* Stress constrained topology optimization // Struct. Multidisc. Optim. – 2013. – Vol. 48, Iss. 1. – P. 33-47. DOI: 10.1007/s00158-012-0880-7.
22. *Jeong S.H., Park S., Choi D., Yoon G.H.* Toward a stress-based topology optimization procedure with indirect calculation of internal finite element information // Comput. Math. Appl. – 2013. – Vol. 66. – P. 1065-1081. DOI: 10.1016/j.camwa.2013.07.008.
23. *Biyikli E., To A.C.* Proportional topology optimization: A new non-sensitivity method for solving stress constrained and minimum compliance problems and its implementation in MATLAB // PLoS ONE. – 2015. – Vol. 10, Iss. 12. – P. e0145041. DOI: 10.1371/journal.pone.0145041.
24. *Lee K.Y., Ahn K., Yoo J.* A novel P-norm correction method for lightweight topology optimization under maximum stress constraints // Computers & Structures. – 2016. – Vol. 171. – P. 18-30. DOI: 10.1016/J.COMPSTRUC.2016.04.005.
25. *Verbart A., Langelaar M., Keulen F.V.* A unified aggregation and relaxation approach for stress-constrained topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2017. – Vol. 55. – P. 663-679. DOI: 10.1007/S00158-016-1524-0.
26. *Wang C., Qian X.* Heaviside projection-based aggregation in stress-constrained topology optimization // Int. J. for Numerical Methods in Engineering. – 2018. – Vol. 115. – P. 849-871. DOI: 10.1002/nme.5828.
27. *Yang D., Liu H., Zhang W., Li S.C.* Stress-constrained topology optimization based on maximum stress measures // Computers & Structures. – 2018. – Vol. 198. – P. 23-39. DOI: 10.1016/J.COMPSTRUC.2018.01.008.
28. *Da Silva G.A., Aage N., Beck A.T., Sigmund O.* Local versus global stress constraint strategies in topology optimization: A comparative study // Int. J. for Numerical Methods in Engineering. – 2021. – Vol. 122. – P. 6003-6036. DOI: 10.1002/nme.6781.
29. *Yanchevskyi I.V., Kryshtal V.F.* Integral criterion of the non-uniformity of stress distribution for the topology optimization of 2D-models // J. of Mech. Eng. – 2021. – Vol. 24, Iss. 1. – P. 65-74. DOI: 10.15407/pmach2021.01.065.
30. *Yang R., Chen C.J.* Stress-based topology optimization // Structural optimization. – 1996. – Vol. 12. – P. 98-105. DOI: 10.1007/BF01196941.
31. *Kiyono C.Y., Vatanabe S.L., Silva E., Reddy J.* A new multi-p-norm formulation approach for stress-based topology optimization design // Composite Structures. – 2016. – Vol. 156. – P. 10-19. DOI: 10.1016/J.COMPSTRUCT.2016.05.058.
32. *Lian H., Christiansen A.N., Tortorelli D.A., Sigmund O., Aage N.* Combined shape and topology optimization for minimization of maximal von Mises stress // Struct. Multidisc. Optim. – 2017. – Vol. 55, Iss. 5. – P. 1541-1557. DOI: 10.1007/s00158-017-1656-x.
33. *Deng H., Vulimiri P.S., To A.C.* An efficient 146-line 3D sensitivity analysis code of stress-based topology optimization written in MATLAB // Optimization and Engineering. – 2021. – Vol. 23. – P. 1733-1757. DOI: 10.1007/s11081-021-09675-3.
34. *Kranz M., Lüdeker J.K., Kriegesmann B.* An empirical study on stress-based fail-safe topology optimization and multiple load path design // Struct. Multidisc. Optim. – 2021. – Vol. 64. – P. 2113-2134. DOI: 10.1007/s00158-021-02969-1.
35. *Fernández E., Collet M., Alarcón P., Bauduin S., Duysinx P.* An aggregation strategy of maximum size constraints in density-based topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2019. – Vol. 60, Iss. 5. – P. 2113-2130. DOI: 10.1007/s00158-019-02313-8.
36. *Kreisselmeier G., Steinhauser R.* Systematic control design by optimizing a vector performance index // Int. Federation of Active Controls Syposium on Computer-Aided Design of Control Systems, Zurich, Switzerland. – 1979. – P. 113-117. DOI: 10.1016/B978-0-08-024488-4.50022-X.

Стаття надійшла 21.02.2023

Кришталь В.Ф., Янчевський І.В.

ОБМЕЖЕННЯ НА ІНТЕГРАЛЬНІ МІРИ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В ЗАДАЧАХ ТОПОЛОГІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Топологічною оптимізацією (ТО) називають обчислювальний метод визначення розподілу матеріалу у заданій області проєктування для створення оптимальної форми деталі при заданих граничних умовах. Підвищений інтерес до розробки ефективних методів проєктування деталей оптимальної топології свідчить про актуальність цих теоретичних досліджень та важливе прикладне значення отриманих результатів. В класичній постановці ТО у якості критерію пошуку зазначеного розподілу обрана мінімізація піддатливості деталі при обмеженнях на об'єм (масу) результату оптимізації. Більш наближеною до прикладного застосування є постановка задачі ТО, що передбачає мінімізацію об'єму деталі з урахуванням умови її міцності. Залучення агрегатних функцій для обчислення інтегральних мір напруженого стану має низку переваг над традиційною перевіркою максимального значення механічного напруження: суттєве заощадження часу розв'язання задачі ТО, зменшення обчислювальних витрат та забезпечення стійкості обчислювального процесу. У даній роботі представлені і проаналізовано спеціалізацію прикладного застосування агрегатних функцій, які отримали найбільше застосування в сучасних дослідженнях з питань ТО з урахуванням міцності оптимізованої деталі. Зокрема, описано функції P-норми та P-середнього, функції Крайсельмайера-Штайнхаузера, сглажена функція Гевісайда, міра перевищених напружень та міра нерівномірності розподілу напруженого стану. Велика кількість наявних в літературі варіантів математичного формулювання обмежень для інтегральних мір напруженого стану проєктованих деталей свідчить про те, що питання розробки універсального та ефективного методу проєктування деталей з врахуванням критерію її міцності залишається відкритим.

Ключові слова: топологічна оптимізація, механічне напруження, інтегральна міра, агрегатні функції, скінченні елементи.

Kryshtal V.F., Yanchevskiy I.V.

CONSTRAINTS ON INTEGRAL MEASURES OF STRESS STATE IN TOPOLOGY OPTIMIZATION PROBLEMS

Topology optimization (TO) is a computational method of determining material distribution in a given design area to create the optimal shape of a part under given boundary conditions. The increased interest in the development of effective methods of designing parts of the optimal topology testifies to the relevance of these theoretical studies and the important applied value of the obtained results. In the classic formulation of maintenance, the minimization of the flexibility of the part under restrictions on the volume (mass) of the optimization result is chosen as a criterion for finding the specified distribution. Closer to practical application is the formulation of the maintenance problem, which involves minimizing the volume of the part, taking into account the condition of its strength. The inclusion of aggregate functions for the calculation of integral measures of the stress state has a number of advantages over the traditional check of the maximum value of mechanical stress: significant saving of time for solving the maintenance problem, reduction of computational costs and ensuring the stability of the computational process. This work presents and analyzes the specialization of the applied application of aggregate functions, which have been most widely used in modern research on maintenance issues, taking into account the strength of the optimized part. In particular, the P-norm and P-mean functions, the Kreiselmeier-Steinhauser functions, the smoothed Heaviside function, the measure of exceeded stresses, and the measure of uneven distribution of the stress state are described. The large number of options available in the literature for the mathematical formulation of limitations for integral measures of the stress state of designed parts indicates that the issue of developing a universal and effective method of designing parts, taking into account the criterion of its strength, remains open.

Keywords: topology optimization, mechanical stress, integral measure, aggregate functions, finite elements.

УДК 629.01
Кришталь В.Ф., Янчевський І.В. **Обмеження на інтегральні міри напруженого стану в задачах топологічної оптимізації** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 207-228.
Представлені агрегатні функції, які отримали найбільше застосування в сучасних дослідженнях з питань топологічної оптимізації з урахуванням міцності оптимізованої деталі.
Табл. 0. Іл. 2. Бібліогр. 36 назв.

UDC 629.01
Kryshtal V.F., Yanchevskiy I.V. **Constraints on integral measures of stress state in topology optimization problems** // Strength of Materials and Theory of Structures: Science-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 207-228.
Aggregate functions are presented, which have been most widely used in modern research on topology optimization, taking into account the strength of the optimizing part.
Tabs. 0. Figs. 2. Refs. 36.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів КРИШТАЛЬ Володимир Федорович.
Адреса робоча: *03056, Україна, м. Київ-56, пр. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», КРИШТАЛЮ Володимиру Федоровичу.*
Роб. тел.: + 38 (044) 204-95-35;
E-mail: v.kryshtal@kpi.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-5597-2435

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор фізико-математичних наук, професор кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів ЯНЧЕВСЬКИЙ Ігор Владиславович.
Адреса робоча: *03056, Україна, м. Київ-56, пр. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», ЯНЧЕВСЬКОМУ Ігорю Владиславовичу.*
Роб. тел.: + 38 (044) 204-95-35;
E-mail: i.yanchevskyi@kpi.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7113-2276

UDC 539.3

TRANSMISSION SHAFTS VIBRATIONS IN TRANSIENT ROTATING MODES

P.P. Lizunov,
Doctor of Technical Science

V.O. Nedin,
Candidate of Technical Science

Kyiv National University of Construction and Architecture,
31, Povitroflotskiy avenue, Kyiv, Ukraine

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.229-237

The paper presents the investigation results of the transmission shaft dynamic behavior in transient modes of motion with change of the rotational speeds. It is shown that when the speed of rotation changes, in the inertial coordinate system, during the acceleration time this process continues with growth of oscillation frequency.

Keywords: inertia forces, dynamic stability, numeric differentiation, transmission shaft vibration, rotational speeds.

Introduction. The tasks of dynamics in systems that include transmission shafts arise during the structural elements of machines and devices are designed. The oscillatory motion of such elastic shafts during rotation is described by complex systems of differential equations in partial derivatives taking into account the gyroscopic forces, which are caused by transfer, relative and Coriolis accelerations. Often such shafts are run in modes with different rotational speeds. Because of it the study of such rotational systems behavior during the acceleration time interval is interesting.

In recent years, the problems of the shafts and rotating rods dynamics have been studied in the works of various authors.

The paper [6] is concerned with the dynamic behavior of the rotating composite shaft on rigid bearings. A-version, hierarchical finite element is employed to define the model. A theoretical study allows the establishment of the kinetic energy and the strain energy of the shaft, necessary to the result of the equations of motion. In this model the transverse shear deformation, rotary inertia and gyroscopic effects, as well as the coupling effect due to the lamination of composite layers have been incorporated. A hierarchical beam finite element with six degrees of freedom per node is developed and used to find the natural frequencies of a rotating composite shaft.

In paper [7] is analyzed the method of transfer matrix, set up the lumped parameter model. Then figure out the common transfer matrix of shaft. Take some shaft as an example, using MatLab is calculated the critical speed. The analysis can provide basis and method for shaft vibration numerical simulation.

An analytical method to solve vibration of the propulsion shaft under hull deformation excitations is introduced in paper [8]. The model of shaft with the

© Lizunov P.P., Nedin V.O.

excitations at bearings is seen as a simplified propulsion shaft-ship hull system, as bearings could be assumed as the connection structures that transmit the forces from hull to shaft. The equations of shaft motion and continuity/boundary conditions are presented and hull excitations are included in the continuity conditions equations. Vibration characteristics of shaft under hull excitations are gained. The effects of propeller, supports stiffness, the location of hull excitations, the amplitude of excitations and the size of shaft are discussed.

In paper [10] authors try to focus on the analysis of the effects produced on the whirling shaft of different diameters while running at the different speeds. The objective of the study is to find the effect of different diameters rotating at different speeds on the amplitude and natural frequency of the shaft. Also forced vibration analysis of the shaft is done. Some parameters are also studied that are responsible for the failure of the system before breakdown, and the effect of the resonance frequency of the shaft.

The task of rotating shaft oscillations is studied in paper [14], too. The shaft is viewed with non-uniform cross-sections per length.

The viewed results analysis that are presented in the scientific literature shows, that in many works the attention is paid to the critical rotational speeds calculation and frequencies of natural oscillations determination with various system parameters. But meanwhile there is the reason to examine the transient modes of rotation with change of rotational speeds and how this act influences to oscillatory motion. Therefore, the study of such systems dynamic behavior in transient rotating modes becomes interesting.

This work examines the dynamic behavior of transmission shafts when the rotational speed changes.

Problem statement. When the transmission shafts are run there are cases when the speed of their rotation can be changed forcibly. This process can be accompanied by vibration with change of frequency and amplitude of shaft transverse oscillations. In this way as a dynamic model is considered a rod with length l (Fig. 1). The rod is rotated on angular speed ω_t around the rectilinear axis O_1X_1 of the stationary coordinate system $O_1X_1Y_1Z_1$.

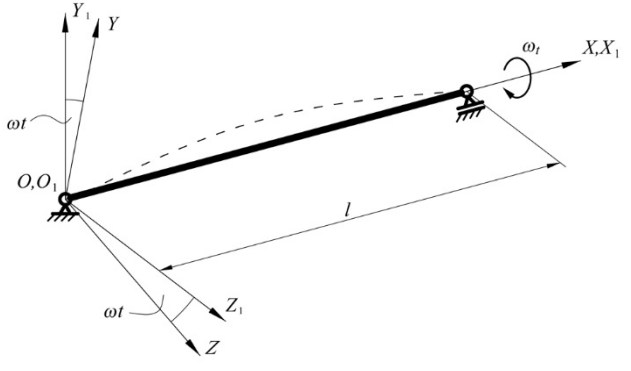


Fig. 1. Dynamic model of system

The rotating coordinate system *OXYZ* is tied to the rod and rotates with it. The direction of *OX* axis coincides with direction of O_1X_1 axis. Axis of rod in deformed state is coincided with the *OX* and O_1X_1 axis. The oscillatory motion of the rod in the *OXYZ* coordinate system is characterized by $y(x,t)$ and $z(x,t)$ displacements of the points, that belong to the axis of rod in the *OY* and *OZ* coordinate axes' direction, respectively.

The mathematical model of rotating with constant angular speed rod transverse oscillations in coordinate system *OXYZ* is described by system of differential equations, which have a form [2]:

$$\begin{cases} EI_1\dfrac{d^4y}{dx^4} - \bar{m}r^2\left(\dfrac{d^4y}{dt^2dx^2} + \omega_t^2\dfrac{d^2y}{dx^2}\right) - 2\omega_t\bar{m}\dfrac{dz}{dt} - \bar{m}\omega_t^2 y + \bar{m}\dfrac{d^2y}{dt^2} = 0 \\ EI_2\dfrac{d^4z}{dx^4} - \bar{m}r^2\left(\dfrac{d^4z}{dt^2dx^2} + \omega_t^2\dfrac{d^2z}{dx^2}\right) + 2\omega_t\bar{m}\dfrac{dy}{dt} - \bar{m}\omega_t^2 z + \bar{m}\dfrac{d^2z}{dt^2} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

where E – elastic modulus of rod's material; I_1, I_2 – inertia moments of rod section in mutually perpendicular planes; r – radius of gyration; $\bar{m}$ – mass of unit per length; ω_t – rotational speed of rod around the axis that coincides with the axis of rod in undeformed state.

The system of equations (1) is valid in the time interval when the rod rotates at a constant speed ω_c during the time interval t_c. During the time interval t_a, when the speed of rotation is being changed, the motion occurs with angular acceleration ε and as a result the tangential component of the transfer acceleration of the rod element $dx\,\vec{a}_e^{\tau}$ appears. It should be taken into account in the system of equations (1) by the $-\bar{m}\,\varepsilon z$ and $\bar{m}\,\varepsilon y$ components, respectively.

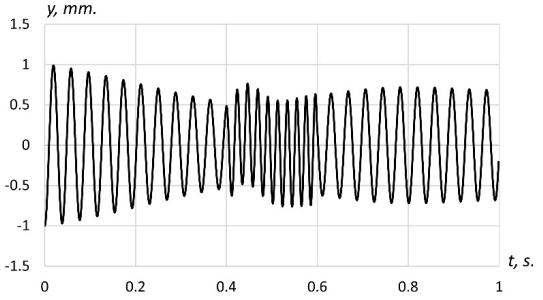
Technique. To study of the dynamics of investigated objects in this paper the technique that is described in papers [3, 4] is used. In this technique the process of oscillation is modeled based on repeated (cyclic) solving the system of differential equations for every point of system in order to find the new coordinates of positions for these points in each next point of time $t+\Delta t$.

The technique is realized by computer program with graphic user interface that is developed by authors. That program lets to study the dynamics of modeled system by calculating and drawing the current bend forms of the rotating rod in oscillation. Also, program lets to make the analysis of behavior of modeled system, find the dynamic instability regions, draws the diagrams of it.

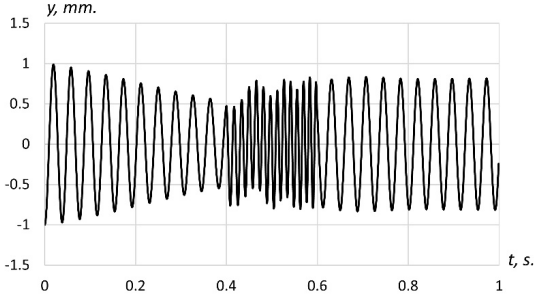
Results. In this paper, using said program, the study of the transmission shaft dynamics is done. The considered shaft is tubular, outer diameter d = 60 mm, wall thickness s = 15 mm. Length of shaft is equal to 3 m. The shaft operation is reviewed on different rotational speeds with change of it in certain time period with specified acceleration.

For this shaft with set parameters, the first critical speed of rotation is equal to 166 s^{-1}. On the diagrams (Fig. 2-5) the graphs of shaft vibration are presented in the three ranges of time: time of rotation at constant initial speed before acceleration – t_i; time of rotation with acceleration – t_a; time of rotation at constant final speed after acceleration – t_f). Namely, in the ranges of before-critical speeds (50-100 s^{-1},

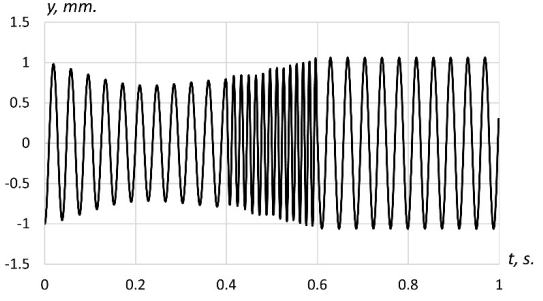
50-150 s^{-1}) and in the range of speeds (100-200 s^{-1}) when the rotating shaft is being passed through the critical speed by different accelerations.



(a)



(b)



(c)

Fig. 2. Shaft vibration with change of speed:
(а) from 50 to 100 s^{-1}; (б) from 50 to 150 s^{-1}; (в) from 100 to 200 s^{-1}

Specifically on diagrams in Fig. 2 the shaft oscillations in the inertial coordinate system are shown when the rotational speed changes in the acceleration time interval t_a=0.2 s^{-1}. As we can see from all of tree presented cases, during the time when rotational speed increases, the frequency of oscillation increases significantly compared to the time intervals of rotation at constant speed.

The shaft oscillations in the inertial coordinate system when the rotational speed changes by acceleration ε=250 s^{-2} are shown on diagrams in Fig. 3.

Same graphs of the shaft oscillations when the rotational speed changes by acceleration ε=200 s^{-2} are presented in Figure 4. Similar, the oscillations when the rotational speed changes by acceleration ε=100 s^{-2} are shown in Fig. 5.

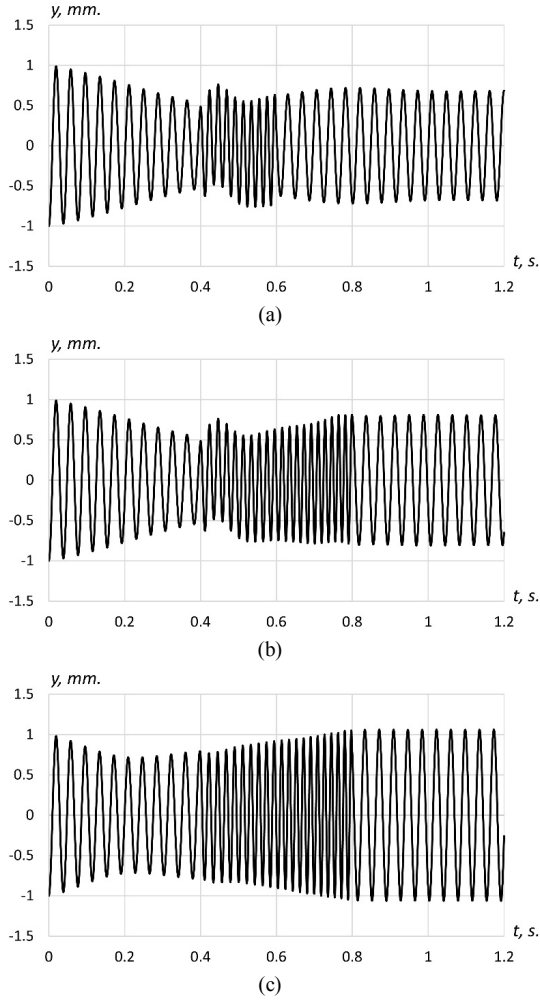


Fig. 3. Shaft vibration with change of speed by acceleration ε=250 s^{-2}: (a) from 50 to 100 s^{-1}; (b) from 50 to 150 s^{-1}; (c) from 100 to 200 s^{-1}

It can be seen from the diagrams that in each of the three presented cases, during the acceleration time the frequency of oscillation increases significantly compared to the time intervals of rotation at constant speed. Also, all graphs show that the increase of the rotational speed leads to increase of oscillation amplitude. After pass to next constant speed of rotation, the frequency of oscillations, as shown in diagrams, decreases back.

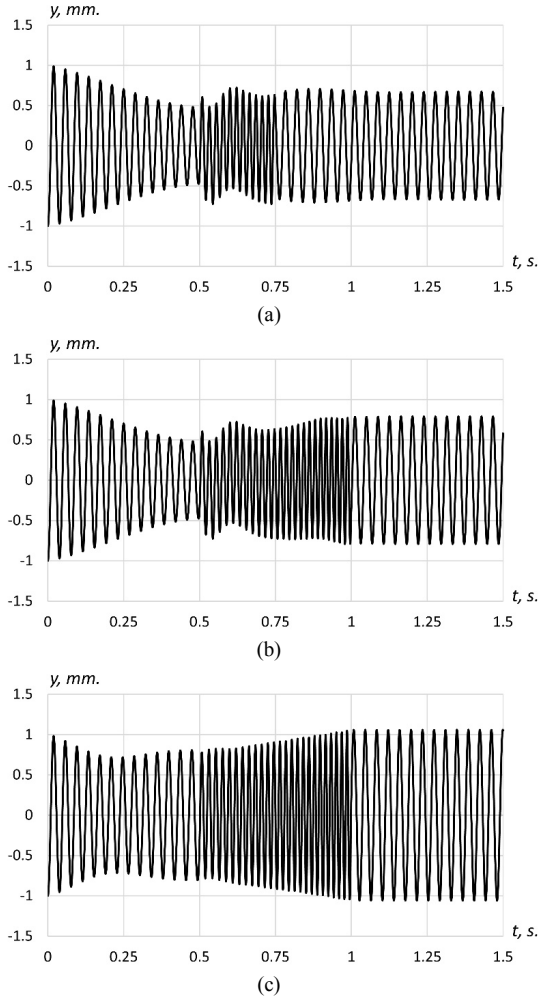


Fig. 4. Shaft vibration with change of speed by acceleration ε=200 s^{-2}: (a) from 50 to 100 s^{-1}; (b) from 50 to 150 s^{-1}; (c) from 100 to 200 s^{-1}

Conclusion. The presented research results of transmission shafts rotation with change of the rotating speeds show that when the rotational speed changes, namely at the time interval of its increase, in the inertial coordinate system this process continues with growth of oscillation frequency during the acceleration time. The amplitude of oscillations in this time increases, too. After pass to next constant speed of rotation, the frequency of oscillations, as shown in diagrams, decreases back. Such increase of oscillation frequency

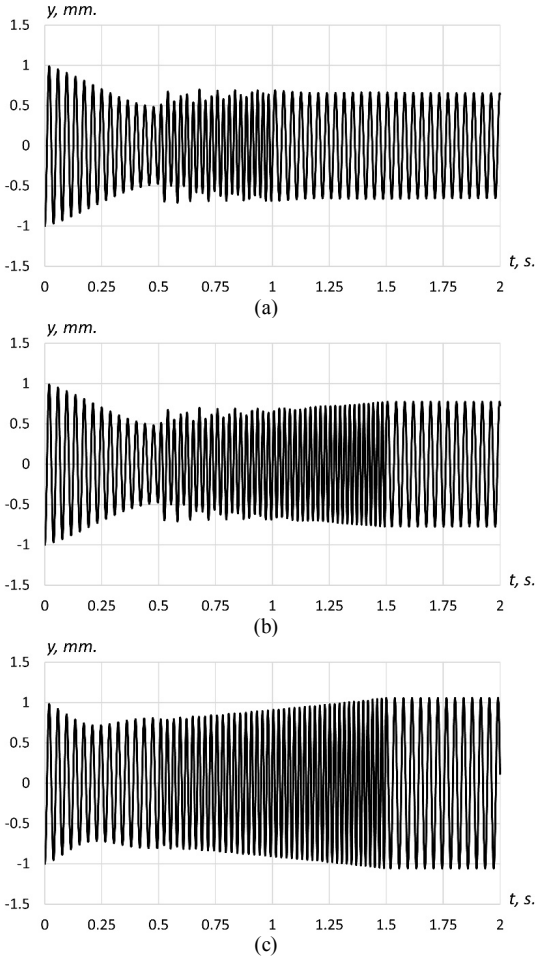


Fig. 5. Shaft vibration with change of speed by acceleration ε=100 s^{-2}:
(a) from 50 to 100 s^{-1}; (b) from 50 to 150 s^{-1}; (c) from 100 to 200 s^{-1}

during the acceleration can lead to undesirable consequences of destructive nature.

REFERENCES

1. Bazhenov V.A., Pohorelova O.S., Postnikova T.G. Khaos ta stsenariyi perekhodu do khaosu u vibroudarniy systemi (Chaos and scenarios to chaos transition in vibroimpact system). – Kyiv: Vyd-vo «Karavela», 2019. – 146 p.p.
2. *Dimentberg F.M.* Izgibnyye kolebaniya vrashchayushchikhsya valov (Flexural vibrations of rotating shafts). Moscow: Publishing of AS USSR, 1959, 247.
3. *Lizunov P.P., Nedin V.O.* The gyroscopic forces influence on the oscillations of the rotating shafts // Strength of materials and theory of structures. – 2020. – Issue 105. P. 199–209.
4. *Lizunov P., Nedin V.* The parametric oscillations of rotating elastic rods under the action of the periodic axial forces // Management of Development of Complex Systems. – 2020, 44, 56–64.

5. *Nedin V.* Numerical differentiation of complex bend forms of long rotating rods // Management of Development of Complex Systems. – 2020, 43, 110 –115.
6. *Boukhalfa A.* Free Vibration Analysis of a rotating composite shaft using the *p*-version of the finite element method / A. Boukhalfa, A. Hadjoui, S. M. Hamza Cherif // International Journal of Rotating Machinery. – 2008. doi:10.1155/2008/752062.
7. *Chang Tan*. A Study of Shaft Vibration Based on Transfer Matrix / Chang Tan, Zhi Ling Guo, Rui Kun Zhou // Applied Mechanics and Materials. – 2013. Volumes 365-366. P. 339-343. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.365-366.339.
8. *Cong Zhang*. Analytical analysis of the vibration of propulsion shaft under hull deformation excitations / Cong Zhang, Zhe Tian, Xinping Yan // Journal of Vibroengineering, Vol. 18, Issue 1, 2016, p. 44-55.
9. *Maurice Petyt*. Introduction to Finite Element Vibration Analysis. Cambridge University Press, 1990. – 558 p.
10. *Sanjiv Kumar*. Vibrations signature analysis of whirling shaft of varying diameters operated at varying speeds / Sanjiv Kumar, Rakesh Sehgal, Sanpreet Singh // Journal of Physics: Conf. Series 1240 (2019). doi:10.1088/1742-6596/1240/1/012155.
11. *Yimin Wei*. Influence of Axial Loads to Propagation Characteristics of the Elastic Wave in a Non‑Uniform Shaft / Yimin Wei, Zhiwei Zhao, Wenhua Chen and Qi Liu // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2019 – No. 32:70. P.13.

Стаття надійшла 11.05.2023

Лізунов П.П., Недін В.О.

ВІБРАЦІЇ ТРАНСМІСІЙНИХ ВАЛІВ ПРИ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМАХ РУХУ

В роботі наведені результати дослідження динамічної поведінки трансмісійного валу в перехідних режимам руху із зміною швидкості обертання. Такі режими руху виникають при експлуатації трансмісійних валів, що передають крутний момент від двигуна до виконавчого пристрою. Цей процес може супроводжуватись вібрацією валів із зміною частоти та амплітуди коливання. У зв'язку з цим актуальним є питання вивчення динамічної поведінки таких систем, виявлення впливу на них руху із зміною швидкості обертання. Дослідження здійснено використовуючи розроблене програмне забезпечення, в якому реалізована методика комп'ютерного моделювання коливального руху стержнів, що обертаються, під дією інерційних навантажень. Таке програмне забезпечення дозволяє моделювати коливальний рух валів, а також визначати параметри, при яких може відбутися втрата динамічної стійкості змодельованої системи. За допомогою зазначеного програмного забезпечення побудовані діаграми, що відображають графіки коливального руху стержня, яким моделюється робота трансмісійного валу, при встановлених параметрах системи. Процес коливального руху розглянуто у просторі. Математична модель коливального руху при обертанні описана системою диференціальних рівнянь у рухомій системі координат, що обертається разом із валом, а графіки коливального руху наведені в інерційній системі координат. Показано, що при зміні швидкості обертання, а саме в момент її збільшення, цей процес триває зі збільшенням частоти коливання протягом часу прискорення. Також показано, що при цьому відбувається збільшення амплітуди коливань. Після встановлення сталої швидкості обертання частота коливань, як відображено на графіках, знов зменшується. Таке збільшення частоти коливань під час прискорення може призвести до небажаних наслідків руйнівного характеру.

Ключові слова: інерційні навантаження, динамічна стійкість, чисельне диференціювання, вібрація трансмісійного валу, змінна швидкість обертання.

Lizunov P.P., Nedin V.O.

TRANSMISSION SHAFTS VIBRATIONS IN TRANSIENT ROTATING MODES

The paper presents the investigation results of the transmission shaft dynamic behavior in transient modes of motion with change of the rotational speeds. Such modes occur during the transmission shaft transmits torque from engine to executive device. This process can be accompanied by vibration with change of frequency and amplitude of shaft oscillation. Therefore, the question of studying the dynamic behavior of such systems with identifying the impact of rotational speeds changing on them is relevant. In this regard, the study was done by developed

software, in which a technique of computer simulation of the oscillating motion of considerable rotating rods under the action of inertia forces is implemented. Such software gives the possibility to model the oscillatory motion of rotating rods and determine the parameters by which the dynamic stability loss of the studying system can occur. Using this software, the diagrams of rod oscillating motion of the rotating shaft were drawn for definite parameters of the considered system. The process of oscillation is considered in space. The mathematical model of transverse oscillations is described by system of differential equations in rotating coordinate system that is tied to the shaft, but diagrams of oscillations is shown in inertial coordinate system. It is shown that when the speed of rotation changes, namely at the time interval of its increase, this process continues with growth of oscillation frequency during the acceleration time. Also shown that the amplitude of oscillations increases, too. After pass to next constant speed of rotation, the frequency of oscillations, as shown in diagrams, decreases back. Such increase of oscillation frequency during the acceleration can lead to undesirable consequences of destructive nature.

Keywords: inertia forces, dynamic stability, numeric differentiation, transmission shaft vibration, rotational speeds.

УДК 539.3
Лізунов П.П., Недін В.О. **Вібрації трансмісійних валів при перехідних режимах руху** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 229 – 237.
В роботі наведені результати дослідження динамічної поведінки трансмісійного валу в перехідних режимам руху із зміною швидкості обертання. Показано, що при зміні швидкості обертання, а саме в момент її збільшення, цей процес триває зі збільшенням частоти коливання в інерційній системі координат протягом часу прискорення.
Табл. 0. Іл. 5. Бібліогр. 11 назв.

UDC 539.3
Lizunov P.P., Nedin V.O. **Transmission shafts vibrations in transient rotating modes** // Strength of Materials and Theory of Structures: Science-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 229 – 237.
The paper presents the investigation results of the transmission shaft dynamic behavior in transient modes of motion with change of the rotational speeds. It is shown that when the speed of rotation changes, in the inertial coordinate system, during the acceleration time this process continues with growth of oscillation frequency.
Tabl. 0. Fig. 5. Ref. 11.

Автор (науковий ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки КНУБА, ЛІЗУНОВ Петро Петрович.*
Адреса робоча: *03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельної механіки, ЛІЗУНОВ Петро Петрович.*
Мобільний тел.: +38(067) 921-70-05
E-mail: lizunov@knuba.edu.ua
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-2924-3025

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА, НЕДІН Валентин Олегович.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, НЕДІН Валентин Олегович.*
Роб. тел.: +38(044) 241-54-62
мобільний тел.: +38(067) 764-95-52
E-mail: nedin.vo@knuba.edu.ua
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-3138-2892

УДК 539.3

INFLUENCE OF POLYMER AGGREGATE REINFORCEMENT ON THE DYNAMICS OF THREE-LAYER CYLINDRICAL STRUCTURE OF ELLIPTICAL CROSS-SECTION

V.V. Gaidaichuk,
Doctor in Engineering Science

K.E. Kotenko,
Ph.D. in Engineering Science

M.V. Lazareva,
Ph.D. in Engineering Science

Kyiv National University of Construction and Architecture,
31 Povitroflotskyi ave., Kyiv 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.238-244

The dynamic behavior of a three-layer cylindrical structure of normal elliptical cross-section with a discrete polymer filler under internal non-stationary loading was investigated. A finite element model of the structure was created and calculations of normal deflections U_3 and normal stresses σ_{22} of its bearing layers were performed using a software and calculation complex *Fimap with NX Nastran*. The values of deflections and stresses of the specified layers in the absence and presence of reinforcement of the polymer aggregate structure at the ratio of elasticity of the material of bearing layers and aggregate are given $E_{1,2}/E_t$=500.

Keywords: three-layer cylindrical shell, elliptical section, polymer aggregate, finite element model, impulse load, bearing layer.

Introduction. Design and technological solutions of modern machines, mechanisms, building and other structures often use elements and parts of thin-walled layered shells.This reduces the metal consumption and weight of structures and allows, due to the use of their increased resistance to dynamic influences, to ensure the reliability of structures and guarantee their durability. Therefore, it is of particular importance to determine these factors and assess the degree of their influence on the dynamics of layered structures [1].

In layered shells, one of such factors may be the reinforcement of their polymer filler with metal stiffening ribs. To determine the nature and significance of this factor's influence, was studied the dynamics of a three-layer cylindrical shell of normal elliptical cross-section with the absence and presence of reinforcement of its polymer filler with metal ribs (Fig. 1).

The expediency of using such a structure design is due, first of all, to the established zone of maximum influence on the dynamics of this structure under internal impulse load. Such zone, as investigated in [2], is the vertical S_1 cross-section of the structure wall.

© Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lazareva M.V.

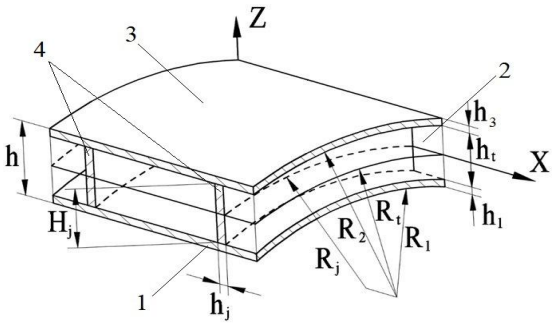


Fig. 1. Fragment of the construction of a three-layer cylindrical shell with a polymer filler reinforced with stiffeners: 1 - inner layer; 2 - polymer aggregate; 3 - outer layer; 4 - reinforcing ribs

Statement of the problem. The dynamics of the bearing layers of a three-layer cylindrical shell of elliptical cross-section was studied with the following parameters: the bearing layers (inner and outer) of both structures $h_1 = h_2 =$ 0,001 m and made of material with the same physical and mechanical properties. The modulus of elasticity of the material of the bearing layers and reinforcing ribs of the aggregate $E_1 = E_3 = 7*10^{10}$Pa, its density $\rho_1 = \rho_3 =$ $2{,}7*10^3$kg/m^3, Poisson's ratio $\mu_1 = \mu_3 = 0.3$, density of the aggregate $\rho_t =$ 25 kg/m^3. The total wall thickness of the cylindrical structure is h=0,010m, and other parameters have the following values:

$$L = 0,40 \text{ m}, \quad \frac{L}{h_1} = 0,4; \quad \frac{b}{h_1} = 0,1, \quad \frac{a}{b} = 1,10; \quad F_j = H_j \cdot h_j = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{m}^2,$$

reinforcing ribs of the structure (parallels) are located at the following points:

$$x_j = [16 + 17(k-1)]\Delta x, \quad k = \overline{1,5}, \quad \Delta x = L/100,$$

where k - is the number of reinforcing ribs taken in the calculations.

The dynamic behavior of both structures was evaluated by the values of normal deflections of the median surfaces of the bearing layers and their normal stresses.

The distribution of the pulse load $P(t)$ was carried out as shown in Fig. 2 and had a time interval $0 \le t \le 10T$: $A = 10^6$Pa; T=50*10^{-6}s

$$P(t) = A \cdot \sin\frac{\pi t}{T}[\eta(t) - \eta(t-T)], \qquad (1)$$

where: $\eta(t)$ – Heaviside function; A – pulse load amplitude; T – duration of load time; t – time interval.

The load parameters were taken accordingly: $A = 10^6 Pa$; T=50*10^{-6}s.

It is assumed that the ends of the shells are rigidly fixed:

$$U_1 = U_2 = U_3 = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0.$$

Was used the finite element method of calculations of normal deflections U_3 and normal stresses σ_{22} [6]. And the calculations were performed by the software and calculation complex *Fimap with NX Nastran* algorithm of direct

transient dynamic process by analogy with the calculations of other three-layer structures [3-5].

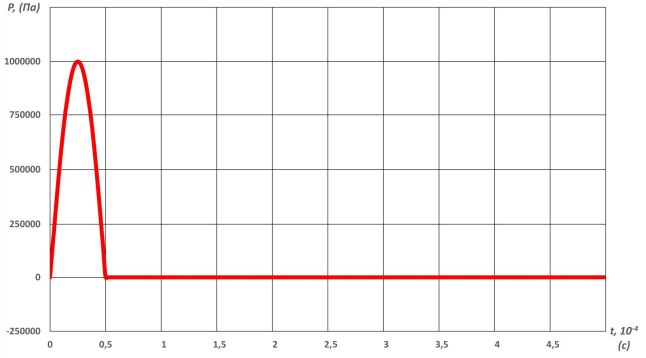


Fig. 2. Distribution of pulse load $P(t)$

In the general formulation, the finite element method involves determining the fieldof displacement vector of an elastic system characterized by minimizing its potential energy, and after its determination, the displacement and stress tensors of this system are calculated [3]. And if the total potential energy of the system has the form:

$$\Pi = E - W\ , \tag{2}$$

where E – is the potential energy of deformations, W – is the potential of external loads

Then after splitting the whole field into separate elements the potential energy of the system changes accordingly:

$$\Pi = \sum_{e=1}^{E}\left(E^{(e)} - W^{(e)}\right) = \sum_{e=1}^{E}\pi^{(e)}. \tag{3}$$

Global stiffness matrix $[K]$ and the global column vector $\{F\}$ in the matrix equation:

$$[K]\{U\} = \{F\} \tag{4}$$

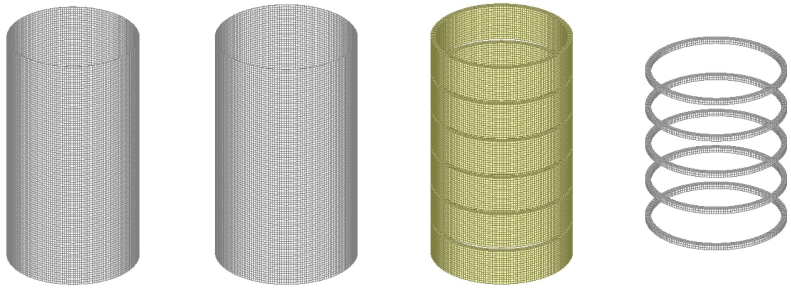
correspond to the ratio:

$$[K] = \sum_{e=1}^{E}\left[k^{(e)}\right],\ \{F\} = -\sum_{e=1}^{E}\left\{f^{(e)}\right\}. \tag{5}$$

Minimization of the total potential energy of the system, as a result of the influence of force, heat or other factors provides a solution to the problem.

Even though this method is quite universal and effective, its use requires considerable professional skills, and in some cases - even an intuitive sense of the situation. To determine the values of normal deflections and stresses, was created a finite element model of the structure (Fig. 3). When creating it, was used a three-dimensional volumetric finite element of *Solid* type, which by the aspect ratio,taper and warping, internal angles and other indicators met the quality assurance requirements of the finite element mesh of the Nastran

complex [7]. The finite element model of the three-layer cylindrical shell had 120000 finite elements and 141400 nodes.



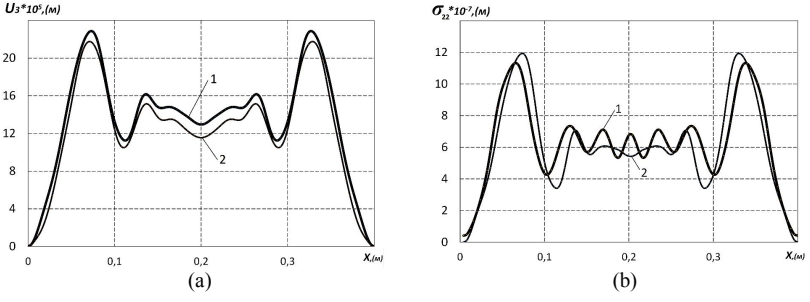
(a) (b) (c) (d)

Fig. 3. Finite element model of a three-layer cylindrical shell of normal elliptical section: (a) internal load-bearing cladding; (b) same outer cladding; (c) polymer aggregate; (d) reinforcing ribs

In determining the effect of reinforcement of polymer aggregate on the dynamics of the structure, were investigated its variants including the presence and absence of reinforcement of polymer aggregate with metal ribs. In both cases, deflections and stresses in the median surfaces of the bearing layers were calculated in the section S_1 in the region: $D = \{0 \le S_1 \le L\}$.

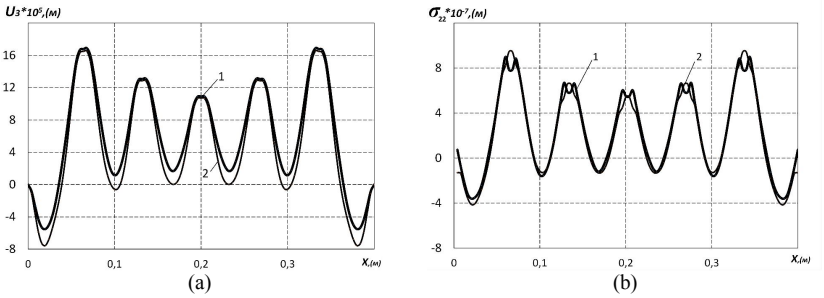
Results and their analysis

The results (Fig. 4 (a), 5 (a)) show that the normal deflections of both bearing layers have almost the same values, and their maximum values are reached: in the first case at t=8.65T, and in the second - at t=8.7T, and the maximum deflections of these layers in the absence of aggregate reinforcement (Fig. 4 (a)) are almost 35% higher than their value in its presence (Fig. 5 (a)).



(a) (b)

Fig. 4. Maximum values of normal deflections (a) and stresses (b) of bearing layers of cylindrical three-layer structure without aggregate reinforcement (section *S1*): 1- inner layer; 2- outer layer



(a) (b)

Fig. 5. Maximum values of normal deflections (a) and stresses (b) of bearing layers of cylindrical three-layer structure with aggregate reinforcement (section *S1*):
1 - inner layer; 2 - outer layer

A similar nature of the influence of reinforcement is shown by changes in the values of normal stresses of the median surfaces of the bearing layers of structures (Fig. 4 (b) and Fig. 5 (b)).

The variant of the structure design in which the polymer aggregate was completely absent was also researched. In this case (Fig. 6), the main impact of the dynamic load was taken by the inner layer of the structure. The difference between the values of maximum deflections of the inner and outer layer wassignifican.

Thus, these results indicate a significant influence of the factor of reinforcement of polymer aggregate on the dynamics of the entire structure.

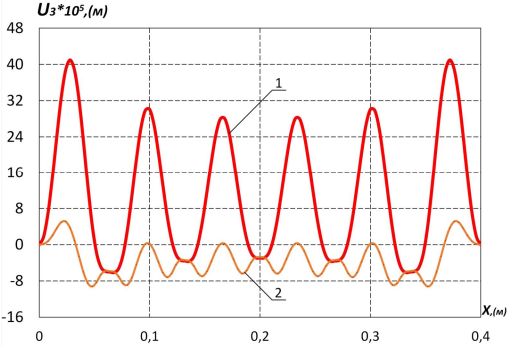


Fig. 6. Maximum values of normal deflections of a cylindrical three-layer structure with ribs without aggregate (section *S*1): 1 - inner layer; 2 - outer layer

Conclusion

Reinforcement of polymer aggregate with metal stiffening ribs significantly affects the dynamic behavior of the three-layer cylindrical structure. The presence of this factor synchronized the stress-strain layer of the bearing layers of the structure, reduced the values of normal deflections and stresses of the bearing layers of the cylindrical three-layer structure. The effectiveness of reinforcement of polymer aggregate is confirmed by other materials [3-5], which indicates the feasibility of the practical use of such a constructive measure.

REFERENCES

1. *Lugovoi P.Z., Meish V.F., Meish Y.A.* Dyinamika konstruktivno-neodnoridnyih obolonkovyih struktur (Dynamics of structurally inhomogeneous shell structures). -K.: «Vyidavnutsvo Lira-K», 2022.- 326 p.
2. *Meish V.F., Meish Y.A.* Dyinamichna povedinka tsyilindryichnyih obolonok nekrugovogo pererizy pri nestationarnyih navantazhennyah (Dynamic behavior of cylindrical shells of non-circular cross-section under non-stationary loads). Dopov. Nats. akad. nauk Ukr. 2021. № 5. P. 33—38.
3. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Stress–Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2021, 57(4), P. 395–404.
4. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Snizhko N.A.* Impact of engineering/technology factors and nonstationary loads on the stress - strain state of a three-layer cylindrical shell. – 2021. – Issue. 107. – P. – 281-287.
5. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Orlenko S.P., Kotenko K.E.* Dynamics of Sandwich Conical Shells with a Discretely Inhomogeneous Core Under Nonstationary Loading. "International Applied Mechanics", 2022, 58, P. 410–422.
6. *Segerlind L.* Primenenie metoda konechnyih elementov (Application of the finite element method). M.: Mir, 1979- 392 p.
7. *Rychkov S.P.* Modelirovanie konstruktsiy v srede Femap with NX Nastran (Structural modeling in Femap with NX Nastran).-M.: DMK Press, 2016.-784 p.

Стаття надійшла 06.03.2023

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Лазарева М.В.

ВПЛИВ АРМУВАННЯ ПОЛІМЕРНОГО ЗАПОВНЮВАЧА НА ДИНАМІКУ ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ СТРУКТУРИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕТИНУ

Досліджена динамічна поведінка тришарової циліндричної структури нормального еліптичного перетину з дискретним полімерним заповнювачем при внутрішньому нестаціонарному навантаженні. Створена скінченно-елементна модель структури і виконані розрахунки нормальних прогинів U_3 і нормальних напружень σ_{22} її несучих шарів програмно-розрахунковим комплексом *FimapwithNXNastran*. Приведені величини прогинів і напружень указаних шарів при відсутності і наявності армування полімерного заповнювача структури при співвідношенні пружності матеріалу несучих шарів і заповнювача $E_{1,2}/E_t$=500.

Армування полімерного заповнювача металевими ребрами жорсткості значно впливає на динамічну поведінку тришарової циліндричної структури. Наявність цього фактора синхронизувала напруженно-деформований шар несучих шарів структури, зменшило величини нормальних прогинів і напружень несучих шарів циліндричної тришарової структури. Ефективність армування полімерного заповнювача підтверджують і інші матеріали, що свідчить про доцільність практичного використання такого конструктивного заходу.

Ключові слова: тришарова циліндрична оболонка, полімерний заповнювач, скінченно-елементна модель, еліптичний перетин, імпульсне навантаження, несучий шар.

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lazareva M.V.

INFLUENCE OF POLYMER AGGREGATE REINFORCEMENT ON THE DYNAMICS OF THREE-LAYER CYLINDRICAL STRUCTURE OF ELLIPTICAL CROSS-SECTION

The dynamic behavior of a three-layer cylindrical structure of normal elliptical cross-section with a discrete polymer filler under internal non-stationary loading was investigated. A finite element model of the structure was created and calculations of normal deflections U_3 and normal stresses σ_{22} of its bearing layers were performed using a software and calculation complex *Fimap with NX Nastran*. The values of deflections and stresses of the specified layers in the absence and

presence of reinforcement of the polymer aggregate structure at the ratio of elasticity of the material of bearing layers and aggregate are given $E_{1,2}/E_t$=500.

Reinforcement of polymer aggregate with metal stiffening ribs significantly affects the dynamic behavior of the three-layer cylindrical structure. The presence of this factor synchronized the stress-strain layer of the bearing layers of the structure, reduced the values of normal deflections and stresses of the bearing layers of the cylindrical three-layer structure. The effectiveness of reinforcement of polymer aggregate is confirmed by other materials, which indicates the feasibility of the practical use of such a constructive measure.

Keywords: three-layer cylindrical shell, elliptical section, polymer aggregate, finite element model, impulse load, bearing layer.

УДК 539.3
Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Лазарева М.В. **Вплив армування полімерного заповнювача на динаміку тришарової циліндричної структури еліптичного перетину //** Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 238 – 244.
Іл. 6. Бібліогр. 7 назв.

UDC 539.3
Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lazareva M.V. **Influence of polymer aggregate reinforcement on the dynamics of three-layer cylindrical structure of elliptical cross-section //** Strength of Materials and Theory of Structures: Science-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 238 – 244.
Fig. 6. Refs. 7.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*:* доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури *ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович*.
Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки.
Роб. тел. +380 (44) 241-55-72
E-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0003-2059-7433

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури *КОТЕНКО Костянтин Едуардович*.
Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки.
Роб. тел. +380 (44) 241-55-72
E-mail: 1969box@mail.ru
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0002-3181-3819

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший викладач кафедри опору матеріалів КНУБА, ЛАЗАРЕВАМарина Вікторівна.
Адреса робоча:03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра опору матеріалів.
Робочий тел.: +38(044) 241-54-21
E-mail: lazareva.mv@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7573-1268

UDC 538.69:331.45

METHODOLOGICAL FOUNDATIONS PROTECTIVE STRUCTURES DEVELOPMENT FOR SHIELDING ELECTROMAGNETIC AND ACOUSTIC FIELDS

V.A. Glyva[1],
Doctor of Technical Sciences, Professor

O.I. Zaporozhets[2],
Doctor of Technical Sciences, Professor

L.O. Levchenko[3],
Doctor of Technical Sciences, Professor

N.B. Burdeina[1],
PhD, Associate Professor

V.I. Nazarenko[4],
Doctor of Biological Sciences, Senior Researcher

[1]*Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv*

[2]*Łukasiewicz Research Network-Institute of Aviation, Warsaw*

[3]*National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv*

[4]*State Institution «Kundiiev Institute for Occupational Health of the National Academy of Medical Sciences of Ukraine»,Kyiv*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.245-255

The conceptual principles of designing structures and materials are developed for simultaneous shielding of electromagnetic and acoustic fields of wide frequency ranges. Resonance-type shielding structures consist of two panels, one of which is perforated. A model to calculate main designing performances of the protective structures is presented depending on the predominant amplitudes and frequencies of the fields. Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio are determined for metal-polymer materials, and the shielding efficiency of protective structures is given depending on composition of the materials in use.

Keywords: electromagnetic field, acoustic field, low-frequency sound, shielding, elastic modules.

1. Introduction

The electromagnetic and acoustic environment inside modern industrial and educational premises is determined by the influence of numerous sources of electromagnetic and noise radiation. Both factors are characterized by wide and diverse spectra with complex amplitude-frequency characteristics.At the same time, the existing measures and means of protection (for example, electromagnetic and acoustic screens) are mainly designed to reduce the levels of electromagnetic fields of single frequency range or band, acousticfields–for sound frequencies to which the human hearing organs are mostly sensitive, and the normative protection limits are the strictest (6–8 kHz).But the electromagnetic environment consists mainly of ultra-low frequency electromagnetic fields of 50 Hz. and fields of ultra-high and higher frequencies -

© Glyva V.A., Zaporozhets O.I., Levchenko L.O., Burdeina N.B., Nazarenko V.I.

1.8-5.1 GHz –the frequencies of wireless communication of all types. The principles of creating protective screens for low and high frequencies are different. The same approach is applied to sound waves of low and high frequencies.Therefore, there are no sufficiently effective protective materials for shielding fields of wide frequency ranges. There are practically no materials that can be used for simultaneous shielding of electric and acoustic fields. Availableinformational sources do not provide mechanical properties of the existing protective materials creating the problems regarding their practical correct application. There are many production conditions require theurgent use of simultaneous shielding of both fields in single location. For example, these are medical and educational institutions, dispatch centers of the transport and energy industries, etc. This determines the need for research on the development of the principles of designing the shielding structures for protection against electromagnetic and acoustic fields of a wide frequency range.

2. An overview of literary sources

The greatest attention in the field of protection against physical fieldsinenvironment of anthropogenic origin is paid to the development of materials and structures for shielding electromagnetic fields. References [1, 2] show that traditional metal screens and screens made of amorphous alloys provide high reflection coefficients of the electromagnetic waves, which is undesirable condition in many practical cases.

In recent years, most of the research concerns the development of composite protective materials. They are mainly aimed at shielding electromagnetic fields of ultra-high and higher frequencies [3–5]. Due to their good shielding properties, these materials have a high cost, which is unacceptable for wide application.In addition, their elastic moduli were not investigated. Besides, such materials are practically ineffective in the low-frequency range of the electromagnetic spectrum. The study [6] shows the possibility of shielding the industrial frequency magnetic field and the ultra-high frequency electromagnetic field by use of nanoalloys. But the cost of such material (based on magnetic fluid) is very high.The results of shielding of high-frequency electromagnetic and low-frequency magnetic fields by regular metal structures are presented in studies [7, 8]. Due to them, under certain conditions, metal structures can be used with the provision of the necessary parameters.

Almost no attention is paid to the design of acoustic screens and materials for protection against noise. Part of the research concerns noise reduction with the use of plants [9]. But such protection is unacceptable for industrial enterprises, in particular for shielding of the equipment and premises. Existing noise-absorbing structures have arbitrary, unsubstantiated dimensions and surface perforations, although these parameters can be calculated depending on the acoustic environment.A calculation algorithm is given in [10] regarding the connection of the shielding coefficients of magnetic and electromagnetic fields with the sizes of the holes on the metal surface. It is advisable to determine the possibilities of using such surfaces for noise protection. The analysis of the results presented in [10] on the development of materials for simultaneous protection against

electromagnetic and acoustic measurements shows that with acceptable indicators in most frequency ranges of both fields, the noise reduction indices in the low-frequency band are unsatisfactory. Therefore, creating shielding structures effective in wide frequency ranges is an urgent task.

The purpose of the work is to develop general principles and provide a calculation tool for designing the shielding structures for simultaneous protection from electromagnetic and acoustic fields of wide frequency ranges with the possibility of protective structures with the required characteristics.

3. Presentation of the main material

Analysis of approaches to the development of protective structures for shielding from physical fields and providing simultaneous protection from electromagnetic and acoustic impacts in wide frequency ranges showed that the most promising structures are the heterogeneous screens - perforated surfaces with holes of certain sizes and certain distances between them.Such designs may function for different fields according to different principles. Diffraction phenomena are critical for electromagnetic fields, resonance phenomena - for acoustic fields at low frequencies. High-frequency sound absorption is not a problem due to the possibility of using any absorbing porous material in the constructions.

Conductivity and magnetic properties of the material are critical parameters for shielding ultra-low frequency electromagnetic fields. For the shielding of sound waves, the effectiveness depends on the elastic modules and geometric characteristics of the structure. Therefore, the most acceptable is a ferromagnetic sheet material, for example, electrical steel.This material completely shields the electric component of the ultra-low frequency electromagnetic field, and the relative magnetic permeability of up to 200 provides shielding of the magnetic component. The presence of holes reduces the shielding coefficients, but they are necessary for shielding electromagnetic fields of ultrahigh and lower frequencies with small reflection coefficients.

The calculation of the efficiency of a flat screen for shielding stationary and quasi-stationary magnetic fields is based on the comparison of the values of the scalar magnetic potentials U_M in front of the protective surface and behind it. Proceeding from the fundamental relations $H = -gradU_M$ and $\nabla^2 U_M = 0$ and considering a single hole of radius r_0 at a distance r from the source, the solution of the equations with respect to U_{M1} and U_{M2} (potentials in front of and behind the surface) in polar coordinates gives the relation:

$$U_{M1} = H_0 r \sin\theta \sin\varphi + \sin\varphi \sum_{n=1,3}^{\infty} C_n r^{-n-1} P_n(\cos\theta),$$

$$r \geq r_0,\ 0 < \theta < \pi/2,$$

$$U_{M2} = -\sin\varphi \sum_{n=1,3}^{\infty} C_n r^{-n-1} P_n(\cos\theta),$$

$$r \geq r_0 .\ \pi/2 < \theta < \pi,$$

where $P_n(\cos\theta)$ – the Legendre polynomial; C_n – constants of integration (amplitude values of spatial harmonics of the field).

The solution of these equations can be combined into one for the outer domain. Under the condition of continuity of the tangential and normal components of the magnetic field intensity on the surface of the spherical zone of the hole ($r=r_0$) a system of equations is obtainedfor determining the constants of integration, and from them - a ratio for determining the potentials U_{M1} and U_{M2}.

The shielding coefficient of a flat screen with a round hole can be represented as:

$$K_e \approx \frac{U_{M1}}{U_{M2}} = -\left[\sin\theta + (\frac{2}{\pi}) \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{(-1)^{0,5(n-1)}}{n(n+2)} (\frac{r_0}{r})^n P_n(\cos\theta)\right] \times$$

$$\times \left[(\frac{2}{\pi}) \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{(-1)^{0,5(n-1)}}{n(n+2)} (\frac{r_0}{r})^{n+2} P_n(\cos\theta)\right]^{-1}.$$

The complexity of this expression is imaginary due to the fact that the shielding coefficient at a large distance from the hole ($r>>r_0$) is of practical interest, so all terms of the series except the first can be discardedup to the following case:

$$K_e \approx \left[1-(2/3\pi)(r_0/r)^3\right]\left[(2/3\pi)(r_0/r)^3\right]^{-1}.$$

The shielding factor is a function of the dimensions. Its value in advance is very high even for r/r_0=10. At the same time, it should be taken into account that for high-frequency fields the size of the holes should be small compared to the wavelength. Therefore, to evaluate the impact of holes on the shielding coefficients at ultra-low frequency magnetic fields, it is advisable to use simplified ratios.

For a single hole

$$K_{S1} = 0,25(S_e/S_o)^{1,5},$$

where S_e - the area of the screen, S_o - the area of the hole.

In the presence of n holes

$$K_S = \left(\sum_{i=1}^{n} 1/K_{e1}\right)^{-1}.$$

For high-frequency electromagnetic fields, it is advisable to determine the parameters of the holes based on the theory of waveguides. Despite the complexity of the mathematical apparatus, the final relations are very simple and acceptable for practical use. Any hole in a solid plane can be considered as a waveguide, the length of which is the thickness of the wall. All waveguides are characterized by a so-called cutoff frequency, i.e. the minimum frequency of the field propagated by the waveguide:

$$f_c = (1,75\cdot 10^8)/d \text{ (Hz)},$$

where d - hole diameter.

The screen thickness the can be chosen based on the needs of protection against high-frequency electromagnetic fields, and protection against ultra-low-frequency fields (at least for the fields of common sources) is practically independent of this parameter, but depends on the magnetic properties of the material. The screen thickness is actually the length of the waveguide.

The field energy loss does not depend entirely on the cutoff frequency. The field with frequencies lower than the cut-off frequency partially penetrates beyond the opening. In this case, the opening is a so-called extra-boundary waveguide. The energy absorption coefficient of such waveguides is determined by the ratio:

$$K_n = 32\,a/d \text{ (dB)},$$

where a - the thickness of the screen, d - the diameter of the hole.

The above holds true for a single round hole, provided the rest of the screen area is solid. For a large number of holes, it is necessary to enter correction factors that take into account the large number of holes. The correction factor K_1 is defined as:

$$K_1 = 10\lg(S_1 n) \text{ (dB)},$$

where S_1 - the area of one hole, n - the number of holes per unit area of the screen.

The product $S_1 n$ corresponds to the fraction in relative units of the area of the holes per unit area of the screen. This reflects its physical meaning, namely, a decrease in shielding efficiency with an increase in the total area of the holes, since $S_1 n < 1$. That is, the total absorption coefficient K_c is determined by:

$$K_c = K_n - K_1 .$$

It should be noted that all of the above applies only to the far zone of the electromagnetic field.

The next step is to determine the predicted degree of protection of the structure against the influence of noise.

Calculations regarding the parameters of the external panel are aimed at determining its parameters, based on the frequency of low-frequency sound or infrasound of the predominant amplitude.

They are based on the Bekeshi panel calculation method. The maximum absorption is achieved at the resonant frequency, which is the frequency of the predominant amplitude:

$$f_r = \frac{K}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho ba}} \text{ (Hz)},$$

where K - the order of the resonance frequency (K=1, 2, 3...), F - the tension force of the panel, ρ - the density of the panel material, l, b, a - the length, width and thickness of the panel.

For K=1, the resonance frequency is minimal, and the panel is effective for all frequency's multiples of the minimum.

The internal, perforated panel is also calculated as resonant, but the presence of holes significantly reduces the *Q*-factor of the oscillating system (panel), i.e. makes it effective in a wide band of low-frequency oscillations:

$$f_r = \frac{\upsilon}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{a_{ef}c^2h}}\ (\text{Hz}),$$

where υ - the speed of sound in air, S - the area of the holes, a_{ef} - the effective thickness of the panel, $a_{ef} = a + 0,5\sqrt{\pi S}$, a - the thickness of the sheet, h - the distance of the panels from the mounting surface, c - the distance between the centers of the holes.

The space between two resonant panels is filled with a noise-absorbing material that is effective for the sound of medium and high frequencies. It is shown in [11] that granulated polystyrene has such necessary properties. And covered with the metal-containing substance it may reduce the level of electromagnetic fields.

As can be seen from the given ratios, the effectiveness of shielding panels depends on the geometric characteristics. This is especially critical for absorbing low-frequency sound. In many cases, large indices of low-frequency sound reduction (or total absorption) are not required. For this case, a composite metal-polymer facing material in the form of tiles was developed, designed for simultaneous shielding of electromagnetic and acoustic fields.

The material was made on the basis of latex (matrix) and finely dispersed magnetite (average size – 12 mm). Latex was produced in the form of pinolatex (with the addition of synthetic oleic acid – 1.1–1.7%). With a magnetite content of 45–60% by weight (11–12% by volume), the shielding coefficients of the industrial frequency magnetic field were 2.8–7.2, of the 2.45 GHz electromagnetic field – 5.8–8.4 sample thickness - 10 mm.

The results of noise reduction measurements are shown in Table 1.

Table 1

Reduction of noise levels in octave frequency bands

Octave frequency bands, Hz	Noise reduction indices, dB									
	31,5	63	125	250	500	1K	2K	4K	8K	16K
Pinolatex 10 mm	8	26	27	28	37	44	41	43	44	32

As can be seen from the obtained data, in the low-frequency range of the sound spectrum, the noise reduction is 8–28 dB, which is satisfactorily compared to known materials.

The main problem in the process of designing structures from composite materials is the lack of reference data on their physical properties. Therefore, tests were performed on the values of the elastic moduli of the developed composite.

It was established that Young modulus (E) is 10–12 GPa, shear modulus (G) is 4.0–4.2 GPa, Poisson ratios are 0.43–0.45, and average densities are 1770–1980 kg/m^3.

Comparing these data with the parameters of polymers used for noise protection in civil aviation, it can be concluded that the coefficients of the protective composite are practically not inferior to the standard ones, and the developed material is sufficiently technological.

But in the process of designing structures for simultaneous shielding of the electromagnetic and acoustic fields, the problem of optimizing the design parameters - panel thicknesses, diameters, and distances between holes - arises. It is obvious that the real optimization of the parameters is a separate difficult task.

Therefore, it is advisable to consider the possibility of certain rationalization of these parameters. It is expedient to do this based on the priority of protection against each factor and predominant frequencies or frequency bands of the electromagnetic field or acoustic noise. This approach is implemented according to a certain algorithm.

At the first stage, measurements of the spectra of electromagnetic and acoustic fields are used to detect the frequencies of the largest amplitudes. At the same time, applying a standard definition of sound levels in octave and third-octave frequency bands is not entirely informative. Accurate determination of dominant frequencies is possible using a microphone connected to the line input of a computer and processing the signals using software *Spectrogram* for acoustic spectrum analysis.

At the second stage, the levels of electromagnetic fields and noise are compared with the normative limits at specified frequencies or frequency bands. Based on the received data, a priority is chosen to reduce the levels of electromagnetic or acoustic fields of the specified parameters.

At the third stage, the required efficiency of protection against the main factor and the efficiency of protection against the influence of the secondary factor are calculated. If some parameter is unsatisfactory, a compromise option should be chosen.

The experience of calculations regarding the effectiveness of heterogeneous screens shows that this process is laborious and requires a lot of time. Therefore, a promising direction of work in this field is the creation of application software for automating this process. In the presence of such a package, there is no urgency to solve the problem of optimizing the parameters of shielding panels. Determining acceptable values is possible by the iterative method with fixation of parameters that are impossible or impractical to change.

4. Conclusions

1. In many cases, there is a need for simultaneous shielding of electromagnetic and acoustic fields. This cannot be realized with traditional coatings in full due to the difficulties of reducing low-frequency sound levels with sound-absorbing materials and the various requirements for protective

materials that shield ultra-low-frequency electromagnetic fields and ultra-high and higher frequency fields.

2. A two-layer protective structure is proposed and investigated, the outer panel of which is solid and the inner is perforated. All panels work on the resonance principle with respect to acoustic waves and based on the cut-off frequency of the high-frequency electromagnetic field.

3. An easy-to-use calculator is provided, which allows determining the main parameters of the panels, based on the amplitudes of the predominant sound frequencies and electromagnetic fields. Calculations regarding the necessary shielding coefficients are carried out on a priority basis, based on the predominant influence of one or the other physical factor and the predominant frequency or frequency band (octave or third-octave). The need to develop application software to simplify the process of designing protective structures is substantiated.

4. The elastic moduli of the developed composite material for simultaneous shielding of electromagnetic and acoustic fields (Young's modulus, shear modulus, Poisson's ratio) were measured. It was established that in terms of mechanical properties, the material is not inferior to standard polymers, and the presence of a shielding filler and structural inhomogeneities does not reduce the manufacturability of its use.

REFERENCES

1. *Panova O., Tykhenko O., Nikolaev K., Khodakovskyy O., Sapelnikova O.* Doslidzhennia zakhysnykh vlastyvostei metalevykh elektromahnitnykh ekraniv ta vyznachennia umov yikh maksymalnoi efektyvnosti. (Research of the protective properties of metal electromagnetic shields and determination of the conditions for their maximum efficiency) // Control, navigationandcommunicationsystems. – 2019. – Issue 5(57). – P. 103-107. –Ukr.
2. *Glyva V., Panova O., Tykhenko O., Levchenko L., Kolumbet V.* Doslidzhennia amplitudno-chastotnykh zalezhnostei zakhysnykh vlastyvostei mahnitnykh ekraniv na osnovi amorfnykh splaviv (Study of amplitude-frequency dependences of protective properties of magnetic shields based on amorphous alloys) // Control, navigation and communication systems. –2019. – Issue 6(58). – P. 102-107. – Ukr.
3. *Bhingardive V., Sharma M., Suwas S., Madras G., Bose S.* Polyvinylidene fluoride based lightweight and corrosion resistant electromagnetic shielding materials // RSC Advances. – 2015. – № 5. – P. 35909–35916.
4. *Viacheslav Barsukov, Ilona Senyk, OlenaKryukova, Oksana Butenko*. Composite Carbon-Polymer Materials for Electromagnetic Radiation Shielding // Materials Today: Proceedings.– 2018. –V. 5. – No 8. – Part 1. – P. 15909-15914.
5. *Senyk, I., Kuryptia, Y., Barsukov, V., Butenko, O., Khomenko, V.* Development and application of thin wide-band screening composite materials // Physics and Chemistry of Solid State. – 2020. –21(4). – P. 771–778.
6. *Glyva V.A., Podoltsev A.D., Bolibrukh B.V., Radionov A.V.* A Thin Electromagnetic Shield of a Composite Structure Made On the Basis of a Magnetic Fluid //Tekhnichnaelektrodynamika. –2018. –№ 4. –P.14−18.
7. *Sukach S., Riznik D., Zachepa N., Chenchevoy V.* Normalization of the Magnetic Fields of Electrical Equipment in Case of Unauthorized Influence on Critical Information Infrastructure Facilities // Soft Target Protection. –2020. –P. 337–349.
8. *Grinchenko V.S.* Mitigation of three-phase power line magnetic field by grid electromagnetic shield //TekhnichnaElektrodynamika. –2018. –Vol. 2018.–Issue 4. –P. 29–32.

9. *Tkachenko T., Mileikovskyi V., Ujma A.* Field study of air quality improvement by a “Green roof” in Kyiv // System Safety: Human - Technical Facility – Environment. – 2019. – Vol. 1.– Issue 1. – P. 419-424.
10. *Glyva V., Tykhenko O., Khodakovskyy O.* Metodolohiia proektuvannia neodnoridnykh elektromahnitnykh ekraniv (Design methodology of heterogeneous electromagnetic shields) // Control, navigation and communication systems.– 2019. – Issue 4(56). – P. 122-125. – Ukr.
11. *Glyva V., Lyashok J., Matvieieva I., Frolov V., Levchenko L., Tykhenko O., Panova O., Khodakovskyy O., Khalmuradov B., Nikolaiev K.* Development and investigation of protective properties of the electromagnetic and soundproofing screen // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – Issue 6/5 (96). –P. 54−61.

Стаття надійшла 31.03.2023

Глива В.А., Запорожець О. І., Левченко Л.О., Бурдейна Н.Б., Назаренко В.І.

МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ РОЗРОБЛЕННЯ ЗАХИСНИХ КОНСТРУКЦІЙ ДЛЯ ЕКРАНУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ТА АКУСТИЧНИХ ПОЛІВ

У багатьох випадках потрібний одночасний захист від впливу електромагнітних та акустичних полів широких частотних діапазонів. Складність такоїзадачі полягає у неможливості суттєвого зниження рівнів низькочастотного звуку традиційними звукопоглинання матеріалами, а також різними вимогами до матеріалів, які екранують низькочастотні та високочастотні електромагнітні поля. Запропоновано розв’язання цієї задачі за рахунок створення двошарової конструкції, лицьова поверхня якої суцільна, а внутрішня перфорована. Лицьова панель може бути виконана з непровідного матеріалу. Вона є варіантом панелі Бекеші і призначена, в основному, для зниження рівня низькочастотного звуку певної частоти з високою амплітудою. Перфорація внутрішньої (металевої) панелі обирається, виходячи з необхідності забезпечення екранування електромагнітних та акустичних полів певних частот або смуг частот. Надано розрахунковий апарат з розрахунку необхідних параметрів панелей (лінійні розміри, товщина, діаметри отворів, їх кількість на одиницю площі поверхні). Проміжок між панелями доцільно заповнювати звукопоглинальним матеріалом, наприклад, гранульованим пінополістиролом. Він забезпечує поглинання звуку середніх та високих частот і робить конструкцію широкосмуговою. Застосування феромагнітного матеріалу внутрішньої панелі забезпечує захист від магнітної складової електромагнітного поля наднизької частоти (в основному – промислової). Перфорація панелі розраховується, виходячи з теорії хвилеводів електромагнітних хвиль високої частоти. Наведено результати випробувань ефективності облицювального металополімерного матеріалу у вигляді плиток. Ефективність матеріалу є задовільною для більшості виробничих та побутових умов. Визначення механічних властивостей матеріалу (модуля Юнга, модуля зсуву та коефіцієнта Пуассона) показали, що він не поступається відомим матеріалам навіть за великого вмісту екрануючої субстанції. Для раціоналізації проектування конструкції на основі натурних вимірів електромагнітного та акустичного спектрів обирається пріоритетний чинник та частоти (смуги частот). Показано, що розрахунки мають великі обсяги, а розв'язання задач оптимізації по двом чинникам не завжди можливе. Доцільне створення прикладного програмного забезпечення для спрощення процесу проєктування захисних конструкцій та раціоналізації параметрів панелей на принципах розумної достатності.

Ключові слова: електромагнітне поле, акустичне поле, низькочастотний звук, екранування, пружні модулі.

Glyva V.A., Zaporozhets O.I., Levchenko L.O., Burdeina N.B., Nazarenko V.I.

METHODOLOGICAL FOUNDATIONS PROTECTIVE STRUCTURES DEVELOPMENT FOR SHIELDING ELECTROMAGNETIC AND ACOUSTIC FIELDS/

In many cases the simultaneous protection against electromagnetic and acoustic fields of wide frequency ranges is required. The complexity of such a task lies in the impossibility of significantly reducing low-frequency sound levels with traditional sound-absorbing materials, as well as the different requirements for materials that shield low-frequency and high-frequency electromagnetic fields. It is proposed to solve this problem by creating a two-layer structure, the

front surface of which is solid, and the inner surface is perforated. The front panel can be made of non-conductive material. It is a variant of the Bekeshi panel and is mainly intended to reduce the level of low-frequency sound of a certain frequency with high amplitude. The perforation of the internal (metal) panel is chosen based on the need to provide shielding of electromagnetic and acoustic fields of certain frequencies or frequency bands. A calculator is provided for calculating the required panel parameters (linear dimensions, thickness, hole diameters, their number per unit of surface area). It is advisable to fill the space between the panels with a sound-absorbing material, for example, granulated polystyrene. It provides sound absorption of medium and high frequencies and makes the design broadband. The use of ferromagnetic material of the inner panel provides protection against the magnetic component of the ultra-low frequency electromagnetic field (mainly industrial). The perforation of the panel is calculated based on the waveguide theory of high-frequency electromagnetic waves. The results of tests of the effectiveness of facing metal-polymer material in the form of tiles are presented. The performance of the material is satisfactory for most industrial and domestic conditions. Determination of the mechanical properties of the material (Young's modulus, shear modulus and Poisson's ratio) showed that it is not inferior to known materials even with a large content of shielding substance. In order to rationalize the design of the structure, a priority factor and frequency (frequency band) is selected on the basis of live measurements of the electromagnetic and acoustic spectra. It is shown that the calculations have large volumes, and the solution of two-factor optimization problems is not always possible. Appropriate creation of application software to simplify the process of designing protective structures and rationalizing panel parameters based on the principles of reasonable sufficiency.

Keywords: electromagnetic field, acoustic field, low-frequency sound, shielding, elastic modules.

УДК 538.69:331.45

Глива В.А., Запорожець О. І., Левченко Л.О., Бурдейна Н.Б., Назаренко В.І. **Методологічні засади розроблення захисних конструкцій для екранування електромагнітних та акустичних полів**// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2023. – Вип. 110. – С. 245-255. – Англ.

Розроблено концептуальні засади проектування конструкцій і матеріалів для одночасного екранування електромагнітних та акустичних полів широких частотних діапазонів. Конструкції резонансного типу складаються з двох панелей, одна з яких є перфорованою. Представлено математичний апарат для проектування захисних конструкцій у залежності від переважних амплітуд і частот. Для металополімерних матеріалів визначені модуль Юнга, модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона, а також надано ефективності екранування полів у залежності від складу матеріалу.

Табл. 1. Бібліогр. 11 назв.

UDC538.69:331.45

Glyva V.A., Zaporozhets O.I., Levchenko L.O., Burdeina N.B., Nazarenko V.I. **Methodological Foundations Protective Structures Development for Shielding Electromagnetic and Acoustic Fields**// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2023. – Issue 110. – P. 245-255.

The conceptual principles of designing structures and materials are developed for simultaneous shielding of electromagnetic and acoustic fields of wide frequency ranges. Resonance-type shielding structures consist of two panels, one of which is perforated. A model to calculate main designing performances of the protective structures is presented depending on the predominant amplitudes and frequencies of the fields. Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio are determined for metal-polymer materials, and the shielding efficiency of protective structures is given depending on composition of the materials in use.

Tabl. 1. Ref. 11

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри фізики КНУБА, ГЛИВА Валентин Анатолійович
Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури
Робочий тел.:+38(044) 241-54-40
Мобільний тел.: +38(050)381-24-77
E-mail: glyva.valentin@gmail.com
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0003-1257-3351

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, керівник напрямку досліджень Центру організації досліджень Інституту авіації, ЗАПОРОЖЕЦЬ Олександр Іванович
Адреса робоча:str. Al. Krakowska 110/114, 02-256,Warsaw,Poland
Мобільний тел.:48-881691516
E-mail: zaporozhets.oleksandr@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7580-0921

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):доктор технічних наук, професор, професор кафедри цифрових технологій в енергетиці Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», ЛЕВЧЕНКО Лариса Олексіївна
Адреса робоча: 02000 Україна, м. Київ, вул. Політехнічна, 6
Робочий тел.:+38(044) 204-80-90
Мобільний тел.:+38(095) 204-56-99
E-mail: larlevch@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7227-9472

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):кандидат педагогічних наук, доцент, професор кафедри фізики, КНУБА, БУРДЕЙНА Наталія Борисівна
Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури
Робочий тел.:+38(044) 241-54-40
Мобільний тел.:+38(068) 201-79-64
E-mail:burdeina.nb@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-2812-1387

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):доктор біологічних наук, старший науковий співробітник, завідувач лабораторієюпо вивченню і нормування фізичних факторів виробничого середовищаДержавної установи «Інститут медицини праці імені Ю.І. Кундієва Національної академії медичних наук України», НАЗАРЕНКО Василь Іванович
Адреса робоча: 01033 Україна, м. Київ, вул. Саксаганського, 75
Робочий тел.:+38(044) 284-34-27
Мобільний тел.:+38(050) 385-68-80
E-mail: vinazar@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-5238-4312

УДК 539.3

ПІДХОДИ ЩОДО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СТІЙКОСТІ ДО ПРОГРЕСУЮЧОГО ОБВАЛЕННЯ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД. СУЧАСНИЙ СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВИ

М.О. Вабіщевич,
д-р техн. наук

І.К. Фесун,
аспірант

Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.256-263

Дослідження явища прогресуючого обвалення будівель і споруд на сьогодні є новим викликом з точки зору забезпечення надійності будівельних об'єктів та безпеки життєдіяльності людей. Величезна кількість будівель і споруд, зруйнованих внаслідок бойових дій, спочатку були лише локально пошкоджені, а їх нестійкість до прогресуючого обвалення зумовила ланцюгову реакцію, яка врештіпризвела до повного руйнування об'єктів.Дослідження, зокрема чисельними методами, цього явища дасть змогу виконувати проектування нових будівель і споруд, а також переглянути умови безпечної експлуатації існуючихоб'єктів з урахуванням забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення.

Ключові слова: прогресуюче обвалення, забезпечення стійкості, прямі методи, метод альтернативного шляху, нормативне забезпечення, відмова елемента, нелінійність, чисельні дослідження, надійність.

Вступ. Початок активного дослідження явища прогресуючого обвалення датується 60-и роками минулого століття, що зумовлено розвитком чисельних методів розрахунків та появою програмованих комп'ютерів. Всесвітньовідомі випадки прогресуючого обвалення будівель і споруд з величезною кількістю людських і матеріальних втрат, які трапилися за цей відносно короткий проміжок часу, доводять актуальність всебічного вивчення цього явища. Наприклад, зіткнення авіалайнерів з вежами Всесвітнього торгового центручи не найбільшого в історії людства терористичного акту «9/11» спричинили явища прогресуючого обвалення. Руйнування як південної, так і північної веж відбулось не миттєво, а через 56 і 102 хвилини після ударів відповідно.

З початком повномасштабного вторгнення рф в Україні явище прогресуючого обвалення будівель та споруд набуло масового характеру. Чималий відсоток будівель і споруд, зруйнованих внаслідок бойових дій, спочатку були лише локально пошкоджені, але нестійкість конструкцій до прогресуючого обвалення зумовила ланцюгову реакцію, що призвела в результаті доїх повного руйнування. Таким чином, можна стверджувати, що актуальність цієї області дослідження є високою у світі та зокрема в Україні.

Мінімізація загрози виникнення та локалізація зон прогресуючого обвалення, з урахуванням реалій бойових дій, а також різноманітних

© Вабіщевич М.О., Фесун І.К.

аварійних ситуацій у мирний час (природні стихії, терористичні акти, побутові вибухи, помилки при проектуванні та зведенні), на сьогодні є одними з найважливіших задач з точки зору забезпечення надійності будівельних об'єктів. На думку авторів, умови безпечної експлуатації існуючих будівель та споруд мають бути переглянуті з урахуванням стійкості до прогресуючого обвалення, а проектування нових об'єктів повинне виконуватись з урахуванням чітких вимог відповідних будівельних норм.

В цій роботі виконано огляд прийнятих підходів щодо забезпечення стійкості конструкцій до прогресуючого обваленняу світі та в Україні, зокрема приділено увагу відповідному нормативномусупроводу, передбаченого національною гілкою (ДБНи, ДСТУ, Настанови тощо) нормативної бази України. До ключових об'єктів аналізу віднесені:

- загальноприйняті світові підходи;
- термінологія (терміни та визначення явища прогресуючого обвалення);
- сфери застосування;
- вимоги та рекомендації до об'ємно-планувальних та конструктивних рішень будівель та споруд;
- вимоги та рекомендації до розрахунків на стійкість до прогресуючого обвалення.

Короткий історичний нарис підходів до забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення будівель і споруд у світі. Відправною точкою зародження цієї теми дослідження стало часткове обвалення будівлі в 1968 р. «Ronan Point» в м. Лондон, Велика Британія. Вибух газу на 18-му поверсі вибив з будівлі несучу зовнішню стінову панель, що в результаті призвела до ланцюгового обвалення верхніх несучих конструкцій. Ця трагедія зумовила зміни в нормативних базах не лише Великої Британії та країн Європи, але і США та Канади, – були впроваджені перші рекомендації щодо забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення. Нові випадки прогресуючого обвалення споруд, що сталися згодом, зокрема: «Skyline Plaza»в 1973 р. (при зведенні каркасу); «Murrah Office Building» в 1995 р. (в результаті вибуху) та вже згаданого теракту «9/11» у 2001 р. підняли актуальність теми дослідження та зацікавленість наукової спільноти на суттєво вищий рівень [10].

Відповідно до будівельних нормативних документів передових країн світу, в першу чергу США, яка є лідером в області досліджень прогресуючого обвалення, можна виділити два основні підходи (див. рис. 1) щодо забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення. Це непрямі і прямі методи.

Непрямі методи характеризуються управлінням ризику виникнення обвалення будівель та споруд, тобто зменшенням можливості виникнення обвалення до мінімального рівня. Це досягається за рахунок, як організаційних, так і конструктивних заходів. До організаційних відносять: заборона зберігання вибухонебезпечних речовин, влаштування захисних екранів, посиленняохорони об'єкта (контроль транспортної та терористичної загрози)тощо. До конструктивних належать заходи, що

забезпечують цілісність, нерозрізність та багатозв'язність конструктивних систем, посилення конструкцій, що знаходяться в небезпечних зонах тощо.

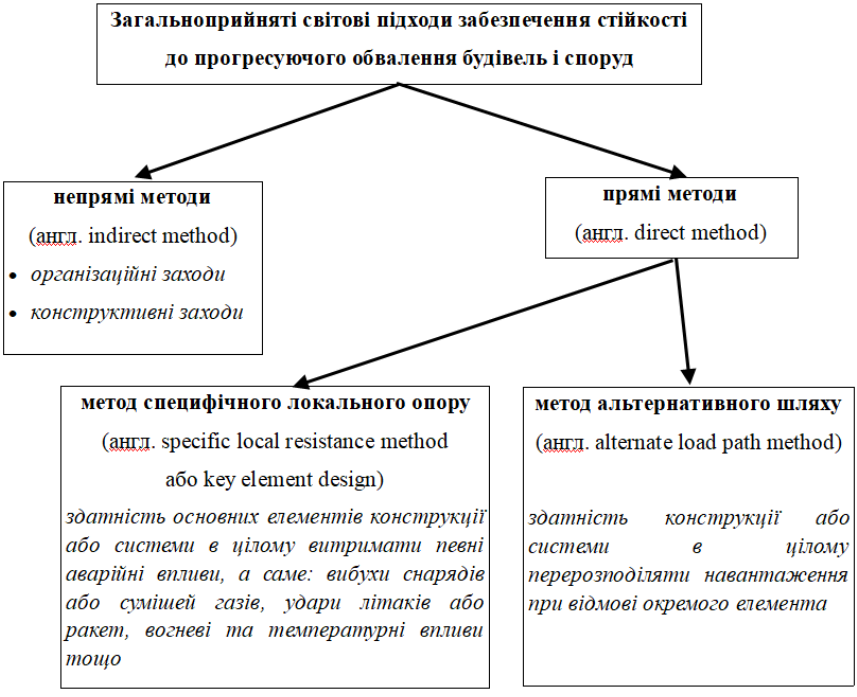


Рис. 1. Схема загальноприйнятних світових підходів забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення будівель і споруд

Прямі методи це метод специфічного локального опору та метод альтернативного шляху. Метод специфічного локального опору характеризується здатністю основних елементів конструкції або системи в цілому витримати певні аварійні впливи, а саме: вибухи снарядів або сумішей газів, удари літаків або ракет, вогневі та температурні впливи тощо. Метод альтернативного шляху передбачає забезпечення спроможності конструкції або системи в цілому перерозподіляти навантаження при відмові окремого елемента [5].

Загалом, метод альтернативного шляху здобув найбільшого поширення в світовій науковій спільноті, хоч і в конкретних випадках не є універсальним, і більшого того, проектні рішення, прийняті за результатами розрахунків за цим методом не є економічними та технологічними, порівняно з іншими методами. Однак, суттєвою перевагою цього методу є не розгляд причини, ймовірності та впливу на ключовий елемент певної аварійної ситуації (пожежі, вибуху, транспортного зіткнення тощо), а забезпечення роботоспроможності

системи без ключового елементу. Виділяють три можливих варіанти розрахунків [11]:

- лінійний статичний (прикладення статичного навантаження на систему з якої вже вилучено елемент) – має обмежене використання;
- нелінійний статичний (прикладення статичного навантаження на систему з якої вже вилучено елементіз урахуваннямфізичної та геометричної нелінійності);
- нелінійний динамічний (миттєве вилучення елемента з системи із урахуванням фізичної та геометричноїнелінійностей та прямого методу інтегрування рівняння руху).

Термінологія (терміни та визначення понять). Загалом, термінологія явища прогресуючого обвалення в нормативних документах України має невпорядкований характер. Крім вже названого «прогресуюче обвалення» можна зустріти ще «непропорційне руйнування» [1], «лавиноподібне руйнування» [1], «прогресуюче руйнування» [2], «непропорційне за обсягами порівняно з першопричиною пошкодження будівельного об'єкта в результаті будь-якого діяння» [3]. Це можна пояснити складністю перекладу з іноземних мов. Наприклад, в міжнародній спільноті, як правило, явище прогресуючого обвалення має лише один термін – це «progressivecollapse». З «progressive» доволі просто знайти відповідність, а друге слово може мати лічену кількість перекладів лише тільки в технічній сфері, це як і руйнування, обрушення, і обвалення, і зрив, і, крах, і зім'яття тощо.

При цьому існує певна відмінність у визначенні поняття зазначеного явища:

а) в п.3.2. ДБН В.2.2-41:2019 Висотні будівлі. Основні положення [4]: *«прогресуюче обвалення – обвалення будівлі внаслідок локального руйнування частини несучих конструкцій на одному чи декількох поверхах»*;

б) в п.3.45. ДБН В.1.2-14:2018 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об’єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель і споруд [1]:
«непропорційне руйнування – процес глобального руйнування будівлі або споруди внаслідок локального пошкодження»;

в) в п.3.2.3 ДСТУ-Н Б А.1.1-81:2008 Система стандартизації та нормування в будівництві. Основні вимоги до будівель і споруд. Настанова із застосування термінів основних вимог до будівель і споруд згідно з тлумачними документами Директиви Ради 89/106/ЄЕС [3]:
«*непропорційне за обсягами порівняно з першопричиною пошкодження будівельного об'єкта в результаті будь-якого діяння – пошкодження будівель та споруд в результаті таких подій, як вибухи, ударні навантаження, перевантаження чи внаслідок людських помилок, яких можна було б уникнути чи обмежити без допустимих труднощів або витрат»*.

Таким чином, ключова відмінність полягає у тому, що в першому та другому випадкахявище обвалення це процес, а в третьому - результат; в другому випадку словосполучення «локальне пошкодження» не розкриває

поняття, що було пошкоджене, а також ділянку появи та величину пошкодження (як у першому випадку – руйнування частини несучих конструкцій на одному чи декількох поверхах); в третьому випадку відсутні деякі події, що можуть також впливати на пошкодження, наприклад, пожежі або карстові провали. До дискусійних питань можна віднести і доречність використання слова «прогресуючий», оскільки будь-яке руйнування/обвалення це процес, що відбувається (спостерігається) в часі. Тому можна допустити, що непрогресуючого обвалення не може існувати.

Сфера застосування. Відповідно до п. 4.1.6ДБН В.1.2-14:2018 [1] будівельні конструкції й основи повинні відповідати ряду вимог, у тому числі «мати живучість по відношенню до локальних руйнувань і передбаченими нормами аварійних впливів (пожеж, вибухів, наїздів транспортних засобів), виключаючи при цьому явища непропорційного руйнування, коли загальні пошкодження виявляються значно більшими, ніж первісне збурення, що їх викликало», однак при цьому відповідно до п.6.4.1ДБН В.1.2-14:2018 [1] «розрахунок на непропорційне руйнування під дією аварійних навантажень проводиться для об'єктів класів наслідків СС2 та СС3, якщо не передбачені інші заходи, які виключають їх непропорційне руйнування». Виникає питання, а чи можливо повністю виключити прогресуючого обвалення? На думку науковців з США [5], ризик виникнення прогресуючого обвалення будівель та споруд неможливо усунути, але їм можна керувати. Таким чином, згідно вищезгаданого документа розрахунок на прогресуюче обвалення можна не виконувати за умови виконання інших заходів, що не зовсім логічно сприймається.

Також відповідно до п.4.2. ДБН В.1.1-7:2016[6] «будинки, що мають клас наслідків (відповідальності) СС3 слід розраховувати на стійкість до прогресуючого обвалення внаслідок пожежі», що в свою чергу, порівнюючи з п. 6.4.1 ДБН В.1.2-14:2018[1] та п. 4.15 ДСТУ-Н Б В.2.6-205:2015 [7], ігнорує об'єкти класу відповідальності СС2.

Вимоги та рекомендації до об'ємно-планувальних та конструктивних рішень будівель та споруд. Ці вимоги та рекомендації за діючими нормативними документами України досить узагальнені та не вміщують прикладного значення. До основних можна віднести:

- розгляд декількох об'ємно-планувальних рішень (не менше 3 для СС2, не менше 5 для СС3) [8];
- нерозрізність конструктивної схеми будівлі [1, 4, 7];
- застосування рамних і багатов'язевих систем [4];
- застосування систем захисту вузлів та елементів каркаса [1, 4];
- резервування несучої здатності головних несучих конструкцій [1];
- включення до роботи просторової системи ненесучих конструкцій [1, 9].

Вимоги та рекомендації до розрахунків на стійкість до прогресуючого обвалення. Ці вимоги наводяться переважно в нормативних документах України, які набули чинності не раніше 2015 року. Ключовими пунктами цих вимог є:

- виконання розрахунків на аварійні сполучення навантажень [4, 7];

- виконання розрахунків з урахуванням фізичної нелінійності матеріалів [4, 9];
- виконання розрахунків з урахуванням геометричної нелінійності конструкцій [9];
- виконання розрахунків шляхом видалення окремих конструкцій з конструктивної системи (зусилля в конструкціях категорії А збільшуються на коефіцієнт динамічності не менше ніж 1,2; площа поперечного перерізу всіх вилучених (демонтованих) вертикальних елементів, розташованих на ділянці 80 м^2, не повинна перевищувати для залізобетонних елементів 0,9 м^2, для фібробетонних, сталезалізобетонних елементів – 0,7 м^2, для жорсткої арматури та сталевих елементів – 15%) [4];
- прийняття розрахункових опорів матеріалів, що відповідають їх характеристичним значенням [4, 7];
- прийняття коефіцієнтів надійності за навантаженням за одиницю [7];
- нерегламентування величини деформацій і ширину тріщин [4, 7].

Слід зазначити про відсутність алгоритму виконання розрахунків на стійкість до прогресуючого обвалення в нормативній базі України. Тобто для виконання обов'язкових вимог норм щодо розрахунку конструкцій на явище прогресуючого обвалення інженер-проектувальникповинен змоделювати цей процес на основі виключно власного досвіду, рекомендацій розробників обчислювальних комплексів та довідкової літератури. Також виникають питання щодо визначення критерію руйнування конструкцій, постановки задачі (статична чи динамічна), способів врахування нелінійної роботи конструкцій тощо.

Висновок. Сучасний стан національної гілки нормативної бази України щодо стійкості до прогресуючого обвалення будівель та споруд можна охарактеризувати, як малозабезпечений та невпорядкований. Це стосується питань, як термінології, так і сфери застосування.

Ключовим є те, що окремими державними нормативними документами у сфері будівництва встановлено вимогу виконання умови забезпечення стійкості проти прогресуючого обвалення, однак норм, які б регламентували чіткий алгоритм дій з дотримання цих вимог поки не розроблено.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. ДБН В.1.2-14:2018. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель і споруд. – К.: Мінрегіонбуд України, 2018. – 36 с. – Чинний від 01.01.2019.
2. ДСТУ-Н Б В.1.1-41:2016. Настанова щодо проектування будівель і споруд на закарстованих територіях. – К.: Мінрегіонбуд України, 2008. – 94 с. – Чинний від 01.04.2019.
3. ДСТУ-Н Б А.1.1-81:2008. Система стандартизації та нормування в будівництві. Основні вимоги до будівель і споруд. Настанова із застосування термінів основних вимог до будівель і споруд згідно з тлумачними документами Директиви Ради 89/106/ЄЕС. – К.: Мінрегіон України, 2008. – 11 с. – Чинний від 01.10.2008.
4. ДБН В.2.2-41:2019. Висотні будівлі. Основні положення. – К.: Мінрегіонбуд України, 2019. – 50 с. – Чинний від 01.01.2020.
5. *Ellingwood B.R.* etal. Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings. – 2007.

6. ДБН В.1.1-7:2016. Пожежна безпека об'єктів будівництва. – К.: Мінрегіонбуд України, 2017. – 39 с.
7. ДСТУ-Н Б В.2.6-205:2015. Настанова з проектування монолітних бетонних і залізобетонних конструкцій будівель та споруд. – К.: Мінрегіон України, 2015. – 28 с. – Чинний від 01.01.2016.
8. ДБН В.2.2-16:2019. Культурно-видовищні та дозвіллєві заклади. – К.: Мінрегіонбуд України, 2019. – 97 с. – Чинний від 01.11.2019.
9. Наказ від 06.08.2022 № 144 Міністерства розвитку громад та територій України «Про затвердження Методики проведення обстеження та оформлення його результатів».
10. *R. Shankar Nair.* Progressive Collapse Basics // ModernSteelConstruction. – 2004.
11. *Першаков В.М.* Проблеми протидії конструкцій прогресуючому обваленню будівель таспоруд : монографія / В. М. Першаков, М. С. Барабаш, А. О. Бєлятинський, К. М. Лисницька. – К. : НАУ, 2015. – 456 с.

REFERENCES

1. DBN V.1.2-14:2018. Systema zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivelnykh obiektiv. Zahalni pryntsypy zabezpechennia nadiinosti ta konstruktyvnoi bezpeky budivel i sporud (The system for ensuring the reliability and safety of construction objects. General principles of ensuring the reliability and structural safety of buildings and structures). – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2018. – 36 s. – Chynnyi vid 01.01.2019.
2. DSTU-N B V.1.1-41:2016. Nastanova shchodo proektuvannia budivel i sporud na zakarstovanykh terytoriiakh (Guidelines for the design of buildings and structures in karst territories). – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2008. – 94 s. – Chynnyi vid 01.04.2019.
3. DSTU-N B A.1.1-81:2008. Systema standartyzatsii ta normuvannia v budivnytstvi. Osnovni vymohy do budivel i sporud. Nastanova iz zastosuvannia terminiv osnovnykh vymoh do budivel i sporud zghidno z tlumachnymy dokumentamy Dyrektyvy Rady 89/106/IeES (System of standardization and ration in gin construction. Basic requirements for buildings and structures. Guideline on the application of the terms of the basic requirements for buildings and structures in accordance with the interpretative documents of the Council Directive 89/106/EEC). – K.: Minrehion Ukrainy, 2008. – 11 s. – Chynnyi vid 01.10.2008.
4. DBN V.2.2-41:2019. Vysotni budivli. Osnovni polozhennia (High-rise buildings. Substantive provisions). – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2019. – 50 s. – Chynnyi vid 01.01.2020.
5. *Ellingwood B.R.* etal. Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings. – 2007.
6. DBN V.1.1-7:2016. Pozhezhna bezpeka obiektiv budivnytstva (Fire safety of construction sites). – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2017. – 39 s.
7. DSTU-N B V.2.6-205:2015. Nastanova z proektuvannia monolitnykh betonnykh i zalizobetonnykh konstruktsii budivel ta sporud (Guidelines for the design of monolithic concrete and reinforced concrete structures of buildings and structures). – K.: Minrehion Ukrainy, 2015. – 28 s. – Chynnyivid 01.01.2016.
8. DBN V.2.2-16:2019. Kulturno-vydovyshchni ta dozvillievi zaklady (Cultural and entertainment facilities). – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2019. – 97 s. – Chynnyivid 01.11.2019.
9. Nakaz vid 06.08.2022 № 144 Ministerstva rozvytku hromad ta terytorii Ukrainy «Pro zatverdzhennia Metodyky provedennia obstezhennia ta oformlennia yoho rezultativ» (About the approval of the Survey Methodology and registration of its results).
10. *R. Shankar Nair.* ProgressiveCollapseBasics // ModernSteelConstruction. – 2004.
11. *Pershakov V.M.* Problemy protydii konstruktsii prohresuiuchomu obvalenniu budivel ta sporud (Problems of resistance of structures to the progressive collapse of buildings and structures): monohrafiia / V. M. Pershakov, M. S. Barabash, A. O. Bieliatynskyi, K. M. Lysnytska. – K. : NAU, 2015. – 456 s.

Стаття надійшла 17.05.2023

Вабіщевич М.О., Фесун І.К.

ПІДХОДИ ЩОДО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СТІЙКОСТІ ДО ПРОГРЕСУЮЧОГО ОБВАЛЕННЯ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД. СУЧАСНИЙ СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВИ

У статті виконано огляд прийнятих підходів щодо забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення будівель і споруд у світі та в Україні, зокрема приділено увагу нормативного забезпечення щодо стійкості до прогресуючого обвалення. Дослідження прогресуючого обвалення будівель і споруд на сьогодні є новим викликом для забезпечення

безпеки життєдіяльності людей. Величезна кількість будівель і споруд, зруйнованих внаслідок бойових дій, спочатку були лише локально пошкоджені, а їх нестійкість до прогресуючого обвалення зумовила ланцюгову реакцію, що вилилась в результаті в повне руйнування. Вивчення цього явища дасть змогу виконувати проектування нових будівель і споруд, а також перегляд безпечної експлуатації існуючих з урахуванням забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення.

Ключові слова: прогресуюче обвалення, метод альтернативного шляху, нормативне забезпечення, нелінійність, розрахунки.

Vabishchevich M.O., FesunI.K.

APPROACHES TO ENSURING RESISTANCE TO THE PROGRESSIVE COLLAPSE OF BUILDINGS AND STRUCTURES. CURRENT STATE AND PROSPECTS

The article provides an overview of accepted approaches to ensuring resistance to progress, in particular the collapse of buildings and structures in the world and in Ukraine, attention is paid to the normative provision of resistance to the progress of collapse. Research on the progress of the collapse of buildings and structures today is a new challenge for ensuring the safety of people's lives. A huge number of buildings and structures destroyed as a result of hostilities were initially only locally damaged, and their instability to the progression of the collapse caused a chain reaction that resulted in complete destruction. The study of this phenomenon will enable the project to support new buildings and structures, as well as to ensure the safe operation of existing ones by ensuring resistance to progressive collapse.

Keywords: progressive collapse, stability assurance, direct methods, alternative path method, regulatory support, element failure, nonlinearity, calculations.

УДК 539.3

Вабіщевич М.О., Фесун І.К. **Підходи щодо забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення будівель та споруд. Сучасний стан та перспективи**// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 256-263.

У статті наводятьсяпідходи до забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення будівель та споруд в Україні, яка буде корисною для інженерів-проектувальників та студентів будівельних спеціальностей ВНЗ.

Іл. 1. Бібліогр. 11назв.

UDC 539.3

Vabishchevich M.O., Fesun I.K. **Approaches to ensuring resistance to the progressive collapse of buildings and structures. Current state and prospects** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 256-263.

The article is presents approaches to ensure resistance to the progressive collapse of buildings and structures in Ukraine, which will be useful for design engineers and students of construction specialties of universities.

Figs. 1. Refs. 11.

Автор: доктор технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки КНУБА ВАБІЩЕВИЧ Максим Олегович
Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури
Робочий тел.: +38 (044) 241-55-55
Мобільний тел.:+38 (050) 928-40-97
Email: vabix@ukr.net
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-0755-5186

Автор: аспіранткафедри будівельної механіки ФЕСУН Ігор Костянтинович
Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури
Мобільний тел.:+38 (098) 785-55-49
Email: fesuni99@gmail.com
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-6678-9900

UDC 614.841

THE RESEARCH OF THE FIRE RESISTANCE LIMITS OF A REINFORCED CONCRETE SLAB ACCORDING TO THE RESULTS OF FIRE TESTS WITHOUT MECHANICAL LOAD

O.M. Nuianzin[1],
Candidate of Science (Engineering)

A.A. Kozak[2],
Candidate of Science (Psychological)

V.K. Kostenko[3],
Doctor of Science (Engineering)

M.A. Kryshtal[1],
Candidate of Science (Psychological)

V.M. Nuianzin[1],
Candidate of Science (Engineering)

O.V. Nekora[1],
Candidate of Science (Engineering)

[1]*National University of Civil Defence of Ukraine,*
94 Chernyshevska street, Kharkiv, Ukraine, 61023

[2]*Kyiv National University of Construction and Architecture*
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03037

[3]*Donetsk National Technical University,*
2 Shybankova Sq., Pokrovs'k, Donetsk region, Ukriane, 85300

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.264-276

The paper analyzes the thermal effect of fire on reinforced concrete slabs based on their heating according to the standard fire temperature regime in a small-sized installation for the study of the thermal effect of fire on building structures. On the basis of the proposed method, a methodology was created that makes it possible to obtain data on temperature distributions on the surfaces of a slab fragment and in its cross-section. The course and results of the conducted fire test are described, and the adequacy and reproducibility of the experimental data are verified. The temperature distribution over the entire area of the fire furnace, the studied fragments, was analyzed and the obtained results were processed.

The possibility of creating a standard fire temperature regime in the fire furnace chamber has been verified.

According to the results of this work, it was established that during the heating of reinforced concrete, the release of moisture and steam inside the material was observed: on the heated surface, this process took place from 15 to 25 minutes, on the unheated surface from 39 to 57 minutes, and at the level of the reinforcement from 31 to 55 minutes, the heating of the structure at all levels was uniform in the planes of placement of thermocouples, the maximum temperature at the level of the reinforcement was 200°C, it was observed in the last minute of the experiment and continued to increase linearly after leaving the plateau, the maximum temperature on the unheated surface of the rock was 110°C, it observed at the last minute of the experiment and continued to grow linearly after leaving the plateau.

The adequacy of the experimental data was confirmed: the relative deviation did not exceed 4%, and the calculated adequacy criteria (Fisher, Student and Cochrane) were below the critical value.

© Nuianzin O.M., Kozak A.A., Kostenko V.K., Kryshtal M.A., Nuianzin V.M., Nekora O.V.

Key words: experimental results, small fragment, compact fire installation, reinforced concrete slab, temperature, reproducibility of experimental data.

Introduction. In the conditions of the thermal effect of fire, the general stability of the building is disturbed due to the deformation and destruction of individual elements of the building structures. Guaranteeing the limit of fire resistance is one of the important aspects of ensuring fire safety, in particular the evacuation of people in case of fire.

To determine the limits of fire resistance, the most common are full-scale fire tests, the method of tests in special fire test furnaces, experimental-calculation and calculation methods. However, full-scale fire tests are not cost-effective and are extremely rare, even in the most developed countries. Fire tests and parameters of modern test facilities are far from perfect, as there are errors due to the fact that the control of the fuel system and the configuration of the fire furnaces do not ensure full compliance of the conditions of the experiment with the requirements of the standards in this field. In addition, large-sized furnaces are not environmentally friendly, labor-intensive and not always economically feasible. Calculation methods are not able to provide the necessary accuracy, since it is impossible to take into account the characteristics of the behavior of multi-composite material of building structures when heated.

The development of scientific knowledge in the field of assessing the fire resistance of reinforced concrete structures and its process was and is being carried out by many scientists, in particular Yakovliev O.I., Roitman V.M., Kharchenko I.O., Bushev V.P., Milovanov O.F., Fomin S.L., Strakhov V.L., Pozdieiev S.V., Krukovskyi P.H., Novak S.V., T. Lie, B. Bartelemi, G. Kruppa, T. Harmathy, however, in their works, insufficient attention was paid to the creation of a universal experimental and calculation method for assessing the fire resistance of building structures, which can take into account the peculiarities of the construction of the building structure, the conditions of its further operation and ensure the accuracy of the calculation data. It is necessary to ensure a consensus between experiments and subsequent calculations. Therefore, the use of special portable means, which will simultaneously ensure the consideration of the features of the multi-composite material and the calculation method based on the obtained data, is relevant and will contribute to solving the problem of the effectiveness of tests for evaluating the fire resistance of reinforced concrete building structures in order to guarantee the necessary time for evacuation and conducting search and rescue operations.

1. Problem statement and method of its solving. There are European standards that are in force in Ukraine as well, regarding the assessment of fire resistance of reinforced concrete load-bearing structures, in particular slabs [1-3]. These normative documents define the possibility of carrying out tests without the use of load on samples of building structures, in particular slabs, for which it is impossible to reproduce the load conditions in the laboratory during the tests due to technical reasons. The standards state that it is possible to examine both sample

fragments of building structures and structures of designed dimensions. Testing of non-standardized and large-sized structures is problematic, as it requires large financial investments and labor costs, and test furnaces may be smaller than the dimensions of the structures being tested. In addition, it is non-ecological. Therefore, works [4-5] proposed the idea of conducting an experiment on heating small-sized elements of reinforced concrete structures in a compact fire installation according to the standard fire temperature regime. Then verification of experimental data and calculation is carried out.

In works [6, 7], the limit of fire resistance was established based on the loss of heat-insulating ability of fragments of building structures, and the temperature change along the thickness of the wall structure during the heating process was investigated using a furnace for small-sized thermophysical tests. The design of the furnace provided for the use of one burner to heat the chamber. According to works [8, 9], this affects the uniformity of heating of the structures under study and indicates the imperfection of the structure.

The purpose of the work is to analyze the results of the temperature distributions of the thermal effect of fire on a small-sized element of a reinforced concrete slab during its heating in a compact fire furnace, with the conclusion of the possibility of their further application in assessing the fire resistance of a full-scale structure.

To achieve the goal, the following tasks were set and solved.

To describe the stages of creating small-sized fragments of reinforced concrete slabs for conducting fire tests.

To describe the methodology and means of conducting experimental tests.

To analyze the temperature regime on the surface and integration points in the sections of fragments of reinforced concrete slabs.

To verify the experimental data obtained during the fire test.

To determine the prospects for further research.

2. Study methods. 3 Fragments without a hollow reinforced concrete slab with a nominal size of 1200×1200 mm and a thickness of 220 mm, which were manufactured in advance of the test.

Proportions for making fragments (per 1 m3): "500" brand Portland cement - 460± 10 kg; quartz sand - 660 ± 10 kg; crushed granite - 1150 ± 10 kg; water.

The reinforcement corresponded to the reinforcement actually used in the construction of slabs of modern residential buildings from monolithic reinforced concrete. Reinforcement - Vr-I class wire with a diameter of 5 mm.

Water-cement ratio: W/C = 0,36 × (water – 165 ± 10 kg); with the same fractions of granite aggregate (crushed stone) – 5–10 mm.

Dosing of components is carried out with the help of weighing dispensers of the factory concrete mixing installations. Mixing of the concrete mixture was carried out in a free-falling concrete mixer 0,75 m^3. The compaction of the concrete mixture is performed by deep vibrators. The construction was made using standard collapsible formwork [10-11].

Fig. 1 presents a photo of a pre-prepared fragment, sample No. 1, for a full-scale fire resistance.

The samples were stored in a closed room, then transported to the place of testing and installed in a fire furnace (Fig. 1). The samples were in the

formwork for seven days. After demolding, the fragment and auxiliary samples were stored for 28 days. After aging for 28 days, the fragments were stored in normal conditions of temperature and humidity until the beginning of the tests.

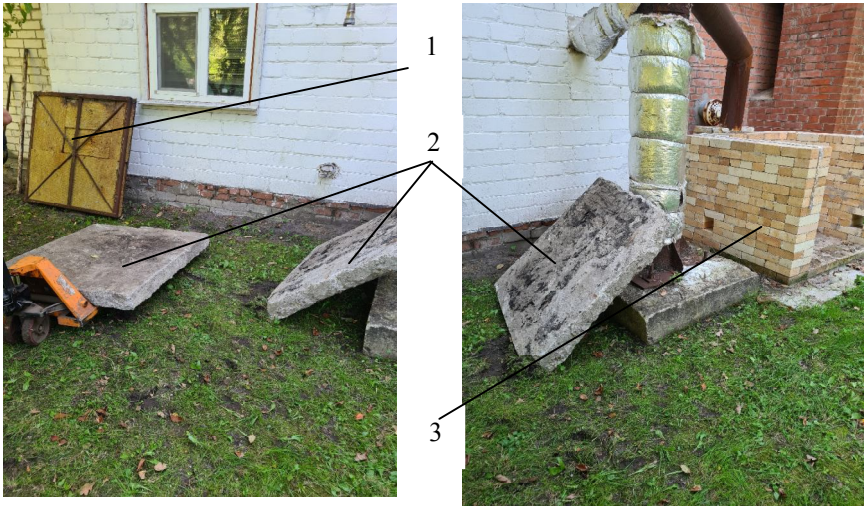


Fig. 1. A small-sized fragment of a reinforced concrete slab made in advance of the test: 1 – a cover for closing the fire furnace chamber; 2 – fragments of reinforced concrete walls for testing; 3 – installation for conducting tests

The general method of conducting tests in a compact fire furnace without mechanical load consists in the influence of the standard temperature regime of fire during one-sided heating of an element of a reinforced concrete slab, based on which, by calculation, it will be possible to estimate the limit of fire resistance of a full-sized structure.

Before the start of the test, the date of the study, ambient air temperature, air humidity, wind strength and direction were recorded. Before starting, the overall dimensions of the sample, the thickness of the sample are measured and the established data are recorded: 3 samples with a thickness of 220 mm were produced:

Sample 1: 1202 × 1198 mm.

Sample 2: 1197 × 1193 mm.

Sample 3: 1201 × 1199 mm.

The test sample is fixed in the upper part of the installation. The front wall of the installation is missing, so it is closed with a lid (Fig. 1). Mineral wool and lime cord were used for tightness. Fig. 2 shows the scheme of setting up the sample for testing.

When testing slabs, 2 burners are used. They are placed from the bottom of the installation on the opposite walls of the chamber diametrically, so that the flame torches located 80 cm from the test sample (Fig. 2). At the time of testing the slabs, places for burners that were not in use were covered with bricks and mineral wool to prevent the exit of furnace gases through these holes.

The measuring equipment used during the experiment on heating a small-sized element is listed in Table 1, and the location diagram is in Fig. 3.

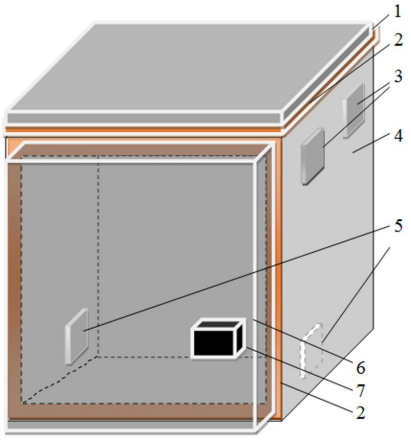


Fig. 2. Scheme of setting up a sample for testing: 1 – the sample under examination; 2 – mineral wool and lime cord sealant; 3 – places for burners not used during fire tests of walls; 4 – furnace enclosure; 5 – burners that create a temperature regime in the furnace chamber; 6 – the cover of the front part of the installation, 7 – an outlet for combustion products

Table 1

Means of measuring technology

The name of the equipment or device	Measuring range	Measurement error
Thermocouple THA-2388 with an ADC module (Cold-Junction Compensated Thermocouple-to-Digital Converter)	from -200 to +700 °C from +700 to +1350°C	± 2,0°C ± 4,0°C
Thermistor	from +5 to +300°C	± 1,0 %
Measuring ruler	from 0 to 1000 mm	± 1 mm
Stopwatch SOS pr-2b-2-000	from 0 s to 60 s from 0 s to 60 min	$\pm\left(\frac{0.4}{60}\tau\right)$ $\pm\left(0.4+\frac{1.5}{3540}(\tau-60)\right)$
Aspiration psychrometer MB-4M	from 10 to 100 % from – 10° to 50°C	± 4 % ± 0,2°C
Calipers ShTs-1	from 0 to 125 mm	± 0,1 mm
Aneroid barometer M67	600 - 800 of mercury column	± 1 mm of mercury column
Anemometer ACO-3	from 0,3 to 5 m/s	± (0,1+0,05V) m/s

Fig. 3 shows the location of thermocouples and division of the slab section into zones.

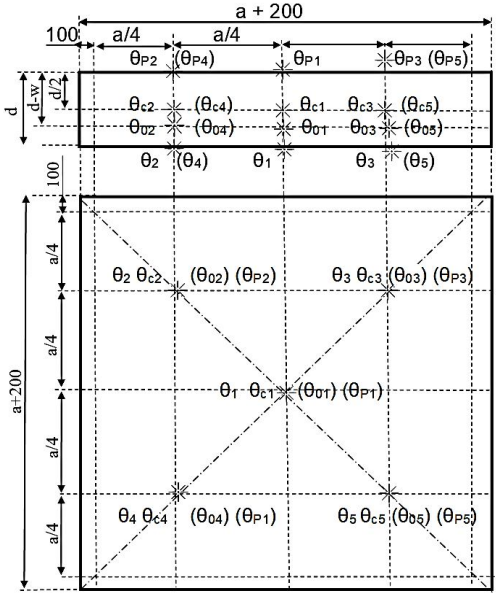


Fig. 3. Diagram of thermocouple location and division of the slab cross-section into zones

Thermocouples were used to measure the temperature in the furnace TXA-2388 with a wire diameter of 1.25 mm, which can be used to measure temperatures in the range from 0 to 1300°C.

An analog-to-digital conversion (ADC) module, described in [4], was used to obtain digital temperature values in the places where the thermocouple was installed. The PLX DAQ plugin for Microsoft Excel was used to process the received data, which allows you to see the numerical values of the temperature in real time and draw the corresponding graphs.

3. Presentation of the study basic material. During the tests, photo and video recording of the experiment was carried out (Fig. 4).

Fig. 5 shows the furnace chamber heating graphs according to the readings of each of the installed thermocouples.

As evidenced by the thermocouple heating data (Fig. 5), the linear heating rate of the furnace chamber corresponded to the "standard" fire temperature curve, and was within the limits defined by the standard



Fig. 4. A view of a fire furnace prepared for heating of a slab fragment

[1]. When the value of 980°C was reached, a stationary mode was established by adjusting the heating power of the furnace. The test lasted 63 minutes.

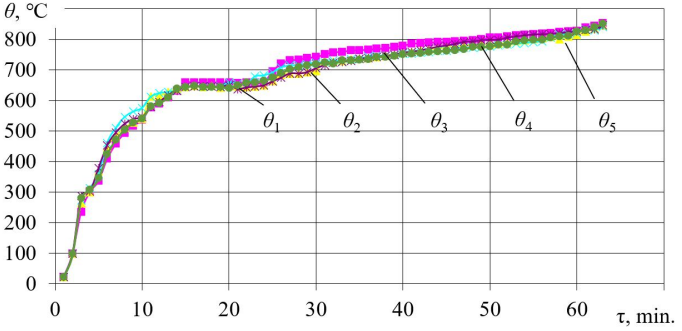


Fig. 5. The linear heating rate of the furnace chamber during the stove test

Studies were limited to 60 minutes, since the temperature regime then approaches the stationary one.

A visual inspection established that there was no loss of integrity, heat-insulating and load-bearing capacity of the sample.

Fig. 6-9 show the results of thermocouple readings on the heating, non-heating surface and at the level of the armature.

After analyzing the data obtained from the results of the experiments (Fig. 6-9), the following conclusions were obtained:

- two gas burners are able to ensure compliance of the temperature regime in the furnace chamber with the "standard" one [1];
- during the heating of reinforced concrete, the release of moisture and steam inside the material was observed: on the heating surface, this process took place from 15 to 25 minutes (Fig. 6), from 39 to 57 minutes on the non-heating surface (Fig. 7), and at the level of the reinforcement from 31 up to 55 minutes (Fig. 8);
- heating of the structure at all levels was uniform in the planes of placement of thermocouples (Fig. 6-9);
- the maximum temperature at the level of the reinforcement was 200°C, observed in the last minute of the experiment and continued to increase linearly after leaving the plateau;
- the maximum temperature on the unheated surface of the rock was 110°C, it was observed at the last minute of the experiment and continued to increase linearly after leaving the plateau;
- it is necessary to verify the experimental data to confirm their validity;
- the obtained experimental data are sufficient for further calculation of temperature fields inside the structure and assessment of fire resistance of structures [12].

4. Verification. 3 experiments were conducted according to the standard temperature regime of a fire in a small-sized installation to study the thermal effect of a fire on building structures of 3 elements of a reinforced concrete slab made under similar conditions from identical materials.

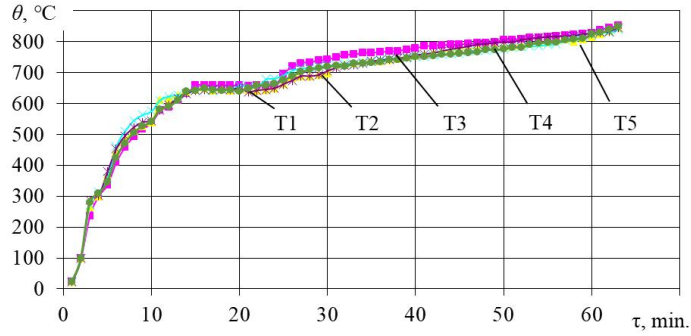


Fig. 6. The results of temperature measurement on the heating surface of the sample under study: $\theta 1$- $\theta 5$ – readings of thermocouples (Fig. 3)

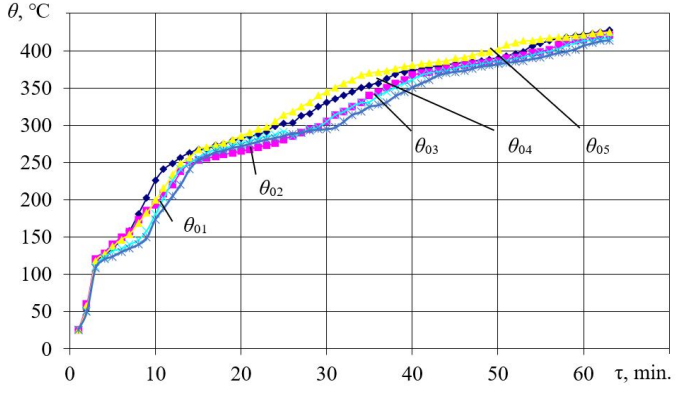


Fig. 7. The results of temperature measurement at the level of the armature of the sample under study: $\theta 01$- $\theta 05$ – readings of thermocouples (Fig. 3)

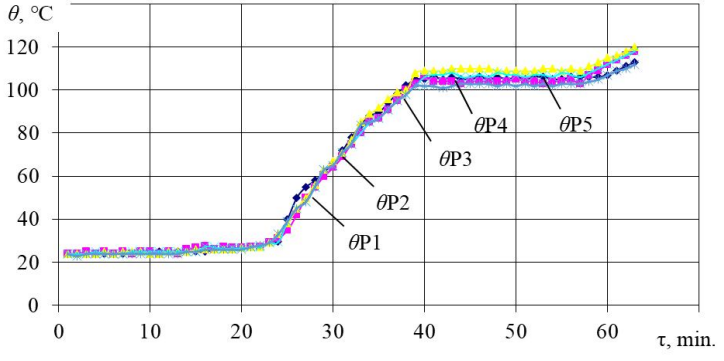


Fig. 8. The results of temperature measurement on the heating surface of the sample under study: $\theta P1$- $\theta P5$ – readings of thermocouples (Fig. 3)

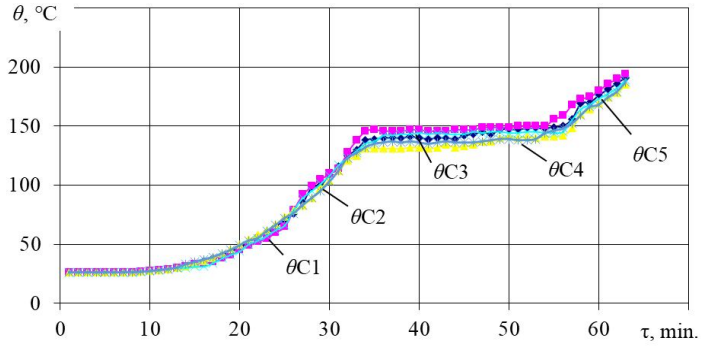


Fig. 9. The results of measuring the temperature on the thickness 110 mm (middle of the slab): TC1-TC5 – readings of thermocouples

To check the adequacy of the results of experimental data when heating wall fragments, the relative deviation was calculated, as well as the adequacy criteria (Fisher, Student and Cochrane).

The results of the calculation of the adequacy criteria are summarized in the table 2.

Table 2

Dispersion parameters of the results of fire tests of reinforced concrete slabs based on the results of three experiments

Thermocouple zone (fig. 3)	Maximum deviation, °C	Average deviation, °C	Relative deviation, %	F-criterion	Critical value of F-crit.	t-criterion	Critical value of t-crit.	Q-criterion	Critical value of Q-crit.
T1	23,8	7,1	4,0	2,26		1,50		0,31	
T2	28,6	7,2	3,7	2,32		1,17		0,34	
T3	26,4	6,7	3,9	2,28		1,01		0,32	
T4	27,9	6,9	3,7	2,23		1,43		0,30	
T5	29,1	7,1	3,5	2,33		2,14		0,34	
T01	5,8	3,1	2,9	1,38		1,21		0,33	
T02	6,4	2,8	3,2	1,43		1,81		0,32	
T03	6,2	2,5	2,9	1,29	4,49	1,50	2,92	0,31	0,45
T04	8,3	2,6	2,8	1,32		1,10		0,34	
T05	7,1	2,7	2,8	1,34		1,16		0,31	
TP1	5,2	2,3	2,3	1,19		1,41		0,25	
TP2	5,3	2,4	2,3	1,13		1,21		0,20	
TP3	5,6	2,5	2,4	1,14		1,48		0,21	
TP4	4,9	2,1	2,2	1,23		1,93		0,23	
TP5	5,2	2,4	2,3	1,16		1,53		0,21	

As it can be seen from the table. 2, the relative deviation did not exceed 8%, and the calculated adequacy criteria (Fisher, Student and Cochrane) are below the critical value, which confirms the adequacy of the experimental data.

Conclusions

The conducted experiment leads to the conclusion that the obtained results can be used to check the adequacy of the obtained experimental data. The experiment on heating small-sized elements of reinforced concrete slabs at control points on heated and non-heated surfaces and at the level of reinforcement of slab fragments was carried out in accordance with the requirements of the standards for conducting fire resistance tests. The results obtained during the experiment are reliable.

Based on the results of this work, the following was established:

1. The stages of creating 3 small fragments of reinforced concrete slabs from heavy concrete with reinforcement are described. Overall dimensions: 1202×1198 mm; 1197×1193 mm; 1201×1199 mm, 220 cm thick. They were aged in a special room for at least 28 days.

2. The method of conducting an experiment on heating a small-sized element of a reinforced concrete slab is described. Conducting the above-mentioned experiment in a small-sized installation for the study of the thermal effect of fire on building structures without mechanical load consists in the effect of the standard temperature regime of fire when heating an element of a reinforced concrete slab during one-sided thermal effect. TXA-2388 thermocouples with a wire diameter of 1.25 mm were used to measure the temperature in the furnace, which can be used to measure the temperature in the range from 0 to 1300°C. The MF 52 thermistor was used to measure the temperature in the tested sample, it can be used to measure the temperature in the range from -30 to 300°C.

3. According to the conducted experiment: during the heating of reinforced concrete, the release of moisture and steam inside the material was observed: on the heated surface, this process took place from 15 to 25 minutes, on the unheated surface from 39 to 57 minutes, and at the level of the reinforcement from 31 to 55 minutes, heating of the structure at all levels was uniform in the planes of placement of thermocouples, the maximum temperature at the reinforcement level was 200°C, it was observed at the last minute of the experiment and continued to increase linearly after leaving the plateau, the maximum temperature on the non-heating surface was 110°C, it was observed at the last minute of the experiment and continued to grow linearly after leaving the plateau.

4. The adequacy of the experimental data was confirmed: the relative deviation did not exceed 4%, and the calculated adequacy criteria (Fisher, Student and Cochrane) were below the critical value.

5. Taking into account the work and conclusions 1-4, it is advisable to conduct an experiment on heating a small-sized element of a reinforced concrete structure in a small-sized fire installation at a standard temperature regime with a check of the adequacy of experimental data. The input data of the experimental study, on the basis of which it is possible to calculate the temperature field in the entire structure, to solve the problem of strength and to evaluate the fire resistance of large-sized structures, is a perspective for further research of this work.

REFERENCES

1. EN 1363-1:1999 “Fire resistance tests – Part 1: General requirements”.
2. ISO 834-1: 1999 “Fire resistance tests –Elements of building construction – Part 1: General requirements”.
3. ISO/IEC 17025:2005 “General requirements for the competence of testing arid calibration laboratories”.
4. *Schmid J., Klippel M., Just A., & Frangi A*. 2014. Review and analysis of fire resistance tests of timber members in bending, tension and compression with respect to the Reduced Cross-Section Method. Fire safety journal, 68, 81-99. https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2014.05.006.
5. Etapy stvorennya prototypu vohnevoyi ustanovky dlya vyznachennya temperaturnykh rozpodiliv malohabarytnykh frahmentiv zalizobetonnykh konstruktsiy (Stages of creating a prototype of a fire installation for determining temperature distributions of small-sized fragments of reinforced concrete structures) / Perehin A. V., Nuyanzin O. M. // «Nadzvychayni sytuatsiyi: poperedzhennya ta likviduvannya» : zb. nauk. prats′. – Cherkasy: CHIPB NUTSZ Ukrayiny, 2021. – T.5, № 2 S. 75-82.
6. *Veselivs'kyy, RB.; Polovko, A.P.; Vasylenko, O.O.* Eksperymental′ne doslidzhennya vohnestiykosti ohorodzhuval′nykh konstruktsiy z fibrolitovymy plytamy (Experimental study of fire resistance of fencing structures with fibrolite plates). Pozhezhna bezpeka, 2013, 23: 33-38.
7. Pich dlya teplofizychnykh vyprobuvan malohabarytnykh frahmentiv budivelnykh konstruktsiy ta okremykh vuzliv yikh stykovykh zyednan (Furnace for thermophysical tests of small fragments of building structures and individual nodes of their butt joints). Pat. 17160 Ukrayina, MPK(2006) F23M5/00. / B. H. Demchyna, V. S. Fitsyk, A. P. Polovko, A. B. Pelekh // zayavl. 20.03.2006r., opubl. 15.09.2006. – Byul. № 9.
8. Nuianzin, O., Kryshtal, D., Zemlianskyi, O., Nesterenko, A., & Samchenko, T. (2020, May). Study of the Heat and Mass Transfer in Special Furnaces During Fire Resistance Tests of Building Construction. In International Scientific Conference on Woods & Fire Safety (pp. 179-184). Springer, Cham.
9. *Nuianzin, O., Tyshchenko, O., Zhartovskyi, S., Zaika, P., & Peregin, A*. (2019, December). The research of carrying capacity of reinforced concrete walls under uneven warming. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (Vol. 708, No. 1, p. 012063). IOP Publishing.
10. Wickström U. 1994. The plate thermometer-a simple instrument for reaching harmonized fire resistance tests. Fire Technology, 30, 195-208. https://doi.org/10.1007/BF01040002
11. *Demchyna B.G., Fitsyk V.S., Polovko A.P., Peleh A.B.* 2006. Furnace for thermophysical tests of small fragments of building structures and individual nodes of their butt joints. Patent. 17160 Ukraine, F23M5/00. Bulletin № 9.
12. *Nuianzin, O.* (2022). Study of the thermal effect of fire on a reinforced concrete beam based on the results of experimental tests. Emergency situations: prevention and elimination, 6(1), 75-84.

Стаття надійшла 17.03.2023

Нуянзін О. М., Козак А. А., Костенко В. К., Криштaль М. А, Нуянзін В. М., Некора О. В.

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕЖІ ВОГНЕСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННОЇ ПЛИТИ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ВОГНЕВИХ ВИПРОБУВАНЬ БЕЗ МЕХАНІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Актуальність. У дослідженнях сьогодення недостатньо уваги приділено створенню універсального експериментально-розрахункового методу оцінювання вогнестійкості будівельних конструкцій, що може врахувати як особливості виготовлення будівельної конструкції, умов її подальшої роботи та забезпечити точність розрахункових даних. Необхідно забезпечити консенсус між експериментами та подальшими розрахунками. Тому застосування спеціальних портативних засобів, що одночасно забезпечить врахування особливостей багатокомпозитного матеріалу та розрахункової методики на основі отриманих даних є актуальним і сприятиме вирішенню проблеми ефективності випробувань з оцінювання вогнестійкості залізобетонних будівельних конструкцій для гарантування

необхідного часу евакуації та проведення пошуково-рятувальних робіт. **Мета роботи.** Метою роботи є аналіз результатів температурних розподілів теплового впливу пожежі на малогабаритний елемент залізобетонної плити під час її нагрівання у компактній вогневій печі з висновком можливості подальшого їхнього застосування при оцінці вогнестійкості повномасштабної конструкції. **Результати.** Проведений експеримент спонукає до висновку, що отримані результати, можливо застосовувати для перевірки адекватності отриманих експериментальних даних. Експеримент з нагрівання малогабаритних елементів залізобетонних плит у контрольних точках на обігрівній, не обігрівній поверхнях та на рівні арматури фрагментів плит проведений у відповідності до вимог стандартів щодо проведення випробувань на вогнестійкічсть на вогнестійкість. Результати, що отримані при проведенні експерименту є достовірними.

Ключові слова: тонка неоднорідна оболонка, універсальний просторовий скінченний елемент, геометрично нелінійне деформування, стійкість, коливання, термосилове навантаження.

УДК 614.841
Нуянзін О.М., Козак А.А., Костенко В.К., Кришталь М. А, Нуянзін В.М., Некора О.В. **Дослідження межі вогнестійкості залізобетонної плити за результатами вогневих випробувань без механічного навантаження** / Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 264-276. – Англ.
У роботі проаналізовано тепловий вплив пожежі на залізобетонні плити на основі їхнього нагрівання за стандартним температурним режимом пожежі у малогабаритній установці для дослідження теплового впливу пожежі на будівельні конструкції.
Табл. 2. Іл. 9. Бібліогр. 12 назв.

UDC 614.841
Nuianzin O.M., Kozak A.A., Kostenko V.K., Kryshtal M.A., Nuianzin V.M., Nekora O.V. **The research of the fire resistance limits of a reinforced concrete slab according to the results of fire tests without mechanical load /** Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 264-276.
The paper analyzes the thermal effect of fire on reinforced concrete slabs based on their heating according to the standard fire temperature regime in a small-sized installation for the study of the thermal effect of fire on building structures.
Tabl. 2. Fig. 9. Ref. 12.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, начальник науково-дослідної лабораторії інновацій у сфері цивільної безпеки НУЯНЗІН Олександр Михайлович*
Адреса робоча: *18034 Україна, м. Черкаси, вулиця Онопрієнка 8, Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України.*
Робочий тел.: +38(0472) 55-09-39
мобільний тел.: +38(097) 6887131
E-mail: nuianzin_oleksandr@chipb.org.in
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-2527-6073

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА КОЗАК Андрій Анатолійович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Робочий тел.: +38(044) 248-3237
мобільний тел.: +38(066) 1997036
E-mail: kozak.aa@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3192-1430

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри природоохоронної діяльності, ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», КОСТЕНКО Віктор Климентович*
Адреса робоча: *85300 Україна, Донецька область, м. Покровськ, пл. Шибанкова, 2, ДВНЗ «Донецький національний технічний університет».*
Робочий тел.: +38(050) 4738218
мобільний тел.: +38(050) 4738218
E-mail: vk.kostenko@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8439-6564

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат психологічних наук, професор, професор кафедри фізико-хімічних основ розвитку та гасіння пожеж Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України КРИШТАЛЬ Микола Андрійович*
Адреса робоча: *18034 Україна, м. Черкаси, вулиця Онопрієнка 8, Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України.*
Робочий тел.: +38(0472) 55-09-39
мобільний тел.: +38(067) 4725554
E-mail: kryshtal_mykola@chipb.org.in
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-0701-4731

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, начальник кафедри фізико-хімічних основ розвитку та гасіння пожеж Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України НУЯНЗІН Віталій Михайлович*
Адреса робоча: *18034 Україна, м. Черкаси, вулиця Онопрієнка 8, Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України.*
Робочий тел.: +38 (0472) 55-09-39
мобільний тел.: +38(068) 3912393
E-mail: nuianzin_vitalii@chipb.org.in
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4785-0814

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник відділу організації наукової діяльності НЕКОРА Ольга Валеріївна*
Адреса робоча: *18034 Україна, м. Черкаси, вул. Онопрієнка, 8, Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України.*
Робочий тел.: +38(0472) 55-09-69
мобільний тел.: +38(067) 418-52-79
E-mail: ov_nekora@ukr.net
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-5202-3285

UDC 539.3

THE FRACTAL SCALE-INVARIANT STRUCTURE OF A TEMPORAL HIERARCHY IN THE RELAXATION AND ENERGY DISSIPATION PROCESSES IN A VISCO-ELASTIC/CAPILLARY-POROUS MEDIUM

Y.V. Chovnyuk

P.P. Cherednichenko

A.S. Moskvitina

M.O. Shyshyna

Kyiv National University of Construction and Architecture
31,Povitroflotskyave., Kyiv, Ukraine, 03037

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.277-293

The phenomena of elastic aftereffects during loading/unloading of viscoelastic and capillary-porous bodies, relaxation of their stresses is accompanied by the energy accumulation and dissipation to be taken into account in the theory of oscillations which also considers the behavior of materials when the force is applied to them. The elastic aftereffect and stress relaxation forms ostensibly opposite energy processes. In the first case, under constant load deformation, the work increases in course of time, and in the second case, under constant load deformation, the work (energy) decreases. While researching on the energy dissipation in the conditions of oscillations application, i.e. within the frame of internal friction theories, one can find that some theories are based on the dependence of friction on the oscillations' velocity, other ones establish the dependence of friction on the amplitude. Research papers are based on the hypothesis of M.M. Davydenkov, according to which the energy when subjected to oscillations depends on the amplitude and does not depend on the velocity. According to E.S. Sorokin, the theory of internal friction is poorly consistent with the theories describing the inherited properties of materials (viscoelastic and capillary-porous ones). A tendency is observed: the better a theory reflects hereditary properties, the worse this theory is adapted to describe energy losses due to oscillations.In this paper, an attempt has been made to harmonize both these theories and numerous experiments on the destruction of materials described in the academic literature. It turns out that in order to remove contradictions, it is necessary to take into account the dependence of body deformation changing in the course of time.It is shown that the hierarchy of times determining shear and bulk relaxation in viscoelastic/capillary-porous medium has a fractal (scale-invariant) structure. It was observed that the presence of time fractality eases the modeling of viscoelastic/capillary-porous bodies resulting in the universal relaxation function of a rather simple kind. In particular, for the scale-invariant distribution of relaxation characteristics medium, the application of algebraic relaxation law for viscoelastic/capillary-porous materials is possible: this resulting in rheological models and state equations with the derivatives of fractional order.

Key words: fractality, scale-invariant structure, temporal hierarchies, processes, relaxation, aftereffect, energy dissipation, internal friction,viscoelasticity, capillary-porous medium

1. Introduction

Hereditary properties of materials have long been studied by experts. For example, faced in 1920s with the fact of elastic aftereffects, the academician A.F. Ioffe described the above phenomenon as follows: "... the result of the effect of this force on the body does not manifest itself entirely at once. For a long time,

© Chovniuk Y.V., Cherednichenko P.P., Moskvitina A.S., Shyshyna M.O.

exposed to a constant force, bending, twisting, tensile it continues becoming gradually weaker. The precision instruments can detect a slow progress even in a few months. When the force ceases to effect, the body does not immediately take its previous form. Each effect leaves a trace which can be noticed after a long period of time as the reasons of its emergence disappear. There is something similar to the body's memory experienced in the past" [1] (Fig. 1).

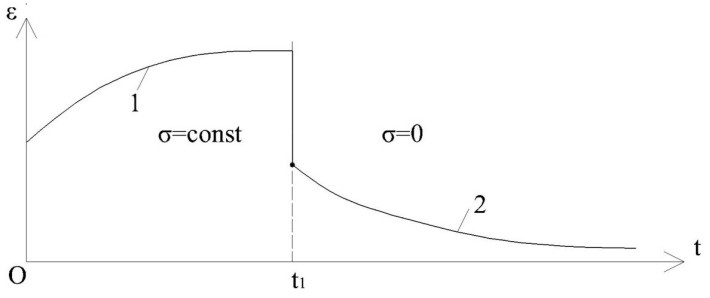


Fig. 1. The phenomenon of elastic aftereffects in viscoelastic and capillary-porous bodies: 1 - loaded; 2 - unloaded

Indeed, numerous experiments conducted with different materials show the deformation lag behind the stress. The deformation occurs in the process of force increasing and over a period of time after the termination of its increase. Such a phenomenon is called an elastic aftereffect after loading.

When the sample is unloaded, a similar pattern is observed: the elastic deformation decreases to zero during a certain period of time. The hereditary phenomena of the material include the phenomenon of stresses relaxation which consists in the fact that at constant deformation (and temperature), stresses decrease. In test machines, the load decrease and keeping the deformation unchangeable is made automatically with the help of special electronic equipment. The water is used as load in such tests. This allows a smooth stress decrease [2] (Fig. 2).

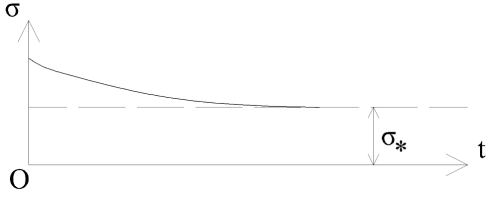


Fig. 2. The relaxation (on the plane) curve (σ, t), σ* – the boundary to which the stress is directed while "t" increases

All these phenomena occurring in viscoelastic/ capillary-porous bodies are accompanied by the energy accumulation and dissipation which should be taken into account in the oscillations theory considering the behavior of the material resulting from the force application.

It can be observed that the elastic aftereffect and stress relaxation produce opposite energy processes. In the first case, being constantly loaded, the deformation and work increase in course of time respectively. In the second case, being constantly exposed to the deformation, the load and work (energy) decrease.

Turning to researches for energy dissipation under load, i.e. for the theory of internal friction, it can be found that some theories are based on the dependence of oscillations friction on their velocity, other theories are based on the amplitude. Some research papers are based on the M.M. Davydenkov hypothesis. According to it, the energy in the conditions of oscillations application depends on the amplitude and does not depend on the velocity [3, 4].

E.S. Sorokin, author of one of these hypotheses [5], carries out a detailed analysis of research papers on these issues. On the basis of his table containing the comparative characteristics of various theories, he made an important remark that the theory of internal friction is poorly consistent with theories describing the hereditary properties of the materials. Moreover, the following tendency is observed: the better a theory reflects hereditary properties, the worse this theory is adapted to describe energy losses due to oscillations.

In this paper, an attempt has been made to harmonize both these theories and numerous experiments on the destruction of materials described in the academic literature, for example, in [7]. It turns out that in order to avoid contradictions, it is necessary to take into account the dependence of body deformation changing in the course of time specified below.

Modern technological processes control often requires the modeling of relaxation in reophysically complex media (viscoelastic medium (VEM), capillary-porous bodies (CPB)). Such media are encountered in the production of a wide variety of materials (rubbers, plastics, textiles, paints, lubricants, foods, etc.) [8-12, 15]. They are extremely important in processes related to oil extraction and transportation [13, 14, 16]. The interest of researchers to these materials is due to a huge variety of new effects which can occur in relaxing materials. Their rheology studying contributes to a better understanding and improvement of technological processes, rational development of new high-performance techologies and products.

Relaxation phenomena in rheophysically complex media are related to the slow development of processes regrouping structural units of different scales. (For example, in the case of polymers, these are flexible molecules, their individual segments, or bundles formed by these molecules). These processes result in deformation changes lag behind the stress change (hysteresis, elastic aftereffect, stress relaxation, etc.) and can be described using the model of elastic bodies with internal friction and viscous bodies with elasticity [8-12]. Mechanical models of viscoelastic, capillary-porous bodies are helpful for understanding the qualitative characteristics of relaxation phenomena, but their application to the quantitative description of real materials requires the construction of very complex systems consisting of a large number of different springs and viscous elements (due to the presence of structural units hierarchy of different scale leading to relaxation hierarchization in a wide range of time). It is clear that complex models can not prove effective: there are too many difficulties associated with the definition of numerous relaxation parameters with respect to experimental data, as well as solving problems of modeling the media motion in a wide range of relaxation time.

This research paper shows that the difficulties mentioned hereinabove can be overcome by specifying the structure of time hierarchies which determine the relaxation in rheophysically complex media. An analysis of experimental data shows that the distribution of relaxation time in these media may be scale-invariant, i.e. may have a fractal structure. It is shown that the time fractality allows to simplify the description of relaxation processes resulting in universal relaxation functions of a rather simple form in a wide range of relaxation time [17, 18]. It is also shown that in some cases, it is possible to use rheological models with derivatives of fractional order.

2. The stress and deformation in viscoelastic and capillary-porous bodies with respect to time

It is necessary to add to the known formula $\sigma_1 = E \cdot \varepsilon$ the component taking into account the temporal nature of the stress change:

$$\sigma_2 = E \cdot \varepsilon \cdot \exp(-t/\tau), \tag{1}$$

or

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + E \cdot \varepsilon \cdot \exp(-t/\tau) = E \cdot \varepsilon \{1 + \exp(-t/\tau)\}, \tag{2}$$

where σ – body's general stress, E – stress module, ε – elongation ratio (deformation), t –time counted from the moment the load application, τ – relaxation time.

Elongation ratio (deformation) in the conditions of load application:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E \cdot \{1 + \exp(-t/\tau)\}}, \tag{3}$$

After unloading, the maximum value of elongation ratio is as follows:

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma}{E \cdot \{1 + \exp(-t/\tau)\}} - \frac{\sigma}{2E} = \frac{\sigma \cdot [1 - \exp(-t/\tau)]}{2E \cdot [1 + \exp(-t/\tau)]} = \frac{\sigma}{2E} \cdot th\left[+\frac{t}{2\tau}\right]. \tag{4}$$

The value of ε_0 allows to determine the current value of its elongation ratio after unloading in time t, i.e. to take into account the unloading aftereffect and thus:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot \exp(-t/\tau) = \frac{\sigma}{2E} \cdot th[t/2\tau] \cdot \exp(-t/\tau), \tag{5}$$

where t – time running after unloading.

Example 1. The steel wire stretched and rigidly fixed. It is necessary to determine the stress relaxation. Sample data: elastic module E = 196 333 MPa, relaxation time τ = 168.2 s, elongation ratio ε = 0.001. The formula (2) allows to calculate the stresses occurring in the wire and depending on time, i.e. relaxation of stresses. The results are shown in Table 1.

Table 1

t, s	σ, MPa	t, s	σ, MPa	t, s	σ, MPa
0	392,627	200	256,12	1000	196,66
50	341,89	500	206,26	2000	196,13
100	304,60	900	197,08	3000	196,13

Example 2. The steel sample was stretched to have the stress σ = 300 MPa, module of elasticity E = 196 333 MPa, relaxation time τ = 168.2 s, the sample is

unloaded at the time t_p = 1000 s. It is necessary to determine the value of elongation ratio depending on time. The formula (3) allows to determine the value of elongation ratio in the conditions of loading, the formula (4) allows to calculate the unloading moment. Varying in time residual deformation can be found using the formula (5). The results of calculations are given in the Table 2.

Table 2

t, s	$\varepsilon_н$, dimensionless	t, s	$\varepsilon_н$, dimensionless
0	$7{,}6479\cdot10^{-4}$	1000	$7{,}6070\cdot10^{-4}$
200	$1{,}1713\cdot10^{-3}$	1200	$2{,}3265\cdot10^{-4}$
500	$1{,}4543\cdot10^{-3}$	1500	$3{,}9363\cdot10^{-5}$
1000	$1{,}5255\cdot10^{-3}$	2000	$2{,}0356\cdot10^{-6}$

Knowing ε_0, one can find the residual deformation $\varepsilon_{residual} = \varepsilon_r$ using the ratio (5). If the ratio $\varepsilon_r/\varepsilon_0 = \sigma$ is specified, the period of time (t^*) can be found, then the residual deformation will be $\varepsilon_r = \sigma\cdot\varepsilon_0$ (in periods τ). The results for viscoelastic and capillary-porous bodies are presented in Table 3.

Table 3

σ	t^*, s	σ	t^*, s	σ	t^*, s
0,1	2,303τ	0,0001	4,210τ	10^{-8}	18,421τ
0,01	4,605τ	0,00001	11,513τ	10^{-10}	23,026τ
0,001	6,908τ	0,000001	13,816τ	10^{-12}	27,631τ

3. The energy dissipation process when oscillations are applied

The equity (2) which explains the phenomena occurring in the material during its loading-unloading should be used to describe the process in viscoelastic and capillary-porous bodies. Thus, there is a relation between this dependence and the theory of internal friction given in [6].

In addition, there is no need to involve velocity dependent on external forces to explain energy losses, as was done in [6].

4. The effect of time on the results of experiments on the tensile of viscoelastic-type materials and capillary-porous bodies

It is known that time has a significant effect on the results of experiments on the materials destruction. Data from a number of scientists who carried out experiments involving various materials (Bach, Baumann, Volterra, Le Chatelier, Ludwig) were given in [7].

Curves can be constructed using three points and the equation of these curves can be described by applying these data (time is expressed in seconds, stress is expressed in pascals).

The changing of the destructive stress in time is expressed by the following general formula:

$$\sigma_t = \sigma_x + (\sigma_0 - \sigma_x)\cdot\exp(-t/\tau), \qquad (6)$$

where σ_t – ultimate breaking stress at the time t, where σ_x – ultimate breaking stress at the time $t = \infty$, t – load application time, τ – relaxation time.

The three points $t_1 \rightarrow \sigma_1$, $t_2 \rightarrow \sigma_2$, $t_3 \rightarrow \sigma_3$ available from the experiment allow to derive the equation:

$$\begin{cases} \sigma_2 = \sigma_x + (\sigma_1 - \sigma_x) \cdot \exp\left(-(t_2 - t_1)/\tau\right); \\ \sigma_3 = \sigma_x + (\sigma_1 - \sigma_x) \cdot \exp\left(-(t_3 - t_1)/\tau\right), \end{cases} \tag{7}$$

it is resulting in

$$\sigma_x = \frac{\sigma_3 - \sigma_1 \cdot \exp\{-(t_3 - t_1)/\tau\}}{1 - \exp\{(t_3 - t_1)/\tau\}}. \tag{8}$$

The relaxation time τ can be found by means of the iteration method using the following formula derived from (7):

$$\sigma_2 - (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \exp\{-(t_2 - t_1)/\tau\} = \sigma_3 - (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \exp\{-(t_3 - t_1)/\tau\}. \tag{9}$$

The calculations using the formulas (6) - (9) are easy to perform on a PC. The general view of curves showing the ultimate breaking stress changing in time is given in Fig. 3. Experimental data processing results for [3] are presented in Table 4.

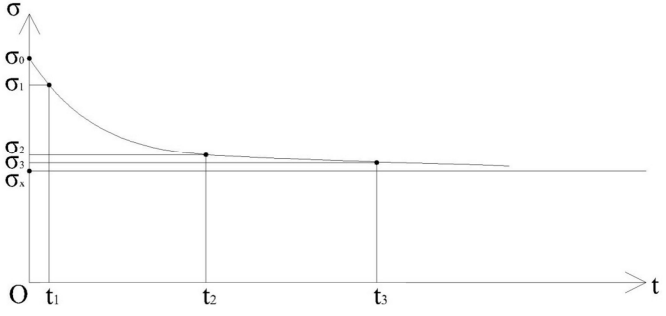


Fig. 3. General view of curves showing the ultimate breaking stress changing in time

The ultimate breaking stress changing in time is characterized by the same exponential function dependent on time. The ultimate breaking stress decreases in course of time.

Consequently, the material (viscoelastic/capillary-porous) offering the property of elastic aftereffect has also the property of stresses relaxation. The stress in the material depends on elongation ratio decreasing in time and showing the exponential dependence. If the material is loaded, the main energy is spent to overcome the forces of elasticity and the additional energy (accumulated in the material) dissipates within a certain time period. To solve the problems of energy dissipation when oscillations are applied, it should be taken into account that the additional energy varies in time according to the exponential law. The ultimate breaking stress decreases in time according to the exponential law. The results of experiments on certain materials breaking dependent on time are consistent with the given formulas.

Table 4

Material of sample	Experimental data		Calculation results		
	Time t_1, t_2, t_3, s	Ultimate breaking stress, MPa σ_1, σ_2, σ_3	Relaxation time τ, s	Ultimate breaking stress, MPa if $t = 0$ σ_0	Ultimate breaking stress, MPa if $t = \infty$ σ_x
1. Foundry steel Experiments of Bach and Baumann	19 150 1320	392,66 385,30 379,03	168,8 212	394,284	379,024
2. Steel Experiments of Bach and Baumann	17 150 1560	550,94 540,15 522,20	284,1 459	552,720	522,073
3. Zinc Experiments of Le Chatelier	60 3600 86400	235,34 112,78 49,875	330,8 75	238,757	49,03
4. Copper Experiments of Ludwig	0 300 37584000	248,20 248,11 198,09	1668 70,6	248,20	198,09
5. Brass Experiments of Volterra	0 2160000 9504000	505,04 294,20 156,90	2395 187	505,04	150,19

5. Relaxation of stresses in viscoelastic and capillary-porous bodies. Generalized Maxwell model

Considering the generalized Maxwell model representing a set of parallel connected chains composed of a series of sequentially connected springs and a viscous element. The rheology of such a body is determined by the known relations: $\sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n$, $\varepsilon_n = \varepsilon_n^{(1)} + \varepsilon_n^{(2)}$, where ε – body deformation, σ – stress, $\sigma_n = E_n \cdot \varepsilon_n^{(1)} = \eta_n \cdot D \cdot \varepsilon_n^{(2)}$ – stress, E_n, η_n – spring stiffness and viscous resistance coefficient of element n, $\varepsilon_n^{(1)}, \varepsilon_n^{(2)}$ – elongation of the spring n and displacement of viscous element n, $D = d/dt$ – operator of differentiation.

It is given that a body is deformed $\varepsilon = h(t)$ at the time $t = 0$ where $h(t)$ is Heaviside function. The stress relaxation is determined by the function:

$$\Phi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cdot \exp(-t/\tau_n), \tag{10}$$

where $\tau_n = \eta_n / E_n$ – relaxation time of the element n. The value E_n (n = 1, 2, …) determines the contribution of the element n in the total stress $\sigma(t)$.

Authors of many studies have found that multilevel relaxation processes in the majority of the most varied systems are characterized by scale-invariant

(fractal) distributions of characteristic time [18, 19]. Based on this, it is assumed that the values E_n and τ_n are determined by the scaling laws having the following form:

$$E_n = E_0 / \lambda_1^n = E_0 \cdot \exp(-n\lambda); \lambda = \ln \lambda_1 \quad (11)$$

and

$$\tau_n = \tau_0 \cdot \mu_1^n = \tau_0 \cdot \exp(n\mu); \mu = \ln \mu_1, \quad (12)$$

or

$$\tau_n = \tau_0 \cdot n^{\nu}. \quad (13)$$

After taking the logarithm (11), the following formula can be obtained: $\ln E_n = \ln E_0 - n\lambda$.

Thus, the time-scale invariance should linearly decrease at the same time as n increases.

It contains logarithms of E_n and τ_n values corresponding to several hierarchical levels of mono- and polydisperse polystyrene sample. The exact number of selected levels is not defined, so they have numbers $n = m+k$ where m is an unknown level number with the smallest (of the given) relaxation time, $0 < k \le 8$, $k/m << 1$.

Table 5

Relaxation characteristics of polystyrene

K	E – in 10^{-1} Pa, τ in seconds			
	monodisperse polystyrene		polydisperse polystyrene	
	$\ln E_{m+k}$	$\ln \tau_{m+k}$	$\ln E_{m+k}$	$\ln \tau_{m+k}$
1	5,46	5,04	5,22	5,44
2	6,08	4,34	5,55	4,76
3	5,92	3,67	5,95	4,09
4	6,20	3,01	6,19	3,54
5	6,34	2,20	6,39	2,91
6	6,50	1,14	6,68	2,33
7	6,95	0,40	7,03	1,51
8	7,03	-0,30	-	-

It is easy to see that ln$E$ is really linearly dependent on the level number. The linear dependence of the relaxation time logarithm on the level number which may be the scaling law effect (12). However, it should be noted immediately that using only the given data, any of the above possible dependencies for relaxation times can not be preferable (laws (12) and (13)). Indeed, $k/m << 1$ together with (13) allow to obtain the following formula: $\ln \tau_{m+k} = \ln \tau_0 + \nu \cdot \ln(m+k) \approx (\ln \tau_0 + \nu \cdot \ln m) + (\nu/m) \cdot k$ which also gives a linear dependence between the level number and relaxation time logarithm.

By choosing the scaling laws (11) and (12) and turning the sum (10) into an integral, it is possible to obtain:

$$\Phi(t) = E_0 \cdot \int_0^{\infty} \exp(-x\lambda) \cdot \exp(-t \cdot \exp(-x\mu)/\tau_0) dx .$$

To determine the asymptotic behavior of this integral at large values of relaxation time, the variable $z = \exp(-x\mu)$ should be replaced: $\Phi(t) = \frac{E_0}{\mu} \cdot \int_0^1 z^{\lambda/\mu - 1} \cdot \exp(-t \cdot z/\tau_0) dz$, hence, using Laplace method, it is possible to obtain the following formula:

$$\Phi(t) \approx (E_0/\mu) \cdot \Gamma(\lambda/\mu) \cdot (t/\tau_0)^{-\lambda/\mu}, \quad (14)$$

where $\Gamma(x)$ – gamma function.

If the relaxation time is given by the law (13), then the following integral can be obtained: $\Phi(t) = E_0 \cdot \int_0^{\infty} \exp(-x\lambda - \frac{t}{\tau_0} \cdot x^{-\nu}) dx$. It has to be noted that the function $x\lambda - \frac{t}{\tau_0} \cdot x^{-\nu}$ reaches its minimum if: $x = x_* = (t\nu/(\tau_0\lambda))^{1/(\nu+1)}$. By replacing the variable, it is possible to obtain the following formula:

$$\Phi(t) = E_0 \cdot x \int_0^{\infty} \exp\left[-A(z + z^{-\nu}/\nu)\right] dz ,$$

where $A = \left(\frac{t \cdot \lambda^{\nu} \cdot \nu}{\tau_0}\right)^{1/(\nu+1)}$.

If $t/\tau_0 \to \infty (A \to \infty)$ then asymptotic behavior of this integral is easily determined using Laplace method that leads to an expanded exponential law (Kohlrausch law [18, 19]):

$$\Phi(t) \approx \exp\left[-(t/\tau)^{1/(\nu+1)}\right], \quad (15)$$

where $\tau = \left(\tau_0 \cdot \lambda^{-\nu}/\nu\right) \cdot \left(1 + \nu^{-1}\right)^{1/(\nu+1)}$.

Thus, the scale invariance of relaxation processes substantially simplifies their description and allows to use a rather simple universal relaxation functions having the form (14) and (15).

It should be noted that the relaxation function (14) with an exponent equal to (-1/2) can be obtained using Gauss and Bueche molecular theory of viscoelasticity [12]. However, this theory can explain neither the exponent value deviation (which is often observed in practice) nor the origin of the relaxation functions (15).

The scale invariance of the relaxation parameters distribution can serve to explain the principle of temperature-time superposition [12] which can be expressed using the following dependence:

$$\Phi\left[k(T)t\right] = k_1(T) \cdot \Phi_0(t), \quad (16)$$

where T_0 – some characteristic temperature, $\Phi(t)$ and $\Phi_0(t)$ – relaxation functions at temperatures T and T_0, k, k_1 – coefficients depending on temperature $\{k(T_0) = k_1(T_0) = 1\}$.

Indeed, if it is assumed that the scaling parameters λ, μ are not dependent on temperature then using (14), it is possible to obtain:

$$\Phi_0(t) = \frac{E_0(T_0)}{E_0(T)} \cdot \Phi\left\{\frac{\tau_0(T)}{\tau_0(T_0)} \cdot t\right\}$$

whence it follows (16) with $k = \frac{\tau_0(T)}{\tau_0(T_0)}$; $k_1 = \frac{E_0(T_0)}{E_0(T)}$.

As an example, consider the stress relaxation curve in a monodisperse polystyrene sample given in [12] (see Table 6 in which the value of depending on time dimensionless values are specified).

Table 6

Stress relaxation curve in a monodisperse polystyrene sample

t, 10^5 s	$\bar{\sigma}$	t, 10^5 s	$\bar{\sigma}$
0,000	1,00	1,015	0,24
0,062	0,78	1,169	0,22
0,092	0,63	1,415	0,20
0,215	0,53	1,600	0,18
0,277	0,45	1,785	0,16
0,400	0,40	2,092	0,15
0,492	0,36	2,800	0,12
0,646	0,31	3,569	0,09
0,800	0,28		

The Fig. 4 presents approximation results of this curve by means of functions $\bar{\sigma} = \exp(-t/\tau)$ and $\bar{\sigma} = \exp\left[(-t/\tau)^{\beta}\right]$ parameters of which τ and β were determined using methods of the sensitivity theory [20, 21]. Apparently, the stress relaxation curve is quite well described by the law of Kohlrausch. For this curve, the parameter β is equal to 0.5.

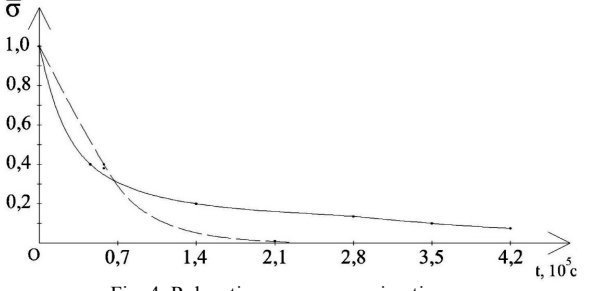


Fig. 4. Relaxation curve approximation:

1 – relaxation function $\bar{\sigma} = \exp[(-t/\tau)^{\beta}]$, 2 – function $\bar{\sigma} = \exp(-t/\tau)$

6. Rheological models of viscoelastic and capillary-porous bodies in fractional derivatives

A viscoelastic/capillary-porous body which can be given using a set of sequentially connected Voigt bodies (chains which consist of parallel connected springs and a viscous element) should be considered now. The stress $\sigma = \sigma_0 \cdot h(t)$ applied to a body at the time $t = 0$. Then the deformation rate is determined using the expression:

$$D\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{\eta} + \sigma_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\eta_n} \cdot \exp(-t/\tau_n).$$

By determining the relaxation function $\Psi(t)$ as $\Psi = \{D\varepsilon - \sigma_0/\eta\}/\sigma_0$, the following result is obtained $\Psi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\eta_n}\right) \cdot \exp(-t/\tau_n)$. The deformation velocity with the arbitrary stress changing is determined using this function [8, 10]:

$$D\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{\eta} + \int_0^t \Psi(t-\xi) d\sigma(\xi). \qquad (17)$$

As it was shown above, it is assumed that there is the scale invariant distribution of relaxation parameters.

Then (see (14)):

$$\Psi(t) = L \cdot t^{-\chi_1}, \qquad (18)$$

and (17) can be rearranged in the following form:

$$D\varepsilon(t) = (1/\eta) \cdot \sigma(t) + \alpha \cdot D^{-\chi} D\sigma(t), \qquad (19)$$

where $\chi = 1 - \chi_1$; $\chi_1 = \lambda'/\mu$; $\alpha = L \cdot \Gamma(\chi)$; $L = \Gamma(\chi_1) \cdot \tau_0^{\chi_1} / (\eta_0 \cdot \mu)$;

$D^{-\chi} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\chi)} \cdot \int_0^t (t-\xi)^{\chi-1} f(\xi) d\xi$ – fractional derivative of order $(-\chi)$.

Accepting that $E_n = E_0 \cdot \exp(-\lambda n)$, the following formula is obtained: $\tau_n = (\eta_0 / E_0) \cdot \exp[(\lambda' + \lambda) n]$ whence it follows that $0 < \chi_1 < 1, 0 < \chi < 1$.

Thus, the time-scale invariance leads to the need to use rheological models in fractional derivatives. It should be noted that such models are entered (on other grounds) in [10, 11, 21].

The obtained result is also related to the research paper [22] establishing that relaxation processes in dielectrics with fractal distribution of clusters are described by means of fractional derivative equations. It is necessary to emphasize that the rheological law with fractional derivatives is obtained here as model including only different springs and viscous elements (unlike in the research paper [11]) where the existence of an independent type of deformation is postulated which can not be reduced to the sum of elasticity and viscous friction.

7. Relaxation processes in viscoelastic and capillary-porous bodies in conditions of bulk deformation

During some experiments [13, 23] performance, it was observed that if the cavity was filled with a structured liquid (for example, with oil containing asphalt-resinous admixtures) and if a pressure excess was created in it and it was sealed hermetically then the pressure in the cavity gradually and slowly decreases to some stationary value. Relaxation processes of this kind are associated with the rearrangement of macromolecules and clusters formed by them. If a rapid compression is applied then such a system is influenced by instantaneous elastic deformation whose value is determined using the bulk elasticity coefficient of the medium being in the initial state. Then a slow structural units rearrangement of varying complexity which (due to the sealing of the medium) leads to decrease of its volume and, consequently, to the pressure decrease. Considering structural units as viscoelastic elements, the mechanical model given in Fig. 5 is proposed to describe the bulk relaxation processes. For this model, the value β_0 characterizes the instantaneous volume compressibility of the medium and the values $E_n, \eta_n\ (n=1, 2, ...)$ describe elasticity of structural units and viscosity forces that counteract their movement.

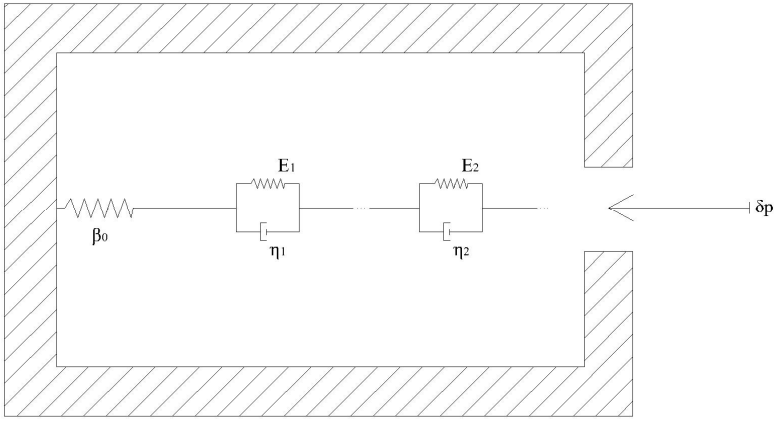


Fig. 5. Mechanical model of volume relaxing body

Similar to the previous cases, it is easy to obtain:

$$-\delta V(t)/V_0 = \beta_0 \cdot \delta p(t) + \int_0^t \Psi_1(t-\xi) D \delta p(\xi) d\xi, \qquad (20)$$

where δV – decrease of medium volume when the pressure is increased by value δp, V_0 – initial volume, $\Psi_1(t) = \beta' \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{E_n} \cdot \left[1 - \exp(-t/\tau_n)\right]$ – relaxation function, $\tau_n = \eta_n / E_n$, β' – quantity determining the volume changing due to the displacement of the structural elements. Having differentiated (20) with respect to time, the equation the viscoelastic medium (capillary-porous body)

state is obtained: $\frac{1}{\rho_0} Dp = \beta_0 \cdot Dp + \int_0^t \Psi(t-\xi) Dp(\xi) d\xi$, where ρ – medium density. $\left(\frac{1}{\rho_0} Dp = -\frac{1}{V_0} D\delta V\right)$, $\Psi(t) = \beta' \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\eta_n}\right) \cdot \exp(-t/\tau_n)$.

Again, taking the scaling laws (11), (12) and retaining previous notations, it can be obtained in the same way as (19):

$$\frac{1}{\rho_0} Dp(t) = \beta_0 \left(Dp + \beta_1 \cdot D^{-\chi} Dp\right), \tag{21}$$

where $\beta_1 = \beta' \cdot \Gamma(\chi_1) \cdot \tau_0^{\chi_1} / (\mu \cdot \beta_0 \cdot \eta_0)$.

Thus, the equation for viscoelastic/capillary-porous bodies (media) state may have fractional derivatives (it has to be noted that powers of derivatives in (19) and (21) may differ, although the same notations is still held for them).

It is supposed that the pressure relaxation in a particular container is described by the equation (21). The operation method [24, 25] is used to identify this model. It is considered that during the process of pressure relaxation, the density of the structured liquid in the container does not change, i.e. $\delta p(t) = \rho_0 \cdot \beta_0 \cdot \delta p(0) \cdot h(t)$. By taking $\delta p(t) = \delta p(0) \cdot [\ln t - 1] + \delta p_1(t)$ and applying Laplace conversion (21), the following formula is obtained:

$$\frac{1}{S} U = 1 + \beta_1 \cdot S^{-\chi}, \tag{22}$$

where $\delta p_1(t)$ – pressure measured during the experiment, $U = \frac{1}{\delta p(0)} \cdot \int_0^{\infty} e^{-St} \cdot \delta p_1(t) dt e^{i\theta}$. After converting (22), the following result is obtained: $\ln\left(\frac{1}{S} U - 1\right) = \ln \beta_1 - \chi \ln S$.

Thus, if the bulk relaxation is in fact described by the model (21) then the pressure curve should be straightened in coordinates $Y(S) = \ln\left\{\frac{1}{S} U - 1\right\}, \ln S$. The inclination of line can be found with respect to χ.

8. Equation for relaxing liquid motion

If the motion of a relaxing medium in a pipe (capillary) of radius R is considered then the rheological equation of the medium is presented as follows:

$$-\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\sigma}{\eta} + \alpha \cdot D^{-\chi} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \tag{23}$$

where $v(r, t)$ – component of velocity along the pipe axis, σ – shear stress, η – viscosity of medium. By averaging (23) over the section of the pipe, the following motion equation can be obtained within the frame of the quasi-stationary approximation [26]:

$$\rho_0 \cdot \left\{\frac{\partial w}{\partial t} + 2aw\right\} = -\left\{\frac{\partial p}{\partial x} + \alpha \cdot D^{-\chi} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t}\right\}, \tag{24}$$

where w – average cross-sectional velocity, $2a = 8\eta / (\rho_0 R^2)$, $\partial p/\partial x$ – pressure gradient along the axis of the pipe.

It is possible to write down the continuity equation $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_\partial \cdot \frac{\partial w}{\partial x}$ with respect to (21) in the following form:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \beta_1 \cdot D^{-\chi'} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) = -\rho_0 \cdot C_0^2 \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right), \tag{25}$$

where $C_0 = (\beta_0 \rho_0)^{-1/2}$ – "instantaneous" acoustic velocity in a medium. Excluding the velocity from (24) and (25), the equation for the relaxing liquid motion can be obtained in the following:

$$(D + 2a)(Dp + \beta_1 \cdot D^{-\chi'} Dp) = C_0^2 \cdot (1 + \alpha \cdot D^{-\chi} D) \cdot \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}\right). \tag{26}$$

As far as is known, the filtration equation can be obtained by throwing away the inertia term in (24) and taking $1/2a = k/\eta$ where now w – filtration rate, k – permeability of the porous (capillary-porous) medium instead of (26); then it is easy to obtain [27]:

$$Dp + \beta_1 \cdot D^{-\chi'} Dp = \kappa(D^{-\chi} \cdot D + 1) \cdot \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}\right), \tag{27}$$

where $\kappa = k / \eta^m \cdot \beta_o$ - thermal conduction coefficient, m – porosity.

9. Conclusions

1. Thus, the distribution of relaxation time in viscoelastic and capillary-porous media may have a scale-invariant (fractal) structure. To confirm this, the spectra of relaxation parameters obtained during experiments carrying out the stretching of polystyrene samples are given in the present paper. It is shown that the indirect confirmation of the scale invariance of relaxation time hierarchy can be the principle of temperature-time superposition according to which the experimental relaxation functions obtained for different temperatures can be combined with each other using the appropriate coordinate axes stretching.

2. Taking into account the scale invariance of relaxation parameters distribution substantially eases the modeling of multilevel relaxation processes and allows to use a rather simple universal relaxation functions having the form (14) and (15).

The present paper shows that in some cases, time fractality can lead to an algebraic relaxation law and, thus, to the need to use rheological models and state equations having fractional derivatives. It is precisely fractional derivatives that can be used for modeling, in particular, bulk relaxation processes.

3. The derived equations of motion of relaxation media in tubes, capillaries, porous media which take into account the time scale invariance of shear and bulk deformation processes are given.

REFERENCES

1. *Ioffe A.F.* O fizike i fizikakh [About physics and physicists]. Leningrad: Nauka, 1977. – P. 244.
2. *Filin A.P.* Prikladnaia mekhanika tverdogo deformiruemogo tela [Applied mechanics of solid deformable body]. – Moskva: Nauka, 1975. – V.1. – 832 p.
3. *Davidenkov N.N.* Obzor o rasseianii energii pri vibratsiiakh [Energy dissipation during oscillations overview] // Zhurnal technicheskoy fiziki. – 1938. – V. 8. – Iss. 6. – P.11.
4. *Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V.* Vibropogloshchaiushchie svoistva konstruktsionnykh materialov: spravochnik [Vibration absorbing properties of construction materials: handbook]. – Kiev: Naukova думка, 1971. – 376 p.
5. *Sorokin Ye. S.* K teorii vnutrennego treniia pri kolebaniiakh uprugikh sistem [On the theory of internal friction during oscillations of elastic systems]. – Moskva: Gosudarstvennoe izdatelstvo literatury po stroitelstvu arkhitekture i stroitelnym materialam, 1960. – P. 132.
6. *Kittel Ch., Nait U., Ruderman M.* Mekhanika [Mechanics]. - Moskva: Nauka, 1977. – V.1. – 480 p.
7. *Ivanov N.I.* Soprotivlenie materialov [Strength of materials]. – Moskva-Leningrad: GNTTL, 1942. – P. 27, 73.
8. *Lodg A.* Elastichnye zhidkosti [Elastic liquids]. – M.: Nauka, 1984.
9. *Uilkinson U.L.* Neniutonovskie zhidkosti [Non-newtonian liquids]. - M.: Mir, 1984.
10. *Blend D.* Teoriia lineinoi viazkouprugosti [Theory of linear viscoelasticity]. M.: Mir, 1965.
11. *Slonimskii G.L.* // DAN SSSR. – 1961. – V. 140. - № 2. – P. 343.
12. *Tobolskii A.* Svoistva i struktura polimerov [Properties and structure of polymers]. – M.: Himiia, 1964.
13. *Oshbalov P.M.,* Mirzadzhanzade A.Kh. Mekhanika fizicheskikh protsessov [Mechanics of physical processes]. – M.: MGU, 1976.
14. *Mirzadzhanzade A.Kh.,* Kovalev A.G., Zaitsev U.V. Osobennosti ekspluatatsii mestorozhdenii anomalnykh neftei [Operational features of anomalous oil fields]. - M.: Nedra, 1972.
15. *Shulman Z.P., Khusid B.M.* Nestatsionarnye protsessy konvektivnogo perenosa v nasledstvennykh sredakh [Non-stationary processes of convective transfer in hereditary media]. – Minsk: Nauka i tekhnika, 1983.
16. Gidrodinamika truboprovodnogo transporta nefti i nefteproduktov [Hydrodynamics of pipeline transportation of oil and oil products]. // *A.Kh. Mirzadzhanzade, A.K. Galiamov, V.I. Maron i dr.* – M.: Nedra, 1984.
17. *Shlezinger M., Klafter Dzh.* // V kn.: Fraktaly v fizike [Fractals in physics]. - M.: Mir, 1988. – P. 552.
18. *Bliumen A., Klafter Dzh., Tsumofen G.*// V kn.: Fraktaly v fizike [Fractals in physics]. - M.: Mir, 1988. – P. 561.
19. *Petrov B.N., Krutko P.L. Izvestiia AN SSSR.* Tekhnicheskaia kibernetika [Technique cybernetics]. – 1970. - №2. – P. 128.
20. *Rozenvasser E.N., Iusupov R.M.* Chuvstvitelnost sistem upravleniia [Sensitivity of guidance systems]. - M.: Nauka, 1981.
21. *Rabotnov U.N.* Elementy nasledstvennoi mekhaniki tverdykh tel [Elements of hereditary mechanics of solids]. - M.: Nauka, 1977.
22. *Nigmatullin R.R.*// Fizika tverdogo tela [Solid state physics]. - 1985. – V.27. – №5. – P. 1983.
23. *Mirzadzhanzade A.Kh., Ametov I.M.* Prognozirovanie promyslovoi effektivnosti metodov teplovogo vozdeistviia na neftianye plasty [Forecasting of field efficiency regarding methods of thermal effect on oil reservoirs]. - M.: Nedra, 1983.
24. *Barenblatt G.I. i dr.*// Izvestiia AN SSSR. OTN. – 1957. - №11. – P. 84.
25. *Khimmelblau D.* Analiz protsessov statisticheskimi metodami [Analysis of processes using statistical methods]. - M.: Mir, 1973.
26. *Charnyi I.A.* Neustanovivsheesia dvizhenie realnoi zhidkosti v trubakh [Unsteady motion of real liquid in pipes]. - M.: Nedra, 1975.
27. *Barenblatt G.I., Enotov V.M., Ryzhik V.M.* Teoriia nestatsionarnoi filtratsii zhidkosti i gaza [Theory of non-stationary filtration of liquid and gas]. - M.: Nedra, 1972.

Стаття надійшла 13.01.2023

Човнюк Ю.В., Чередніченко П.П., Москвітіна А.С., Шишина М.О.

ФРАКТАЛЬНА МАСШТАБНО-ІНВАРІАНТНА СТРУКТУРА ЧАСОВИХ ІЄРАРХІЙ У ПРОЦЕСАХ РЕЛАКСАЦІЇ ТА РОЗСІЮВАННЯ ЕНЕРГІЇ В'ЯЗКО-ПРУЖНИХ/ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩ

Явища пружної післядії при навантаженнях/ розвантаженнях в'язко-пружних та капілярно-пористих тіл, релаксація напружень у них супроводжується накопиченням і розсіюванням енергії, що слід враховувати у теорії коливань, де також розглядається поведінка матеріалів під дією сили. Пружна післядія й релаксація напружень утворюють немовби протилежні енергетичні процеси. У першому випадку, при постійному навантаженні деформація й робота з плином часу збільшуються, а у другому – при постійній деформації навантаження, а разом з нею й робота (енергія) зменшуються. При дослідженнях щодо розсіювання енергії під час коливань, тобто у межах теорій внутрішнього тертя можна виявити, що одні теорії засновані на залежності тертя від швидкості коливань, інші – від амплітуди. В основу багатьох робіт покладена гіпотеза М.М. Давиденкова, згідно з якою енергія при коливаннях залежить від амплітуди і не залежить від швидкості. Згідно з думкою Є.С. Сорокіна, теорія внутрішнього тертя погано узгоджується з теоріями, котрі описують спадкові властивості матеріалів (в'язко-пружних та капілярно-пористих). Помічена тенденція: чим краще теорія відображає спадкові властивості, тим гірше вона прилаштована для опису енергетичних втрат при коливаннях. У даній роботі зроблена спроба узгодження як безпосередньо цих теорій, так і численних дослідів по руйнуванню матеріалів, які описуються у літературі. Виявляється, що для усунення протиріч слід враховувати наведену у даній роботі залежність зміни деформації тіла з плином часу. Показано, що ієрархія часів, котрі визначають зсувну й об'ємну релаксацію у в'язко-пружних/ капілярно-пористих середовищах, має фрактальну (масштабно-інваріантну) структуру. Помічено, що наявність часової фрактальності полегшує моделювання в'язко-пружних/ капілярно-пористих тіл, приводячи до універсальних релаксаційних функцій досить простого виду. Зокрема, у середовищах з масштабно-інваріантним розподілом релаксаційних характеристик можливий прояв алгебраїчного закону релаксації для в'язко-пружних/ капілярно-пористих матеріалів, що призводить до реологічних моделей та рівнянь стану, які мають похідні дробового порядку.

Ключові слова: фрактальність, масштабно-інваріантна структура, часові ієрархії, процеси, релаксація, післядія, розсіювання енергії, внутрішнє тертя, в'язкопружність, капілярно-пористі середовища.

УДК 539.3
Човнюк Ю.В., Чередніченко П.П., Москвітіна А.С., Шишина М.А. **Фрактальна масштабно-інваріантна структура часових ієрархій у процесах релаксації та розсіювання енергії в'язко-пружних/капілярно-пористих середовищ. Аналіз ризиків при забезпеченні інформаційної безпеки** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 110. – С. 277 – 293. – Англ.
Зроблена спроба узгодження як безпосередньо теорій М.М. *Давиденкова і Є.С. Сорокіна, так і численних дослідів по руйнуванню матеріалів, які описуються у літературі. Виявляється, що для усунення протиріч слід враховувати наведену у даній роботі залежність зміни деформації тіла з плином часу.*
Табл. 6. Іл. 5. Бібліогр. 27 назв.

UDC 539.3
Chovniuk Y.V., Cherednichenko P.P., Moskvitina A.S., Shyshyna M.O. **The fractal scale-invariant structure of a temporal hierarchy in the relaxation and energy dissipation processes in a visco-elastic/capillary-porous medium**// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles.– K.: KNUBA. 2022. – Issue 110. – P. 277 – 293.
The article coordinates the theories of M.M. Davydenkov, E.S. Sorokin and numerous experiments on the destruction of materials described in the scientific literature. It turns out that in order to remove contradictions, it is necessary to take into account the dependence of the change in the deformation of the body with time.
Table 6. Fig. 5. Ref. 27

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри фізичного виховання і спорту ЧОВНЮК Юрій Васильович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Роб. тел. +38(044) 245-48-29
Мобільний тел.: +38(096) 570-45-65
E-mail: ychovnyuk@ukr.net
ORCID ID: http://orcid/org/0000-0002-0608-0203

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: доцент, доцент кафедри міського будівництва ЧЕРЕДНІЧЕНКО Петро Петрович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Роб. тел. +38(044) 245-48-29
Мобільний тел.: +38(067) 442-13-41
E-mail: petro_che@ukr.net
ORCID ID: http://orcid/org/0000-0001-7161-661x

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: кандидат технічних наук, асистент кафедри теплогазопостачання і вентиляції МОСКВІТІНА Анна Сергіївна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Роб. тел. +38(044) 245-48-33
Мобільний тел.: +38(096) 939-39-32
E-mail: moskvitina.as@knuba.edu.ua
ORCID ID: http://orcid/org/0000-0003-3352-0646

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: асистент кафедри теплогазопостачання і вентиляції ШИШШИНА Марія Олексіївна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Роб. тел. +38(044) 245-48-33
Мобільний тел.: +38(093) 875-02-77
E-mail: shyshyna.mo@knuba.edu.ua
ORCID ID: http://orcid/org/0000-0001-9384-7662

UDC 621.647.23

ANALYSIS OF THE ENERGY LAWS OF MATERIAL DESTRUCTION

Ye.O. Mishchuk,
Candidate of Science (Engineering)

I.I. Nazarenko,
Doctor of Technical Science, Professor

Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky Ave., Kyiv, Ukraine, 03037

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.294-315

The paper provides an analysis of the latest research in the field of material destruction processes, on the basis of which it was established that modern methods of determining the energy of material destruction differ significantly from each other, are based on different energy hypotheses, both according to accepted assumptions and according to the obtained results. Thus, the lack of a generally accepted model of the grinding process and a single method of determining the energy consumption of the process of destruction of materials by crushing machines is the problem that needs to be solved. For this purpose, an analysis of the main classical laws of destruction of materials in the crushing chamber was carried out.

Keywords: energy of destruction, crusher, proportionality factor, work index, rocks, shock loads, degree of crushing, sieve size.

Introduction. The most common materials in industrial construction are concrete, reinforced concrete, bricks, mortars, etc. A wide range of technological equipment is used for the production of these building materials. The processes of crushing, screening and grinding are the largest in terms of the volume of work and energy consumption in the production of building materials. Crushing and sorting and grinding equipment are used to perform these processes. An important place among such equipment is occupied by crushers and mills, since crushing and grinding processes are characterized by significant energy and operating costs. Rock or secondary raw materials can be used for the production of building materials. The use of secondary raw materials as a source of building materials is becoming widespread and is the basis of recycling processes and zero-waste production. In most cases, the raw materials that come from the quarry or from the construction site are not suitable for use in construction. That is, it must be processed. Technological processing includes the following operations: preliminary sorting, crushing, sorting of crushing products into specified fractions, washing, transportation and storage of finished products. Among the listed processes, the crushing process is the largest in terms of energy consumption. The process of crushing is the process of reducing the size of the material under the condition of applying an external load, as a result of which the material is divided into parts and the individual parts acquire a more rounded shape. When considering the process of destruction in the crushing chamber of the crusher, the following main parameters of the material should be taken into

© Mishchuk Ye.O., Nazarenko I.I.

account: physical properties, quantity, methods of preliminary treatment, dimensions of the crushing chamber, the method of applying the load, the shape of the crushing surface, etc. That is, the number of parameters that determine the destruction process is large. Most of the theories that describe the energy consumption of the destruction process are based on empirical indicators and are not supported by the theoretical foundations of the process. Thus, the research of the energy parameters of the crushing process and the creation of a theoretically justified method of determining the energy consumption for most crushing machines is an urgent task.

Analysis of publications. The study of the energy of destruction of a mountain massif based on the improved Griffiths dependence is considered in works [1], [2]. The dependence on the determination of the fracture energy contains the parameter of the critical length of the crack and the adjusted parameter of the specific surface energy based on the regression analysis of the experimental data. This dependence is somewhat difficult to use, as it includes the critical length of the crack and the specific surface energy, the determination of which is not a simple task. On the other hand, this dependence is suitable for use when considering the problem of destruction only on the plane. In the source [3], the author claims that crack growth and material destruction occurs along shear lines, i.e. contact friction forces play a key role in destruction. However, the use of these dependencies to optimize the crushing process is complicated as they include the geometric characteristics of the crack. In addition, shock loads should be taken into account under conditions of vibration on the material [4]. When shock loads are applied, cracks in the material occur as a result of the passage of the shock wave. In this case, tangential stresses may not play a key role in crack propagation. In work [5], it is proposed to determine the energy of destruction based on the dependence of J. Svensen and J. Murkes, which is built on the hypothesis of F. Bond. Correlating the dependence of J. Svensen and J. Murkes with the consumption of electricity, the author derives the parameter of constant current strength, which is necessary to reduce the size of the collapsing particle. As is well known, Bond's hypothesis is best suited to describe the crushing process in the medium particle size range. Thus, the description of the crushing process in [5] is given for a narrow range of crushing machines. The classical hypothesis of energy consumption for the destruction process (hypothesis of volumes) is considered in [6], which is also suitable for describing energy consumption for a certain range of crushing machines. In work [7], the dynamic destruction of the material in a vibrating jaw crusher is investigated. To determine the specific energy consumption, a dependence is used, which is built on a combination of the theory of volumes and the theory of surfaces. A brittle material, such as sandstone, and a plastic material, such as talc, are used as the working body. This work is based on energy hypotheses that do not take into account the presence of a crack in the material, and the destruction process itself is considered as a single process. In work [8], it is proposed to determine the energy of destruction of the material in the crushing chamber on the basis of direct measurement of the engine power during the operation of the crusher. This method is based on statistical data and can be applied as an average indicator of energy consumption for a specific type of machine. In [9] it is proposed to

determine the energy spent on the crushing process using the adaptive neuron-fuzzy interference system ANFIS. This system is a system of predictive calculations, and is built on the basis of an adaptive neural network. This direction of research is promising in the field of optimizing the operation of crushing equipment, but it requires a more in-depth study of the neural network. On the other hand, the ANFIS method of predicted calculations does not explain the basic laws of the physics of the destruction process, but accepts the relevant statistical parameters as input, then processes these parameters with the help of empirical dependencies and produces a result for further adjustment of the work process. The above-mentioned methods of determining the energy of destruction of a material are significantly different from each other, based on different energy hypotheses, both according to the accepted assumptions and according to the obtained results. Thus, the lack of a generally accepted model of the grinding process and a single method of determining the energy consumption of the process of destruction of materials by crushing machines is the problem that needs to be solved.

Purpose of the paper. The purpose of the study is to analyze the main energy laws of the crushing process. In order to achieve this goal, the following tasks were solved: 1) review of the latest research on the energy costs of the crushing process and establishment of dependencies that most fully describe the process and are based on the physics of the destruction process; 2) study of changes in the parameters of energy laws and their impact on energy costs; 3) analysis of the obtained data and presentation of conclusions regarding further research.

Research results. All existing energy laws that describe the process of destruction in the crushing chamber of crushing machines can be conditionally divided into two groups. The first group is the basic laws and the second group is the energy laws that complement or specify the laws from the first group.

The first group of energy laws includes the following: 1) Rittinger's law (hypothesis of surfaces); 2) the Kirpichev-Kick law (volume hypothesis); 3) Bond's law; 4) Rebinder's law. The fourth law is a variation of the first two. Let's analyze these laws in more detail.

Rittinger's first law states that the energy of destruction of a material is proportional to the newly formed surface. This law is written as follows:

$$A_{rit} = K_{rit} S, \tag{1}$$

where K_{rit} – the coefficient of proportionality established experimentally, J/m^2;S – the size of the newly formed surface, m^2.

When analyzing this dependence, the determination of the value of the newly formed surface S and the determination of the proportionality factor are somewhat difficult K_{rit}.

When crushing a cubic piece of size D with a defined degree of crushing, the size of the newly formed surface will be equal to[10], [11], [12]:

$$S = 6(D/i)^2 \cdot \left(D^3 / (D/i)^3\right) - 6D^2 = 6D^2 (i-1), \tag{2}$$

where D/I- the size of the cubic piece of the crushed product; $D^3/(D/i)^3$ - the number of cubic pieces formed during crushing from the original piece; i – degree of crushing.

Then the work of grinding one piece will be equal to [2], [10], [13]:

$$A_{rit}=K_{rit}\times S=6K_{rit}(i\text{-}1)D^2. \quad (3)$$

For further research, for the sake of simplification, we will take the shape of the body of destruction in the form of a cube. Then, according to Rittinger's theory, the total destruction energy should be equal:

$$A_{\Sigma rit}=3A_{rit}=18K_{rit}(i-1)D^2. \quad (4)$$

In the source [14] it is noted that the value of specific crushing energy for jaw crushers is within 0.828-1.98 kJ/kg. This value is obtained during the crushing of igneous rocks, namely granite, diabase, metabasalt. For sedimentary rocks (siltstone), the specific energy of destruction is approximately equal to 1.26 kJ/kg.

In the source [15], studies were conducted to determine the specific energy of destruction of limestone rocks, which was 1.012-3.298 kJ/kg. In the source [16], based on research, it is noted that the specific energy of destruction of granite is equal to 1.5 kJ/kg, and for limestone it is approximately 1 kJ/kg. These researches give us practical values of specific energy consumption limits for jaw crushers when destroying the corresponding rocks. It is also noted in source [16] that the Bond theory for determining the energy of destruction is not accurate when destroying a single spherical body in the crushing chamber of a jaw crusher.

In the source [17] it was determined that the energy of diabase destruction in the crushing chamber of the jaw crusher lies within 2.56-4.09 kJ/kg. For sedimentary rocks, the specific energy of destruction is 1.16-1.93 kJ/kg. However, it should be noted that the energy in work [17] was measured directly on the motor shaft. In the previously reviewed works, the energy of crushing was determined either in the crushing chamber of the crusher or with the help of special tests for destruction.

In order to study the energy consumption in the crushing process, we will list the necessary technical characteristics of the most common sizes of crushing machines in Table 1.

In the last column of Table 1, we enter the calculated specific energy consumption of the crushing process on the motor shaft when crushing granite with a density within 2600 kg/m^3 and a strength of up to 250 MPa. As we can see from the data in the table, the energy consumption for jaw crushers does not significantly deviate from the presented values for granite in the source [14]. On the basis of these data, we can plot graphs of the dependence of energy consumption on the area of the newly formed surface and determine the limits of the Rittinger coefficient change. The size of the material is taken accordingly for each class of crushers presented in Table 1.

Table 1

Technical characteristics of crushing machines

Crusher standard size	Degree of crushing, i	The size of the finished product d, mm	Maximum performance Q, m^3/hour	Maximum power P_{max}, kW	Specific energy intensity of the crushing process $E_{пит}$, (kJ/kg)*hour
Double Toggle Jaw Crusher					
900x1200	5.7	130	180	90	0.69
1200x1500	6.45	155	310	160	0.71
1500x2100	7.2	180	600	250	0.58
C200(Metso)	4	300	1538.75	400	0.36
C160(Metso)	3.2	300	1193.13	250	0.29
C130(Metso)	3.2	250	791.8	185	0.32
Single Toggle Jaw Crusher					
250x400	2.62	40	8	17	2.3
400x900	3.4	60	35	45	1.64
600x900	2.55	100	75	75	0.67
C96(Metso)	2.62	175	370	90	0.34
C80(Metso)	2.47	175	321.25	75	0.32
CJ211(Sandvik)	3.15	200	306.25	90	0.41
CJ411(Sandvik)	3.33	225	353.12	110	0.43
CJ612(Sandvik)	3.6	275	503.125	160	0.44
CJ815(Sandvik)	3.9	300	725	200	0.38
Gyratory Cone Crusher					
900/140	5.35	140	420	250	0.82
1200/150	6.67	150	680	320	0.65
1500/180	6.67	300	1450	400	0.38
GP500S(Metso)	6.67	75	625	315	0.69
CS660(Sandvik)	8	70	656	315	0.66
CS440(Sandvik)	10	41	320	220	0.95
G150(Kubria)	9	56	312,5	315	1,39
Cone Crushers Type Symons					
1200	9.25	20	77	75	1.22
1750	10	25	170	160	1.84
2200	11,67	30	360	250	1.14
HP500(Metso)	11	51	494	355	0.99
HP800(Metso)	11	51	750	600	1.1
Vibrating Jaw Crushers					
440x800	8,75	40	22	30	1.88
600x800	7,14	70	47	60	1.76
1200x1500	10	100	187,5	110	0.81

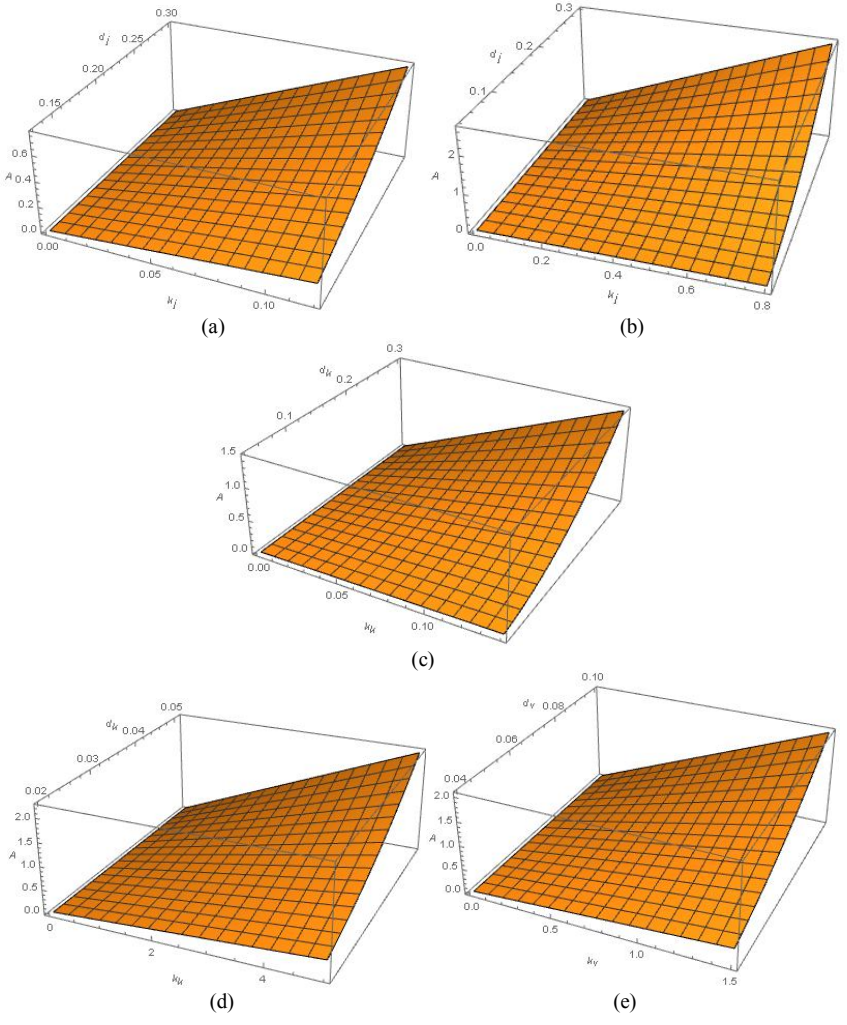


Fig. 1. Graphs of the dependence of the proportionality coefficient according to Rittinger's theory on the consumed energy: (a) – Double Toggle Jaw Crusher; (b) – Single Toggle Jaw Crusher; (c) – Gyratory Cone Crusher; (d) – Cone Crushers Type Symons; (e) - Vibrating Jaw Crushers

Knowing the specific energy intensity of the crushing process and the dimensions of the starting material, it is possible to determine the range of change of the proportionality factor for the corresponding class of machines.

For convenience, the range of changes in the proportionality coefficient according to Rittinger's theory for each class of machines is listed in Table 2.

Table 2

Proportionality coefficients for the relevant classes of machines

Types of Crushing Machines	The Average Value of the Degree of Crushing,i	Coefficients of proportionality		
		Rittinger, K_r	Kirpicheva -Kika, K_{kk}	Law of the Rodina, $K_в$
Double Toggle Jaw Crusher	4,96	0…0,12	0…28	9…18
Single Toggle Jaw Crusher	3,07	0…0,8	0…90	5…10
Gyratory Cone Crusher	7,48	0…0,14	0…50	6,8…14
Cone Crushers Type Symons	10,58	0…5	0…15000	5,9…12
Vibrating Jaw Crushers	8,63	0…1,5	0…2000	5,8…12

Based on the obtained range of values for the proportionality coefficient according to Rittinger, the following conclusions can be drawn. For most crushing machines from the accepted sample, the Rittinger coefficient varies from 0 to 1. And only in Cone Crushers Type Symons and Vibrating Jaw Crushers, the Rittinger coefficient varies from 0 to 5. Crushers in which the Rittinger coefficient can take values greater than 1 are used in stages of shallow crushing and have relatively significant degrees of crushing. This confirms the fact that for smaller fractions of the material, a larger amount of energy must be spent. Classically, most scientific sources claim that Rittinger's law is most suitable for determining energy consumption during fine grinding. It should be noted that the physical properties of the material, the costs of friction in machine nodes, heat losses, the amount of material in the crushing chamber, etc., must be taken into account in the energy costs for material destruction. All these parameters in the Rittinger dependence must be taken into account by the proportionality factor. However, in most cases, this coefficient is determined by an experimental method and does not have a calculation method.

Consider the following approach, which is based on the determination of the fracture energy using the Kirpichev-Kick law or the volume hypothesis. According to the volume hypothesis [10], [13], the A_V energy required for the same change in shape of geometrically similar and homogeneous bodies varies in proportion to the volumes or weights of these bodies. The dependency itself has the following form:

$$A_V = K_V D_0^3 = \frac{\sigma_{ст}^2 \, V}{2E}, \qquad (5)$$

where K_V– empirical coefficient of proportionality, J/m3; V – the volume of a cubic piece with an edge D_0; $\sigma_{ст}$ – stress arising during deformation of the

crushed body (compressive strength limit of the material), N/m^2; E– Young's modulus, N/m^2.

Let's build graphs to determine the range of change of the proportionality coefficient according to the Kirpichev-Kick theory, Fig. 2.

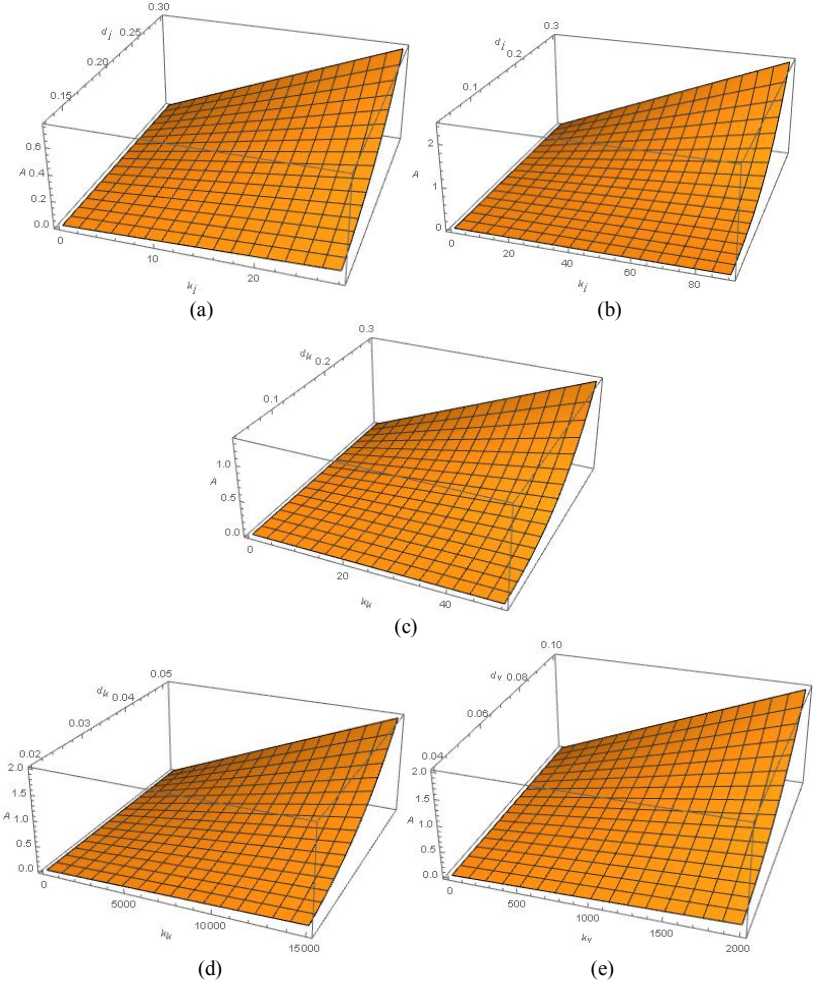


Fig. 2. Graphs of the dependence of the proportionality coefficient according to the Kirpichev-Kick theory on the energy consumed: (a) – Double Toggle Jaw Crusher; (b) – Single Toggle Jaw Crusher; (c) – Gyratory Cone Crusher; (d) – Cone Crushers Type Symons; (e) - Vibrating Jaw Crushers

The range of proportionality coefficient values is listed in Table 1. In dependence (5), the product σ2/2E reflects the proportionality coefficient. Let's enter the physical characteristics of the most common engineering materials in Table 3 and determine the value of the proportionality factor for them.

Table 3

Physical properties of rocks

Rock type	Maximum compressive strength $\sigma_{ст}$, MPa	Young's modulus E,GPa	Coefficient of proportionality $K_{kk}=\sigma_{ст}^2/2E$
Granite	250	70	0,446
Diorite	300	100	0,45
Diabase	350	110	0,556
Basalt	300	80	0,562
Gabbro	300	100	0,45
Gneiss	200	75	0,267
Marble	250	70	0,446
Quartzite	300	90	0,5
Clay shale	100	30	0,167
Limestone	250	70	0,446
Sandstone	170	50	0,289
Dolomite	250	70	0,446
Glass	7	56	0,0004
Brick	10,3	20	0,0026
Polyethylene terephthalate (PET)	55	2,7	0,56
Acrylonitrile butadiene styrene (ABS)	40	2,3	0,347
Nylon 6	70	1,8	1,361
Polyamide	85	2,5	1,445
Polypropylene	40	1,9	0,421
Acrylic plastic (PMMA)	70	3,2	0,765
Concrete	20	23	0,008
Textolite	40	10	0,08

Taking into account formula (5) and table 2, the coefficient of energy of destruction of granite will be 0.446 J/m3 or, in terms of kg, 1.16 kJ/kg. This value corresponds to the studies presented in the sources [15], [16], [17]. However, as we can see, moving to real machines, the coefficient of destruction energy has a wide range of changes, Fig. 2. This, in turn, indicates that during the destruction of materials by a crushing machine, a large part of the energy is spent on processes that are not taken into account by the Kirpichev-Kick proportionality coefficient. Analyzing the ranges of changes in the Kirpichev-Kick coefficient, it can be seen that for shallow crushing, the range of coefficient values is significant. Based on this, it is possible to confirm the previously established regularity that the Kirpichev-Kick law better describes the processes that are within the zone of coarse crushing.

Comparing the above two hypotheses, the following can be noted. The

volume hypothesis (Kirpichev-Kick law) takes into account the energy expenditure for elastic and plastic deformation of the body and does not take into account the energy expenditure for the formation of new surfaces, for overcoming the forces of external and internal friction, for energy losses associated with acoustic, electrical and thermal phenomenon, etc. The hypothesis of surfaces (Rittinger's law), on the other hand, does not take into account the expenditure of energy for elastic and plastic deformation of the body and takes into account only the expenditure of energy for the formation of new surfaces. Thus, each of the two laws discussed above operates only within a narrow framework. This led to the emergence of two additional hypotheses, the goal of which was a universal approach to determining energy consumption.

One such law is the Bond law. The essence of Bond's law is as follows: when a body is compressed, the energy is distributed over its volume, and when cracks begin to spread on the surface of the body, the energy is concentrated on the surface of the crack and is proportional to the newly formed surface [10], [13], [18], [19]. In many literary sources, Bond's law is written in a simplified form as follows:

$$A_b = K_b D^{2,5}, \tag{6}$$

where A_b – work spent on crushing, J; K_b – the Bond proportionality factor, which is determined experimentally.

However, in foreign sources, Bond's law is written in the expanded form as follows:

$$W_b = 11 W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right), \tag{7}$$

where W_i – Bond performance index, kW/(short ton); P_{80} - size at which 80% of the product passes (in microns); F_{80} - is the size at which 80% of the power passes (in microns).

The Bond work index W_i represents the work required to reduce the material from an infinite size to 100 microns [18]. Dependence (7) is still a topic for numerous scientific studies, because there is no uniformly accepted methodology for determining the parameters included in this equation.

For example, in the source [18], based on numerical studies, it is noted that P80 and F80 can be determined according to the following dependencies:

$$F_{80} = 0.63G; \quad P_{80} = 0.7(L_{min} + L_t), \tag{8}$$

where G – the size of the loading hole of the crusher; L_{min} – the minimum value of the output hole of the crusher; $L_t = L_{max} - L_{min}$; L_{max} - the maximum value of the output hole of the crusher.

In another work [18], the dependencies for determining P_{80} and F_{80} have the following form:

$$F_{80} = 0.8 S_F F_{max} + 0.2 S_c; \quad P_{80} = 0.85(CSS + T), \tag{9}$$

where S_F – ore shape factor, which is determined by the ratio of the average size of an ore particle to its minimum size (varies from 1.7 for a cubic shape to 3.3 for a lamellar shape); F_{max} – the maximum size of material that is loaded

into the crusher inlet; S_c – the size of the opening of the grating screen, i.e. the distance between the individual bars of the grating screen; CSS – the minimum size of the output hole of the crusher; T – the difference between the maximum and minimum outlet of the crusher.

Also, today there is a numerical variation of the methods of determining the Bond work index. Bond himself determined the performance index using a special pendulum test, which was later improved by the Metso company. The dependence for determining the work index according to Bond had the following form [18]:

$$W_i = \frac{CI}{\rho}, \tag{10}$$

where C = 53.49 – a constant that numerically and dimensionally converts the impact strength to the work index; I – impact strength, kgm/mm; ρ - density of the test sample.

Impact strength I after each test was determined as follows, kgm/mm:

$$I = \frac{2 \times m_h \times h}{d}, \tag{11}$$

where m_h – mass of the hammer, kg; h – the height to which the hammer is raised, m; d – thickness of the test sample in mm.

Among other methods for determining the Bond crushing performance index, the most famous are: the Narayanan and Whites pendulum test, the JKMRC drop test, and grinding tests in a ball and rod mill.

The fracture energy according to the Narayan and Whites test is determined as follows, kWh/t:

$$W_i = E_s \left(1-\varepsilon^2\right)\left(\frac{M_B}{M_S+M_B}\right), \tag{12}$$

where E_s – the energy of the moving pendulum (striker) to the point of impact with the test sample:

$$E_s = M_s L\left(1-\cos\alpha\right), \tag{13}$$

whereM_s – mass of the movable pendulum (hammer), kg; L – the length of the cable on which the pendulum is suspended; α- the angle of deviation from the vertical axis of the movable pendulum (striker); M_B – mass of the fixed pendulum (anvil); ε- attenuation coefficient (ε=0-0.2). In the source [18] it is noted that under the conditions of a massive stationary pendulum (anvil) the energy agrees well with the energy consumed in mills with autogenous and semi-autogenous grinding (SAG mill). On the other hand, when using a less massive anvil, the fracture energy is in good agreement with the energy consumed in rod and ball mills.

When determining the energy of destruction in the drop test (JKMRC Drop Weight test), the method developed by researcher Brown [20] is used.

Under such conditions, the energy of destruction of the sample is determined from the following dependence, kWh/t:

$$W_i = H_E \frac{0.0272 M_c}{\bar{M}}, \quad (14)$$

where H_E =H–HR – the height of the fall of the load (impactor), cm; H – the height to which the load (hammer) is lifted, cm; HR – height from the base on which the test sample is placed to the load after it falls on the sample, cm; M_c – mass of the striker, kg; $\bar{M}$ - mass of the sample, kg.

For such experiments, material samples are accepted, the density of which is within 2800-4000 kg/m3. Under such conditions, the crushing energy ranges from 0.01 to 50 kWh/t for particles 10-50 mm in size.

The fracture energy determined by this method is in good agreement with the energy consumed in the fracture process in AG/SAG crushers and mills.

After the destruction of each sample by the falling mass, the fragments are collected and their size is determined, and the T10 parameter is also determined. The T10 parameter is used to determine the fracture energy and was proposed by Whedon [21]. This parameter links fracture strength and specific fracture energy. T10 is defined as the percentage of the rock that passes through the sieve and is 1/10 of the original size of the rock.

The relationship between T10 and the specific energy of destruction has the following form [22]:

$$T_{10} = A(1-e^{-bE_G}), \quad (15)$$

where A and b constants (A≈50, b≈0.4 for hard rocks; A≈80, b≈1 for soft rocks); E_G – specific crushing energy.

The product of parameters Ab is the control parameter. When constructing a graph of the dependence of T10 on EG, the product of parameters Ab is tangent to this graph. The product Ab takes the value of 30 for hard rocks. If the value of the product Ab is in the range of 43-56, then this corresponds to medium-hard geystic rocks. If the value of the product Ab is greater than 127, then the rock is soft.

Parameter T10 can be considered an index of the degree of destruction. The harder the rock, the smaller the value of T10 for a given input energy. Knowing the value of T10 obtained as a result of the given input energy, you can calculate the complete distribution of the product by size. For crushers, the T10 value is within 10-20%.

Morrell has developed a SAG mill test (SMC test) to determine the parameters for the JK Drop Weight test. To determine the energy of destruction, the Morrell company offers the following equation [22], [23]:

$$SE = SKM_i 4\left(P_{80}^{f(P_{80})} - F_{80}^{f(F_{80})}\right), \quad (17)$$

where SE – crushing energy, kWh/t; M_i – Morel crushing performance index; K – constant (K=1 – for crushers in a closed cycle, K=1,19 – for crushers in an open cycle; S – coarse particle hardness parameter for crushing schemes that include crushers and high-pressure grinding rolls; $f(F_{80})=-(0.295+(F_{80}/1000))$; $f(P_{80})=-(0.295+(P_{80}/1000))$.

The hardness parameter of coarse particles is determined from the following dependence:

$$S=K_S\left(F_{80}P_{80}\right)^{0.2}, \quad (18)$$

where K_S – constant (for classic crushers K_S = 55, for grinding rolls of high pressure K_S = 35).

After numerous practical studies, it turned out that Bond's law is not universal and describes well the processes of destruction of the material between the zones of shallow crushing and coarse grinding [10].

In the case of considering the Bond law, we have the average value of the energy expenditure between the Kirpichev-Kick and Rittinger laws. In turn, Rebinder followed a slightly different path, namely, he defined the destruction energy as the sum of the Rittinger and Kirpichev-Kick laws [10], [24]. That is, the total work of crushing the material is equal to the sum of the work of deformation of the material of a certain volume and the work of forming new surfaces. Rebinder's law can be expressed mathematically in the following form [10], [24]:

$$A_{reb}=K_1\Delta S+K_2\Delta V, \quad (19)$$

where A_{reb}- work spent on the destruction of a solid body, J; K_1– coefficient of proportionality, J/m^2; ΔS - newly formed, upon destruction, surface, m^2; K_2 – coefficient of proportionality, J/m^2; ΔV - deformed part of body volume, m^3.

The next step in the study of energy consumption was an attempt to combine all the laws in one dependence. Such a dependence was presented by scientist A.K. Rundqvist [10], [13]. Its peculiarity is that the elementary work of crushing one piece of material is proportional to the elementary change of some degree of its size D. The dependence has the following form:

$$A_\Sigma=\frac{CV}{\left(K_p-1\right)D^{K_p-1}}\left(i^{K_p-1}-1\right), \quad (20)$$

where C – some constant crushing; i = D/d – degree of crushing; D and d – initial and final diameters of the crushed piece; K_p – a generalized coefficient that takes into account the amount of energy and properties of crushed material.

The graph of the dependence of crushing energy on the size of the material based on expression (8) is shown in Fig. 3.

When constructing the graph in Fig. 3, it was assumed that the volume of the material is 1 m3, the degree of crushing is i=4, and the coefficient C is equal to 1. As we can see from the graph, when choosing the appropriate value of the coefficient Kp, you can get the corresponding zones of destruction of the material. Thus, at $K_p \geq 4$, we get a zone of coarse crushing. When $2<K_p<4$, we get a shallow crushing zone, and when $K_p \leq 2$, we get a grinding zone. Also, the graph in Fig. 3 clearly shows the correspondence of the energy consumption to the size of the material that needs to be destroyed. Of course, in this case, the degree of crushing plays an important role in dependence (8). That is, the type of equipment should be taken into account, and accordingly, the process of destruction of the material.

In works [3], [21] it is proposed to determine energy according to experimental data:

$$A_{c.м.}=A_0\left[\left(100/k_{80}\right)^m-\left(100/k_m\right)^m\right], \quad (21)$$

whereA_0 – proportionality factor; k_{80} – the size of the sieve link through which 80% of the crushing product passes; m – coefficient, which is determined experimentally (m = 0,8-1,3).

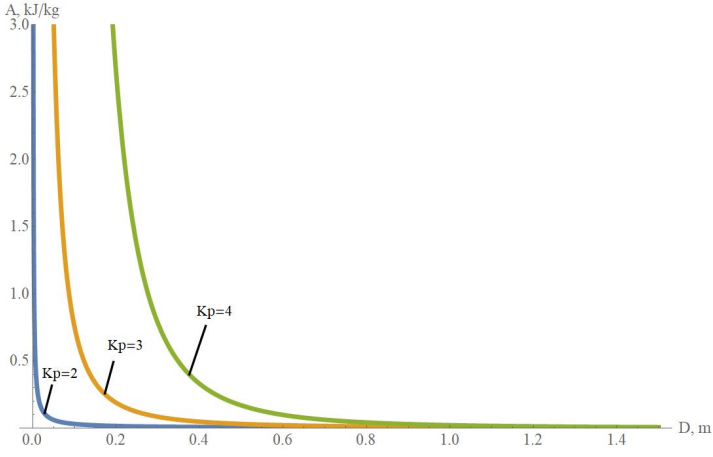


Fig. 3. Graph of the dependence of the energy of destruction on the size of the material

Coefficient$k_m$is determined by the formula[14], [21]:

$$\lg k_m = 1/5\left[\lg k_{90} + \lg k_{70} + \lg k_{50} + \lg k_{30} + \lg k_{10}\right], \qquad (22)$$

where k_{90} and k_{10} – sizes smaller than which contain 90, 70, 50, 30 and 10% of particles, respectively.

Dependence (21) was derived by J. Svensen and J. Murkes and is one of the variations of the Bond dependence (7). Basically, dependence (21) is used to determine energy consumption during grinding.

To analyze the dependence (21), we will take the following parameter values - A_0=1, k_{10} =20 mm, k_{30} =35 mm, k_{50} =50 mm, k_{70} =60 mm, k_{90} =100 mm. It should be noted that the k_m coefficient is essentially the size of the sieve link through which 80% of the raw material passes, that is, the material that just enters the crushing chamber. Calculating dependence (10) on the accepted initial values, we get that the K_m coefficient is 46.1789. Thus, the graph of the dependence of energy consumption on the size of the sieve link k_{80} has the following form (Fig. 4).

From the graph of Fig. 4, it becomes clear that if the K_{80} coefficient is equal to the Km coefficient, then the work on reducing the size of the material will not be completed. This can be seen from the graph - point 46.1789 on the abscissa axis. Therefore, the greater the difference between the K_{80} and Km coefficients, the more energy is consumed, and this can be seen from the graph in Fig. 4. The coefficient m can characterize the physical properties of materials, such as strength. So, for example, it can be seen from the graph in Fig. 4 that to reduce the size of the material from the value of Km to the size of D=20 mm with a coefficient of m=0.8, it is necessary to spend about 600 kJ. Under the same conditions, but assuming that the coefficient m will be equal to

1.3, we will receive energy consumption within the range of 42,000 kJ. Thus, the coefficient m indicates different physical properties of materials.

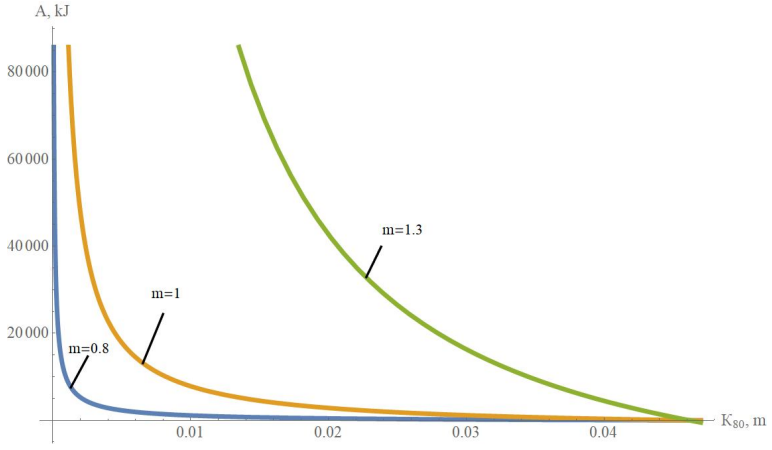


Fig. 4. Graph of the dependence of energy consumption on the size of the K_{80} sieve link

Another variant of the Bond equation is [10], [13], [19] a modified empirical equation that relates the crushing energy to the particle size of the material:

$$A_x = K\left[1-(1/R)^r (100/a)^r\right], \quad (11)$$

where K – indicator of fragmentation; R – degree of crushing; a – the size of the parts of the material; r – indicator of the degree of deviation.

The value r expresses the degree of change in the resistance of the material during its crushing and the change in the efficiency of the machine with a change in particle size. Its meaning depends on the material and conditions of effort. Equation (11) can be used when crushing brittle heterogeneous materials.

In the source [19] it is noted that the act of destruction of rock with isotropic properties is staged. During the destruction of the rock in the source [10], the following four stages were distinguished: 1) the appearance of contacts and the occurrence of elastic deformations in the material; 2) the formation of a zone of comprehensive compression and its subsequent increase until the moment of the formation of an effective crack; 3) the emergence of an effective crack and its development to critical dimensions; 4) the rapid development of an effective crack until the complete destruction of the crushed material and the full consumption of the reserve of elastic energy.

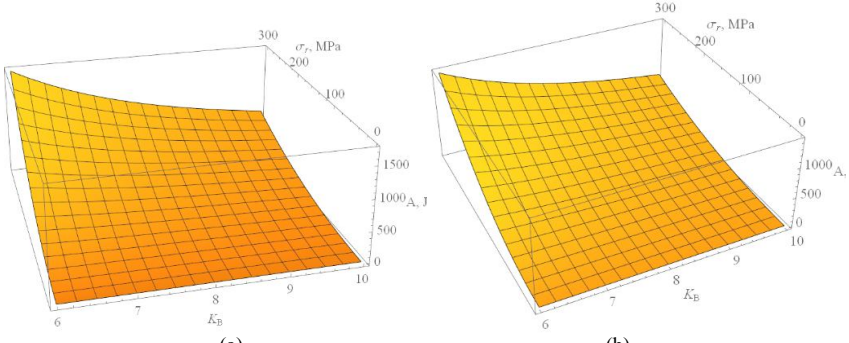
It was established that the first and second stages consume the largest amount of energy, namely 73.4%. That is, most of the destruction energy is spent on the formation of cracks in the destroyed material.

The author of these studies [10] derived a mathematical expression for determining the energy expenditure for crushing a single piece of regular shape with isotropic properties:

$$A_{RR} = \frac{3}{8} \frac{\sigma_t^2}{K_f^2 K_p^2 \sigma_{st.c} tg^2 \alpha R^{0,25-0,01R}}, \quad (16)$$

where σ_t – strength limit of a piece that breaks when split; K_f – form factor in the contact zone, change limit $0.318 \div 0,5$; K_p – coefficient of proportionality; $\sigma_{st.c.}$ – ultimate (contact) stress in compression; tgα – coefficient of friction; R – the radius of the collapsing piece.

Let's consider the effect of the proportionality coefficient on the energy of destruction of the material from dependence (16) taking into account the values of the parameters from tables 1 and 3. For the study, we will take the value of the coefficient $K_f = 0.318$. As a test material, we will take granite with a compressive strength of $\sigma_{st.c.} = 250$ MPa. Let's take the coefficient of friction equal to tgα = 0.22, which corresponds to the coefficient of friction of the metal against the stone.



(a) (b)

Fig. 5. The graph of the dependence of the energy of destruction on the change in the proportionality factor and the limit of strength during the splitting of the fragment that is being destroyed: (a) – R=36.5 mm; (b) – R=75 mm

From the graphs in Fig. 5, we can see that with the increase in the size of the collapsing rock at the same values of the proportionality coefficient, the energy of collapsing decreases.

The shape factor in the contact zone has a considerable influence on energy consumption. If we take K_f=0.5, then the graphs of the dependence of the fracture energy on the change in the proportionality factor and the fracture energy will look like in Fig. 6.

From the graphs in Fig. 6, it can be seen that the influence of the size of the material on the cost of fracture energy is significantly reduced under the condition that the form factor in the contact zone is equal to 0.5.

The proposed hypothesis proves that the work spent on the single destruction of a piece of rock is proportional to the work spent on the formation of new surfaces and the friction between the formed surfaces in the zone of comprehensive compression. It should be noted here that this dependence combines two types of stress, which can cause the destruction of the material in the crushing chamber. If we compare dependence (16) with the Rittinger and Kirpichev-Kick law, the following can be noted. The Kirpichev-

Kick law considers the cost of fracture energy, which is directly proportional to the compressive stress. Rittinger's law considers the energy of destruction, which is directly proportional to the newly formed surface and thus takes into account tangential stresses.

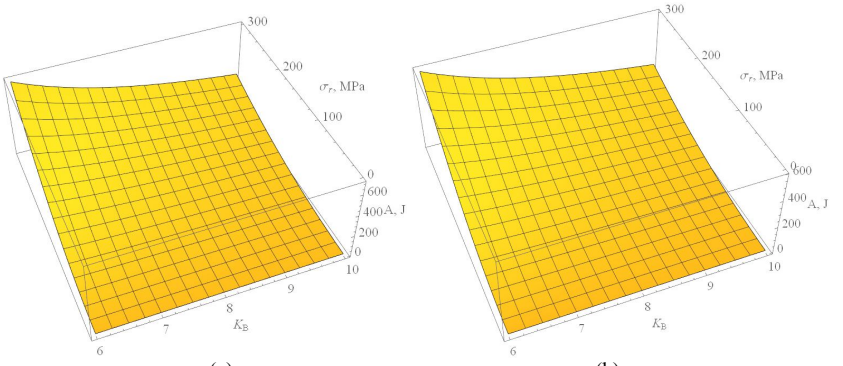


Fig. 6. The graph of the dependence of the energy of destruction on the change in the proportionality factor and the limit of strength during the splitting of the fragment that is being destroyed: (a) – R=36.5 mm; (b) – R=75 mm

Scientists D. Walker and R. Shaw proposed their own hypothesis [21], which claims that the mechanism of destruction of minerals approaches the mechanism of destruction of metals, i.e. plastic deformations appear in brittle minerals during destruction. They believed that the specific energy of grinding, by analogy with metal cutting, is constant, since the thickness of the chipped layer is less than the thickness of the layer of inhomogeneity in the material. Starting with a known critical layer thickness, the probability of encountering inhomogeneity increases, and thus the specific energy of grinding decreases. The scientists indicated that the most important variable in the destruction process is the diameter of the crushed particles, and not the area of the newly formed surface, since the effort to destroy a particle increases with a decrease in its diameter.

When conducting a number of experiments [20], [21] on the impact and quasi-static fracture of quartz, it was established that in the dynamic mode of fracture, the first impacts of the layer destroy a large number of material particles, but with subsequent impacts, the number of destroyed particles decreases. As a result, a large amount of energy is lost without the formation of a new surface. At the same time, during the slow compression of isolated quartz crystals, the area of the newly formed surface per unit of work expended is greater for an isolated crystal than for many particles. The main cause of such results is believed to be critical stresses, which at low energy concentrations are reached only at a few points, due to which long breaks occur with the formation of a small number of particles with a large surface area [10].

Under shock loads, the critical stresses grow quite quickly. Breaks spread over short distances, the newly formed surface is small, but obtained due to many particles [10], [20], [21]. When a stress pulse of sufficiently large amplitude

propagates in a brittle body, it can lead to a fracture that is significantly different from the fracture under quasi-static and relatively slow dynamic loading.

The destruction caused by the stress wave is described as follows. When a compressive pulse propagating in a medium is incident normally on a stress-free boundary of that medium, it produces a tensile pulse that has the same shape as the compressive pulse, but it has a displacement directed in the opposite direction from the boundary. If the tensile stress created by the reflected pulse exceeds the tensile strength of the material, failure will occur. This phenomenon is known as "split" or "Hopkins destruction" [19], [24].

In the source [24] it is noted that when rock is destroyed by impact drilling, the energy of destruction is determined as follows:

$$E_{др} = \frac{\pi d^2 \left(tg\frac{\alpha}{2} + f \right) \sigma_{ск} v}{8}, \quad (17)$$

where d – length of the destruction site (blade length), cm; v – speed of deepening of the working tool, mm/min; α – sharpening angle of the blade of the working tool, degrees; f – coefficient of friction of the tool material on the rock; $\sigma_{ск}$ – rock strength limit for chipping.

On the other hand, the energy during dynamic destruction can be determined from the dependence

$$E_{др}=(P_y h)/2, \quad (18)$$

where P_y – impact force, kg; h – the depth of the working tool into the rock. In turn, the impact force is determined according to the following dependence:

$$P_y = \frac{db\sigma_0}{\cos\alpha\left(\sin\alpha - f_1\cos\alpha_0\right)}, \quad (19)$$

where d and b – sides of the rectangular contact pad, cm; α_0–angle of inclination of the generating main pressure volume, deg; f_1 – coefficient of internal friction of the rock; σ_0 – temporary resistance of the rock to rocking. In the calculations, it is suggested to accept: $\sigma_0 \approx 0{,}185\sigma_p$– for weak rocks; $\sigma_0 \approx 0{,}204\sigma_p$ – for strong rocks.

Conclusions. So from the above we can conclude that the most widespread energy hypotheses are the Bond and Kirpichev-Kick laws. The dependencies obtained by various authors take into account, as a rule, partial problems, which are narrowly focused and do not take into account a number of factors. A large number of different approaches to solving the problem of determining energy costs for material destruction indicates the significant complexity of describing the model of material destruction by existing mathematical methods at the macro level. Thus, on the one hand, there is a need to consider the process of destruction of the material, taking into account the processes that occur at the micro level. That is, consider the process of destruction based on Rebinder's theory, namely, determine the amount of elastic energy at the micro level, and consider the amount of surface energy at the micro level. On the other hand, attempts to create a unified theory of destruction at the macro level are additionally made impossible by the stochasticity of the process itself.

Summarizing the above, the generalized theory for describing the process of destruction of materials by crushing machines should take into account the stochastic model of the description of the kinetics of the destruction process, which will take into account the features of the destruction process at the micro and macro levels.

REFERENCES

1. Kiyoo Mogi (2007) Experimental Rock Mechanics. Taylor & Francis Group, London, UK, p.362. ISBN 10: 0415394430 (print).
2. Терентьєв О.М., Стрельцова І.М. Енергоємність та питома поверхнева енергія руйнування гірських порід магнітно-гідрокавітаційнимнавантаженням. Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Гірництво», Випуск 28, 2015р., с. 29-35 ISSN 2079-5688.
3. Vasiliev, L. M. and Vasiliev, D. L. and Malich, M. G. (2021) MODELING THE PROCESS OF DISINTEGRATION OF SOLID MATERIALS BY ASYMMETRIC LOADING IN CRUSHING MACHINES IN ORDER TO FIND WAYS TO REDUCE ENERGY COSTS. Energy- and resource-saving technologies of developing the raw-material base of mining regions. pp. 457-473.https://doi.org/10.31713/m1028.
4. Pothina, R., Kecojevic, V., Klima, M.S. et al. Gyratory crusher model and impact parameters related to energy consumption. Mining, Metallurgy & Exploration 24, 170–180 (2007). https://doi.org/10.1007/BF03403212
5. SOKUR, M.; BILETSKYI, V.; SOKUR, L.; BOZHYK, D.; SOKUR, I. Investigation of the process of crushing solid materials in the centrifugal disintegrators. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, *[S. l.]*, v. 3, n. 7(81), p. 34–40, 2016. DOI: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.71983.
6. Jiuqun Zou, Jihuan Han, Weihao Yang, "Investigating the Influences of Indentation Hardness and Brittleness of Rock-LikeMaterial on Its Mechanical Crushing Behaviors", Mathematical Problems in Engineering, vol. 2020, Article ID 4713532, 16 pages, 2020. https://doi.org/10.1155/2020/4713532
7. Horobets L.Zh., Fedoskina E.V., Verkhorobina I.V. (2017).Jeffekty dinamichnosti nagruzhenija geterogennogo materiala pri droblenii (Effects of dynamic loading of heterogeneous material during crushing.).Geotechnical mechanics: Interdisciplinary. coll. of science works. — Dnipro: IGTM of the National Academy of Sciences,Vol. 137. p. 93-106. ISSN 1607-4556 (Print), ISSN 2309-6004 (Online). http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/158641
8. TomislavKorman, GordanBedekovic, TrimirKujundzic, DaliborKuhinek (2014) ImpactOf Phisical And Mechanical PropertiesOf Rocks On Energy Consumption of Jaw Crusher. Physicochem. Probl. Miner. Process. 51(2), 2015, 461−475. ISSN 1643-1049 (print).
9. Khaled Ali Abuhasel (2019). A Comparative Study Of Regression Model And The Adaptive Neuro-Fuzzy Conjecture Systems For Predicting Energy Consumption For Jaw Crusher. *Applied Sciences*; 9(18):3916. https://doi.org/10.3390/app9183916.
10. Blokhin V.S., Bolshakov V.I., Malych N.G. (2006). Osnovnye parametry tehnologicheskih mashin. Mashiny dlja dezintegracii tverdyh materialov: posobie. ch.I.(Basic parameters of technological machines. Machines for the disintegration of solid materials: a manual. Part I).Dnipropetrovsk: IMA-press – p. 404 c.
11. Nazarenko I.I., Mishchuk Y.O. (2010).Analiz i ocinka energetichnih harakteristik drobarok z kerovanimi parametrami. (Analysis and assessment of the energy characteristics of shot bars with ceramic parameters). «Mining, construction, road and reclamation machines» : coll. of science works. KNUCA. Vol. 75,p. 19-24.
12. Nazarenko I.I., Mishchuk Y.O. (2012). Estimation of the energy intensity of the process of grinding building material.Construction technique. –Vol. 28,p. 20-29.
13. Nazarenko I.I. (1999).Mashini dlja virobnictva budivel'nih materialiv: Pidruchnik (Machines for the production of building materials: Textbook), K.:KNUCA, p. 488.
14. Donovan J. G., 2003, *Fracture toughness based models for the prediction of power consumption, product size, and capacity of jaw crushers*, Doctoral dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University.

15. Tosun A., Konak G., 2014, Development of a model estimating energy consumption values of primary and secondary crushers, Arabian Journal of Geosciences, 1-12.
16. Refahi A., Mohadesi J.A., Rezai B., 2009, Comparison between bond crushing energy and fracture energy of rocks in a jaw crusher using numerical simulation, J. South. Afr. Inst. Min. Metall., 109, 709-717.
17. Tomislav Korman, Gordan Bedeković, Trpimir Kujundžić, Dalibor Kuhinek (2015).Impact of physical and mechanical properties of rocks on energy consumption of Jaw Crusher. Physicochemical Problems of Mineral Processing. January 2015;51(2):461–475. DOI: 10.5277/ppmp150208
18. Ashok Gupta, Denis Yan (2016) Mineral Processing Design and Operations An Introduction Second Edition. Elsevier B.V. p. 856. ISBN: 978-0-444-63589-1.
19. Robert C.Dunne (2019) Mineral Processing & Extractive Metallurgy Handbook. Society for Mining, Metallurgy & Exploration, USA, p. 2258. ISBN 978-0-87335-385-4.
20. Brown D. JKMRC Internal Rep; 1992.
21. Weedon DM, Napier-Munn TJ, Evans CL. Sulphide deposits their origin and processing. London: IMM; 1990. p. 135–54.
22. Morrell S. Minerals Eng 2009;22:544–9.
23. Morrell S. Minerals Eng 2010;23:151–3.
24. Vetrov Yu.A., Baladynskyi V.L., Barannikov V.F., Kuksa V.P.(1972).Razrushenie prochnyh gruntov (Destruction of solid soils). "Builder" publishing house, Kyiv. p.352.

Стаття надійшла 13.05.2023

Міщук Є.О., Назаренко І.І.

АНАЛІЗ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ЗАКОНІВ РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ

Число параметрів, які визначають процес руйнування матеріалів в камері дроблення є значним і важко піддається опису відомими математичними законами. Більшість теорій які описують затрати енергії на процес руйнування побудовані на емпіричних показниках та не підкріплені теоретичними основами процесу. В роботі наведено аналіз останніх досліджень в області процесів руйнування матеріалів на основі яких було встановлено, що сучасні методи визначення енергії руйнування матеріалу суттєво розрізняються між собою, базуються на різних енергетичних гіпотезах, як за прийнятими допущеннями, так і за отриманими результатами. Таким чином, відсутність загальноприйнятої моделі процесу подрібнення та єдиної методики визначення енергозатрат процесу руйнування матеріалів дробильними машинами, є тією проблемою, що потребує вирішення. З цією метою було проведено аналіз основних класичних законів руйнування матеріалів в камері дроблення. Майже всі класичні закони описуються за допомогою використання коефіцієнтів пропорційності, які враховують фізичні властивості матеріалу, затрати на тертя у вузлах машини, теплові втрати, кількість матеріалу в камері дроблення та інші параметри, що впливають на процес руйнування. Це призводить до складності визначення впливу окремих параметрів на процес руйнування, крім цього самі коефіцієнти не мають методики розрахунку і в більшості випадків визначаються експериментальним шляхом. Найбільшу кількість варіацій має закон Бонда. В якому в якості коефіцієнта пропорційності використовується параметр індексу роботи. Проте параметр індексу роботи по Бонду має широкий діапазон зміни, а також велику кількість методик його розрахунку. В цілому сама залежність гарно описує процеси між зонами мілкого дроблення та грубого помелу. В роботі для відповідних умов руйнування були встановлені межі зміни коефіцієнтів пропорційності для різних енергетичних законів. Широкі межі зміни коефіцієнтів свідчать про значну стохастичність самого процесу, та не дають вірно описати картину руйнування. Одним із варіантів інтенсифікації процесу руйнування є застосування ударного навантаження. В роботі розглянута залежність для визначення затрат енергії при динамічному руйнуванні гірських порід, що дає можливість оцінити переваги та недоліки перед статичним руйнуванням. Основними параметрами які мають вплив при динамічному руйнуванні є швидкість прикладення навантаження та геометрія поверхні робочого інструменту. На основі проведеного аналізу було встановлено, що велика кількість параметрів, які мають вплив на процес дроблення машин для виробництва будівельних

матеріалів, сильно ускладнюють на даному етапі розвитку людства створення єдиної теорії руйнування. Подальший розвиток досліджень процесів руйнування в дробильних машинах вбачається в створенні стохастичної моделі опису кінетики процесу руйнування, яка буде враховувати особливості процесу руйнування на мікро та макро рівнях.

Ключові слова: енергія руйнування, дробарка, коефіцієнт пропорційності, індекс роботи, гірські породи, ударні навантаження, степінь дроблення, розмір сита.

Mishchuk Ye.O., Nazarenko I.I.

ANALYSIS OF THE ENERGY LAWS OF MATERIAL DESTRUCTION

The number of parameters that determine the process of destruction of materials in the crushing chamber is significant and difficult to describe by known mathematical laws. Most of the theories that describe the energy consumption of the destruction process are based on empirical indicators and are not supported by the theoretical foundations of the process. The paper provides an analysis of the latest research in the field of material destruction processes, on the basis of which it was established that modern methods of determining the energy of material destruction differ significantly from each other, are based on different energy hypotheses, both according to accepted assumptions and according to the obtained results. Thus, the lack of a generally accepted model of the grinding process and a single method of determining the energy consumption of the process of destruction of materials by crushing machines is the problem that needs to be solved. For this purpose, an analysis of the main classical laws of destruction of materials in the crushing chamber was carried out. Almost all classical laws are described by the use of proportionality coefficients, which take into account the physical properties of the material, friction costs in the machine nodes, heat losses, the amount of material in the crushing chamber and other parameters that affect the destruction process. This leads to the difficulty of determining the influence of individual parameters on the destruction process, in addition, the coefficients themselves do not have a calculation method and in most cases are determined experimentally. Bond's law has the largest number of variations. In which the work index parameter is used as a proportionality factor. However, the parameter of the Bond work index has a wide range of changes, as well as a large number of methods for its calculation. In general, the dependence itself describes well the processes between the zones of fine crushing and coarse grinding. In the work, the limits of the change of the proportionality coefficients for various energy laws were established for the corresponding destruction conditions. The wide limits of the change of the coefficients testify to the significant stochasticity of the process itself, and do not allow a true description of the picture of destruction. One of the options for the intensification of the destruction process is the application of a shock load. The paper considers the dependence for determining the energy consumption during the dynamic destruction of rocks, which makes it possible to assess the advantages and disadvantages of static destruction. The main parameters that have an impact on dynamic destruction are the speed of load application and the geometry of the surface of the working tool. Based on the analysis, it was established that a large number of parameters that influence the crushing process of machines for the production of building materials greatly complicate the creation of a single theory of destruction at this stage of human development. The further development of research on destruction processes in crushing machines is seen in the creation of a stochastic model for describing the kinetics of the destruction process, which will take into account the peculiarities of the destruction process at the micro and macro levels.

Keywords: energy of destruction, crusher, proportionality factor, work index, rocks, shock loads, degree of crushing, sieve size.

УДК 621.647.23

Міщук Є.О., Назаренко І.І. **Аналіз енергетичних законів руйнування матеріалів** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. .294 – 315. Англ.

В роботі наведено аналіз останніх досліджень в області процесів руйнування матеріалів на основі яких було встановлено, що сучасні методи визначення енергії руйнування матеріалу суттєво розрізняються між собою, базуються на різних енергетичних гіпотезах, як за прийнятими допущеннями, так і за отриманими результатами. Таким чином, відсутність загальноприйнятої моделі процесу подрібнення та єдиної методики визначення

енергозатрат процесу руйнування матеріалів дробильними машинами, є тією проблемою, що потребує вирішення. З цією метою було проведено аналіз основних класичних законів руйнування матеріалів в камері дроблення.
Табл. 3. Іл. 6. Бібліогр. 24 назв.

UDC621.647.23
Mishchuk Ye.O., Nazarenko I.I. **Analysis of the energy laws of material destruction** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 294-315.
The paper provides an analysis of the latest research in the field of material destruction processes, on the basis of which it was established that modern methods of determining the energy of material destruction differ significantly from each other, are based on different energy hypotheses, both according to accepted assumptions and according to the obtained results. Thus, the lack of a generally accepted model of the grinding process and a single method of determining the energy consumption of the process of destruction of materials by crushing machines is the problem that needs to be solved. For this purpose, an analysis of the main classical laws of destruction of materials in the crushing chamber was carried out.
Table 3. Fig. 6. Ref. 24.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних машин Київського національного університету будівництва і архітектури України МІЩУК Євген Олександрович*
Адреса робоча:*03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, МІЩУКУ Євгену Олександровичу*
Робочий тел.: +38(044) 240-55-52
Мобільний тел.: +38(095)839-34-63
E-mail: mischuk.ieo@knuba.edu.ua
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0002-7850-0975

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри машин і обладнання технологічних процесів Київського національного університету будівництва і архітектури України НАЗАРЕНКО Іван Іванович*
Адреса робоча:*03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури,, кафедра машин і обладнання технологічних процесів, НАЗАРЕНКУ Івану Івановичу*
Робочий тел.: +38(044) 241-54-42
Мобільний тел.: +38(067)220-41-09
E-mail: nazarenko.ii@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1888-3687

Author (academic degree, academic title, position):*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Machines and Equipment of Technological Processes of the Kyiv National University of Construction and Architecture of Ukraine MISHCHUK Yevhen Oleksandrovych*
Working address:*03037, Ukraine, Kyiv, 31 Povitroflotsky prosp., Kyiv National University of Construction and Architecture, Department of Machinery and Equipment of Technological Processes, Yevhen MISHCHUK*
Working phone: +38 (044) 240-55-52
Mobile phone:
E-mail: mischuk.ieo@knuba.edu.ua
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0002-7850-0975

Author (academic degree, academic title, position):*Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Machines and Equipment of Technological Processes of the Kyiv National University of Construction and Architecture of UkraineNazarenko Ivan Ivanovich*
Working address:*03037, Ukraine, Kyiv, 31 Povitroflotsky prosp., Kyiv National University of Construction and Architecture, Department of Machinery and Equipment of Technological Processes, Ivan NAZARENKO*
Working phone: +38 (044) 241-54-42
Mobile phone:
Email:nazarenko.ii@knuba.edu.ua
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0002-1888-3687

UDC 621.87

ANALYSIS OF DERRIKINGAND SLEWING OF THE TOWER CRANE WITH CONSIDERATION TO DRIVING MECHANISMS CHARACTERISTICS

V.S. Loveikin[1],
Doctor of Science (Engineering), Professor

Yu.O. Romasevych[1],
Doctor of Science (Engineering), Professor

A.V. Loveikin[2]
Candidate of Science (Physics and Mathematics), Associate Professor

A.P. Liashko[1],
Candidate of Science (Engineering)

K.I. Pochka[3],
Doctor of Science (Engineering), Professor

M.M. Korobro[1],
Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

[1]*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine*

[2]*Taras Shevchenko National University of Kyiv*

[3]*Kyiv National University of Construction and Architecture*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.316-327

Based on the constructed dynamic model, the differential equations of motion of the mechanical part of the mechanisms and the dynamic electromagnetic transients of the drive electric motors are composed. As a result of solving the obtained equations for the numerical parameters of the real tower crane, a dynamic and energy analysis of the over lapping work of the derriking and slewing mechanisms was performed, which revealed significant dynamic and energy overloads of crane drive mechanisms and crane metal structure.

Keywords: tower crane, derriking, slewing, dynamic and mathematic models, dynamic and energy loads.

Introduction. Tower cranes with a saddle jib (boom) are widely used in construction operations, in which the load moves in space due to the operation of hoisting, derriking and slewing mechanisms. To increase the productivity of these cranes in many cases, the overlapping operation of two mechanisms is performed. There appeared considerable dynamic loads with oscillatory character in over lapping work of the derriking and slewing mechanisms in the construction elements and driving mechanisms. Especially dangerous are the spatial oscillations of the load on a flexible suspension during the transition processes (start, braking). At the same time, dynamic loads lead to a decrease in the reliability and productivity of the crane, as well as put at risk the work of slingers and crane operators due to the load oscillation. Based on the above, it can be stated that the problem of studying the dynamics of the over lapping

© Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Liashko A.P., Pochka K.I., Korobko M.M.

movement of the derriking and slewing mechanisms of the crane is relevant. It reflects the real work conditions of tower cranes.

Analysis of publications. A significant amount of scientific work is devoted to the problem of eliminating of the load oscillations on a flexible suspension and reducing dynamic loads in the metal structures and mechanisms of tower cranes. Moreover, considerable attention was paid to determining the causes of load oscillations on the flexible suspension and methods and ways of its reducing, and if possible, complete elimination.

Studies of the motion of the mechanisms of the cranes slewing [1-2] were carried out, which revealed significant oscillations of the load on the flexible suspension, some solutions to its elimination were proposed. In studies [1-8] the problems of the dynamics of the over lapping movement of the derriking and slewing mechanisms were considered, and significant spatial oscillations of the load on the flexible suspension were revealed. In [1], the features of the electric drive control of the derriking mechanism during the slewing of the crane with the suspended load are established, which allows reducing its oscillations. The significant oscillations of the load on the flexible suspension were revealed by the research of the motion of the derriking and slewing mechanisms [5]. Therewith, in the dynamic model of the crane, the elastic and dissipative characteristics of the drive mechanisms have not been taken into account. The static mechanical characteristics of the drive motors were used.

However, it should be noted that a detailed analysis of the motion of the derriking and slewing mechanisms of the tower crane, which takes into account the elastic and dissipative features of the drive mechanisms with dynamic mechanical characteristics of the electric motors in transient processes, has not been investigated. Therefore, such investigations are relevant and require a more profound study.

Purpose of the paper. The purpose of the work is to study the dynamic processes of overlapping movement of the derriking and slewing mechanisms of the tower crane with a saddle jib, taking into account the dynamic mechanical characteristics of drive electric motors and elastic and dissipative features of the drive mechanisms.

Research results. The jib system of the tower crane is represented as a holonomic system (Fig. 1), which includes reduced to the axis of crane slewing absolutely solid masses of the slewing part of the crane with a jib and with a moment of inertia I_2, the slewing mechanism with the moment of inertia I_1, as well as reduced to the axis of rope drum rotation the mass of the drive of the derriking mechanism with the moment of inertia I_3. The masses of the slewing part of the crane and the drive slewing mechanism are interconnected by an elastic element with a stiffness coefficient C_1 and a dissipation coefficient $_{b1}$. The reduced mass of the drive mechanism of derriking is connected with the trolley (with mass m_3) by an elastic rope with stiffness coefficient C_3 or C'_3 depending on the direction of movement of the trolley and coefficients of dissipation accordingly b_3 or b'_3. The load of mass m is connected to the center of mass of the trolley by means of a flexible suspension and performs pendulum spatial oscillations in the planes of derriking and slewing of the crane.

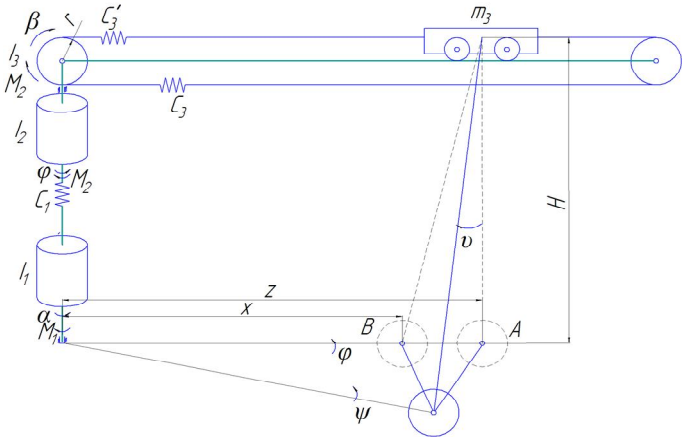


Fig. 1. The dynamic model of the derriking and the slew of the crane

Therefore, the presented dynamic model of the jib system of the tower crane has six degrees of freedom. The linear coordinates of the centers of mass of the trolley z and the load x, as well as the angular coordinate of the slewing of the reduced mass of the drive of the derriking β have been chosen as the generalized coordinates in the plane of the derriking. In the plane of slewing of the crane the angular coordinates of the reduced mass of the drive of the derriking α, the slewing part of the crane φ and slewing of the load ψ have been chosen as the generalized coordinates. The angular deviation of the flexible suspension of the load from the vertical is determined by the angular coordinate ϑ.

The system is under the driving torques of the drive mechanisms of slewing M_1 and derriking M_3, as well as the torque of resistance M_2 in the slewing part of the crane and the force of resistance of the trolley movement W. In addition, the dissipative forces act in the elastic elements which connect the drive slewing mechanism with the slewing part of the crane and the drive of derriking mechanism with the trolley. We assume that the length of the flexible suspension H is constant $H=const$.

In the plane of derricking mechanism, the centers of mass of the load and the trolley are deflected by the distance AB, and when the crane slews, it moves in the horizontal plane by the distance BC. Then the angular coordinate of the deviation of the flexible suspension of the load from the vertical was found:

$$\vartheta = \frac{1}{H}\sqrt{(z-x)^2 + x^2\cdot(\varphi-\psi)^2 + 2\cdot(z-x)\cdot x\cdot(\varphi-\psi)\cdot\sin(\frac{\psi-\varphi}{2})}\ . \qquad (1)$$

For a dynamic model of the over lapping motion of the derriking and slewing of the tower crane (Fig. 1) by using Lagrange's equations we obtain a system of differential equations of motion of derriking and slewing of the tower crane, which may be presented in the following form:

$$\begin{cases} I_1\cdot\ddot{\alpha}=M_1\cdot u_1\cdot\eta_1-C_1\cdot(\alpha-\varphi)-b_1\cdot(\dot{\alpha}-\dot{\varphi}); \\ I_3\cdot\ddot{\beta}=M_3\cdot u_3\cdot\eta_3-C_3\cdot r\cdot(\beta\cdot r-z)-b_3\cdot r\cdot\left(\dot{\beta}\cdot r-\dot{z}\right); \\ \left(I_2+m_3\cdot z^2\right)\cdot\ddot{\varphi}+2\cdot m_3\cdot z\cdot\dot{z}\cdot\dot{\varphi}=-M_2-\dfrac{m\cdot g}{H}\cdot x\cdot z\cdot(\varphi-\psi)+C_1\cdot(\alpha-\varphi)+b_1\cdot(\dot{\alpha}-\dot{\varphi}); \\ m\cdot x^2\cdot\ddot{\psi}+2\cdot m\cdot x\cdot\dot{x}\cdot\dot{\psi}=\dfrac{m\cdot g}{H}\cdot x\cdot z\cdot(\varphi-\psi); \\ m\cdot\ddot{x}-m\cdot x\cdot\dot{\psi}^2=-\dfrac{m\cdot g}{H}\cdot\left\{x-z\cdot\left[1-(\varphi-\psi)^2/2\right]\right\}; \\ m_3\cdot\ddot{z}-m_3\cdot z\cdot\dot{\varphi}^2=-W-\dfrac{m\cdot g}{H}\cdot\left\{z-x\cdot\left[1-(\varphi-\psi)^2/2\right]\right\}-C_3\cdot(\beta\cdot r-z)-b_3\cdot\left(\dot{\beta}\cdot r-\dot{z}\right), \end{cases} \quad (2)$$

where C_1 – the coefficient of torsional stiffness of the drive elements of the slewing mechanism, which are reduced to the axis of the crane tower; C_3 – the coefficient of linear stiffness of the rope of the derriking from the point of attachment at the trolley to the point of application on the drum; g – acceleration of free fall; r – the radius of the drum; M_1, M_3 – the driving torques on the shafts of the drive motors of the slewing and derriking mechanisms respectively; u_1, u_3 – the gear ratios of drives of the slewing and derriking mechanisms respectively; η_1, η_2 – the efficiency coefficients of drives of the slewing and derriking mechanisms respectively.

The calculation of the mathematical model should be complete with the following initial conditions:

$$\begin{gathered} t=0,\ \alpha=0,\ \dot{\alpha}=0,\ \varphi=0,\ \dot{\varphi}=0,\ \psi=0,\dot{\psi}=0, \\ x=x_0;\ \dot{x}=0;\ z=x_0,\ \dot{z}=0,\ \beta=\frac{x_0}{R},\dot{\beta}=0. \end{gathered} \quad (3)$$

The movement of the mechanisms of hoisting machines is significantly influenced by the driving torques created by the drive mechanisms [9]. To determine them, we use the differential equations of asynchronous motors.

Differential equations of asynchronous electric motors of the slewing mechanisms are written in a fixed coordinate system. These equations are characterized by the presence of variable (periodic) coefficients due to the change in mutual inductance between the stator and rotor windings of each of the motors. They may be expressed by the following equations:

$$\begin{cases} \dfrac{di_{1\alpha}}{dt}=\dfrac{1}{\delta_1\cdot L_1}\cdot\left(u_{1\alpha}-i_{1\alpha}\cdot R_1+(L_{12}/L_2)\cdot e_{2\alpha}\right); \\ \dfrac{di_{1\beta}}{dt}=\dfrac{1}{\delta_1\cdot L_1}\cdot\left(u_{1\beta}-i_{1\beta}\cdot R_1+(L_{12}/L_2)\cdot e_{2\beta}\right); \\ \dfrac{di_{2\alpha}}{dt}=-\dfrac{1}{\delta_1\cdot L_2}\cdot\left(\left(u_{1\alpha}-i_{1\alpha}\cdot R_1\right)\cdot(L_{12}/L_1)+e_{2\alpha}\right); \\ \dfrac{di_{2\beta}}{dt}=-\dfrac{1}{\delta_1\cdot L_2}\cdot\left(\left(u_{1\beta}-i_{1\beta}\cdot R_1\right)\cdot(L_{12}/L_1)-e_{2\beta}\right); \\ M_1=\dfrac{3}{2}\cdot P_1\cdot L_{12}\cdot\left(i_{1\beta}\cdot i_{2\alpha}-i_{1\alpha}\cdot i_{2\beta}\right). \end{cases} \quad (4)$$

Where $i_{1\alpha}$, $i_{1\beta}$ and $i_{2\alpha}$, $i_{2\beta}$ – the projections of generalized vectors of stator and rotor currents on the fixed orthogonal coordinate axes α and β; L_1, L_2– the inductance of stator and rotor windings of the engine; L_{12} – the engine mutual induction; M_1 – the electromagnetic engine torque; P_1 – the number of pairs of motor poles; $u_{1\alpha}$, $u_{1\beta}$– projections of generalized stator voltage vectors on the coordinate axes α and β. Substitution of the inferior indexes 1 and 2 to the 3 and 4 ($1 \rightarrow 3$, $2 \rightarrow 4$) in the above dependencies brings the asynchronous electric motor equations of derricking mechanism.

Combining the system of differential equations of the mechanical part of the slewing and derriking mechanisms of the crane (2) with systems of electromagnetic transients in asynchronous electric motors(4), we obtain a generalized system of differential equations of over lapping movement of slewing and derriking, which takes into account dynamic mechanical characteristics of the drive motors.

Dynamical analysis

For tower crane with parameters: m=5000 kg; m_3=300 kg; I_1=168346 kg·m^2; I_2=5.5·10^6 kg·m^2; I_3=30 kg·m^2; W=5500 N; M_2=20100 Nm; u_1=1429; u_2=17; η_1=0.8; η_2=0.71; H=10 m; r=0,15 m; C_1=3.28·106 Nm/rad; C_3=1,36·10^{5}N/m; b_1=1.25·10^{5}Nm·s/rad; b_3=2.5·10^4 Ns/m and characteristics of drive electric motors MTH 112-6:P=4.5 kW; $n_н$=910 rpm; I=0.0687 kg·m^2; n_0=1000 rpm; M_{max}=120 Nm; $\omega_н$=95.2 rad/s; ω_0=104.7 rad/s; $M_н$=47.3 Nm; λ=2.54 under the initial conditions of motion (3) the systems of equations (2), (4) and (5) were solved. For that, numerous methods were used, which have become widely used to study the dynamics of hoisting cranes [10]. As a result of the calculations, the kinematic and power characteristics of the tower crane with the over lapping of derriking and slewing mechanisms movement are obtained. Energy characteristics have also been studied, as they have a significant impact on the efficient operation of modern machines [11].

Fig. 2 shows the graphical dependencies of the linear velocities of the centers of mass of the trolley (gray line) and the load (black line) in the plane of derriking. One may conclude, that there are fluctuations in speeds of both trolley and load. Moreover, the fluctuations of the trolley speed are insignificant (there is only a small peak of fluctuations at the beginning of the movement caused by high-frequency oscillations of the drive). The load has significant, as lightly-damped, oscillations. A similar pattern is observed during the jib and the load slewing (Fig. 3). The figure shows that the oscillations of the angular velocity of the jib (light curve) are insignificant and only in the initial phase of movement there are high-frequency oscillations caused by electromagnetic dynamic processes in the electric motor of the slewing mechanism. The load in the plane of slewing also has significant oscillations in angular velocity (dark curve in Fig. 3).

It should be noted, that the complex oscillating motion in the dynamical systems is observed not only for hoisting machines [12]. The driving torques of the shafts of the drive motors have an oscillatory nature caused by pendulum oscillations of the load on a flexible suspension. The study of these

oscillations will allow to developing the means to their elimination, which, in turn, will increase the productivity of the hoisting machine.

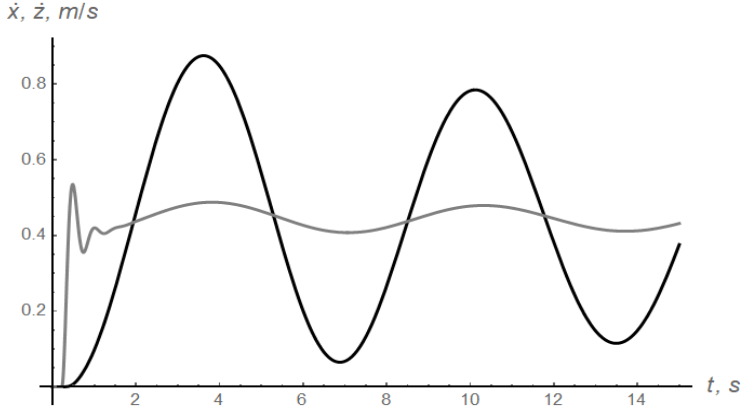


Fig. 1.The speed of the trolley and the load in the plane of derriking

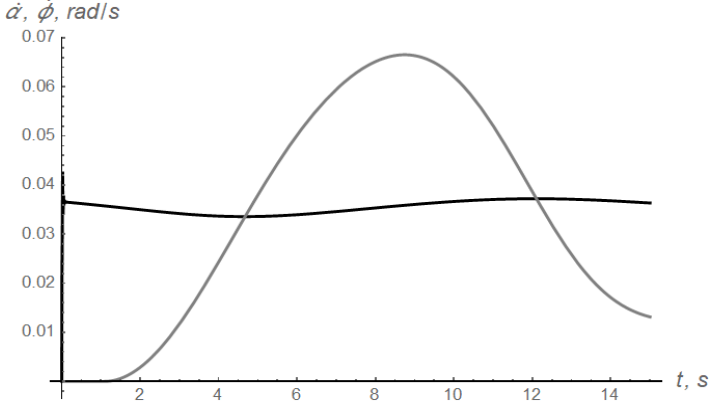


Fig. 3.The speed of the jib and the load in the plane of the crane slewing

The electric motor of the slewing mechanism at some moments goes into the generator mode, which is undesirable for its operation. The power consumption of the drive motors of the derriking and slewing mechanisms (Fig. 4) is also oscillating. In this figure, the black curve shows the power of the slewing mechanism, the black dashed – the derriking mechanism and the gray one – the total power consumed by the two mechanisms.

The table shows some amplitude, maximum and root-mean-square (RMS) values of kinematic, dynamic, and energy characteristics of the over lapping movement of the derriking and slewing mechanisms of the tower crane.

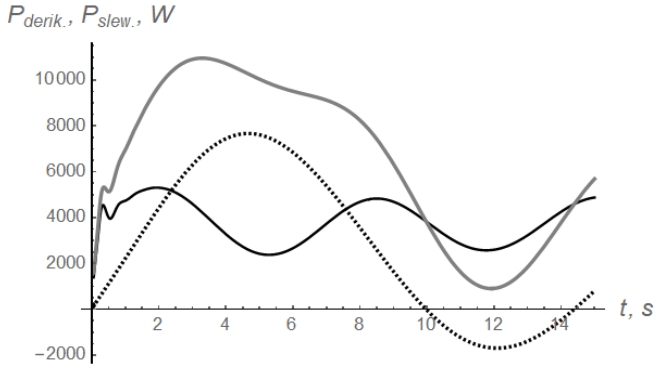


Fig. 4.The power of the drive of the derriking and slewing mechanisms of the crane

Table 1

Kinematic, power and energy characteristics of the mechanisms

Characteristic	Unit	Value
The amplitude of pendulum oscillations of the load along the boom	rad	0.42
The amplitude of the pendulum oscillations of the load perpendicular to the boom	rad	0.0294
The amplitude of the elastic-viscous oscillations of the rope	m	0.168
The amplitude of the elastic-viscous oscillations of the tower	rad	0.1176
The maximum torque of the drive of the derriking mechanism	Nm	150483
The maximum torque of the drive of the slewing mechanism	Nm	1136
The RMS value of the torque of the drive of the derriking mechanism	Nm	85861
The RMS value of the driving torque of the drive of the slewing mechanism	Nm	85859
The maximum elastic-viscous force in the rope of the derriking mechanism	N	7575
The maximum elastic-viscous torque in the tower	Nm	150483
The RMS value of the elastic-viscous force in the rope of the derriking mechanism	N	5615
The RMS value of the elastic-viscous torque in the tower	Nm	85859
The maximum power of the derriking mechanism	W	23889
The maximum power of the slewing mechanism	W	24808

Data in table 1 show the significant deviations of the maximum values of kinematic, dynamic, and energy characteristics from their RMS values, which indicates the dynamic and energy overloads of the derriking and slewing mechanisms during over lapping movement in the transient processes.

Prospects for further research in this direction are connected with the determination of the optimal modes of movement of individual mechanisms [2, 7, 9], as well as the rationalization of individual components and elements of the crane mechanisms [13]. In addition, developed model may be applied to

investigation of frequency control of the drives of slewing and derriking mechanisms [14-16].

Conclusions. The article presents the results of studies of dynamic processes in the over lapping movement of the derriking and slewing mechanisms of the tower crane. For this purpose, an elastic-dissipative dynamic model of the over lapping motion of the derriking and slewing of the crane is developed. In such a model, the dynamic mechanical characteristics of drive electric motors are used with regards to the electrodynamic transients of the derriking and slewing mechanisms. Based on the constructed dynamic model, the differential equations of motion of the mechanical part of the mechanisms and the dynamic electromagnetic transients of the drive electric motors are composed. The solution of the obtained equations is carried out by numerical methods on the basis of the developed computer program. As a result of solving the obtained equations for the numerical parameters of the real tower crane, a dynamic and energy analysis of the over lapping work of the derriking and slewing mechanisms was performed, which revealed significant dynamic and energy overloads of crane drive mechanisms and crane metal structure. The presence of such overloads has a significant impact on the reliability and performance of the crane, as well as on the working conditions of the crane operator and maintenance personnel.

REFERENCES

1. *Gerasimyak R. P., Naidenko O. V.* Osoblyvosti keruvannia elektrpryvodom mekhanizmu vylotu strily pid chas obertannia krana z pidvishenym vantazhem (Features of the electric drive control of the jib outreach mechanism during the crane slewing with suspended load). Electrical machine-building and electrical equipment. 2007. Vol. 68. P. 11–15. (in Ukrainian).
2. *Gerasimyak R. P., Leshchev V. A.* Analiz i sintez kranovykh elektromekhanicheskikh sistem (Analysis and synthesis of crane electromechanical systems). Odesa, 2008. 192 p. (in Russian).
3. *Loveikin V.S., Pochka K.I., Romasevych Yu.O., Pochka O.B.* Dynamichnyi analiz rolykovoi formuvalnoi ustanovky z kryvoshypno-shatunnym pryvidnym mekhanizmom (Dynamic analysis of a roller forming unit with a crank-rod drive mechanism). Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2019. Vol. 102. P. 91-108. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.102.91-108. (in Ukrainian).
4. *Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Pochka O. B.* Dynamichne zrivnovazhennya pryvidnoho mekhanizmu rolykovoyi formuval′noyi ustanovky z enerhetychno vrivnovazhenym pryvodom (Dynamic balancing of drive mechanism of roller forming installation with energy balanced drive). Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2019. Vol. 103. P. 112-130. 10.32347/2410-2547.2019.103.112-130. (in Ukrainian).
5. *Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B.* Impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity of roller forming unit with energybalanced drive. Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2021. Vol. 106. P. 141-155. DOI: https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.106.141-155.
6. *Annenkova O.S., Francen G.E.* Stroitelnye bashennye krany i podemniki dlya vozvedeniya mnogoetazhnyh zdanij (Construction tower cranes and hoists for the construction of multi-storey buildings). Altajskij gosudarstvennyj tehnicheskij universitett im. I.I. Polzunova. Barnaul. Izdatelstvo Alt GTU. 2008. 206 p. (in Russian).
7. *Loveikin V., Romasevych Y., Kadykalo I., Liashko A.* Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion. Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Bulgaria). 2019. Vol. 49 (3), pp. 285–296.

8. *Loveikin V. S., Romasevych Yu. O., Loveikin A. V., Mushtyn D. I.* Dynamichnyi analiz rukhu mekhanizmiv zminy vylotu ta povorotu bashtovoho krana z balochnoiu striloiu (Dynamic analysis of mechanisms movement for outreach change and rotation of tower crane with beam jib). Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. 2020. Vol. 11 (1). P. 5–11. DOI: 10.31548/machenergy2020.01.005. (in Ukrainian).
9. *Loveikin V. S., Romasevych Yu. O.* Regime-parametric optimization of a mine winder deceleration. Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. 2018. Issue 5. pp. 72-78. DOI: 10.29202/nvngu/2018-5/9
10. *Grigorov O., Druzhynin E., Strizhak V., Strizhak M., Anishchenko G.* Numerical simulation of the dynamics of the system "trolley - load - Carrying rope" In a cable crane. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 3. Issue 7-93. pp. 6-12. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.132473.
11. *Kukharets S., Golub G., Szalay K., Marus O.* Study of energy costs in process of biomass mixing in rotary digester (Conference Paper). 18th International Scientific Conference Engineering for Rural Development, ERD 2019; Jelgava; Latvia; 22 May 2019. Engineering for Rural Development. 2019. Vol. 18. pp. 1331-1336. DOI: 10.22616/ERDev2019.18.N070
12. *Pylypaka S., Klendii M., Kremets T., Klendii O.* Particle motion over the surface of a cylinder, which performs translational oscillations in a vertical plane. Engineering Journal. 28 June 2018. Vol. 22, Issue 3. pp. 83-92. DOI: 10.4186/ej.2018.22.3.83.
13. *Fidrovska N., Slepuzhnikov E., Varchenko I., Harbuz S., Shevchenko S., Chyrkina M., Nesterenko V.* Determining Stresses in the metallic Structure of an overhead Crane when Using running Wheels of the New design. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 22 February 2021. Vol. 1. pp. 22-31. DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225097.
14. *Grigorov O.V., Strizhak V.V.* Analiz pusko-tormoznyh processov kranovyh mehanizmov s chastotno-reguliruemym privodom. (Analysis of the starting-braking processes of crane mechanisms with a frequency-controlled drive) Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho avtomobilno-dorozhnoho universytetu. 2012. Vol. 57. pp. 249-256.
15. Tehnicheskaya kollekciya Schneider Electric. Vypusk № 12. Proektirovanie elektroprivodov kranovyh mehanizmov. (chneider Electric technical collection. Issue No. 12. Design of electric drives for crane mechanisms.) URL: https://profsector.com/media/catalogs/566dcd7cb36cc.pdf *(дата звернення 11.06.2021)*
16. *Popov E.V.* Proektirovanie elektroprivodov kranovyh mehanizmov (Design of electric drives for crane mechanisms.). Tehnicheskaya kollekciya SchneiderElectric. 2009. Vol. 12. p. 52

Стаття надійшла 26.01.2023

Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Ловейкін А.В., Ляшко А.П., Почка К.І., Коробко М.М.

АНАЛІЗ ЗМІНИ ВИЛЬОТУ ТА ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНА З УРАХУВАННЯМ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИВОДНИХ МЕХАНІЗМІВ

При роботі баштових кранів з метою підвищення продуктивності здійснюють суміщення роботи механізмів. В статті розглянуто суміщення операцій зміни вильоту та повороту крана. Для дослідження динамічних процесів при спільній роботі механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана побудовано динамічну модель, в якій враховано основний рух механізмів зміни вильоту та повороту крана, а також коливальні процеси в передавальних механізмах приводів, а також коливання вантажу на гнучкому підвісі в двох площинах: в площині зміни вильоту та в площині повороту крана. В розробленій динамічній моделі враховані пружно-дисипативні характеристики передавальних механізмів, а також динамічні механічні характеристики приводних електродвигунів, які описують перехідні електромагнітні процеси. На основі розробленої динамічної моделі за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду складено шість диференціальних рівнянь другого порядку, які описують механічну частину руху механізмів. Крім того, перехідні динамічні електромагнітні процеси кожного з двигунів описуються чотирма диференціальними рівняннями. В результаті чого отримано систему чотирнадцяти диференціальних рівнянь, які описують спільну динаміку механічної частини механізмів крана та електромагнітних процесів в електродвигунах механізмів зміни вильоту та повороту крана. Отримана система диференціальних рівнянь розв'язана чисельними методами за допомогою розроблених комп'ютерних програм. Для реальної конструкції баштового крана при спільній роботі механізмів зміни вильоту та повороту визначені кінематичні, силові та енергетичні характеристики, які дали можливість оцінити реальні навантаження в елементах конструкції та

приводних механізмах. З отриманих результатів досліджень встановлено, що елементи конструкції та приводних механізмів мають значні динамічні та енергетичні перевантаження. Виявлені високочастотні коливання приводних механізмів на початку руху та низькочастотні коливання елементів конструкції та вантажу. Це значно знижує надійність роботи баштових кранів,збільшує їхні енергетичні витрати та впливає на роботу кранівника та обслуговуючого персоналу.

Ключові слова: баштовий кран, механізми повороту та зміни вильоту, динамічна і математична модель, динамічні та енергетичні навантаження.

Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Liashko A.P., Pochka K.I., Korobko M.M.

ANALYSIS OF DERRIKINGAND SLEWING OF THE TOWER CRANE WITH CONSIDERATION TO DRIVING MECHANISMS CHARACTERISTICS

The variational problem of the movement mode selection for the load outreach change mechanism during a steady-state tower crane slewing was formulated and solved in the paper, that ensures the minimization of the drive motor power. The variational problem is nonlinear, and so we used the modified PSO-Rot-Ring particle swarm met heuristic method for its solution. Low- and high-frequency oscillations of the outreach change mechanism elements during the start-up were detected in the optimization process. These oscillations are eliminated in the section of steady-state movement due to the selection of the motion boundary conditions.

In order to increase the productivity during a tower crane exploitation the overlapping of the mechanisms operation is used. The article considers the overlapping of operations of the derriking and slewing mechanisms of the crane. To study the dynamic processes in the joint work of the derriking and slewing of the tower crane, a dynamic model was built. It takes into account the main movement of the derriking and slewing of the crane, as well as oscillation processes in the drive mechanisms and load oscillation on flexible suspension in two planes: in the plane of the derrikingand in the plane of slewing of the crane. The developed dynamic model takes into account the elastic-dissipative characteristics of the transfer mechanisms, as well as the dynamic mechanical characteristics of the drive motors, which describe the transient electromagnetic processes. On the basis of the developed dynamic model with the help of Lagrange's equations six differential equations of the second order which describe a mechanical part of the mechanisms movement were found. In addition, the transient dynamic electromagnetic processes of each of the engines are described by four differential equations. As a result, a system of fourteen differential equations was obtained. It describes the common dynamics of the mechanical part of the crane mechanisms and electromagnetic processes in the electric engines of the derriking and slewing mechanisms. The obtained system of differential equations was solved by numerical methods with the help of developed computer program. For the actual construction of the tower crane in the overlapping work of the derriking and slewing mechanisms, kinematic, power, and energy characteristics were determined, which made it possible to estimate the actual loads in the elements of the construction and drive mechanisms. From the obtained results it was established that the elements of the construction and drive mechanisms are under significant dynamic and energy overloads.High-frequency oscillations of drive mechanisms at the beginning of the movement and low-frequency oscillations of elements of the construction and load were revealed. This significantly reduces the reliability of tower cranes, increases their energy losses, and affects the work of the crane operator and maintenance staff.

Keywords: tower crane, derriking, slewing, dynamic and mathematic models, dynamic and energy loads.

УДК 621.87
Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Ловейкін А.В., Ляшко А.П., Почка К.І., Коробко М.М. **Аналіз зміни вильоту та повороту баштового крана з урахуванням динамічних характеристик приводних механізмів** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 316–327.
На основі побудованої динамічної моделі складені диференціальні рівняння руху механічної частини механізмів та динамічних електромагнітних перехідних процесів приводних електродвигунів. В результаті розв'зку отриманих рівнянь для числових параметрів реального баштового крана проведено динамічний та енергетичний аналіз спільної роботи механізмів зміни вильоту та повороту крана, з якого виявлені значні динамічні та енергетичні перевантаження приводних механізмів та конструкцій крана.
Табл. 1. Іл. 4. Бібліогр. 16.

UDC 621.87
Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Liashko A.P., Pochka K.I., Korobko M.M. **Analysis of derrikingand slewing of the tower crane with consideration to driving mechanisms characteristics** // Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUCA, 2023. – Issue 110. – P. 316-327.
Based on the constructed dynamic model, the differential equations of motion of the mechanical part of the mechanisms and the dynamic electromagnetic transients of the drive electric motors are composed. As a result of solving the obtained equations for the numerical parameters of the real tower crane, a dynamic and energy analysis of the over lapping work of the derriking and slewing mechanisms was performed, which revealed significant dynamic and energy overloads of crane drive mechanisms and crane metal structure.
Table 1. Fig. 7. Ref. 16.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович*
Адреса робоча: *03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу*
Робочий тел.: +38(044) 527-87-34
E-mail: lovvs@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4259-3900

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, професор кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України РОМАСЕВИЧ Юрій Олександрович*
Адреса робоча: *03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, РОМАСЕВИЧУ Юрію Олександровичу*
Робочий тел.: +38(044) 527-87-34
E-mail: romasevichyuriy@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-5069-5929

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка ЛОВЕЙКІН Андрій Вячеславович*
Адреса робоча: *03022, Україна, м. Київ, проспект академіка Глушкова, 4е, корпус механіко-математичного факультету, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, кафедра математичної фізики, ЛОВЕЙКІНУ Андрію Вячеславовичу*
Мобільний тел.: +38(097) 350-91-23
E-mail: anlov74@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7988-8350

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: кандидат технічних наук, старший викладач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛЯШКО Анастасія Петрівна*
Адреса робоча: *03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛЯШКО Анастасії Петрівні*
Робочий тел.: +38(044) 527-87-34
E-mail: laskoanastasia1989@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3774-3348

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри професійної освіти КНУБА ПОЧКА Костянтин Іванович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, ПОЧЦІ Костянтину Івановичу*
Мобільний тел.: +38(097) 212-86-29
E-mail: shanovniy@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-0355-002X

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України КОРОБКО Микола Миколайович*
Адреса робоча: *03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, КОРОБКУ Миколі Миколайовичу*
Робочий тел.: +38(044) 527-87-34
E-mail: 0639320373@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1138-7701

UDC 69.059

INSPECTION OF WAR-DAMAGED BUILDINGS AND STRUCTURES BY THE EXAMPLE OF URBAN SETTLEMENT BORODIANKA

O.S. Molodid,
Doctor of Technical Science, Professor

O.Yu. Kovalchuk,
Candidate of Technical Science

V. I. Skochko,
Doctor of Technical Science, Professor

R.O. Plokhuta,
Ph.D., Associate Professor

O.O. Molodid
Ph.D., Associate Professor

I.V. Musiiaka,
Postgraduate student

Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotskyave., Kyiv, Ukraine, 03037

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.328-343

Inthe first 100 days of the full-scale armed aggression of Russia's armed forces against Ukraine, more than 1600 rocket strikes were carried out, not including other shelling.In this regard, numerous buildings and structures suffered various damages.

Using the developed "Methodology of surveying and registration of its results", surveyors developed a procedure for surveying many buildings and structures in a short period.

KNUCA (Kyiv National University of Construction and Architecture) specialists inspected multi-apartment, communal, and administrative buildings in the Borodiankavillageinthe Kyiv region.Based on the results of the surveys, damage to buildings was systematized depending on their causes, namely explosions, and their impact on structures – explosive shock wave, fire, and bullet or shrapnel damage.

The direct damage caused by the explosive shock wave included: destruction, cracking, distortion, and declination from the axis of symmetry, damage to window glasses and frames, for brick structures: knocking out (individual bricks or sections of the wall), protrusion (indentation) and displacement of masonry elements, cracks in masonry and spilling of seams between building elements.The direct damage to structures from shrapnel and bullet injuries includes: through holes, splinters, damage to coatings and the roofing layer, jamming of structures, et cetera.The direct damage to structures caused by thermal effectsincludes fire damage, including irreversible thermal elongation of reinforcement and destruction of concrete; damage to the finishing layers; destruction of window and door frames and their filling; the collapse of the roof; destruction of wooden walls and ceilings.

KNUCA specialists established that buildings suffer significant damage and destruction when an aerial bomb hits. The most destructive effect is the damage caused by multiple launch rocket systems (MLRS), artillery weapons, and tanks. However, buildings (building structures) suffer minor damage when hit by Armory Personnel Carriers (APVs) and small arms.

Keywords: inspection; warfare; buildings; technical condition; damage; explosion; fire; explosive wave.

© Molodid O.S., Kovalchuk O.Yu., Skochko V.I., Plokhuta R.O., Molodid O.O., Musiiaka I.V.

Problem formulation. February 24, 2022,began a full-scale invasion of Russia's armed forces on Ukraine's territory.The enemy mercilessly destroys everything in its path, from roads to people.In just 100 days of the invasion, about 1,600 missile strikes were carried out on the territory of Ukraine.Furthermore, this is not taking into account other shelling.Part of the Kyiv region was under the invaders' occupation from the beginning of the full-scale invasion until April 2, 2022 (the official date of the liberation of the Kyiv region).During the 38 days of occupation, about 1,000 buildings and structures were damaged in various and numerous ways only on the territory of Borodianka's hromada.

The structures were affected by numerous explosions and fires, which sometimes led to violation of the requirements for mechanical resistance and stability according to the SLS (serviceability limit state) and ULS (ultimate limit state).

To eliminate the consequences of warfare, the government developed and implemented order [1] and the methodology [2] for conducting inspections of buildings and structures.Such an inspection involves: establishing defects and damage to building structures by determination of their amount; making a decision on the further operation or dismantling in connection with damage to the object as a result of extra-design influences (in this case, military actions and fires caused by them); establishing the technical condition of building structures and the construction object as a whole for further implementation of project work for overhaul, reconstruction or restoration.

Specified by the inspection methodology, a preliminary or detailedsurvey, or both, is distinguished, based on which a report on the survey results with recommendations for further operation is drawn up.

The purpose of the work. Systematize the damage/destruction of buildings depending on the type of weapon that affected them. Systematization is based on the inspection results of multi-apartment and administrative buildings in the Borodianka, Kyiv region village. This region suffered damage due to the full-scale armed aggression of Russia's armed forces.

Research results. Taking into account the large amount of constructionobjectdamage as a result of military operations and the need for their rapid technical examination for further rapid processing of the received materials and decision-making, some changes regarding this type of activity were adopted at the state level. First of all, changes were made to the legislative framework [1] regarding the process of technical inspection, and the "Methodology of conducting the inspection and registration of its results" [2] was developed. According to such changes, the list of persons allowed to conduct inspections was expanded. Therefore, in addition to the certified experts in "technical inspection of buildings and structures", permission was granted to the following accredited specialists: design engineer in "engineering and construction design in terms of ensuring mechanical resistance and stability", construction expert in the specialization "expertise of project documentation in terms of ensuring mechanical resistance and sustainability" and consulting engineer (construction). It is also envisaged to inspect two

stages: preliminary and/or main (detailed) survey. This allows only a visual inspection to be performed as part of the preliminary examination to determine the presence and type of damage. The primary survey is not required in the case of damage that does not reduce the strength, stability, and rigidity of building structures and operational indicators of the elements of engineering networks and systems of the object or in the case of heavy damages that cause the necessity of demolishing the object.

Inspection of damaged objects is carried out to determine the actual condition and assess the object's compliance with the basic requirements for buildings and structures defined by legislation and to take measures to ensure reliability and safety during its operation, including:

- confirmation of the possibility of further safe operation of the object;
- establishment (substantiation) of the need to take measures to ensure reliability and safety during its operation;
- planning works on repair or overhaul of the object (parts of the object), reconstruction of the object (separated parts of the object), restoration of the damaged object;
- planning of emergency works, conservation;
- justification of decision-making regarding the termination of operation and performance of works on the dismantling of the object.

Depending on the degree of damage to the objects, according to the methodology, they can be attributed to three categories of damage, namely: Category I – there is minor damage to the load-bearing and enclosing structures, but without violation of the requirements for mechanical resistance and stability according to the SLS and ULS, which can be restored through repair and/or overhaul of the object or its parts; Category II – existing damage to load-bearing and enclosing structures (categories of responsibility for structures A and B), thatrequires to perform work on partial dismantling of the object or its individual structures, strengthening of the object or its individual load-bearing and enclosing structures, which can be carried out by overhaul of the object or its parts or reconstruction of the object; Category III – the object is unsuitable for use for its intended purpose, has completely lost its economic value, there is damage to the supporting and enclosing structures, the that indicates the danger of an collapse of the object, or the object is destroyed, then it is necessary to carry out urgent works related to the dismantling of the object [10].

Because of the extremely large volume of work presented to the surveyors, the methodology provided for the use of standard forms (questionnaires), which contained information on general information about the object (location, functional purpose, year of construction, etc.), information about the owner (manager) of the object, the main technical indicators of the object (length, width, number of floors (above-ground and underground parts), conditional height, etc.) and a brief description of the characteristics of the main building structures, engineering networks and other elements that determine the operational suitability of the building. Often, taking into account the destruction caused by military actions (fires, rubble, etc.), the customer could not provide design, technical or other documentation for the object. Therefore,

thanks to the use of such questionnaires, surveyors can quickly and efficiently survey with the clarification of the initial data, the main technical and economic indicators, and at the same time systematize the damage and not miss anything important in the difficult conditions of the work.

Thanks to the performance of a preliminary inspection using a visual inspection of the object, a preliminary assessment of its technical condition are performed, with the subsequent selection of buildings that are not subject to restoration (Category III) or those that have minor damage, such as fragmentary damage to the window or door filling or minor chips (fragmentary damage) on the facade (I category) [8, 9] and do not require an urgent need to conduct the main inspection. Thus, first of all, the primary survey was performed on objects that were classified by the preliminary survey as II and I Categories (buildings with roof damage, significant damage to window or door fillings, etc.), that is, those that require the fastest possible decisions regarding their further operation.

In the future, the initial data from the preliminary survey for each specific object will allow the surveyors to draw up a plan of the necessary instrumental studies for the qualitative conduct of the primaryinspection or, if necessary, a list of verification calculations for a comprehensive assessment of the technical condition of the building or structure and to provide conclusions regarding its further safe operation [11, 12].

If, according to the results of the preliminary or main survey, the damage is found, indicating the possibility of the sudden destruction of the building, then according to the Methodology, it is recommended to perform a calculation for progressive destruction with the help of a spatial model in a physically and geometrically non-linear formulation of the problem. The results of such calculations will make it possible to make more informed decisions regarding the further operation of such objects.

The result of both the preliminary and main surveys is the drawing up of a report on the results of the inspection with recommendations for further operation of the facility.

Thus, by following the purpose and procedure of conducting the inspection specified in the Regulation and Methodology and using standard forms (questionnaires) for reporting the results of the survey, the surveyors managed to perform the survey of a large number of damaged buildings in the shortest possible time and provide conclusions on their technical condition and recommendations on the need for conducting emergency works or object conservation; current or overhaul or reconstruction of the facility; partial or complete dismantling of the object.

At the final stage, the construction object survey report is entered by the executor into the Register of construction activities of the Unified State Electronic System in the field of construction, where all information about the life cycle of each construction object is accumulated. Entering reports into the system makes it possible to analyze them at the departmental and state levels to determine damages, make decisions about the further operation, form monetary and material support necessary for restoration, etc.

This approach to the inspection of a largeamount of construction objects can also be used when objects are damaged as a result of natural or man-made disasters.

The following are the features and analysis of destructions as a result of military actions that are not typical for civilian life, revealed as a result of technical surveys.

In the period from April to July 2022, specialists of the Kyiv National University of Construction and Architecture (KNUCA) inspected more than 50 multi-apartment (multi-story) buildings and about 50 objects of communal property (schools, kindergartens, lyceums,hospitals, administrative buildings, et cetera) and more than 300 private houses located in the villageBorodianka village, Kyiv region.

As per the data of the performed inspections, the damage to the buildings and structures due to extra-design influences on them was systematized.Identified damage to structures in one way or another affected the mechanical resistance and stability of elements of structures or structures as a whole.At the same time, explosions [3, 4], or more precisely, their impact on structures, namely: shock waves, shrapnel damage, and fires [5], were attributed to the main causes of the following damages.

The main part of residential apartment buildings in Borodianka is represented by brick and prefabricated panel buildings.Usually, these construction objects were built in the period 1970-2000.Wallfooting (often made of concrete blocks, less often of stones) uses as foundations.Even only some buildings have pile foundations.Precast reinforced concrete floor slabs are mainly used as the ceilings.

The vast majority of administrative buildings and private houses have walls that consist of bricks (ceramic or silicate).Some of the new buildings have walls from foam concrete blocks.The ceilings of most public buildings are hollow reinforced concrete slabs, and in residential buildings, they are wooden beams.

It should be noted that the amount and degree of structural damage depend on the type of explosive projectile/bomb and the place of its impact.

According to the definition [6], an *explosion* is an exceptionallyrapid transformation of matter accompanied by the immediate release of a large amount of energy in a small volume.An essential feature of a blast is a sharp increase in pressure, which causes a shock wave in the environment.The shock (explosive) wave is a zone of compressed air that spreads in all directions from the center of the explosion at speedhigher than the speed of the sound.

In the case of a direct hit of an *aerial bomb* on a building, the damage/destruction caused to it was the greatest, regardless of the type of building structures and constructive solutions.Thus, when a bomb hit a multi-story building, its part was destroyed with significant damage to the "standing" part (Fig. 1).

A shock wave from an aerial bomb hitting a building can also cause large-scale destruction to nearby construction sites.The direct damage to load-bearing building structures subjected to the action of the blast wave isdamage/destruction of enclosing load-bearing structures (Fig. 2 (a)), damage/destruction of internal non-load-bearing structures (Fig. 2 (b)), change of project position (Fig. 2 (c)), damage to window glasses and frames (Fig. 2 (d)).



(a)



(b)

Fig. 1. Destruction of multi-story buildings as a result of being hit by an aerial bomb: (a) – multi-story residential buildings made of prefabricated reinforced concrete panels; (b) – brick houses with ceilings made of prefab circular hollow reinforced concrete slabs

In addition to the damage mentioned earlier, the destructionof filling joints between the structures (floor slabs, external and internal wall panels) was often observeddue to the shock wave's impact.

It should be noted that the damage to building structures and the building as a whole decreased as the distance from the explosion's epicenter increased.

An important factor is also the presence of obstacles in the shock wave path.For example, consider the plot on Tsentralna street within Taras Shevchenko Square (Fig. 3).Behind the square in the open area is the building of the Palace of Culture at the address of 1A Parkova Street, along TsentralnaStreet, there are three residential high-rise buildings (numbers 353, 355 and 359) within the square.In the house at the address of 353 Tsentralna Street and 359Tsentralna Street was the impact of aerial bombs on the central sections of buildings, as a result of which these sections were destroyed, and the outer ones were damaged, making their further safe operation impossible.Instead, the building at the street address 355 Tsentralna street suffered minor damage, and it can be restored by repairing/overhauling.Simultaneously, the distance from the epicenters of the explosions to the damaged building was an average of 30 m.At the same time, the building located on the opposite side of the street (palace of culture), at a distance of more than 100 m, was more affected by the blast wave.As a result, there was a certain displacement (oscillation) of the building (up to 80 mm relative to the vertical) with displacements of load-bearing structures and damage/destruction of



(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 2. Defects of damage/destruction of structures from a shock wave

window and door fillings, internal non-load-bearing structures, and equipment.

The following in terms of the destructive effect on buildings can be attributed to damage by multiple launch rocket systems (MLRS), artillery weapons, and tanks (Fig. 4).Destruction and damage to structures from the impact of projectiles from the specified weapons are usually smaller than when an aerial bomb is hit and causes local damage to the building with the destruction of individual supporting structures.

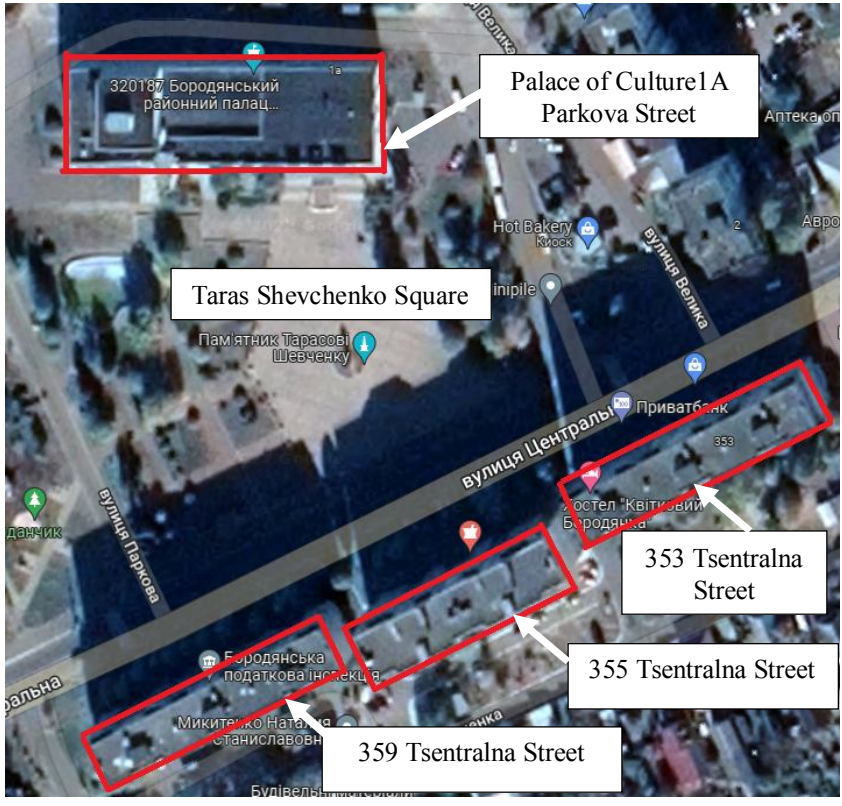


Fig. 3. Situational plan of the location of the Palace of Culture
in relation to residential buildings destroyed by an aerial bomb

Building structures suffer minor damage when they are hit by armored personnel carriers (APCs) and small arms (Fig. 5 (a)); and shrapnel (Fig. 5 (b)).

Often a fire starts as a result of an explosion.However, according to DSTU 2272:2006 [7], fire is an extra-regulatory process of destruction or fire damage to property, during which factors dangerous to living beings and the environment arise.

During active military operations, the fires that arose were not often extinguished.Therefore, the duration and intensity of the burning of buildings and structures were such that they led to significant damage to structures and

irreversible consequences.The typical primary damage to structures exposed to high temperatures (thermal impact) as a result of fires was: fire damage to structures - concrete (especially visible in the lower zone of round hollow floor slabs along voids) (Fig. 6 (a)) and bricks (Fig. 6 (b)); damage to finishing layer (Fig. 6 (c)); burning and melting of a window and door frames and their filling (Fig. 6 (d)); destruction of the roof (Fig. 6, e); the destruction of wooden walls and ceilings (Fig. 6 (f)– the wooden building, that was faced with bricks on the outside).



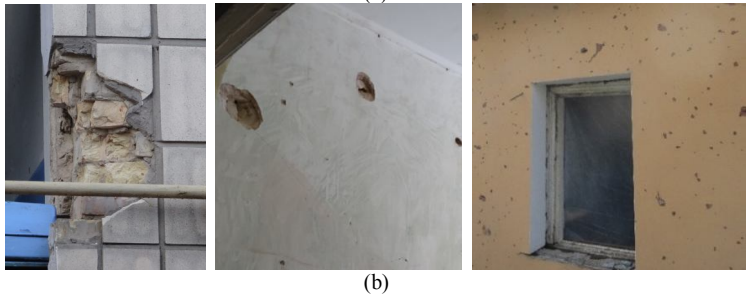
Fig. 4. Damage to structures due to the impact of projectiles from an MLRS, artillery, and tanks

It should be noted that as a result of damage/destruction of external enclosing structures (roof, windows, walls), precipitation enters inside the premises (Fig. 7). As a result, significant soaking of construction structures is observed.Over time, under the influence of such a negative factor, building structures' physical and mechanical properties will deteriorate, particularlywhen the temperature of the external environment changes.

Considering the data above, all damage to structures depends on the type of weapon that affected them, summarized in Table 1.



(a)



(b)

Fig. 5. Damage to structures due to hits from APCs, small arms (a), and shrapnel damage (b)



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 6. Damage/destruction of structures due to fire




Fig. 7. Impact of precipitation on building structures

Table 1

Destruction/damage to structures from the type of weapon that affected them

Destruction / damage	Kind of weapons															
	Aerial bomb				Tank/Artillery				APV				Small arms			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Complete/partial destruction of the building	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓								
Destruction of individual elements	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓					
Displacement (declination) from the design position	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓					
Distortion/deflections	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓								
Cracking/cracks	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓				
Spilling of seams between building elements	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓				
Cracks in the masonry	✓	✓			✓	✓				✓	✓					
Fire/thermal damage	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓								
Temperature elongation of reinforcement		✓	✓			✓	✓									
Buckling of elements	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓								
Holes					✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Knocking out individual masonry elements	✓	✓			✓	✓			✓	✓						
Destruction/damage to window and door frames and their filling		✓				✓				✓				✓		
Chips/damage the protective layer of concrete	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Damage to the finishing layer	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Damage to the roofing layer				✓				✓				✓				
Soaking as a result of damage to communications/roofing layer	✓	✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓					

Notes: numbers "1", "2", "3", "4" conventionally indicate the type of construction. So: "1" - foundations; "2" - walls / partitions; "3" - ceiling; "4" - covering / roof.

As a result of the performed work, it was established that all the examined buildings (about 400 pieces) suffered various damages due to the impact on them of various weapons.Based on the analysis of the obtained data, a histogram (Fig. 8) was constructed, which shows the percentage ratio of damage to construction objects by various types of weapons.

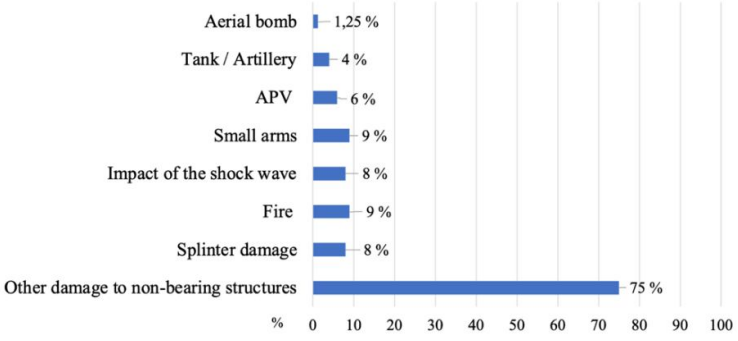


Fig. 8. Damage to construction objects by various types of weapons

So then, it can be seen from the histogram that about 1.25% of the buildings were destroyed due toaerial bombs hitting them.About 4% of the buildings suffered partial destruction and other significant damage (declination from the design position, distortion, cracks, holes, et cetera) due to being hit by shells from tanks or other artillery weapons.6% of buildings were damaged (holes, destruction of individual structures, cracks, destruction, and damage of masonry, et cetera) due to being hit by shells from APC.Moreover, another 9% of buildings were damaged (chips on the facades, damage to the filling of windows and doors, et cetera) from small arms.At the same time, about 8% of the buildings were damaged (distortion, deviation from the design position, cracking, destruction, and damage of window and door frames with filling and furnishing layer, et cetera) due to the impact of the shock wave.Another 9% of buildings were damaged due to fire (fire/thermal damage to bricks and reinforced concrete structures, thermal elongation of reinforcement, damage to the finishing layer, et cetera).About 8% of the buildings suffered various splinter damage (chips, damage to the protective layer, damage to the furnishing layer, et cetera).Nevertheless, about 75% of the buildings suffered other damage to non-bearing structures, including damage to windows and doors, as a result of illegal actions by looters.

Conclusions. With the beginning of hostilities, many buildings and structures located on the territory of Ukraine suffered numerous damages.About 1,000 buildings were damaged in the 38 days of occupation in the Borodyanka village inthe Kyiv region.

To establish the current technical condition of damaged buildings, KNUCA specialists examined them. As a result, conclusions were drawn, and

recommendations were made regarding principled decisions on restoration, further operation, or the need to dismantle damaged structures or objects as a whole.

According to the analysis of the survey results, it was established that about 11% of the buildings suffered a variety of significant damage or destruction due to being hit by various types of weapons - aerial bombs, tanks, artillery weapons, andAPCs.Other buildings were damaged due to extra-design impacts, such as shockwaves, fire, and shrapnel damage.As a result, the vast majority of damaged buildings require overhaul strengthening, dismantling, or replacement of individual structures.

The experience of restoring buildings and structures after World War II and other military operations in different countries proves that this is a very long and complex process, which sometimes lasts for decades [11, 12, 13, 14].Therefore, the process of restoring damaged building structures should be started as soon as possible.At the same time, it is necessary to use both traditional and innovative methods and technologies to restore various structural damages [15, 16].

REFERENCES

1. Poriadok provedennia obstezhennia pryiniatykh v ekspluatatsiiu obiektiv budivnytstva. Zatverdzhenyi postanovoiu KM Ukrainy vid 12 kvitnia 2017 r. № 257 ta zmin, shcho pryiniati postanovoiu KM Ukrainy vid 5 kvitnia 2022 r. № 423. (The procedure for conducting an inspection of construction objects put into operation. Approved by Resolution No. 257 of the Cabinet of Ministers of Ukraine dated April 12, 2017 and amendments adopted by Resolution No. 423 of the Cabinet of Ministers of Ukraine dated April 5, 2022).
2. Metodyka obstezhennia budivel ta sporud, poshkodzhenykh v naslidok nadzvychainykh sytuatsii, boiovykh dii ta terorystychnykh aktiv» zatverdzhenoho nakazom Ministerstva rozvytku hromad ta terytorii Ukrainy vid 06.08.2022 roku № 144. (Methodology for the inspection of buildings and structures damaged as a result of emergency situations, hostilities and acts of terrorism" approved by the order of the Ministry of Development of Communities and Territories of Ukraine dated August 6, 2022 No. 144).
3. *Tuan Duc Ngo, PriyanMendis, Anant Gupta, J. Ramsay*. Blast loading and blast effects on structures - An overview. Electronic Journal of Structural Engineering, Vol. 7, 2007. p.76-91.
4. Armed conflict in the East of Ukraine: the damage caused to the housing of the civilian population / compiler Nataliia Melnyk. — Kharkiv: LLB »Human Rights Publisher», 2019. 82 p.
5. *Di Qin, PengKun Gao, Fahid Aslam, Muhammad Sufian, Hisham Alabduljabbar*. A comprehensive review on fire damage assessment of reinforced concrete structures. Case Studies in Construction Materials. Vol. 16, 2022. https://doi.org/10.1016/j.cscm.2021.e00843
6. *Prokhorov-Lukin H. V. and others*. Metodyka kompleksnoho doslidzhennia vybukhovykh prystroiv, vybukhovykh rechovyn i slidiv vybukhu (Methodology of complex research of explosive devices, explosive substances and traces of explosion). Kyiv: National Academy of Internal Affairs of Ukraine, 2007. 218 p.
7. DSTU 2272:2006 «Pozhezhna bezpeka. Terminy ta vyznachenniaosnovnykh poniat» (DSTU 2272:2006 "Fire safety. Terms and definitions of basic concepts"). Kyiv, 2005.
8. Galinsky O. M., Molodid O. S., Sharikina N. V., Plokhuta R. O.. Research of technologies for restoration of the concrete protective layer of reinforced concrete constructions during the reconstruction of the buildings and structures. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 907, Innovative Technology in Architecture and Design (ITAD 2020) 21–22 May 2020, Kharkiv, Ukraine. 7 p. doi:10.1088/1757-899X/907/1/012056.
9. Tonkacheiev H.M., Molodid O.S., Galinskyi O.M., Plokhuta R.O., Rudnieva I.M., Priadko I.M.. The technology of crack repair by polymer composition. Опірматеріалів і теоріяспоруд/Strength of Materials and Theory of Structures. № 108, 2022. pp. 203-216. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.203-216
10. *Molodid A.* Eksperimentalnyie issledovaniya tehnologii usileniya zhelezobetonnyih kolonn uglerodnyimi voloknami (Experimental studies of the technology of strengthening reinforced

concrete columns with carbon fibers). Science and Technology. International scientific and technical journal BNTU. 2020. V. 19, No. 5. S. 395–399.
11. DSTU B V.3.1-2:2016. Remont i pidsylennia nesuchykh i ohorodzhuvalnykh budivelnykh konstruktsii ta osnov budivel i sporud (DSTU B V.3.1-2:2016. Repair and reinforcement of load-bearing and gardening bud_velny structures and foundations of bud_vel and spores). - Kiev: DP "UkrNDNTs", 2017. - 72 p.
12. *Molodid O.S., Pokolenko V.O. Molodid O.O., Plohuta R.O., Musiyaka I.V.* Diahnostyka ekspluatatsiinoi prydatnosti budivelnykh konstruktsii yak peredumova prodovzhennia yikh zhyttievoho tsyklu (Diagnostics of the perational appurtenance of everyday structures as away of rethinking the continuation of their lifecycle. – K.: DP "Scientificandadvancedinstituteofbuddingvirobnizstva". - 2021. - No. 71. - P. 13 - 19.

Стаття надійшла 27.02.2023

Молодід О.С., Ковальчук О.Ю., Плюхута Р.О., Молодід О.О., Мусіяка І.В.

ОБСТЕЖЕННЯ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД ПОШКОДЖЕНИХ ВНАСЛІДОК ВІЙСЬКОВИХ ДІЙ НА ПРИКЛАДІ СМТ БОРОДЯНКА

Актуальність. За 38 днів окупації тільки на території Бородянської ОТГ близько 1000 будівель та споруд зазнали численних та різноманітних пошкоджень. Усі об'єкти будівництва в меншій чи більшій мірі зазнали впливу військових дій, що призвело, в окремих випадках, до порушення вимог щодо механічного опору та стійкості за граничним станом першої та другої групи. Таким чином, було важливим швидко обстежити об'єкти, що були пошкоджені внаслідок військових дій із подальшим опрацюванням отриманих матеріалів відповідними інстанціями. У результаті обстеження виокремили характерні дефекти та пошкодження різних типів будівельних конструкцій, надали їх опис та зовнішній вигляд, систематизували пошкодження / руйнування будівель залежно від виду зброї, що на них вплинула. Вид та ступінь ураження окремих будівельних конструкцій зокрема та будівель вціломузалежав від матеріалу конструкцій, конструктивних рішень будівлі та засобу, що викликав дане ураження.Окрім того,зазначеноосбяги об'єктів будівництва, що не підлягають відновленню і повинні бути ліквідовані, котрі потребують капітального ремонту та які потребують поточного ремонту. **Мета роботи.** За результатами обстеження багатоквартирних будинків та адміністративних будівель у смт. Бородянка Київської обл., що зазнали пошкоджень у наслідок дії збройної агресії зсрф систематизувати пошкодження / руйнування будівель залежно від виду зброї, що на них вплинула. **Результати.** За результатами проведеної роботи,виконано аналізнормативно-правової документації, що регламентує проведення обстежень об'єктів будівництва пошкоджених у наслідок військових дій. Виконано аналіз отриманих пошкоджень будівельних конструкцій, встановлено їх вплив на опір і стійкість об'єкту, систематизовано пошкодженняза видом засобів, що їх спричинили залежно від виду конструкцій.

Ключові слова: обстеження, військові дії, об'єкти будівництва, технічний стан, пошкодження, вибух, пожежа, вибухова хвиля.

УДК 69.059
Молодід О.С., Ковальчук О.Ю.,Скочко В.І.,ПлохутаР.О., Молодід О.О., Мусіяка І.В. **Обстеження будівель та споруд пошкоджених внаслідок військових дій на прикладі смт бородянка/** Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 328-343. – Англ.

Наведено результати обстеження пошкоджених у наслідок військових дій будівель та споруд у смт Бородянка. У результаті обстеження виокремили характерні дефекти та пошкодження різних типів будівельних конструкцій, надали їх опис та зовнішній вигляд, систематизували пошкодження/руйнування будівель залежно від виду зброї, що на них вплинула.

Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 12 назв.

UDC 69.059
Molodid O.S., Kovalchuk O.Yu., Skochko V.I., Plokhuta R.O., Molodid O.O., Musiiaka I.V. **Inspection of war-damaged buildings and structures by the example of urban settlement Borodianka /** Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 328-343.

The results of the inspection of the damaged buildings and structures as a result of military actions in the city of Borodyanka are given. As a result of the inspection, characteristic defects and damage of various types of building structures were identified, their description and appearance were provided, damage / destruction of buildings was systematized depending on the type of weapon that affected them.

Tabl. 1. Fig. 7. Ref. 12.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, МОЛОДІД Олександр Станіславович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Мобільний тел.: +38(067) 306-73-59
E-mail: molodid2005@ukr.net
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0001-8781-6579

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, с.н.с., КОВАЛЬЧУК Олександр Юрійович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Мобільний тел.: +38(067) 233-46-49
E-mail: kovalchuk.oyo@gmail.com
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0001-6337-0488

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, СКОЧКО Володимир Ігорович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Мобільний тел.:+380 50 947 85 03
E-mail: skochko.vi@knuba.edu.ua
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0002-1709-2621

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *Ph.D, доцент ПЛОХУТА Руслана Олександрівна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Мобільний тел.: +38(097) 864-44-38
E-mail: rysics@ukr.net
ORCIDID:https://orcid.org/0000-0002-3148-5376

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат економічних наук, доцент, МОЛОДІД Олена Олексіївна*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Мобільний тел.: +38(095) 870-32-79
E-mail: elena_demusenko@ukr.net
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0001-8211-3460

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *аспірант МУСІЯКА Іван Вікторович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Мобільний тел.: +38(095) 449-14-03
E-mail: ivan.musiiaka@gmail.com
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0003-0650-4413

УДК 539.3

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ЦИЛІНДРИЧНОЇ І КОНІЧНОЇ ОБОЛОНОК ПРИ ПЕРІОДИЧНОМУ ОСЬОВОМУ СТИСНЕННІ

О.М. Палій,
канд. техн. наук

О.О. Лук'янченко,
д-р техн. наук

А.А. Козак,
канд. техн. наук

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.344-352

Представлено порівняльний аналіз динамічної стійкості циліндричної і конічної оболонок з однаковими геометричними та механічними характеристиками при дії періодичного рівномірно розподіленого осьового стиснення. Дослідження стійкості усталених періодичних коливань тонких пружних оболонок базувалось на спільному використанні методу криволінійних сіток, проекційного методу і методу продовження розв'язку по параметру в поєднані з методом Ньютона–Канторовича. Геометрично нелінійні співвідношення теорії тонких пружних оболонок сформульовані на основі векторної апроксимації функції переміщень в загальній криволінійній системі координат в тензорній формі і задовольняли гіпотезам Кірхгофа-Лява. Дискретизація диференційних рівнянь усталених вимушених коливань в напрямку твірних оболонок здійснена за допомогою модифікованого кінцево-різницевого метода криволінійних сіток. В круговому напрямку компоненти векторів переміщень елементів серединної поверхні оболонок апроксимовані тригонометричними рядами. Зменшення кількості узагальнених координат дискретної динамічної моделі усталених вимушених коливань оболонок виконано методом редукції базису Бубнова-Гальоркіна. Здійснено перехід від векторних звичайних диференційних співвідношень до нелінійної системи алгебраїчних рівнянь. Побудова математичної моделі динамічної стійкості усталених вимушених нелінійних коливань тонких пружних оболонок виконана згідно теорії Флоке за допомогою проекційного методу. За критерій втрати стійкості прийнята рівність нулю визначника матриці лінеаризованих рівнянь усталених вимушених нелінійних коливань оболонок згідно теореми Ляпунова. Порівняно частоти і форми власних коливань циліндричної і конічної оболонок з однаковими геометричними і механічними характеристиками та граничними умовами, критичні значення динамічного навантаження і відповідні форми втрати стійкості оболонок в діапазоні нижчих частот їх власних коливань.

Ключові слова: циліндрична і конічна оболонки, періодичне осьове стиснення, динамічна стійкість, метод криволінійних сіток, метод продовження розв'язку за параметром, метод Ньютона–Канторовича.

Вступ. Необхідність забезпечити міцність і стійкість тонких оболонкових конструкцій на стадії проектування є актуальною проблемою будівельної механіки. Якісне проектування оболонок в значній мірі залежить від можливостей їх точного розрахунку, дослідження їх поведінки при різних видах навантажень і перевірки достовірності результатів розрахунку[1-3]. Вирішенням проблем розв'язку задач міцності, стійкості та коливань оболонок чисельними методами займаються вчені кафедр будівельної і теоретичної механіки

© Палій О.М., Лук'янченко О.О., Козак А.А.

Київського національного університету будівництва і архітектури [3, 5-11]. Одним з таких методів є модифікований метод кінцевих різниць − метод криволінійних сіток, який реалізовано у вигляді програмного обчислювального комплексу РЕДБАЗ [5]. Метод криволінійних сіток, який характеризується швидкою збіжністю за рахунок повного виключення похибки апроксимації коваріантної похідної від функції жорстких зміщень, дає можливість ефективно розв'язувати задачі будівельної механіки, в тому числі задачі динамічної стійкості оболонок в геометрично нелінійній постановці [6-8].

Метою даної статті є порівняльний аналіз нелінійних усталених коливань циліндричної і конічної оболонок з однаковими геометричними і механічними характеристиками від дії періодичного осьового стиснення; визначення критичних значень динамічного навантаження і відповідних форм втрати стійкості оболонок в діапазоні нижчих частот їх власних коливань.

1. Побудова кінцево-різницевих моделей усталених вимушених нелінійних коливань оболонок

Формування системи розрахункових рівнянь усталених вимушених нелінійних коливань циліндричної і конічної оболонок із застосуванням геометрично нелінійних співвідношень теорії тонких пружних оболонок виконано на основі векторної апроксимації функції переміщень в загальній криволінійній системі координат, які сформульовані в тензорній формі і задовольняють гіпотезам Кірхгофа-Лява. Дискретизація диференційних рівнянь усталених вимушених коливань в напрямку твірної оболонки здійснено за допомогою модифікованого кінцево-різницевого метода криволінійних сіток. В круговому напрямку компоненти вектора переміщень елемента серединної поверхні оболонки апроксимовані тригонометричними рядами. Зменшення кількості узагальнених координат дискретної динамічної моделі усталених вимушених коливань оболонок виконано методом редукції базису Бубнова-Гальоркіна. Такий підхід дозволив здійснити перехід від векторних звичайних диференційних співвідношень до нелінійної системи алгебраїчних рівнянь [5].

В статті розглянуто тонкі пружні циліндрична і конічна оболонки з однаковою висотою $L = 0,48$ м, радіусом $R = 0,2$ м і товщиною стінки $h = 0,002$ м. Для конічної оболонки малий радіус прийнято рівним $r = 0,15$ м. Механічні характеристики сталевих оболонок приймалися такими: модуль пружності – $2,06 \cdot 10^{11}$ Па, модуль зсуву – $0,79 \cdot 10^{11}$ Па, коефіцієнт поперечної деформації − 0,3 і густина – 7800 кг/м^3.

Серединна поверхня циліндричної оболонки описана в параметричному вигляді рівняннями

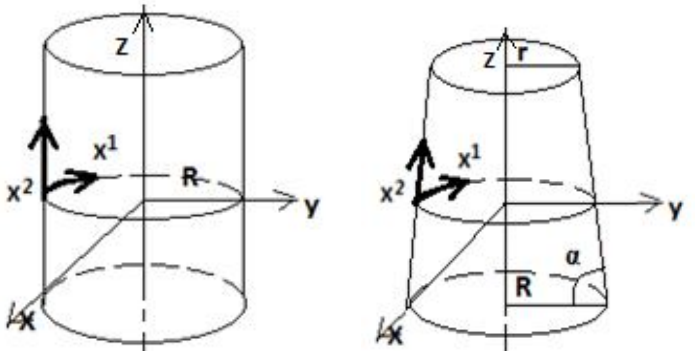
$$x = R\cos x^1, \quad y = R\sin x^1, \quad z = x^2, \tag{1}$$

де x^1, x^2 – колова і орієнтована в напрямку твірної координати відповідно (рис. 1 (а)).

Рівняння серединної поверхні конічної оболонки представлено в параметричному вигляді

$$x = (R - x^2 \cos\alpha)\cos x^1, \quad y = (R - x^2 \cos\alpha)\sin x^1, \quad z = x^2 \sin\alpha\ , \quad (2)$$

де x^1, x^2 – відповідно колова і орієнтована в напрямку твірної координати (рис. 1 (б)).



(а) (б)

Рис. 1. Кінцево-різницеві моделі оболонок: циліндричної (а), конічної (б)

Кількість вузлів кінцево-різницевої сітки вздовж твірних приймалась рівною 45 для двох оболонок. Задано такі граничні умови: на вузли верхнього краю оболонок накладено ковзне кріплення вздовж твірних, вузли іншого краю − жорстко закріплено.

До вузлів верхніх кромок оболонок прикладено періодичне рівномірно розподілене поздовжнє стиснення, інтенсивність якого змінювалось за законом

$$q = q_0 \cos\omega t\ , \quad (3)$$

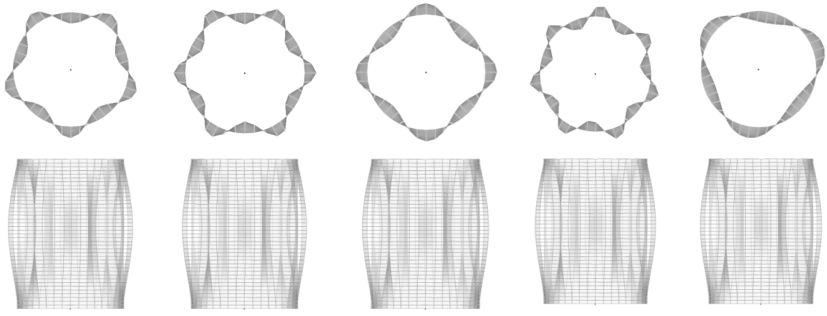
де q_0, ω – амплітуда і частота періодичного навантаження відповідно.

Система алгебраїчних рівнянь, які описують усталені вимушені нелінійні періодичні коливання тонких пружних оболонок має вид системи, наведених в статті [6].

2. Дослідження стійкості усталених коливань оболонок

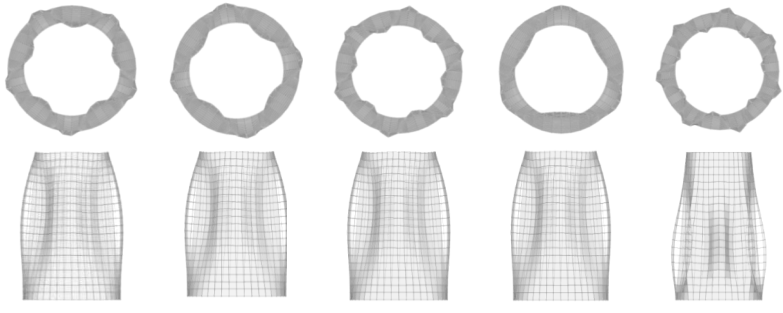
Якісна оцінка поведінки тонких оболонок при дії динамічних навантажень вимагає знання їх основних динамічних характеристик, а саме спектра частот і відповідних форм власних коливань. Тому на першому етапі досліджено власні коливання циліндричної і конічної оболонок із заданими геометричними і механічними параметрами за допомогою чисельного підходу, який реалізовано в програмному обчислювальному комплексі [5].

На рис. 2 і 3 представлено нижчі форми і частоти власних коливань циліндричної і конічної оболонок відповідно, які порівняно з результатами отриманими методом Ланцоша в програмному комплексі скінченно-елементного аналізу NASTRAN і їх виявлено співпадіння.



ν_1=490,05 Гц ν_2=533,01 Гц ν_3=561,78 Гц ν_4=651,84 Гц ν_5=781,78 Гц

Рис. 2. Форми і частоти власних коливань циліндричної оболонки



ν_1=540,12 Гц ν_2=554,53 Гц ν_3=648,03 Гц ν_4=749,99 Гц ν_5=818,01 Гц

Рис. 3. Форми і частоти власних коливань конічної оболонки

На наступному етапі досліджено стійкість вимушених усталених коливань циліндричної і конічної оболонок за допомогою чисельного підходу, який реалізовано в зазначеному програмному комплексі РЕДБАЗ [5]. Побудова математичної моделі динамічної стійкості усталених вимушених нелінійних коливань тонких пружних оболонок виконано згідно теорії Флоке за допомогою проекційного методу. За допомогою методу продовження розв'язку за параметром в поєднані з методом Ньютона-Канторовича отримано реалізації вимушених усталених коливань оболонок в діапазоні частоти періодичного збурення ω, який включає перші три частоти власних коливань оболонок. Критерієм втрати стійкості є рівність нулю визначника матриці лінеаризованих рівнянь усталених вимушених нелінійних коливань оболонки згідно теореми Ляпунова [5]. Граничне значення параметру інтенсивності збудження, при якому визначник змінює знак, характеризує верхню критичну точку або точку біфуркації.

В дослідженнях не враховано вплив демпфірування на динамічну стійкість оболонок у зв'язку з малим значенням параметра затухання для сталевих пружних тонких оболонок. В табл. 1 наведено критичні значення періодичного повздовжнього навантаження $q_{кр}$ на відповідних частотах

періодичного збурення ω та кількість півхвиль в коловому напрямку n циліндричної і конічної оболонок при втраті їх динамічної стійкості.

Таблиця 1

Критичні значення навантаження qкр (кН/м)
при відповідних частотах збурення ω ($с^{-1}$)

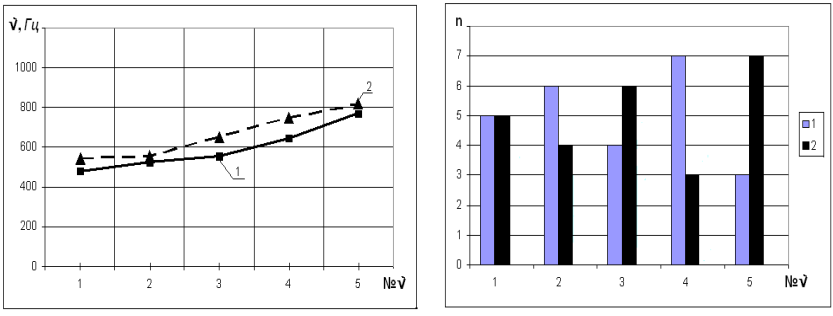
Циліндрична оболонка											
ω	n	$q_{кр}$	ω	n	$q_{кр}$	ω	n	$q_{кр}$	ω	n	$q_{кр}$
0	8	2800,05	2500	5	2350,05	3090	6	1800,05	3360	4	1700,05
100	8	2800,05	2800	5	1700,05	3100	6	1800,05	3370	4	1650,05
300	8	2800,05	3000	5	950,05	3150	6	1600,05	3390	4	1550,05
500	8	2800,05	3010	5	900,05	3160	6	1600,05	3400	4	1500,05
700	8	2850,05	3030	5	750,05	3180	6	1500,05	3450	4	1150,05
1000	8	2850,05	3050	5	600,05	3200	6	1400,05	3500	4	700,05
1400	8	2800,05	3060	5	500,05	3330	6	500,05	3520	4	400,05
1700	8	2750,05	3070	5	350,05	3340	6	350,05	**3528**	**4**	**0,05**
2000	8,9	2750,05	3080	5	100,05	3347	6	100,05	3550	7	2550,05
2300	5	2600,05	**3081**	**5**	**0,05**	**3348**	**6**	**0,05**	3600	7	2500,05
Конічна оболонка											
ω	n	$q_{кр}$	ω	n	$q_{кр}$	ω	n	$q_{кр}$	ω	n	$q_{кр}$
0	9	3650,05	2500	8,9	3555,05	3450	4	1350,05	3800	6	2925,04
500	9	3650,05	3000	5	2700,05	3500	4	945,05	4000	6	1800,04
700	9	3645,05	3100	5	2385,05	3510	4	810,05	4080	6	810,04
1000	9	3645,05	3200	5	2025,05	3520	4	675,05	4090	6	540,04
1400	9	3645,05	3400	5	855,05	**3545**	**4**	**0,05**	**4099**	**6**	**0,05**
1700	9	3600,05	3410	5	720,05	3600	6	3375,05			
2300	9	3555,05	**3438**	**5**	**0,05**	3650	6	330,05			

3. Порівняльний аналіз динамічної стійкості циліндричної і конічної оболонок

В статті виконано порівняння вище наведених результати розрахунку власних коливань і динамічної стійкості вимушених періодичних коливань циліндричної і конічної оболонок, які мають однакові геометричні і механічні характеристики. На рис. 4 порівняно нижчі частоти і кількість півхвиль в коловому напрямку відповідних форм власних коливань циліндричної і конічної оболонок.

Бачимо, що нижчі частоти власних коливань циліндричної оболонки менші за відповідні значення конічної (рис. 4 (а)). Кількість півхвиль в коловому напрямку відповідних форм власних коливань оболонок (рис. 4 (б)) збігається для першої частоти, для інших пар частот (2 і 3; 4 і 5) спостерігається чередування однакової різниці кількості півхвиль в коловому напрямку оболонок.

Результати дослідження динамічної стійкості усталених вимушених періодичних коливань циліндричної і конічної оболонок відображено на рис. 5. Наведено залежності значень критичного динамічного навантаження $q_{кр}$ від частоти періодичного збурення ω і кількість півхвиль в коловому напрямку оболонок при втраті динамічної стійкості.



(а) (б)

Рис. 4. Власні коливання циліндричної (1) та конічної (2) оболонок:
п’ять нижчих частот (а) і кількість півхвиль в коловому напрямку відповідної форми (б)

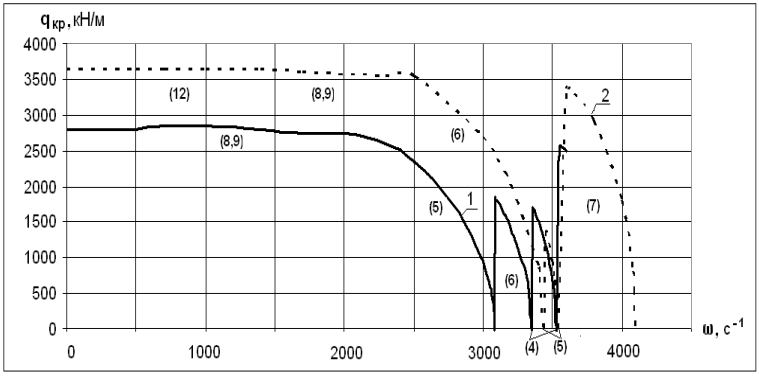


Рис. 5. Залежність критичних значень динамічного навантаження
циліндричної (1), конічної (2) оболонок від частоти збурення

Втрата динамічної стійкості циліндричної оболонки (крива 1) відбувається спочатку по шостій, потім по десятій формі власних коливань оболонки з відповідною кількістю півхвиль в коловому напрямку (вісім та дев’ять) і двома півхвилями вздовж твірної. При подальшому збільшенні частоти збурення до перетину кривою 1 осі частот на значенні, яке відповідає першій частоті власних коливань оболонки (резонансний характер втрати стійкості), форма втрати стійкості співпадає з першою формою власних коливань оболонки. На частотах збурення, які лежать між резонансними втратами стійкості, оболонка деформується по другій та третій формах власних коливань (рис. 2). Втрата стійкості конічної оболонки (крива 2) набуває резонансного характеру при перетині осі частот кривими на значеннях, які відповідають частотам власних коливань, форми втрати стійкості співпадають з формами власних коливань конічної оболонки (рис. 3).

Отримані результати показали, що критичні значення динамічного навантаження для конічної оболонки більші за значенням ніж для

циліндричної. Спостерігається співпадіння кількості півхвиль в коловому і твірному напрямках форм втрати динамічної стійкості на деяких діапазонах частот коливань (рис. 4).

Висновок. Чисельна методика, яка базується на спільному використанні модифікованого кінцево-різницевого метода − метода криволінійних сіток, проекційного методу і методу продовження розв'язку за параметром в поєднанні з методом Ньютона-Канторовича дозволила ефективно дослідити стійкість усталених вимушених періодичних коливань тонких пружних оболонок. Порівняльний аналіз динамічних характеристик циліндричної і конічної оболонок з однаковими геометричними та механічними параметрами від дії періодичного рівномірно розподіленого повздовжнього стиснення показав, що конічна оболонка є більш стійкою в заданому діапазоні частоти збурення.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
2. *Григолюк Е.И.*, *Кабанов В.В.* Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 359 с.
3. *Гуляев В.И., Баженов В.А., Гоцуляк Е.А., Дехтярюк Е.С., Лизунов П.П.* Устойчивость периодических процессов в нелинейных механических системах. Львів, Вища школа, 1983. – 287 с.
4. *Григоренко Я.М., Гуляев В.И.* Нелинейные задачи теории оболочек и методы их решения (обзор) // Прикладная механика, 1991. − Т. 27, №10. − С. 3-23 с.
5. *Гоцуляк Е.*А., *Заблоцкий С.В., Кондаков Г.С. и др.* Комплекс программ для расчета устойчивости и колебаний оболочек сложной формы (РЕДБАЗ). – Киев: КНУБА, 1988.
6. *Гайдайчук В.В., Киричук О.А., Палій О.М.* Динаміка повздовжніх коливань тонкої циліндричної оболонки // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2007. – Вип. 81. – С. 51-56.
7. *Киричук О.А., Палій О.М.* Вплив геометричних характеристик на стійкість усталених коливань циліндричних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2008. – Вип. 82. – С. 102-110.
8. *Киричук О.А., Палій О.М.* Математична модель параметричних нелінійних коливань тонких оболонок // Вістник ХНТУ. – Херсон: ХНТУ, 2008. – Вип. 2(31). – С. 230-234.
9. *Лук'янченко О.О., Палій О.М.* Чисельне моделювання стійкості параметричних коливань тонкостінної оболонки від'ємної гаусової кривизни // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн., К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 45-59.
10. *Палій О.М., Лук'янченко О.О.* Частотний аналіз відгуку гіперболічного параболоїда на періодичне повздовжнє навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 102. – С. 199-206.
11. *Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Палій О.М.* Періодичні коливання оболонки резервуару з реальними недосконалостями форми від дії поверхневого тиску // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 255-266.

REFERENCES

1. *Volmir A.S.* Ustojchivost deformirovanykh sistem [Stability of deformable systems]. –M.: Nauka, 1967, 984 s.
2. *Grigolyuk E.I., Kabanov V.V.* Ustoichivost obolochek [Shell stability]. – M.: Nauka, 1978, 359 s.
3. *Guliaev V.I., Bazhenov V.A., Gotsulyak E.A., Dekhtyaruk E.S., Lizunov P.P.* Ustojchivost periodicheskih proczesov v nelinejnyh mekhanicheskih sistemah [Stability of periodic processes in the nonlinear mechanical systems]. Lviv, Vyschia shkola, 1983, 287 s.(rus).
4. *Grigorenko Ya.M., Guliaev V.I.* Nelyneinye zadachy teoryy obolochek y metody ykh reshenyia (obzor) [Nonlinear tasks of theory of shells and methods of their decision (review)] // Prykladnaia mekhanyka, 1991. − T. 27, №10, S. 3-23 s.(rus).

5. *Gotsulyak E.A., Zablotsky S.V., Kondakov G.S. and other.* Kompleks programm dlya rascheta ustoychivosti i kolebaniy obolochek slozhnoy formy (REDBAZ) [Software for calculating the stability and vibrations of shells of complex shape] (REDBAZ). – Kyiv: KNUBA, 1988.(rus).
6. *Gaydaychuk V.V., Kirichuk A.A.*, *Paliy O.M.* Dynamika povzdovzhnikh kolyvan' tonkoyi tsylindrychnoyi obolonky [Dynamics of longitudinal vibrations of a thin cylindrical shell] // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2007. – Vyp. 81, S. 51-56 (ukr).
7. *Kirichuk A.A.*, *Paliy O.M.* Vplyv heometrychnykh kharakterystyk na stiykist' ustalenykh kolyvan' tsylindrychnykh obolonok [Influence of geometric characteristics on the stability of steady vibrations of cylindrical shells]// Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2008. – Vyp. 82, S. 102-110 (ukr).
8. *Kirichuk A.A.*, *Paliy O.M.* Matematychna model' parametrychnykh neliniynykh kolyvan' tonkykh obolonok [Mathematical model of parametric nonlinear vibrations of thin shells] // Vistnyk HNTU. – Herson: HNTU, 2008. – Vyp. 2(31), S. 230-234. (ukr).
9. *Lukianchenko O.O., Paliy O.M.* Chyselne modeliuvannia stiikosti parametrychnykh kolyvan tonkostinnoi obolonky vidiemnoi hausovoi kryvyzny [Numeral design of vibrations stability of the thin-walled shell with negative гаусової curvature] // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn., K.: KNUBA, 2018. – Vyp. 101, S. 45-59 (ukr).
10. *Paliy O.M., Lukianchenko O.O.* Chastotnyi analiz vidhuku hiperbolichnoho paraboloida na periodychne povzdovzhnie navantazhennia [Frequency analysis of response of hyperbolical paraboloid on the periodic longitudinal loading] // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2019. – Vyp. 102, S. 199-206 (ukr).
11. *Lukianchenko O.O., Kostina O.V., Paliy O.M.* Periodichni kolyvania obolonky rezervuaru z realnymy nedoskonalostiamy formy vid dii poverhnevogo tysku [Periodic vibrations of reservoir shell with the real shape imperfections under pressure] // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2022. – Vyp. 108, S. 255-266.(ukr).

Стаття надійшла 30.03.2023

Palii O.M., Lukianchenko O.O., Kozak A.A.

COMPARATIVE ANALYSIS OF DYNAMIC STABILITY OF CYLINDRICAL AND CONICAL SHELLS UNDER PERIODIC AXIAL COMPRESSION

A comparative analysis of the dynamic stability of cylindrical and conical shells with the same geometric and mechanical characteristics under periodic uniformly distributed axial compression was presented. The study of the stability of steady periodic vibrations of thin elastic shells was based on the joint use of the method of curvilinear grids, the projection method and the parameter continuation method combined with the Newton–Kantorovich method. Geometrically nonlinear relations of the thin elastic shells theory are formulated on the basis of the vector approximation of the displacements function in the general curvilinear coordinate system in tensor form and satisfy the Kirchhoff-Love hypothesis. The discretization of the differential equations of the steady forced vibrations in the direction of the generating shells using the method of curvilinear grids was carried out. The components of the elements displacement vectors of the shells middle surface in the circular directionare approximated by trigonometric series. Reduction of the number of generalized coordinates of the discrete dynamic model of shells steady forced vibrations was performed by the Bubnov-Galerkin basis reduction method. A transition from vector ordinary differential equations to a nonlinear system of algebraic equations was made. The construction of a mathematical model of the dynamic stability of steady forced nonlinear vibrations of thin elastic shells was performed according to Floquet's theory using the projection method. The criterion for the loss of stability was the equality to zero of the determinant of the matrix of linearized equations of steady forced nonlinear vibrations of shells according to the Lyapunov theorem. A comparative analysis of frequencies and modes of natural vibrations of cylindrical and conical shells with the same geometric and mechanical characteristics and boundary conditions was performed. Nonlinear steady vibrations of the shells due to periodic axial compression were studied. The critical values of the dynamic load and the corresponding forms of loss of shell stability in the range of lower frequencies of their natural vibrations were obtained.

Keywords: cylindrical and conical shell, periodic axial compresson, dynamic stability, method of curvilinear grids, parameter continuation method, Newton–Kantorovich method.

УДК 539.3
Палій О.М., Лук'янченко О.О., Козак А.А. **Порівняльний аналіз динамічної стійкості циліндричної і конічної оболонок при періодичному осьовому стисненні** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 344-352.
Досліджена стійкість усталених вимушених періодичних коливань тонких пружних оболонок за допомогою модифікованого кінцево–різницевого методу криволінійних сіток, проекційного методу і методу продовження розв'язку за параметром в поєднані з методом Ньютона–Канторовича. Виконано порівняльний аналіз динамічної стійкості циліндричної і конічної оболонок з однаковими геометричними та механічними параметрами від дії періодичного рівномірно розподіленого осьового стиснення.
Табл. 1. Іл. 5. Бібліогр. 11 назв.

УДК 539.3
Palii O.M., Lukianchenko O.O., Kozak A.A. **Comparative analysis of dynamic stability of cylindrical and conical shells under periodic axial compression //** Strength of Materials and Theory of Structures: Science-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 344-352.
The stability of steady forced periodic vibrations of thin elastic shells was researched by the method of curvilinear grids, the projection method and the method of parameter continuation in combination with the Newton–Kantorovich method. A comparative analysis of the dynamic stability of cylindrical and conical shells with the same geometric and mechanical parameters under the action of periodic axial compression was executed.
Tab. 1. Fig. 5. References 11 items.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки КНУБА, ПАЛІЙ Оксана Миколаївна.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ПАЛІЙ Оксані Миколаївні.*
Робочий тел.: +38(044) 241-55-72
Мобільний тел.: +38(067) 236-39-85
E-mail: palii.om@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-5958-1862

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, професор кафедри теоретичної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.*
Робочий тел.: +38(044) 241-54-20
Мобільний тел.: +38(095) 727-18-25
E-mail: lukianchenko.oo@knuba.edu.ua, lukianch0907@meta.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-1794-6030

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА, КОЗАК Андрій Анатолійович.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури КОЗАКУ Андрію Анатолійовичу.*
Робочий тел.: +38(044)248-3237
Мобільний тел.: +38(066) 1997036
E-mail: kozak.aa@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3192-1430

УДК 539.3; 624.073.4

ВПЛИВ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ І ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВНУТРІШНЬОГО НЕСУЧОГО ШАРУ НА ДИНАМІЧНІ ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ ТРИШАРОВОЇ НАПІВСФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

В.В. Гайдайчук,
д-р техн. наук

А.М. Мамедов,
канд. техн. наук

К.Е. Котенко,
канд. техн. наук

Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.353-360

Досліджено вплив геометричних параметрів і фізико фізико-механічних властивостей внутрішнього несучого шару тришарової сферичної структури на її динамічну поведінку при внутрішньому імпульсному навантаженні. Створена скінченно-елементна модель структури і виконані розрахунки нормальних прогинів U_3 інормальних напружень σ_{22} її несучих шарів програмно-розрахунковим комплексом *Fimap with NX Nastran*. Розглянуто варіанти зменшення негативного впливу неефективних конструкторських рішень.

Ключові слова: тришарова напівсферична оболонка, внутрішній несучий шар, скінченно-елементний метод, імпульсне навантаження, динамічний перехідний процес.

Вступ. Сучасні конструкторсько-технологічні рішення машин, механізмів, будівельних і інших конструкцій часто використовують елементи і деталі тонкостінних шаруватих оболонок. Це зменшує металоємність і вагу конструкцій та гарантує їх надійність, особливо при використані оболонок стійких до динамічних впливів. Але, якщо на сучасному науково-технічному рівні ця проблема в значній мірі вирішена, то подальший технічний прогрес потребує відповідного вдосконалення її вирішення.

Тришарові оболонкові структури сучасних зразків, як показує практика, значно відрізняються геометричними параметрами і фізико-механічними властивостями їх несучих шарів, що в деякій мірі спрощує вирішення проблеми забезпечення надійності таких структур. Завдяки застосуванню зсувної теорії оболонок і стержнів моделі Тимошенко [1] і використанню принципу стаціонарності Гамільтона-Остроградського, визначена динамічна поведінка кожного шару структури окремо, здійснено порівняльний аналіз їх результатів та зроблені висновки і рекомендації відносно подальшого використанняаналізуємих структур, відповідаючих вимогам забезпечення стійкості до динамічних впливів.

Використання таких оболонок в сучасних надзвукових літальних

© Гайдайчук В.В.,Мамедов А.М., Котенко К.Е.

апаратах, багаторазових космічних транспортних системах, об'єктах енергетики, нафтохімічної та інших галузях, потребує врахування змін їх експлуатаційних факторів та передбачає визначення напрямків вдосконалення їх конструкційних рішень. Запити практики послужили основою для створення і розширення конструкцій оболонок, відповідаючих таким вимогам.

Об'єкт дослідження

Розглядаються три варіанти (*А*, *Б*, *В*) тонкої напівсферичної тришарової структури (рис. 1) зрізними геометричними параметрами і фізико-механічними властивостями їх несучих шарів. Всі варіанти структури мають однакові геометричні розміри, жорстко затиснену основу, а полімерні заповнювачі в них армовані трьома горизонтальними паралельними ребрами жорсткості, розташованими в точках:

$x_j = [41 + 40(k-1)] \cdot \Delta x \ \ (k = 1 \div 3), \ \Delta\alpha_1 = (\pi/2)/160.$

В першому варіанті (*А*) тришарової структуривнутрішній і зовнішній несучі шари виготовлені із алюмінієвого сплаву *АМГ-6* (E_1= =E_2=$7 \cdot 10^{10}$ Па) і мають однакові товщини ($h_1 = h_2 = 0{,}001$м). У другому (*Б*) обидва несучі шари виготовлені із того ж самого матеріалу, але їх товщини значно відрізняються ($h_1 = 0{,}003$м; $h_2 = 0{,}001$м). А у третьому варіанті (*В*) несучі шари мають однакову товщину ($h_1 = h_2 = 0{,}001$м), але відрізняються фізико-механічними властивостями. Внутрішній шар *1* виготовлений із сталі ($E_1 = 2{,}1 \cdot 10^{11}$Па), а зовнішній *2* – із алюмінієвого сплаву *АМГ-6* (E_2=$7 \cdot 10^{10}$Па). Пружність легкого полімерного заповнювача в усіх варіантах складає E_t=$2*10^7$ Па.

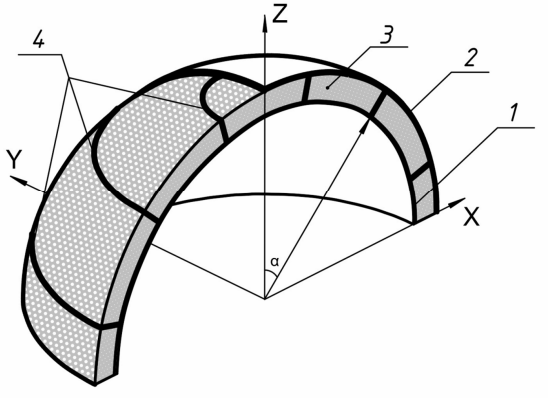


Рис. 1. Конструкція шаруватої сферичної оболонки з полімерним заповнювачем армованим ребрами жорсткості: 1 – внутрішній шар; 2 – полімерний заповнювач; 3 – зовнішній шар; 4 – армуючі ребра

Однаковою є загальна товщина стінки всіх варіантів структури (h=0,012 м), і їхній радіус R=0,3 м. Інші характеристики мають наступні значення: щільність алюмінієвого сплаву $2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, сталі $7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3,коефіцієнти Пуассона металів 0,3, а заповнювача 0,27.

Розподіл імпульсного навантаження $P(t)$ здійснювався, згідно приведеному (1):

$$P(t) = A \cdot \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)], \quad (1)$$

де: $\eta(t)$ – функція Хевісайда; A – амплітуда імпульсного навантаження; T – тривалість часу навантаження; t – часовий інтервал.

Параметри навантаження приймались: $A = 10^6$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с. Контроль динамічної поведінки аналізуємих структуроцінювався по змінах величин нормальних прогинів u_3^1 (на графіках - крива *1*) і u_3^2 (на графіках - крива *2*) та нормальних напружень σ_{22}^1 (крива *1*) і σ_{22}^2 (крива *2*) в серединних поверхнях несучих шарів від кутової координати α в часовому інтервалі $0 \le t \le 10T$. В даному випадку задача розв'язувалася на інтервалі $[-\pi/2, \pi/2]$. В силу симетрії відносно вершини сфери при $\alpha = 0$ розглядався інтервал $[0, \pi/2]$.

Рівняння коливань таких пружних структур, як відомо [2], мають вид:

$$\frac{1}{\sin\alpha}\frac{\partial}{\partial s_i}(\sin\alpha\, T_{11}^i) - \frac{1}{R_i}(\operatorname{ctg}\alpha\, T_{22}^i - T_{13}^i) - \frac{1}{R_t} T_{13}^i = \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_1^i}{\partial t^2};$$

$$\frac{1}{\sin\alpha}\frac{\partial}{\partial s_i}(\sin\alpha\, T_{13}^i) - \frac{1}{R_i}(T_{11}^i + T_{22}^i) - \frac{1}{R_t h_t}(M_{11}^i + M_{22}^i) + P_3 = \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_3^i}{\partial t^2};$$

$$\frac{1}{\sin\alpha}\frac{\partial}{\partial s_i}(\sin\alpha\, M_{11}^i) - \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{R_i} M_{22}^i - T_{13}^i = \frac{\rho_i h_i^3}{12}\frac{\partial^2 \varphi_1^i}{\partial t^2} \quad (i = 1, 2);$$

$$\frac{1}{\sin\alpha}\frac{\partial}{\partial s_t}(\sin\alpha\, M_{11}^t) - T_{13}^i + \frac{1}{R_{t1}} M_{13}^t = \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_1^i}{\partial t^2};$$

$$\frac{1}{\sin\alpha}\frac{\partial}{\partial s_t}(\sin\alpha\, T_{13}^t) - \frac{1}{R_t}(T_{11}^i + T_{22}^i) = \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_{03}^i}{\partial t^2};$$

$$\left[T_{11}^{i\pm}\right]_j = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2}; \left[T_{13}^{i\pm}\right]_j = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2}; \left[M_{11}^{i\pm}\right]_j = \rho_j I_{krj} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Ці рівняння руху несиметричних тришарових пружних структур описуються двома системами гіперболічних рівнянь дев'ятого порядку,які утворюються за рахунок врахування таких факторів як виготовлення несучих шарів з різних матеріалів, так і розривних коефіцієнтів «несучі шари-армуючі ребра».

На лініях розривів в рівняннях коливань (2) величини $\left[T_{11}^{i\pm}\right]_j; \left[T_{13}^{i\pm}\right]_j; \left[M_{11}^{i\pm}\right]_j$ – відповідають зусиллям і моментам, які діють на j-й дискретний елемент з боку несучих шарів.

Однак, високий порядок цих рівнянь і складність розрахунків пов'язана з врахуванням в них властивостей різного матеріалу несучих

шарів і полімерного заповнювача та врахування інших особливостей структури зменшує оперативність виконання аналітичних розрахунків.

В наведеній роботі розрахунки показників напружено-деформованого стану структур здійснювались скінченно-елементним методом [3] за допомогою скінченно-елементної моделі даної структури (рис. 2).

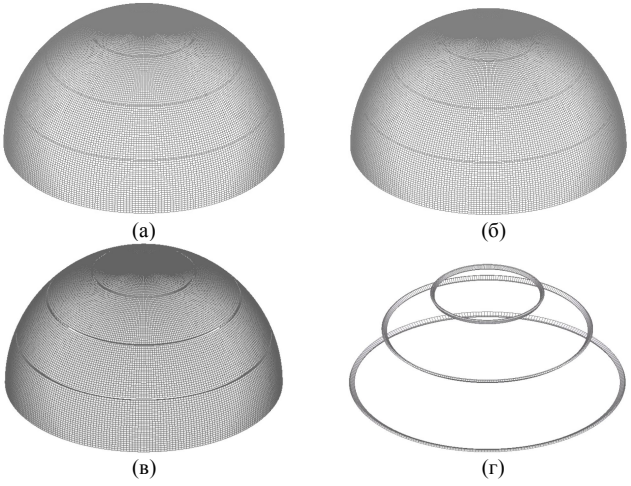
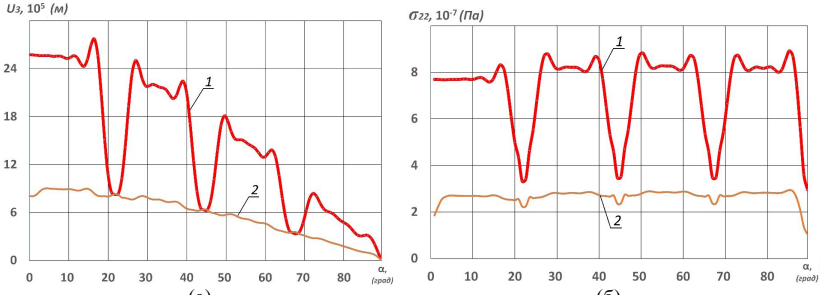


Рис. 2. Скінченно-елементна модель тришарової напівсферичної оболонки:
(а) – обшивка несуча внутрішня; (б) – теж саме зовнішня;
(в) – полімерний заповнювач; (г) – армуючі ребра

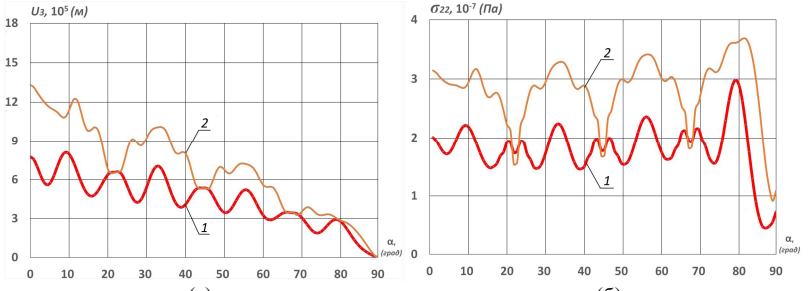
При її створенні був використаний тривимірний скінченнийелемент типу *Solid,* який по ступеню увігнутості, звуженню і закривленню, внутрішнім кутам та іншим показникам відповідав вимогам забезпечення якості скінченно-елементної сітки комплексу *Nastran* [2]. Загальна кількість таких елементів в моделях становить 154500, а кількість вузлів дорівнює 185407. В варіантах (*А* і *В*) кількість скінченних елементів обох несучих шарів становить 25750, а полімерного заповнювача - 128750. В варіанті (*Б*) їх кількість становить відповідно: 51500 і 103000. Розрахунки виконувались програмно-розрахунковим комплексом *Fimap with NXNastran* алгоритмом прямого перехідного динамічного процесу.

Результати розрахунків наведені в графічних залежностях на рис. 3, 4, 5. Вони підтверджують значимість впливу геометричних параметрів і фізико-механічних властивостей внутрішнього шару аналізуємої оболонкової структури. В першому її варіанті (*А*) максимальна величина нормального прогину u_3^1 і нормального напруження σ_{22}^1 становить відповідно 27 10^{-5}м і 9,5·10^{-7}Па (рис. 3), а при збільшенні товщини шару (h_1=0,003м) величини нормальних прогинів і нормальних напружень зменшились більш ніж в три рази (рис. 4).



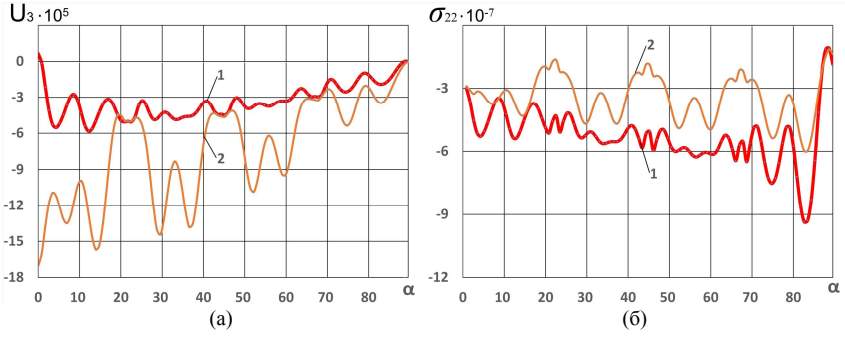
(а) (б)

Рис. 3. Максимальні величини нормальних прогинів (а) і напружень (б) несучих шарів напівсферичної тришарової структури із армованим полімерним заповнювачем E_1/E_t= 3,5 10^3: 1– шар внутрішній алюміній; 2 – теж саме зовнішній алюміній



(а) (б)

Рис. 4. Максимальні величини нормальних прогинів (а) і напружень (б) несучих шарів напівсферичної тришарової структури із армованим полімерним заповнювачем E_1/E_t= 3,5 10^3: 1– шар внутрішній алюміній; 2 – теж саме зовнішній алюміній



(а) (б)

Рис. 5. Максимальні величини нормальних прогинів (а) і напружень (б) несучих шарів напівсферичної тришарової структури із армованим полімерним заповнювачем E_1/E_t=10^4: 1– шар внутрішній сталь; 2 – теж саме зовнішній алюміній

Подібний характер впливу засвідчують і результати відображаючі зміни фізико-механічних властивостей матеріалу внутрішнього несучого шару на динаміку даної структури. Заміна алюмінієвого матеріалу стальним при однакових інших геометричних параметрах цього несучого

шару (h_1=h_2=0,001 м) зменшила величини нормального прогину u_3^1 більш як в 4 рази (рис. 5).

Подібний характер впливу геометричних параметрів і фізико-механічних властивостей його матеріалу прямо або побічно підтверджують і результати інших робіт [5-7].

Таким чином, із розглянутих варіантів конструкцій тришарової напівсферичної структури найбільш оптимальним виявились варіанти (*Б* і *В*). В цьому відношенні представляється логічним пошук більш ефективної конструкції структури.

Крім приведених вище заходів забезпеченню стійкості до динамічних впливів і надійності шаруватих структур може сприяти: використання полімерного заповнювача більш підвищеної пружності [8], збільшення інтенсивності його армування [9], виготовлення зовнішнього несучого шару із інших матеріалів з більш високими параметрами механічних властивостей.

Висновки

1. Геометричні параметри і фізико-механічні властивості внутрішнього несучого шару оболонковоїсферичної структури при внутрішньому імпульсному навантаженні є значними і потребують врахування при оптимізації конструктивно-технологічних рішень таких структур.

2. Ефективним фактором стійкості до динамічних впливів шаруватих сферичних оболонкових структур є забезпечення оптимальних співвідношень геометричних параметрів і фізико-механічних характеристик матеріалів їх несучих шарів та полімерного заповнювача.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
2. *Луговий П.З.* Динаміка конструктивно-неоднорідних оболонкових структур: монографія/П.З. Луговий, В.Ф.Мейш, Ю.А. Мейш/– К.:Ліра-К, 2022. – 336 с.
3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. – 392 с.
4. *Рычков С.П.* Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2016. – 784 с.
5. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Orlenko S.P., Kotenko K.E.* Dynamics of Sandwich Conical Shells with a Discretely Inhomogeneous Core Under Nonstationary Loading."International Applied Mechanics", 2022, 58(4), p. 410–422.
6. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Stress–Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading. "International Applied Mechanics", 2021, 57(4), p. 395–404.
7. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Ruvin O.G.* Impact of pulse dynamicloading direction and surface curvature on the stress-strain state of a three-layer spherical shell. Опір матеріалів і теорія споруд: науково-техн. збірн. – 2022. – Issue. 108. – P. – 171-177.
8. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Snizhko N.A.* Impact of engineering/technology factors and nonstationary loads on the stress-strain state of a three-layer cylindrical shell. Опір матеріалів і теорія споруд: науково-техн. збірн. – 2021. – Issue. 107. – P. – 281-287.
9. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lavinsky D.S.* Impact of elasticity of polymer filler of three-layer cylindrical structure of elliptical section on its behavior under internal impulse loading. Опір матеріалів і теорія споруд: науково-техн. збірн.–К.: КНУБА, 2022, Issue 109. – p. 467-472.

REFERENCES

1. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
2. *Lugovoi P.Z.* Dyinamika konstruktyivno-neodnoridnyih obolonkovyih struktur: monografiya(Dynamics of structurally inhomogenous shell structures: monograph)/P.Z. Lugovoi, V. FMeish, Y. aMeish/ – K.:Lira-K, 2022. – 336 p.
3. *Segerlind L.* Primenenie metoda konechnyih elementov (Application of the finite element method). M.: Mir, 1979- 392 p.
4. *Rychkov S.P.* Modelirovanie konstruktsiy v srede Femap with NX Nastran (Structural modeling in Femap with NX Nastran).-M.: DMK Press, 2016.-784 p.
5. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Dynamics of Sandwich Conical Shells with a Discretely Inhomogeneous Core Under Nonstationary Loading 2022, 58(4), P. 410–422.
6. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Stress–Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2021, 57(4), P. 395–404.
7. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., RuvinO.G.* Impact of pulse dynamicloading direction and surface curvature on the stress-strain state of a three-layer spherical shell. Опір матеріалів і теорія споруд: науково-техн. збірн. – 2022. – Issue. 108. – P. – 171-177.
8. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Snizhko N.A.* Impact of engineering/technology factors and nonstationary loads on the stress-strain state of a three-layer cylindrical shell. Опір матеріалів і теорія споруд: науково-техн. збірн. – 2021.–К.: КНУБА, – Issue. 107. – P. – 281-287.
9. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lavinsky D.S.* Impact of elasticity of polymer filler of three-layer cylindrical structure of elliptical section on its behavior under internal impulse loading / Опір матеріалів і теорія споруд: науково-техн. збірн.–К.: КНУБА, 2022, Issue 109. – P. 467-472.

Стаття надійшла 23.02.2023

Гайдайчук В.В., Мамедов А.М., Котенко К.Е.

ВПЛИВ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ І ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВНУТРІШНЬОГО НЕСУЧОГО ШАРУ НА ДИНАМІЧНІ ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ ТРИШАРОВОЇ НАПІВСФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Досліджено вплив геометричних параметрів і фізико-механічних властивостей внутрішнього несучого шару тришарової сферичної структури на його динамічну поведінку при внутрішньому імпульсному навантаженні. Створено скінченно-елементну модель структури та проведено розрахунки нормальних прогинів і нормальних напружень її несучих шарів програмно-розрахунковим комплексом *Fimap NX Nastran*. Розглянуто варіанти зменшення негативного впливу неефективних конструкторських рішень.

Геометричні параметри та фізико-механічні властивості внутрішнього несучого шару оболонки при внутрішньому імпульсному навантаженні є суттєвими та потребують урахування при оптимізації конструктивно-технологічних рішень таких структур.

Ефективним показником стійкості до динамічних впливів шаруватих сферичних оболонкових структур є забезпечення оптимальних співвідношень геометричних параметрів і фізико-механічних характеристик матеріалів їх несучих шарів і полімерного заповнювача.

Ключові слова:тришарова напівсферична оболонка, внутрішній несучий шар, скінченно-елементний метод, імпульсне навантаження, динамічний перехідний процес.

Gaidaichuk V.V., *Mamedov A.M., Kotenko K.E.*

IMPACT OF GEOMETRIC PARAMETERS AND PHYSICAL-MECHANICAL PROPERTIES OF THE INTERNAL BEARING LAYER ON THE DYNAMIC TRANSIENT PROCESSES OF THE THREE-LAYER HEMISPHERICAL SHELL

The effect of geometrical parameters and physical-mechanical properties of the internal bearing layer of a three-layer spherical structure on its dynamic behavior under internal impulse loading was investigated. A finite-element model of the structure was created and calculations of normal deflections and normal stresses of its bearing layers were performed using the Fimap with

NX Nastran software and calculation complex. Options for reducing the negative impact of inefficient design solutions are considered.

Geometric parameters and physical and mechanical properties of the internal bearing layer of the shell structure under internal impulse loading are significant.

An effective factor of stability to dynamic influences of layered shell structures is the provision of optimal ratios of geometric parameters and physical and mechanical characteristics of the materials of their bearing layers and polymer aggregate.

Key words: three-layer hemispherical shell, inner bearing layer, finite element method, impulse load, dynamic transient processes.

УДК 539.3
Гайдайчук В.В., Мамедов А.М., Котенко К.Е. **Вплив геометричних параметрів і фізико-механічних властивостей внутрішнього несучого шару на динамічніперехідніпроцеси тришарової напівсферичної оболонки //** Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 353-360.
Іл. 5. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.3
Gaidaichuk V.V., Mamedov A.M., Kotenko K.E. **Impact of geometric parameters and physical-mechanical properties of the internal bearing layer on the dynamic transient processes of the three-layer hemispherical shell//** Strength of Materials and Theory of Structures: Science-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 353-360.
Fig. 5. Ref. 9.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович
Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, ГАЙДАЙЧУКУ В.В.
Роб. тел. +380 (44) 241-55-72
E-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-2059-7433

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, декан факультету урбаністики та просторового планування, Київський національний університет будівництва і архітектури МАМЕДОВ Алірза Махмудович
Адреса робоча:03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 430, Київський національний університет будівництва і архітектури, деканат факультету урбаністики та просторового планування, МАМЕДОВУ А.М.
Роб. тел. +380 (44) 248-30-32; +380 (44) 241-55-11
E-mail: mamedov.am@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/ 0000-0003-4703-2694

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури КОТЕНКО Костянтин Едуардович.
Адреса робоча:03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, КОТЕНКУ К.Е.
Роб. тел. +380 (44) 241-55-72
E-mail: 1969box@mail.ru
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3181-3819

UDC 621.9.0255

RESULTS OF EXPERIMENTAL RESEARCH ON THE CUTTING OF HIGHLY ABRASIVE MATERIALS WITH ABRASIVE REINFORCED CIRCLES

Yu.V. Maksimyuk,
Doctor of Science (Engineering), Professor

K.I. Pochka,
Doctor of Science (Engineering), Professor

Yu.D. Abrashkevych,
Doctor of Science (Engineering), Professor

M.O. Prystailo,
Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

A.G. Polishchuk

Kyiv National University of Construction and Architecture

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.361-374

In order to carry out experimental studies of the process of cutting highly abrasive materials with abrasive reinforced wheels, a dynamometer stand for registering the force load of the author's design of the KNUCA was modified, which made it possible to conduct full-fledged experimental studies taking into account all the valid factors of the interaction of the working environment and the working body during cutting with the supply of water to the cutting zone to dedust the working process As a working environment, it is proposed to use refractory bricks, and as a working body - an abrasive reinforced wheel for cutting highly abrasive materials with a strength of up to 60 MPa. As a result of the research conducted for the dynamometric stand for force load registration during the study of the process of cutting highly abrasive materials with an abrasive reinforced wheel, the tangential forces that perform the work of destruction and overcoming friction between the side surfaces of the wheel and the material were analytically determined. According to the results of theoretical studies, it was established that the limits of the change in the resistance to cutting, determined for a natural installation for cutting highly abrasive materials (refractories) with an abrasive reinforced wheel and for a laboratory stand, are the same, and the nature of their change is also similar and related by a similarity coefficient.

In order to check the adequacy of theoretical calculations, experimental studies of cutting refractory bricks with temporary resistance to uniaxial compression of the rock $\sigma_в$=60 MPa were carried out on a dynamometric stand. When conducting experimental studies, normal and tangential forces were simultaneously measured, which perform the work of destruction and overcoming friction between the side surfaces of the circle and the material. The main attention was paid to oscillograms of tangential (directed tangentially to the working body) forces. The conducted experimental studies fully confirm the adequacy of the theoretical calculations, and the comparison of the theoretical and experimental results of determining the tangential cutting forces showed their sufficient convergence and, accordingly, the legitimacy of using analytical expressions when calculating the power parameters of machines with an abrasive tool. The values of the tangential cutting forces that perform the work of destroying and overcoming the frictional forces between the side surfaces of the wheel and the material, which were determined theoretically taking into account the similarity coefficients used in physical modeling for the given laboratory bench for recording the cutting forces of highly abrasive materials by abrasive reinforced wheels, compared with the results tangential cutting forces determined experimentally on this stand. The maximum value of the error in determining the

© Maksimyuk Yu.V., Pochka K.I., Abrashkevych Yu.D., Prystailo M.O., Polishchuk A.G.

tangential cutting forces theoretically and experimentally on the laboratory bench for recording the cutting forces of highly abrasive materials with abrasive reinforced wheels is Δ_δ=13,8%.

Keywords: laboratory stand, experimental studies, abrasive wheel, forces, cutting speed, feed speed.

Introduction. Construction and assembly works are characterized by the fact that they are performed in purely specific conditions, which differ from the conditions of factory production. These works can be performed in limited conditions, in places difficult to access, in open areas, etc. [1]. Cutting machines, the working body of which are abrasive reinforced wheels, were especially widely used during construction and assembly works [1, 2]. For the successful operation of cutting machines with abrasive reinforced wheels, strict conditions are imposed on the processing method and the design of the corresponding mechanisms, on their working tools, which, in turn, affects economic efficiency, high energy performance, and ease of use [1-5].

Despite the indicated advantages and great interest in abrasive processing of materials for construction, assembly and repair works, its possibilities have not yet been fully revealed [6]. This is mainly due to the fact that not enough attention is paid to the study of the peculiarities of work in such conditions, which occur in the process of abrasive processing of various materials, as well as to its practical implementation. The mass (industrial) use of this method of processing is connected with the solution of a number of problems to increase the efficiency of their use: optimization of cutting modes and heating of the processing material, improvement of accuracy, increase of indicators of stability of the abrasive tool, reduction of time for further processing, improvement of ergonomic indicators of the operator's work at mechanization of production processes. Therefore, the issue of the theory and practice of abrasive wheel processing processes, the disclosure of its physical mechanism requires further in-depth study.

Analysis of publications. In order to check the adequacy of theoretical studies, experimental studies are conducted followed by a comparative analysis of the results obtained in the process of theoretical and experimental studies. In works [1-7] equipment for assembly work, the working body of which is abrasive reinforced wheels, is considered, calculations of their operational indicators, power parameters are given, the influence of thermal processes on the performance of cutting tools, features and operating conditions of the specified machines are investigated. The work [8] presents the development of a device for cutting highly abrasive materials with diamond discs and abrasive reinforced circles. In works [9-11], a method of non-parametric construction of the dynamics of abrasive wear of working surfaces is proposed and the factors affecting abrasive wear resistance are considered, the differences in the calculations of high-speed working bodies depending on the kinematics of their work processes are given. The works [12-17] present mathematical models for technical systems with different intensity of movement of working (executive) bodies, give their detailed description with working conditions, and provide a solution that makes it possible to evaluate the dynamics of such systems taking into account the connections between the source energy, intermediate elements, transmission mechanism and working body. The conducted analysis of literary

sources allows us to create an idea of the dependence of power parameters of working bodies of technical systems on their kinematic characteristics.

Purpose of the paper. The purpose of this work is to present the results of experimental studies of cutting highly abrasive materials with abrasive reinforced wheels, followed by a comparative analysis of the results obtained in the course of theoretical studies.

Research results. As a rule, natural research objects and their models are used for conducting experimental research [18]. In a natural experiment, means of experimental research interact directly with the object of research, and in a model experiment - with its simulated prototype. When conducting model experimental research, the model acts as a means of experimental research and a direct object of research. Nowadays, the creation of a natural installation for cutting highly abrasive materials (refractories) with an abrasive reinforced wheel for the purpose of conducting experimental research would lead to a significant expenditure of time and money. Taking this into account, a physical model of an installation for cutting highly abrasive materials with abrasive reinforced circles [19]. was built, which is similar to a full-scale installation for cutting highly abrasive materials [8]. As a physical model of the installation, taking into account the similarity coefficients and the intended research tasks, a dynamometer stand [20-23] for registering the force load (Fig. 1) of the author's design of the KNUCA for researching the process of cutting highly abrasive materials with an abrasive reinforced wheel was refined, which allowed to conduct full-fledged experimental studies with taking into account all valid factors of the interaction of the working environment and the working body during cutting with the supply of water to the cutting zone for dedusting the work process.



Fig. 1. Dynamometric bench for registering force load

The laboratory stand, which allows you to perform dynamometric measurements, has the following structure: a frame on which a trolley is mounted on guide beams with the help of rollers, a holder is attached to it through tensometric beams, in which the mechanism for driving the rotation of the working body - an abrasive reinforced wheel - is fixed through an adapter. The trolley of the laboratory stand is equipped with a lifting and lowering mechanism with a handle that allows you to adjust the cutting depth. The possibility of horizontal movement of the cart is realized by means of a screw-nut transmission, a V-belt transmission with a gear ratio $u = 2{,}5$ and an electric motor with power $N = 2{,}5\,\text{kW}$ and frequency of rotation of the rotor $n = 980\,\text{rot/min}$ with a control panel and limit switches.

The trolley is equipped with a tare mechanism for a horizontal beam and a tare mechanism for a vertical beam. The test material is rigidly fixed on the mounting surface with the help of a mechanical vice. As a mechanism for driving the rotation of the working body $N = 2{,}2\,\text{kW}$, a manual angle grinder with a capacity of an abrasive reinforced circle with a diameter $d = 125\,\text{mm}$ and frequency of rotation $n = 3000...11000\ \text{rot/min}$ was used. A refractory brick with temporary resistance $\sigma_в = 60\,\text{MPa}$ to uniaxial rock compression was used as the experimental material.

The speed of the horizontal movement of the carriage with the angle grinder in the cutting zone was ensured by connecting the drive electric motor through the frequency converter "Frecon" FR150A. Thanks to the frequency converter, it is possible to change the current frequency of the drive electric motor, which in turn leads to a change in the speed of the horizontal movement of the cart with the angle grinder in the cutting zone. The frequency of rotation of the abrasive reinforced wheel was set using the regulator of the manual angle grinder. The number of revolutions was measured using a digital phototachometer.

For the given laboratory stand for recording the cutting forces of highly abrasive materials with abrasive reinforced wheels with the equipment described above, taking into account the similarity coefficients used in physical modeling, the tangential forces that perform the work of destruction and overcoming friction between the side surfaces of the wheel and the material were determined [5, 8, 24, 25]:

$$P_z = K_z \cdot \frac{V_n^x}{V_p^y} \cdot \sigma_в \cdot H^{z_1} + K_n \cdot \sigma_в \cdot H^{y_1}, \qquad (1)$$

where K_z – is a coefficient that depends on the composition of the abrasive mass of the wheel, m; V_n – feed speed – horizontal movement of the cart with the angle grinder in the cutting zone, m/s; V_p – circular cutting speed, m/s; $\sigma_в$ – temporary resistance to uniaxial compression of the rock, Pa; H – cutting depth, m; K_n – coefficient depending on the design of the circle, m;

x, y, y_1, z_1 – degree indicators that depend on the conditions of interaction of the working body with the working environment.

For the laboratory bench, taking into account the similarity coefficients used in physical modeling [19], the parameters included in equality (1) have the following values: $K_z = 35,5 \cdot 10^{-2}$ m; $K_n = 5,35 \cdot 10^{-5}$ m; $\sigma_в = 60$ MPa; $H = 0,028$ m; $x = 0,75$; $y = 0,75$; $y_1 = 0,75$; $z_1 = 0,7$.

Substituting into equation (1) the feed rate of the working body within the range of $V_n = 0,0005$ m/s to $V_n = 0,02$ m/s with a step $\Delta V_n = 0,001$ m/s, was calculated tangential cutting forces at values of circular cutting speed $V_p = 20,30,40,50,60,70,80,90$ m/s. The results of the calculations are given in the table. 1. Based on the data in table. 1 graphs of changes in the tangential cutting force depending on the feed rate at different values of the circular cutting speed are plotted (Fig. 2).

Analysis of graphs in fig. 2 shows that at all values of the circular cutting speed, the dependence of the tangential cutting force on the feed rate in the range from $V_n = 0,0005$ m/s to $V_n = 0,005$ m/s has a curve that turns into a linear dependence after the value of the feed rate $V_n = 0,005$ m/s.

Table 1

Results of tangential cutting force calculations P_z, N

V_p, m/s	Feed speed V_n, m/s										
	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01
20	1319	1949	3009	3938	4792	5593	6355	7086	7791	8474	9138
30	1076	1541	2323	3009	3639	4230	4792	5331	5851	6355	6845
40	944	1319	1949	2502	3009	3485	3939	4373	4792	5198	5593
50	859	1176	1709	2177	2606	3009	3392	3760	4114	4458	4792
60	799	1076	1541	1949	2323	2675	3009	3330	3639	3939	4230
70	755	1002	1416	1779	2113	2426	2724	3009	3285	3552	3811
80	721	944	1319	1647	1949	2232	2502	2760	3009	3251	3486
90	693	897	1240	1541	1818	2077	2323	2560	2788	3009	3224
V_p, m/s	Feed speed V_n, m/s										
	0,011	0,012	0,013	0,014	0,015	0,016	0,017	0,018	0,019	0,02	
20	9786	10419	11040	11648	12246	12833	13412	13982	14545	15100	
30	7323	7791	8248	8697	9138	9572	9999	10419	10834	11244	
40	5979	6355	6724	7086	7441	7791	8135	8474	8808	9138	
50	5118	5437	5749	6055	6355	6651	6942	7229	7511	7791	
60	4514	4792	5064	5331	5593	5851	6105	6355	6602	6845	
70	4064	4312	4554	4792	5026	5255	5481	5704	5924	6141	
80	3715	3939	4158	4373	4584	4792	4997	5198	5397	5593	
90	3434	3639	3840	4037	4230	4420	4608	4792	4974	5154	

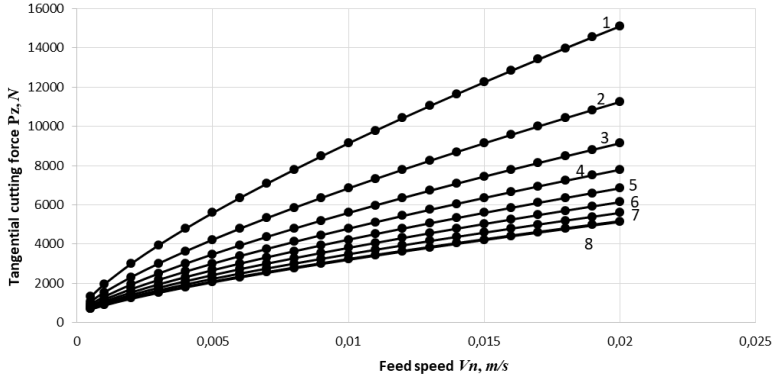


Fig. 2. The graph of changes in the tangential cutting force depending on the feed rate:
$1 - V_p = 20\,\text{m/s}$; $2 - V_p = 30\,\text{m/s}$; $3 - V_p = 40\,\text{m/s}$; $4 - V_p = 50\,\text{m/s}$;
$5 - V_p = 60\,\text{m/s}$; $6 - V_p = 70\,\text{m/s}$; $7 - V_p = 80\,\text{m/s}$; $8 - V_p = 90\,\text{m/s}$

The limits of the change in the resistance to cutting, determined for a natural installation when cutting highly abrasive materials (refractories) with an abrasive reinforced wheel and for a laboratory stand, are the same, and the nature of their change is also similar and related by a similarity coefficient [19].

In order to check the adequacy of theoretical calculations on a dynamometric stand (Fig. 3), experimental studies of cutting refractory bricks with temporary resistance to uniaxial compression of the rock $\sigma_в = 60\,\text{MPa}$ were carried out.



Fig. 3. Cutting refractory bricks on a dynamometric stand

A refractory brick was fixed in the clamp, and the cutting depth was set using the deepening mechanism, the value of which, according to the similarity coefficient, is equal to $H = 0,028$ m [19]. For each cut, using a frequency converter, the feed speed of the working body was ensured within the range from $V_n = 0,005$ m/s to $V_n = 0,009$ m/s with a step $\Delta V_n = 0,001$ m/s. The value of the circular cutting speed $V_p = 40$ m/s, $V_p = 60$ m/s, $V_p = 80$ m/s was provided by the speed controller of the angle grinder.

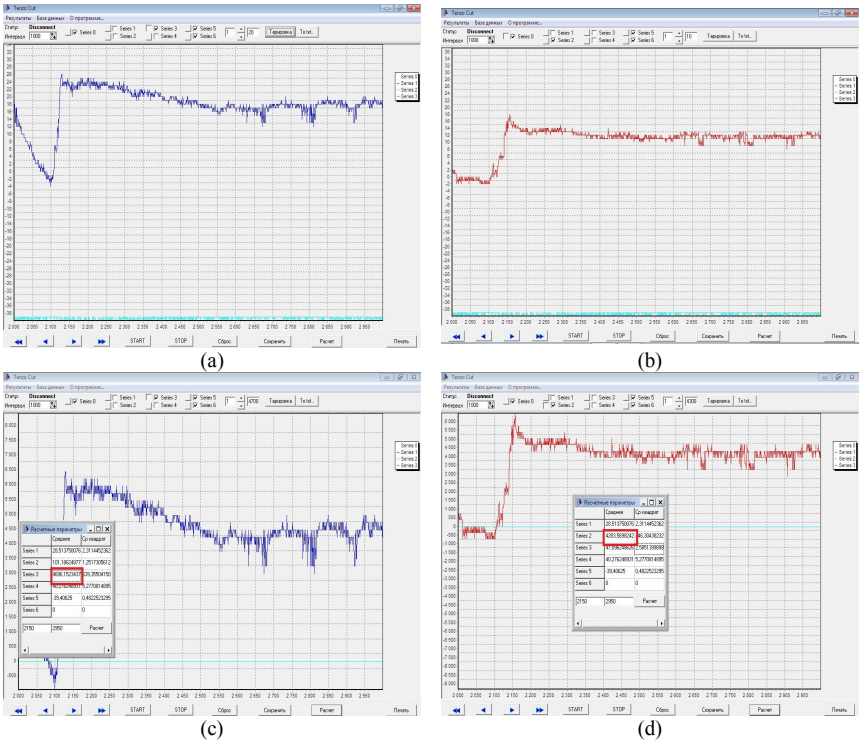
When conducting experimental studies, normal and tangential forces were simultaneously measured, which perform the work of destruction and overcoming friction between the side surfaces of the circle and the material [26]. The strain gauge effect is the basis of resistance measurement methods [26] – a change in the electrical (i.e., ohmic) resistance of the metal wire of the sensor during its elastic deformation with the help of strain gauge beams. The signal was amplified by modern instrumental amplifiers manufactured by Analog Devices. A 10-bit module is used as an analog-to-digital converter (ADC), which is part of the PIC (Peripheral Interface Controller) microcontroller family. Therefore, the measurement data was recorded with the help of high-tech measuring and recording equipment, which made it possible to quickly and without repetitions from primary data to obtain sufficiently accurate estimates of the interaction of highly abrasive materials with an abrasive reinforced wheel. The obtained results in the form of an array of points are recorded in real time (oscillograms) (Fig. 4).

In the future, the oscillograms were processed using modern software called "Tenzo Cut", which eliminated the time-consuming process of data processing. Thanks to this, the number of measurements of the cutting force was minimized with the specified accuracy and reliability of the results of the experiment with the probability of the obtained data from 0.90 to 0.95.

The main attention was paid to the oscillograms of tangential (directed tangentially to the working body) forces that perform the work of destruction and overcoming friction between the side surfaces of the circle and the material. The obtained oscillograms were brought to the beginning of the horizontal axis of coordinates, shifting the smallest value to the level of the zero mark and programmatically converted into power values *H* (carried out calibration).

After calibrating the oscillograms using the software calculation module, the average value of the tangential forces at the established mode of cutting refractory bricks on the dynamometer bench was determined (fig. 4, c,d). Having previously set the range on the calibrated oscillogram, the initial and final marks on the horizontal coordinate axis are set. The results of the calculations are given in the table. 2.

Based on the data in the table 2 graphs of changes in the tangential cutting force depending on the feed rate at the values of the circular cutting speed are plotted $V_p = 40$ m/s, $V_p = 60$ m/s and $V_p = 80$ m/s (fig. 5).



(a) (b) (c) (d)

Fig. 4. Oscillograms of tangential refractory brick cutting forces on dynamometer stand at $V_p = 40\,\text{m/s}$, $V_n = 0.007\,\text{m/s}$ ((a), (c)) and $V_p = 40\,\text{m/s}$, $V_n = 0.008\,\text{m/s}$ ((b), (d)):
(a), (b) – results as an array of points recorded in real time (oscillogram);
(c), (d) – waveforms are reduced to the beginning of the horizontal axis of coordinates and programmatically converted into force values (tare performed)

Table 2

Value of tangential cutting force P_z (N) obtained experimentally

V_p, m/s	Feed speed V_n, m/s				
	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
40	3411	3903	4320	4714	5113
60	2611	3013	3306	3618	3921
80	2215	2508	2713	3007	3206

Analyzing the graphs in fig. 5, it can be seen that at all values of the circular cutting speed, the dependence of the tangential cutting force on the feed rate has a linear relationship.

To check the adequacy of the results of theoretical calculations, a comparative analysis of similar parameters determined experimentally was carried out. The values of the tangential cutting forces that perform the work of destroying and overcoming the frictional forces between the side surfaces of

the wheel and the material, which were determined theoretically taking into account the similarity coefficients used in physical modeling for the given laboratory bench for recording the cutting forces of highly abrasive materials by abrasive reinforced wheels, compared with the results tangential cutting forces determined experimentally on this stand (Fig. 6).

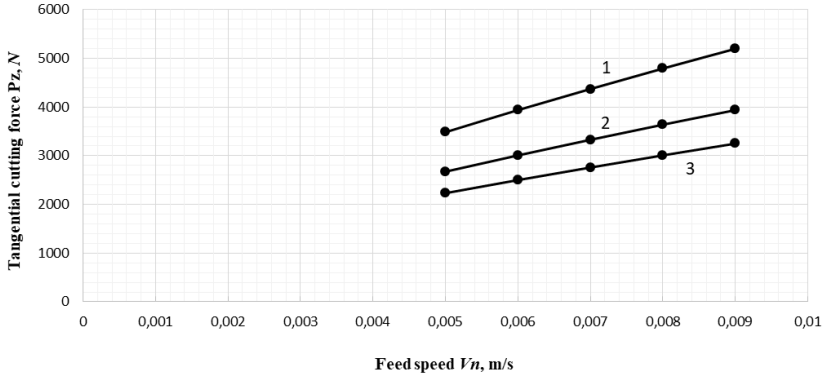


Fig. 5. Graphs of changes in the tangential cutting force obtained experimentally, depending on the feed rate: 1 – $V_p = 40\,\text{m/s}$; 2 – $V_p = 60\,\text{m/s}$; 3 – $V_p = 80\,\text{m/s}$

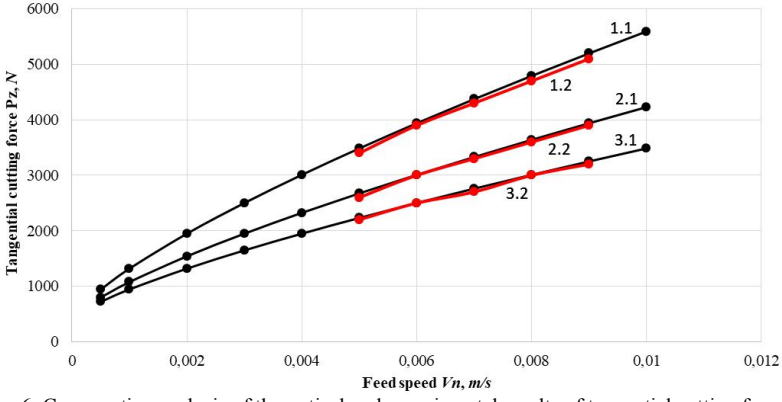


Fig. 6. Comparative analysis of theoretical and experimental results of tangential cutting forces:
1.1, 2.1, 3.1 – theoretical data at $V_p = 40\,\text{m/s}$, $V_p = 60\,\text{m/s}$ and $V_p = 80\,\text{m/s}$;
1.2, 2.2, 3.2 – experimental data at $V_p = 40\,\text{m/s}$, $V_p = 60\,\text{m/s}$ and $V_p = 80\,\text{m/s}$

The error of determining the tangential cutting forces, obtained theoretically and experimentally, is determined by the dependence:

$$\Delta_\delta = \frac{|\delta_E - \delta_T|}{\delta_E} \cdot 100\,, \qquad (2)$$

where δ_E – is the value from the graph obtained experimentally; δ_T – the value from the graph obtained theoretically.

The maximum value of the error in determining the tangential cutting forces theoretically and experimentally on the laboratory stand for recording the cutting forces of highly abrasive materials with abrasive reinforced circles is $\Delta_\delta = 13,8\%$.

Thus, as a result of the experimental studies, the value of the tangential cutting force at different values of the feed speed of the working body was determined. A comparison of the theoretical and experimental results of determining the tangential cutting forces showed their sufficient convergence and, accordingly, the legality of using analytical expressions when calculating the power parameters of machines with an abrasive tool.

Conclusions. As a result of the research conducted for the dynamometric stand for force load registration during the study of the process of cutting highly abrasive materials with an abrasive reinforced wheel, the tangential forces that perform the work of destruction and overcoming friction between the side surfaces of the wheel and the material were analytically determined. According to the results of theoretical studies, it was established that the limits of the change in the resistance to cutting, determined for a natural installation for cutting highly abrasive materials (refractories) with an abrasive reinforced wheel and for a laboratory stand, are the same, and the nature of their change is also similar and related by a similarity coefficient.

In order to check the adequacy of theoretical calculations, experimental studies of cutting refractory bricks with temporary resistance to uniaxial compression of the rock $\sigma_в = 60\,\text{MPa}$ were carried out on a dynamometric stand. The conducted experimental studies fully confirm the adequacy of the theoretical calculations, and the comparison of the theoretical and experimental results of determining the tangential cutting forces showed their sufficient convergence and, accordingly, the legitimacy of using analytical expressions when calculating the power parameters of machines with an abrasive tool.

The maximum value of the error in determining the tangential cutting forces theoretically and experimentally on the laboratory stand for recording the cutting forces of highly abrasive materials with abrasive reinforced circles is $\Delta_\delta = 13,8\%$.

REFERENCES

1. *Abrashkevych Yu. D., Pelevin L. Ye., Rashkivskiy V. P.* Obladnannya dlya montazhnykh robit (Equipment for assembly work). Kyiv: KNUBA Publ. 2016. 238 p. (in Ukrainian).
2. *Machyshyn H. M.* Robochi orhany mashyn ta mekhanizmiv dlya ochyshchennya poverkhon′ budivel′noyi tekhniky (Working bodies of machines and mechanisms for cleaning surfaces of construction equipment). Mining, Constructional, Road and Melioration Machines. 2014. No. 83. P. 69-79. (in Ukrainian).
3. *Abrashkevych Y. D., Pelevin L. Ye., Polishchuk A. G.* Pidvyshchennya ekspluatatsiynykh pokaznykiv abrazyvnoho instrumentu (Increasing the operational performance of an abrasive tool). Mining, Constructional, Road and Melioration Machines. 2012. No. 80. P. 30-37. (in Ukrainian).
4. *Abrashkevych Y., Polishchuk A.* Doslidzhennya vplyvu teplovykh protsesiv na robotozdatnist vidriznykh instrumentiv (Study of the influence of thermal processes on the performance of cutting tools). Mining, Constructional, Road and Melioration Machines. 2013. No. 81. P. 39-44. (in Ukrainian).

5. *Abrashkevych Y., Rashkivskyi V., Polishchuk A., Chovnyuk O.* Sylovi parametry mashyn z abrazyvnym instrumentom (Power parameters of machines with an abrasive tool). Mining, Constructional, Road and Melioration Machines. 2015. No. 85. P. 67-71. (in Ukrainian).
6. *Pelevin L. Ye., Machyshyn H. M.,* Kuz′minets′ M. P. Tekhnolohichni umovy roboty abrazyvnoho instrumentu (Technological conditions of operation of an abrasive tool). Mining, Constructional, Road and Melioration Machines. 2019. No. 93. P. 27-34. (in Ukrainian).
7. *Abrashkevych Yu. D., Machyshyn H. M., Marchenko O. A., Balaka M. M., Zhukova O. H.* Mechanical strength increasing of abrasive reinforced wheel. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. 2022. Issue 108. P. 295-308. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.295-308.
8. *Abrashkevych Yu. D., Pochka K. I., Prystailo M. O., Polishchuk A. G.* Rozrobka ustanovky dlya rizannya vysokoabrazyvnykh materialiv almaznymy dyskamy ta abrazyvnymy armovanymy kruhamy (Development of an installation for cutting highly abrasive materials with diamond discs and abrasive reinforced wheels). Current issues of science and integrated technologies: Proceedings of the I International Scientific and Practical Conference. Milan, Italy. January 10-13, 2023. P. 656-663. (in Ukrainian).
9. *Rohovskyy I. L., Kalinichenko D. Yu.* Metodyka neparametrychnoyi pobudovy dynamiky abrazyvnoho znoshuvannya robochykh poverkhon′ detaley budivel′nykh mashyn (Methodology of non-parametric construction of the dynamics of abrasive wear of working surfaces of parts of construction machines). Scientific Bulletin of the National University of Bioresources and Nature Management of Ukraine. 2018. №. 298. P. 137-147. (in Ukrainian).
10. *Rogovskyi I. L., Vygovskyi S. M.* Faktory vplyvu na abrazyvnu znosostiykikst′ detaley budivel′nykh mashyn naplavlenykh tytanoazotovmisnym bilym chavunom (Factors affecting the abrasive wear resistance of construction machine parts welded with titanium-nitrogen-containing white cast iron). Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. 2019. Vol. 10, No. 1. P. 189-194. (in Ukrainian).
11. *Teteriatnyk O., Rashkivskiy V.* Calculations difference of hight-speed working units depending on the kinematics of their working processes. Mining, Constructional, Road and Melioration Machines. 2021. No. 98. P. 5-10. DOI: 10.32347/gbdmm2021.98.0101.
12. *Loveikin V. S., Pochka K. I., Romasevych Yu. O., Pochka O. B.* Dynamichnyi analiz rolykovoi formuvalnoi ustanovky z kryvoshypno-shatunnym pryvidnym mekhanizmom (Dynamic analysis of a roller forming unit with a crank-rod drive mechanism). Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2019. Issue 102. P. 91-108. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.102.91-108. (in Ukrainian).
13. *Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Pochka O. B.* Dynamichne zrivnovazhennya pryvidnoho mekhanizmu rolykovoyi formuval′noyi ustanovky z enerhetychno vrivnovazhenym pryvodom (Dynamic balancing of drive mechanism of roller forming installation with energy balanced drive). Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2019. Issue 103. P. 112-130. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.112-130. (in Ukrainian).
14. *Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B.* Impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity of roller forming unit with energybalanced drive. Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2021. Issue 106. P. 141-155. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.141-155.
15. *Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B.* Dynamic balancing of roller forming unit drive. Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2021. Issue 107. P. 140-158. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.140-158.
16. *Loveikin V. S., Romasevich Yu. O., Shymko L. S., Loveikin Yu. V., Pochka K. I.* The dynamic analysis of the joint trolley movement and hoisting mechanism in the tower crane. Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2022. Issue 108. P. 267-282. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.267-282.
17. *Loveikin V. S., Romasevych Yu. O., Loveikin A. V., Liashko A. P., Pochka K. I., Balaka M. M.* Drive power minimization of outreach change mechanism of tower crane during steady-state slewing mode. Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. 2022. Issue 109. P. 317-330. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.317-330.
18. *Loveikin V. S., Nazarenko I. I., Onyshchenko O. H.* Teoriya tekhnichnykh system [Theory of technical systems]: navchalnyi posibnyk [study guide]. Kyiv-Poltava, IZMN-PDTU [Institute of the content of teaching methods. Poltava State Technical University]. 1998. 175 p. (in Ukrainian).

19. *Pochka K. I., Abrashkevych Yu. D., Prystailo M. O., Polishchuk A. G.* Pobudova fizychnoyi modeli ustanovky dlya rizannya vysokoabrazyvnykh materialiv abrazyvnymy armovanymy kruhamy (Construction of a physical model of an installation for cutting highly abrasive materials with abrasive reinforced wheels). Visnyk of Kherson National Technical University. 2022. Issue 3 (82). P. 30-36. DOI: 10.35546/kntu2078-4481.2022.3.4. (in Ukrainian).
20. *Smirnov V. M.* Osnovy teoriyi rizannya hruntiv prostorovo oriyentovanymy nozhamy robochykh orhaniv zemleryynykh mashyn: Monohrafiya (Basics of the theory of soil cutting with spatially oriented knives of the working bodies of earthmoving machines: Monograph). Kyiv: "MP Lesya" Publ. 2009. 260 p. (in Ukrainian).
21. *Pelevin L. Ye., Balaka M. M., Prystailo M. O., Machyshyn H. M., Arzhayev H. O.* Teoretychni osnovy vzayemodiyi pruzhno-deformovanykh vykonavchykh elementiv budivel′noyi tekhniky i robochoho seredovyshcha z vrakhuvannyam termoreolohinykh protsesiv: monohrafiya (Theoretical foundations of the interaction of elastic-deformable actuators elements of construction equipment and the working environment, taking into account of thermorheological processes: monograph). Kyiv: Interservis Publ. 2015. 232 p. (in Ukrainian).
22. *Pelevin L. Ye., Prystailo M. O., Prystaylo T. Yu.* Udoskonalennya reyestratsiyi skladovykh syl rizannya v laboratornykh umovakh (Improvement of registration components of cutting forces in laboratory conditions). Mining, Constructional, Road and Melioration Machines. 2005. No. 65. P. 58-62. (in Ukrainian).
23. *Patent* of Ukraine for an invention 13846, IPC G 01 L 5/16, G 01 N 3/58 (2006.01). Stand for registration of cutting efforts / L. Ye. Pelevin, M. O. Prystailo, T. Yu. Prystailo (Ukraine); applicant and patentee Research Institute of Construction, Road and Engineering Technology, № u 2005 10393; stated 03.11.2005; published 17.04.2006, Bulletin № 4.
24. *Abrashkevich Yu., Pochka K., Prystailo M., Polishchuk A.* Technologies installation for cutting stone with abrasive and diamond tool. TEKA. Semi-Annual Journal of Agri-Food Industry. 2022. No. 22 (1). P. 33-39. DOI: 10.12912/27197050/139346.
25. *Abrashkevich Yu., Prystailo M., Polishchuk A.* Mathematical model of heat distribution in an abrasive wheel. Mining, Constructional, Road and Melioration Machines. 2022. No. 100. P. 5-11. DOI: 10.32347/gbdmm.2022.100.0101.
26. *Pochka K. I., Abrashkevych Yu. D., Prystailo M. O., Polishchuk A. G.* Metodyka provedennya eksperymental′nykh doslidzhen′ rizannya vysokoabrazyvnykh materialiv abrazyvnymy armovanymy kruhamy (Method of experimental research of cutting highly abrasive materials with abrasive reinforced circles). Modern Engineering and Innovative Technologies. 2023. Issue 25, Part 1. P. 3-16. DOI: 10.30890/2567-5273.2023-25-01-016. (in Ukrainian).

Стаття надійшла 12.04.2023

Максим'юк Ю.В., Почка К.І., Абрашкевич Ю.Д., Пристайло М.О., Поліщук А.Г.

РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РІЗАННЯ ВИСОКОАБРАЗИВНИХ МАТЕРІАЛІВ АБРАЗИВНИМИ АРМОВАНИМИ КРУГАМИ

Для проведення експериментальних досліджень процесу різання високоабразивних матеріалів абразивними армованими кругами доопрацьовано динамометричний стенд реєстрації силового навантаження авторської конструкції КНУБА, що дозволило провести повноцінні експериментальні дослідження з врахуванням всіх чинних факторів взаємодії робочого середовища та робочого органу під час різання з подачею води в зону різання для обезпилення робочого процесу. В якості робочого середовища запропоновано використання вогнетривкої цегли, а в якості робочого органу – абразивний армований круг для різання високоабразивних матеріалів міцністю до 60 МПа. В результаті проведених досліджень для динамометричного стенда реєстрації силового навантаження при дослідженні процесу різання високоабразивних матеріалів абразивним армованим кругом аналітично визначено тангенціальні зусилля, які виконують роботу по руйнуванню і подоланню тертя між бічними поверхнями круга і матеріалом. За результатами теоретичних досліджень встановлено, що межі зміни сили опору різанню, визначеної для натуральної установки для різання високоабразивних матеріалів (вогнетривів) абразивним армованим кругом та для лабораторного стенду, однакові, а характер їх зміни також подібний і пов'язані між собою коефіцієнтом подібності.

З метою перевірки адекватності теоретичних розрахунків на динамометричному стенді проведено експериментальні дослідження різання вогнетривкої цегли з тимчасовим опором одноосному стисканню породи $\sigma_в$=60МПа. Проведені експеременталні дослідження в повній мірі підтверджують адекватність теоретичних розрахунків, а порівняння теоретичних та експериментальних результатів визначення тангенціальних зусиль різання показало їх достатню збіжність і, відповідно, правомірність використання аналітичних виразів при розрахунку силових параметрів машин з абразивним інструментом. Максимальне значення похибки визначення тангенціальних зусиль різання теоретичним та експериментальним шляхом на лабораторному стенді реєстрації сил різання високоабразивних матеріалів абразивними армованими кругами становить $\Delta_δ$=13,8%.

Ключові слова: лабораторний стенд, експериментальні дослідження, абразивний круг, зусилля, швидкість різання, швидкість подачі.

Maksimyuk Yu. V., Pochka K. I., Abrashkevych Yu. D., Prystailo M. O., Polishchuk A. G.

RESULTS OF EXPERIMENTAL RESEARCH ON THE CUTTING OF HIGHLY ABRASIVE MATERIALS WITH ABRASIVE REINFORCED CIRCLES

In order to carry out experimental studies of the process of cutting highly abrasive materials with abrasive reinforced wheels, a dynamometer stand for registering the force load of the author's design of the KNUCA was modified, which made it possible to conduct full-fledged experimental studies taking into account all the valid factors of the interaction of the working environment and the working body during cutting with the supply of water to the cutting zone to dedust the working process The use of refractory bricks is proposed as the working environment, and the abrasive reinforced wheel for cutting highly abrasive materials with a strength of up to 60MPa is used as the working body. As a result of the research conducted for the dynamometric stand for force load registration during the study of the process of cutting highly abrasive materials with an abrasive reinforced wheel, the tangential forces that perform the work of destruction and overcoming friction between the side surfaces of the wheel and the material were analytically determined. According to the results of theoretical studies, it was established that the limits of the change in the resistance to cutting, determined for a natural installation for cutting highly abrasive materials (refractories) with an abrasive reinforced wheel and for a laboratory stand, are the same, and the nature of their change is also similar and related by a similarity coefficient.

In order to check the adequacy of theoretical calculations, experimental studies of cutting refractory bricks with temporary resistance to uniaxial compression of the rock $\sigma_в$=60 MPa were carried out on a dynamometric stand. The conducted experimental studies fully confirm the adequacy of the theoretical calculations, and the comparison of the theoretical and experimental results of determining the tangential cutting forces showed their sufficient convergence and, accordingly, the legitimacy of using analytical expressions when calculating the power parameters of machines with an abrasive tool. The maximum value of the error in determining the tangential cutting forces theoretically and experimentally on the laboratory bench for recording the cutting forces of highly abrasive materials with abrasive reinforced wheels is $\Delta_δ$=13,8%.

Keywords: laboratory stand, experimental studies, abrasive wheel, forces, cutting speed, feed speed.

УДК 621.9.0255

Максим'юк Ю.В., Почка К.І., Абрашкевич Ю.Д., Пристайло М.О., Поліщук А.Г. **Результати експериментальних досліджень різання високоабразивних матеріалів абразивними армованими кругами //** Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 361-374.

Для проведення експериментальних досліджень процесу різання високоабразивних матеріалів абразивним армованим кругом використано динамометричний стенд реєстрації силового навантаження авторської конструкції КНУБА. Експериментально визначено тангенціальні зусилля взаємодії робочого органу з дослідним матеріалом, які виконують роботу по руйнуванню і подоланню тертя між бічними поверхнями круга і матеріалом. Експериментальні дані проаналізовані та порівняні з результатами, отриманими в процесі теоретичних досліджень.

Табл. 2. Іл. 6. Бібліогр. 26 назв.

UDC 621.9.0255
Maksimyuk Yu.V., Pochka K.I., Abrashkevych Yu.D., Prystailo M.O., Polishchuk A.G. **Results of experimental research on the cutting of highly abrasive materials with abrasive reinforced circles** // Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 361–374.
To carry out experimental studies of the process of cutting highly abrasive materials with an abrasive reinforced wheel, a dynamometer stand for registering the force load of the author's design of KNUCA was used. Experimentally determined tangential forces of interaction of the working body with the test material, which perform the work of destruction and overcoming friction between the side surfaces of the circle and the material. Experimental data are analyzed and compared with the results obtained in the course of theoretical research.
Table 2. Fig. 6. Ref. 26.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки КНУБА МАКСИМ'ЮК Юрій Всеволодович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, МАКСИМ'ЮКУ Юрію Всеволодовичу*
Мобільний тел.: +38(067) 230-94-72
E-mail: maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-5814-6227

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри професійної освіти КНУБА ПОЧКА Костянтин Іванович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, ПОЧЦІ Костянтину Івановичу*
Мобільний тел.: +38(097) 212-86-29
E-mail: pochka.ki@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-0355-002X

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельних машин КНУБА АБРАШКЕВИЧ Юрій Давидович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, АБРАШКЕВИЧУ Юрію Давидовичу*
Мобільний тел.: +38(067) 401-59-54
E-mail: abrashkevych.iud@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8396-7812

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних машин КНУБА ПРИСТАЙЛО Микола Олексійович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, ПРИСТАЙЛУ Миколі Олексійовичу*
Мобільний тел.: +38(097) 495-07-50
E-mail: prystailo.mo@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-3151-4680

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: здобувач кафедри будівельних машин КНУБА ПОЛІЩУК Андрій Григорович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, ПОЛІЩУКУ Андрію Григоровичу*
Мобільний тел.: +38(093) 719-27-38
E-mail: p.a.g.19.05@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4808-9932

UDC 681.518.54.4

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELS OF PROCESS OF CHANGE OF THE TECHNICAL CONDITION OF SAMPLES OF BUILDING TECHNIQUE IS DURING REALIZATION OF STRATEGY OF TECHNICAL EXPLOITATION ACCORDING TO CONDITION

P.V. Openko,
Candidate of Technical Sciences

V.V. Bychenkov,
Doctor of Technical Sciences

V.V. Polischuk,
Candidate of Military Sciences

M.M. Pidhorodetskyi,
Candidate of Military Sciences

A.G. Salii,
Candidate of Military Sciences

O.Y. Salii,
Candidate of Military Sciences

National University of Defense of Ukraine named after Ivan Chernyakhovskyi

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.375-392

In the article the brought procedure over of development of mathematical model of process of change of the technical state of standards of building technique during exploitation according to the technical condition. The brought procedure over is base on the use of method of the group taking into account of arguments and takes into account possibility of using as these initial estimations of indexes of faultlessness, operating supervisions got on non steady-precise results. The brought procedure over allows more fully to take into account the specific features of the use of samples of the special technique.

Keywords: Group Method of Data Handling, construction machinery, operation on a technical condition.

Introduction. Existing on this time plan-preventive (regulated) strategy of technical exploitation and repair (TE and R) of building technique in different industries, in particular and in military, oriented to the expensive periodic technical servicing of the samples (PTS) and major repairs (MR). Thus efficiency of the regulated strategy TE and R (according to operating time or on calendar duration), that envisages implementation of prophylactic works of certain volumes through before the pre-arranged time domains or operating time on all of the same type park of building machines regardless of the conditions of their systems and wares, depends on that, in that degrees she takes into account the level of reliability, stopped up in these samples, during their production, physical-geographical terms and intensity of their exploitation.

As a result of the review of global trends in the development of TE and R strategies, it was established that a closer connection between the condition of

© Openko P.V., Bychenkov V.V., Polischuk V.V., Pidhorodetskyi M.M., Salii A.G., Salii O.Y.

the object and the condition of its operation process is ensured by the TE and R strategy by state. A characteristic feature of the strategy of TE and R by condition is that during operation the condition of a specific object is monitored to make timely decisions about the need for repair and its scope. At the same time, the equipment can be operated without establishing inter-repair resources (service terms) and are subject to repair when they reach the appropriate type of limit condition.

The effectiveness of the implementation of the TE and R strategy by state is largely determined by the timely identification of moments of transition of technical samples to the limit state. In the process of operation, the reliability of specific samples of construction equipment (SCE) deteriorates, because by the nature of the main degradation processes that bring the sample to the limit condition, they belong to aging products. Therefore, the deviation of the value of the controlled reliability indicator beyond the established values is one of the signs of the limit condition of the safety equipment.

In the absence of changes in the design of the SCE, the maintainability indicators can be considered independent of the duration of operation. Therefore, when predicting the limit condition of the SCE, it is necessary to study the change in failure rate, and to determine the durability indicators of a specific SCE using the established patterns of individual changes in the values of the non-failure indicators (NFI).

In the scientific and technical literature, the set of methods for estimating durability indicators is divided into parametric and non-parametric [1-7]. At the same time, parametric methods are used under the assumption that the type of function of distribution of time of operation (duration of operation) of objects to resource failure (limit state) is known in advance, and its parameters are set based on a sufficiently large scope of results of operational observations of homogeneous objects. On the contrary, non-parametric methods can be applied assuming an unknown form of the earnings distribution function before resource failure.

Such methods of assessing durability indicators were developed in relation to the regulated strategy of TE and R and can be applied to a fleet of the same type of SCE; do not fully take into account the individual characteristics of the conditions and modes of operation of the SCE. In addition, in practice, the assessment of the durability indicators of SCE based on the results of the organization and performance of resource tests or operational observations is complicated due to the fact that there are no statistics of moments of transitions of SCE to the limit condition and, as a result, there is no sample of resource scope and lifetimes of SCE, which does not allow establish of distribution laws of these random variables; establishing the distribution laws of resources and life spans of the safety equipment by the calculation-experimental method according to the known laws of distribution of resources and service life of component products, determined by the results of operational observations, leads to large errors due to the impossibility of accounting for the conditions and modes of operation of specific component products in the composition of safety equipment and their constituent parts.

Main part. In order to individually solve the task of assessing the durability indicators of a sample of construction equipment when put into operation according to the technical condition (OATC) taking into account their actual technical condition and reliability, it is necessary to evaluate their durability indicators taking into account the specific modes and conditions of their operation, the degree of influence of these modes and operating conditions on the state of the sample. This evaluation is carried out, as a rule, using the dependencies of the change in the fail-safe rate (FSR) on the parameters characterizing the operating modes, such as the duration of operation, total mileage, total mileage of the base chassis, etc. At the same time, the results of operational observations, accumulated over a set of operation intervals of a fixed duration, in the form of a set of FSR estimates, are considered as initial data for constructing dependencies of changes in FSR values during operation for forecasting values for future operation intervals and, accordingly, evaluating the durability indicators of the SCE.

The mathematical apparatus that can be used to solve this task in the conditions of measurement instability, with the aim of taking into account the influence of factors on the change of FSR in the most complete way, is an inductive approach as a method of direct construction of models based on observational data [8-10].

Inductive methods make it possible to automatically find dependencies that are hidden in a sample of initial data.

Inductive modeling is based on sorting through a set of candidate models according to external selection criteria and solves the problem of structural-parametric identification. One of the most effective methods of modeling based on experimental data in conditions of incomplete information is the Group method of data handling (GMDH) [8-13]. In contrast to regression analysis, where the structure of the model is specified, in GMDH the structure of the optimal model and its parameters are found with the help of self-organization of models, that is, testing of many candidate models according to external selection criteria.

In work [14], a comparison of the effectiveness of regression analysis and GMDH for forecasting economic processes was carried out. A comparison of the predictive properties of models built on the basis of the least squares method (LSM) and GMDH was carried out on the examples of building models of the processes of changes in the volume of light industry production and inflation.

The work shows that the predictive properties of the GMDH model are significantly higher, and the model of optimal complexity is much simpler than the model built according to the LSM. That is, the factors that were not included in the GMDH model are not just redundant and uninformative, but even “harmful” in the conditions of the available short sample of data.

The obtained results show that regression models, even if they are statistically significant, are not suitable for forecasting purposes. Models built according to GMDH algorithms automatically, based on data sampling

information, find significant internal regularities of the modeling object, so their predictive efficiency is much higher.

GMDH is built according to the principles of self-organization, which are based on two main principles: with the gradual complexity of the structure, the values of external criteria first decrease, and then increase, that is, there is a minimum; only external criteria calculated on data that were not used to build the models pass through the minimum.

That is why the separation of not less than two independent data samples is used in GMDH [8]. One of them is used to estimate the parameters, and the second one is used to select the optimal model. It is fundamentally impossible to apply only one criterion, because the situation may arise: "the more complex the model, the more accurate it is."

All criteria used in the GMDH are based on the breakdown of the sample.

A feature of GMDH is the provision of "freedom of choice". With the gradual complexity of the structure of the models, not one, but several of the best models are selected from the best models according to the external criterion on each row [8].

The most famous among the methods of inductive modeling is the combinatorial algorithm GMDH [8,14-17]. This is a method that does not require proof of convergence, as it performs a complete search of all possible candidate models.

GMDH is designed to solve the problems of modeling complex systems, forecasting, identification and approximation of multifactor systems, diagnostics, pattern recognition and data clustering.

At the same time, to use this mathematical apparatus, it is advisable to accept the following assumptions:

1. The change in the value of the controlled (estimated) FSR for a fixed duration of the operation interval can be neglected, since this duration is disproportionate in comparison with the value of the assigned resource (service life) of the object. At the same time, their failure-free operation as a result of restoration of operational capacity within the operating interval of a fixed duration practically does not change (that is, the restoration of the failure-free operation of safety equipment after failures is assumed to be minimal).

2. On a set of operation intervals of a fixed duration, the values of controlled (estimated) FSRs change significantly, and the nature of this change is unknown in advance and must be established in the form of models of their change depending on the duration of operation and other factors based on the accumulated values of FSR assessments.

We select the set of parameters characterizing the operation modes of the SCE, taking into account the forms and mechanisms of registration of the results of operational observations, as follows: duration of operation T_e, total mileage T, total mileage of the base chassis S, total number of activations N. The dependence of the value of SFR on the values of the parameters characterizing the operating modes, in relation to a specific SCE, can be

determined by a mathematical model that describes the process of changing the fail-safe of the SCE.

In general, the process of changing the technical condition (changes in the SFR) of the SCE can be represented in the form of a time series (Y_t), consisting of time-ordered sets of measurements of certain characteristics of the process being studied

$$y_t = x_t + \xi_t, \quad (1)$$

where x_t is a deterministic component of the process; ξ_t - stochastic process component.

At the same time, the deterministic component (trend) characterizes the existing dynamics of the development of the process as a whole, and the stochastic component reflects random fluctuations (noise) of the process.

The presence of a deterministic component is explained by the processes of degradation, wear, and aging of the SCE at the OATC, caused by the consumption of resources provided for in the regulatory operational documentation, the influence of climatic and other factors, as well as the performed maintenance and repair measures. The stochastic component is due to errors that occur during the measurement of parameters, deviations in the choice of the start of the countdown, and other reasons.

The basis of any forecast is a certain volume of initial information, for example, for time T_1, during which at discrete moments of time $t_i = t_0, t_n$ the studied indicator takes random values $Y(t_i) = Y_0, Y_n$.

In the assumption regarding the distribution according to the normal law of the deviation of the controlled indicator from the general trend of its change, the analytical expression of the mathematical expectation function M[Y(t)] of the controlled indicator must satisfy the following condition in the area T_1:

$$\begin{cases} M[Y(t_0)] = Y(t_0); \\ M[Y(t_1)] = Y(t_1); \\ M[Y(t_2)] = Y(t_2); \\ \ldots\ldots \\ M[Y(t_n)] = Y(t_n). \end{cases} \quad (2)$$

At the same time, in the future, through a formal and logical analysis of the process, we can claim that the tendency of the change of the indicator Y(t) is preserved in the T_2 region with a certain error ε(t), that is, the indicator acquires a value $M[Y(t_{n+1})] \pm \varepsilon(t_{n+1}), M[Y(t_{n+2})] \pm \varepsilon(t_{n+2})$ and so on until the moment when the function Y(t) reaches permissible (limit) value:

$$M[Y(t_{n+j})] \pm \varepsilon(t_{n+j}) \geq Y_{доп}. \quad (3)$$

At the same time, determining the permissible value of $Y_{доп}$ is considered a secondary task, since it makes sense to talk about finding its solution in the case of solving the task of determining the regular component of the

component and, on its basis, obtaining a correct representation of the process of changing the level of reliability over time.

It should be noted that if the law of the distribution of the controlled indicator is unknown, then the task of describing the random process and forecasting its values at the T_2 interval arises, which can be successfully solved by applying GMDH.

According to GMDH, such a task can be reduced to finding the extremum of some CR criterion on many different F models:

$$f^* = \arg\min_{f \in F} CR(f). \quad (4)$$

It is obvious that (4) does not contain an exhaustive formulation of the task, therefore it is additionally necessary:

set the form and volume of the initial information;

specify the class of basis functions from which the set F is formed;

determine the method of generation of f models together with the method of parameter estimation;

choose a model comparison criterion;

specify the CR minimization method.

In order to clarify the formulation of the task, we introduce the following assumptions:

1. The process is characterized by m input (independent) variables $x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{im}$ and one output (dependent) variable y_i, which are related by the ratio:

$$y_i = x_i \Theta + \xi_i, \quad (5)$$

where Θ is a vector of m independent parameters; i - observation number; ξ_i - the vector of realization of a random variable (noise).

2. A random variable has the following properties:

$$E\xi_i = 0 \ , E\xi_i\xi_j = \sigma^2 \ , E\xi_i\xi_j = 0, \ i \neq j \ ,$$

where σ^2 is the final unknown variance with an unknown distribution function ξ_i; E is the mathematical expectation operator.

3. A given sample W is considered, which contains n observation points that create a matrix of arguments $X = \left\{x_{ij}, i = 1,n, j = 1,m\right\}$ and a vector of the noisy output variable $y = (y_1, ..., y_n)^T$, and $n \geq m$.

Taking into account the introduced assumptions, the task of modeling the process consists in the formation of a number of models of different structures:

$$y_f = f(x, q_f) \quad (6)$$

and finding the best model provided:

$$f^* = \arg\min_{f \in F} CR(y, f(x, \theta_f)). \quad (7)$$

The search for predictive values should be conducted in the area of unbiased and effective estimates, which is successfully solved by the method of group consideration of arguments.

Calculation of models of the process of changing the level of reliability of SCE, which characterize the process of changing its technical condition, is carried out by solving the problems of expression (4). To do this, it is necessary to analyze the modeling process based on experimental data in order to determine its main stages in relation to the methodology of forecasting the intended service life of the developed SCE.

As it was established, the task of modeling consists in choosing the best model from a certain set of models according to a given criterion. At the same time, it is necessary: to specify the form and volume of the initial information; specify the class of basic functions (operators) from which many models are formed; determine the method of formation (generation) of model structures together with the method of evaluating their parameters; choose an external criterion for comparing models; specify the method of minimization of the model selection criterion and the adequacy assessment procedure. Thus, the task of assessing the level of reliability of SCE complexes is reduced to finding a function describing a random process with unshifted, reliable parameters and determining its predictive values. The following work materials are devoted to solving this problem.

Based on a sample of observations of the variables Y and X, it is necessary to select a structure f from some class of structures F, assuming that $f \in F$, and estimate the value of the parameter Θ. The model of the researched process is defined as

$$y = f(x, \Theta) \tag{8}$$

and y is a scalar output variable, x is a vector input variable. All the a priori information is that for some values $x \in X$ we observe the value y distorted by noise.

There is a function for describing the process of changing the technical condition (reliability level) of equipment samples

$$y_i = f(x_{ij}) + \xi_i,\ i = 1,2,...,n,\ j = 1,2,...,m, \tag{9}$$

where x, y are elements of matrices X and Y, respectively; ξ_i - a random error in the measurement of quantities. At the same time, in y - the researched SFR of SCE, $x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{i4}$ - the results of operational observations: T_e duration of operation, T total mileage, total mileage of the base chassis S, total number of activations N .

The initial data obtained from the consequences of controlled operation may not have additional information about the characteristics of uncontrolled disturbances.

The developed GMDH algorithms use the same selection criteria and the same support function systems. The difference between the modeling algorithms is determined by the structure of the model generator, i.e. the

scheme of sorting through a complete or incomplete set of complicating partial models in the selected basis.

During the development of the mathematical model, the block of formation of polynomial reference functions was implemented in the developed partial methodology.

For the measured values of operational factors $x_1...,x_m$ of the modeled process and the given degree of the polynomial q, the number of terms g in the complete polynomial of the degree q of m variables is determined by the expression: $g = \prod_{j=1}^{m} \frac{q+j}{j}$ Accordingly, the complete polynomial has the form:

$$y = \sum_{u=1}^{g} a_u \prod_{j=1}^{m} x_j^{q_{uj}} .$$

To form the degrees of arguments, a procedure for obtaining a sequence of m - digit numbers $q_u = (q_{u1}...,q_{um})$ with bases 1,2... and so on is organized.

Thus, for four arguments (m = 4) i q = 2 investigated in the course of the construction technique research, a sequence of g = 15 numbers q_u, u = 1,15 was obtained: 0000, 1000, 0100, 0010, 0001, 1100, 1010, 1001, 0110, 0101, 0011, 2000, 0200, 0020, 0002.

The partial model selection block includes the following operations: forming the structure of the next partial model; formation of the appropriate normal system of equations, estimation of model coefficients.

Formation of the structures of partial models in the combinatorial algorithm is carried out using a binary structural vector $d = (d_1,d_2,...,d_g)$: if element d of this vector takes the value 1, then the corresponding u-th argument is included in the partial model, if 0 - it is not included (u = 1,g).

The change in the state of the vector d is organized by placing units in it: first one (total received C_g^1 = g variants), then two (total C_g^2 = 1/2 g(g+1) variants) and so on. The total number of different structures will be: $p_g = \sum_{u=1}^{g} C_g^u = 2^g - 1$ that is, a complete search.

The external criteria for the selection of mathematical process models are designed to solve problem (7) and are based on dividing the sample of initial data into two or more parts.

External criteria are called criteria that are calculated on the basis of new "external" information that was not used to build the model. Such criteria include: the criterion of regularity, the criterion of non-displacement (minimum shift), the balance of variables, predictability, absolutely obstacle-resistant, and others. All of them are based on the use of information that is new compared to that used to find the initial parameters.

The following groups of criteria [8] are distinguished among the external criteria of GMDH: accuracy criteria, which express the error of the model, which is calculated on different parts of the sample; consistency criteria, which are a

measure of the closeness of estimates obtained on different parts of the sample; combined criteria is a convolution of several criteria, for example, in order to select a model that would be both the most accurate and the least biased.

A sequence of criteria is called several criteria that are applied one after the other.

At the same time, the data sample is divided, as a rule, into three non-intersecting subsamples: A, B, C, where A is an educational, B is a test, and C is an examination subsample; denote W - the working sample, and A U B = W. Let's consider in more detail the main criteria of the GMDH.

Accuracy criteria. The most widely used accuracy criterion is the regularity criterion, which is calculated for a given model complexity S:

$$AR_B(s) = AR_{B|A}(s) = \left\| y_B - \hat{y}_{B|A} \right\|^2 = \left\| y_B - X_B \hat{\theta}_A \right\|^2,$$

$$AR_B(s) = AR_{B|A}(s) = \Delta^2(B) = \left\| Y_B - X_B \theta_A \right\|^2,$$

where $AR_{B|A}(s)$ the entry means "error on B model of complexity S, the coefficients of which are obtained on A". In a similar way, the regularity criterion for the models obtained on B can be written:

$$AR_A(s) = AR_{A|B}(s) = \left\| y_A - \hat{y}_{A|B} \right\|^2 = \left\| y_A - X_A \hat{\theta}_B \right\|^2,$$

$$AR_A(s) = AR_{A|B}(s) = \Delta^2(A) = \left\| Y_A - X_A \theta_B \right\|^2.$$

In the future, we omit the dependence on S in the formulas, remembering that the values of the criteria are considered for a specific complexity S.

The criterion of regularity, calculated on the same sample on which the model was obtained, is the residual sum of squares (RSS - Residual Sum of Squares). In addition, the stability criterion can be applied as an accuracy criterion [2]:

$$AS = AR_{W|A} + AR_{W|B} = \left\| y_W - X_W \hat{\theta}_A \right\|^2 + \left\| y_W - X_W \hat{\theta}_B \right\|^2.$$

Accuracy and unbiasedness are different indicators, one does not replace the other, especially with inaccurate or incomplete data. In the complete absence of noise, all criteria point to a physical model and any criterion (internal or external) can be used. The generally accepted approach, based on the calculation of the accuracy of the model, is effective only for overcomplicated models, in the presence of noise in the data. Accuracy on such a sample of data does not mean accuracy on the next sample at all, that is, it does not ensure consistency.

Non-displacement criteria (minimum shift, coherence). The criteria of this group reflect the requirement that the best models obtained on A and B differ minimally. The minimum of undisplaced coefficients has the form:

$$CB = CB_{W|A,B} = n_{см}^2 = \left\| X\theta_A - X\theta_B \right\|^2.$$

Consistency group criteria are the most important for choosing regularities, as they allow choosing the least contradictory models. In the presence of noise in the data, the computer finds increasingly simple structures of optimal models.

Purposeful search for an optimal structure is greatly facilitated if, firstly, based on physical considerations, the class of structures will be limited and, secondly, appropriate selection criteria will be applied. In [10] it is stated that the best results were shown by the criteria of the first two groups, and their application turned out to be sufficient for solving problems. Particularly effective use of these criteria, first of all, in connection with their high degree of objectivity, showed when searching for the correspondence of the physical content of the researched processes to its mathematical representation.

The regularity criterion makes it possible to obtain the most regular solution, i.e., a solution of minimum complexity in terms of content, which is insensitive to small changes in the initial data. The models found by the minimum of the regularity criterion are not accurate enough at a high level of noise, because when obstacles increase, the minimum of the regularity criterion shifts towards the selection of simpler models, and at high noise intensity, linear predictive models are the best.

Thus, the regularity criterion has a physical meaning, which is that it is oriented towards choosing a model that will be the most accurate for a set of points that will be obtained in the near future, it is used for short-term forecasting one or two steps ahead.

The criterion of non-displacement (minimum shift) compensates for the mentioned shortcomings of the criterion of regularity and allows to ensure a significant difference in the models obtained when using different parts of the table of initial data, which allows us to talk about the convergence of the mathematical representation of the physical content of the studied processes of changes in the technical state of the SCE at OATC. In the absence of a shift, the models obtained on the basis of different parts of the table should match. Thus, the criterion of unbiasedness allows solving the problem of changing the law, which is hidden in noisy experimental data, so it is recommended when solving the problem of identification. Criteria: regularity $\Delta^2(\mathrm{B})$ – and immutability $n_{см}^2$ – in the most general form [9] can be written:

$$\Delta^2(\mathrm{B}) = \left\| \mathrm{Y_B} - \mathrm{X_B}\theta_\mathrm{A} \right\|^2, \tag{10}$$

$$n_{см}^2 = \left\| \mathrm{X}\theta_\mathrm{A} - \mathrm{X}\theta_\mathrm{B} \right\|^2, \tag{11}$$

where X, Y are matrices containing all the initial information; $\mathrm{X_A}$, $\mathrm{X_B}$, $\mathrm{Y_A}$, $\mathrm{Y_B}$ – matrices, respectively $(n_\mathrm{A} \times \mathrm{m})$, $(n_\mathrm{B} \times \mathrm{m})$, $(n_\mathrm{A} \times 1)$ and $(n_\mathrm{B} \times 1)$; n_A, n_B natural numbers whose sum is equal to n; A, B are sets that are grouped on samples ($\mathrm{X_A}$ $\mathrm{Y_A}$) i ($\mathrm{X_B}$ $\mathrm{Y_B}$); $\theta_\mathrm{A}, \theta_\mathrm{B}$, are the coefficients found, respectively, on the sets A, B.

Let's determine the conditions for solving the problem for the system of equations of the form $\mathrm{Y} = a\mathrm{X}$, where a is the vector of parameters corresponding to the selected structure, calculated by the method of least squares [9] and has the form: $a = (\mathrm{X^T X})^{-1}\mathrm{X^T Y}$, $\mathrm{X^T}$ where is the transposed matrix.

The regularity criterion for evaluating the structure of the model can be determined [9] by the formula:

$$\Delta^2(B) = (Y_B^* - Y_B)^T (Y_B^* - Y_B), \quad (12)$$

where Y_B^* is the vector of estimates obtained by the method of least squares on Y_A and X_A, that is, taking into account the previous expressions: $Y_B^* = X_B(X_A^T X_A)^{-1} X_A Y_A$.

The non-displacement criterion is, as a rule, given by the formula:

$$n_{см}^2 = (Y_A^* - Y_B^{**})^T (Y_A^{**} - Y_B^{**}), \quad (13)$$

where $Y_{A,B}^{**} = X(X_{A,B}^T X_{A,B})^{-1} X_{A,B}^T Y_{A,B}$.

This derivation of the unbiasedness criterion is equivalent [9] to the derivation of the unbiasedness criterion by the coefficients given by the formula: $n_{см}^2 = (a_A - a_B)^T X^T X (a_A - a_B)$.

Depending on the specifics of the task to be solved, taking into account the depth of forecasting and in case of insufficient accuracy of the obtained model, the question can be asked about extending the search to the area of higher-order structures. However, there is no reason to claim that a better solution will be found compared to the ones obtained, and that it will have a form that is acceptable for use, that is, recognized as rational. Therefore, on the basis of the above, it is possible to draw a conclusion about the expediency of focusing efforts not on finding solutions in the field of complex nonlinear structures, but on researching the solution of maximum accuracy from among the simplest optimal structures.

The outlined principles are used as starting points in the algorithm for finding optimal mathematical models when solving the task of assessing changes in the technical condition (reliability level) of equipment.

The solution to the problem of choosing the structure of the model is usually complicated by the small amount of information contained in the matrices X, Y. Therefore, in order to improve the quality of the forecast and obtain a reasoned decision regarding the appearance of the obtained model, there is a need to apply a modification of the criterion of regularity, or the criterion of predictable ability.

For this, the input and output samples are divided into three subsamples, respectively:

$$X = \begin{bmatrix} X_A \\ X_B \\ X_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_W \\ X_C \end{bmatrix}, \; Y = \begin{bmatrix} Y_A \\ Y_B \\ Y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_W \\ Y_C \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Accordingly, the predictability criterion uses the root mean square error calculated for the sample Y with the parameters obtained on a separate examination sample C, which was not used to find the coefficients θ and during the selection of candidate models, and has the form:

$$\Delta^2(Y\backslash C)=\left\|Y-X\theta_C\right\|^2, \quad (14)$$

where X, Y are matrices containing all the initial information; θ_C is the coefficient found on the set C.

The predictability criterion for evaluating the model structure can be determined by [10] the formula:

$$\Delta^2(Y\backslash C)=\left(Y-X(X_C^TX_C)^{-1}X_CY_C\right)^T\left(Y-X(X_C^TX_C)^{-1}X_C^TY_C\right). \quad (15)$$

When implementing forecasts, it is important to establish the compliance of the selected quality criterion of the obtained forecast results. A combined selection criterion is implemented in the algorithm for assessing the change in the level of reliability of the SCE. The general difficulty of direct application of combined criteria is that the maximum value of one of the criteria is often several orders of magnitude greater than the other.

In this regard, the GMDH algorithm implements not a two-criteria, but a sequential selection: first, F_1 models are selected according to the unbiasedness criterion, and then the best F_2 models are selected according to any accuracy criterion. Such a consistent application of criteria increases the effectiveness of modeling, in particular, immunity to interference. At the same time, the problem of rationing is avoided.

The most acceptable for solving the task of building models of the process of changing the level of reliability of SCE at OATC is the use of a combined criterion: the criterion of unbiasedness for the selection of F_1 models that are sufficiently tested in solving tasks of a similar class, and the combined criterion: the criterion of unbiasedness and predictive ability for the selection of F_2 models that allows you to successfully solve the tasks of medium-term and long-term forecasting under certain conditions [18, 19].

Solving problem (7), based on reliable reliability test data, a mathematical model of the form is searched for:

$$Y = f(X) \quad (16)$$

and assessment of the technical durability of weapons samples after they have reached the minimum permissible level of failure: $Y \geq Y_{hm}$.

The process of building models stops when a model of the form is found:

$$\begin{cases} Y = f(X); \\ \sigma = \min; \\ \Delta^2(Y\backslash C) = \min; \\ Y \geq Y_{hm}, \end{cases} \quad (17)$$

where σ is the root mean square error; $\Delta^2(Y\backslash C)$ - the value of the predictability criterion.

The algorithm for modeling the process of changing the technical condition (reliability level) of anti-aircraft missile samples during operation according to the technical condition, which is based on the GMDH combinatorial algorithm,

implemented by G.O. Ivakhnenko [19], and refined in terms of choosing the best predictive model according to the $\Delta^2(Y\backslash C) \rightarrow$ min criterion, presented in Fig. 1.

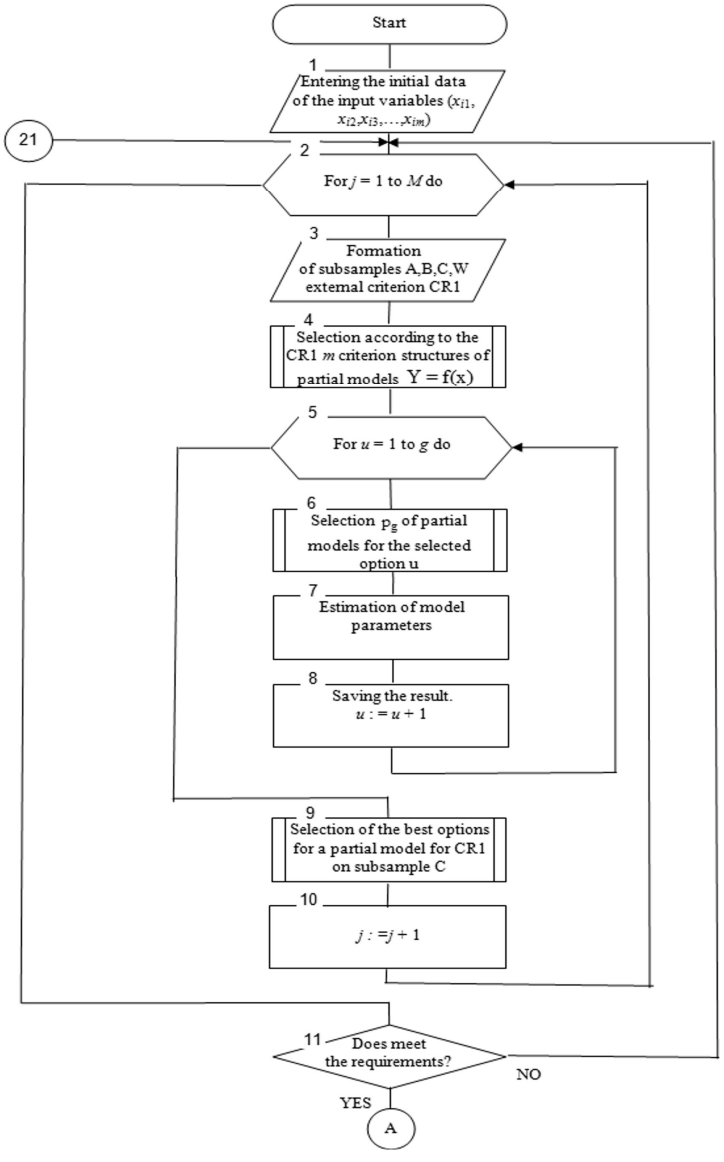


Fig. 1. Algorithm for modeling the process of changing the technical condition (reliability level) of samples of construction equipment during operation according to the technical condition (beginning)

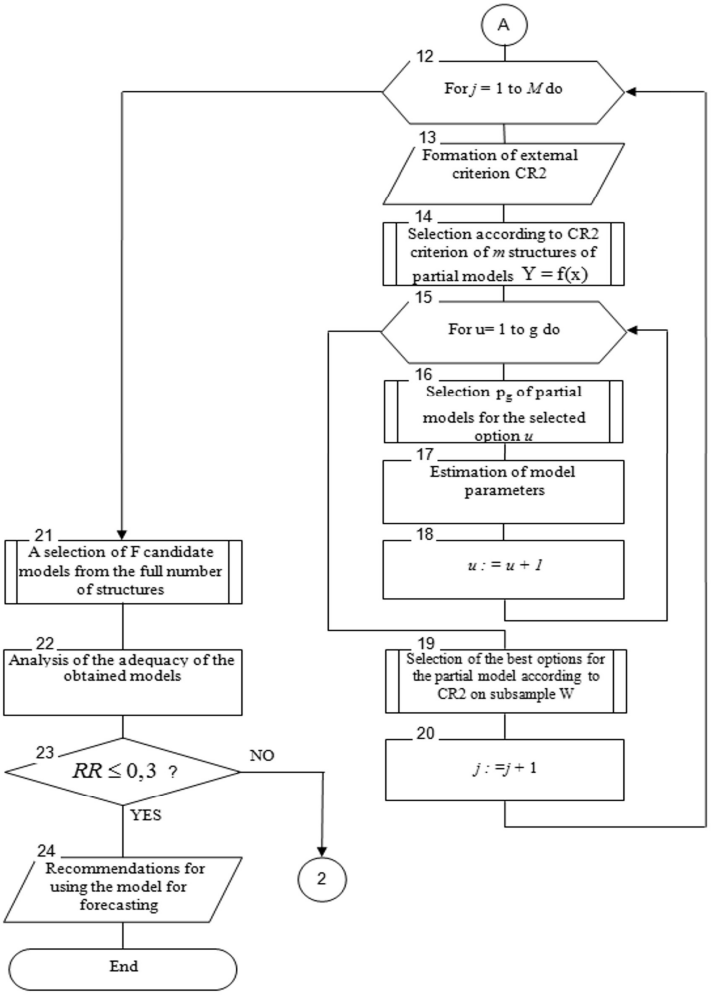


Fig. 1. Algorithm for modeling the process of changing the technical condition (reliability level) of samples of construction equipment during operation according to the technical condition (the end)

The issue of checking the adequacy of the models obtained as a result of solving problem (7) is considered differently under the conditions of application of one or another approach, and is mainly determined by the type of criterion used when comparing models. For example, within the framework of the classical approach, there are well-developed procedures for assessing the reliability of constructed models using the apparatus for testing hypotheses about the significance of the regression dependence as a whole (using F-statistics) and each regression coefficient separately (using t-statistics) [20,21]. Thus, in addition to specific means characteristic of certain methods, both classical and modern approaches actively use the technique of "cross-

validation", which boils down to splitting the sample, to check the predictive properties of models. It is on this technique that the GMDH methods are fundamentally based [22]. In particular, in the applied GMDH algorithms, the sample is divided into three parts: on the first (training) parameters of the generated models are calculated, on the second (testing) they are compared for accuracy with the selection of one or more of the best, on the third, independent (examination), quality is checked selected models in the forecasting mode. So, the obtained model is characterized by three error values (on each of the three parts of the sample), which can be used to draw a sufficiently justified conclusion about its quality: if they are all close to each other, then the model is not contradictory (adequate in structure)

$$RR = \frac{\sum_{i=NA+NB+1}^{N}\left(y_i - y_i^*\right)^2}{\sum_{i=NA+NB+1}^{N}\left(y_i - y_E\right)^2}, \qquad (18)$$

where y_i are the real values of the function on the examination sequence of length NC, i.e. from $N-(NA+NB)$ to N; y_i^* - the function values predicted and determined using a mathematical model on the examination sequence; y_E - the average value of the function on the examination sequence.

The degree of model adequacy is considered high if the RR value is less than 0.3 [9]. The difference between the presented quality indicator of the model (18) is the operation of external information in relation to the data used to obtain the mathematical model.

In addition, the assessment of the adequacy of the model to the investigated process is carried out using the criterion of predictive ability $\Delta^2(Y\backslash C)$. As a result, the one that has the best predictive properties is selected from among the many models.

Conclusions. Thus, the proposed mathematical model of the process of changing the technical condition of samples of anti-aircraft missile weapons during operation according to the technical condition is a logical continuation of the known similar procedures considered in [1,2,6,7], and unlike them, takes into account the use of raw data inconsistent results of evaluating the controlled reliability indicator based on the results of operational observations.

The use of the proposed mathematical model, which describes the dependence of the change of the reliability indicator on the set of parameters characterizing the operating modes of objects, instead of paired linear regression models of the change in the reliability indicator from the duration of operation (total earnings), makes it possible to ensure a more complete consideration of the specific features of SCE.

REFERENCES

1. *Gaskarov D.V.* Prognozirovaniye tekhnicheskogo sostoyaniya i nadezhnosti radioelektronnoy apparatury. (Forecasting the technical condition and reliability of radio electronic equipment.) / D.V. Gaskarov, T.A. Golinkevich, A.V. Mozgalevsky. – M.: Sov. radio, 1974. – 224 s.
2. GOST 27.302-86. Nadezhnost v tekhnike. Metody opredeleniya dopuskayemogo otkloneniya parametra tekhnicheskogo sostoyaniya i prognozirovaniya ostatochnogo resursa sostavnykh chastey agregatov mashin. (Reliability in technology. Methods for determining the permissible deviation of the parameter of the technical condition and predicting the residual life of the components of machine units.) – M.: Izdatelstvo standartov, 1987. – 20 s.
3. Nadezhnost i effektivnost v tekhnike: Spravochnik. V 10 t. (Reliability and efficiency in engineering: a Handbook. In 10 volumes)/ [Red. sovet: V.S. Avduyevsky (pred.) i dr.] – M.: Mashinostroyeniye, 1989. – T.6: Eksperimentalnaya otrabotka i ispytaniya. – 376 s.
4. RD 50-490-84. Metodicheskiye ukazaniya. Tekhnicheskaya diagnostika. Prognozirovaniye ostatochnogo resursa mashin i detaley po kosvennym parametram. (Methodical instructions. Technical diagnostics. Forecasting the residual life of machines and parts by indirect parameters.) – M.: Izdatelstvo standartov, 1985. – 19 s.
5. *Sadykhov G.S.* Pokazateli ostatochnogo resursa i ego svoystva (Indicators of residual resource and its properties) / G.S. Sadykhov // Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika. – 1985. – №4. – S.138-143.
6. *Zubarev V.V.* Matematicheskiye metody otsenki i prognozirovaniya tekhnicheskikh pokazateley ekspluatatsionnykh svoystv radioelektronnykh sistem. (Mathematical methods for assessing and predicting technical indicators of operational properties of radio electronic systems.) / V.V.Zubarev, A.P. Kovtunenko, L.G. Raskin. – K.: Knizhkove vidavnitstvo NAU, 2005. – 184 s.
7. *Raskin L.G.* Zadacha otsenki i prognozirovaniya pokazateley tekhnicheskogo sostoyaniya s uchetom uslovy ekspluatatsii (The task of assessing and predicting indicators of the technical condition, taking into account the operating conditions) / L.G. Raskin, I.O. Kirichenko. // Metody resheniya zadach ekspluatatsii i remonta radioelektronnoy apparatury. – Kharkov: VIRTA PVO, 1977. – S.32 – 36.
8. *Ivakhnenko A.G.* Pomekhoustoychivost modelirovaniya. (Noise immunity simulation.) / A.G. Ivakhnenko, V.S. Stepashko. – Kiyev: Nauk. dumka, 1985. – 216 s.
9. *Ivakhnenko A.G.* Modelirovaniye slozhnykh sistem po eksperimentalnym dannym.(Modeling of complex systems based on experimental data.) / A.G. Ivakhnenko, Yu.P. Yurachkovsky.– M.: Radio i svyaz, 1987. – 120 s.
10. I*vakhnenko A.G.* Samoorganizatsiya prognoziruyushchikh modeley. (Self-organization of predictive models.) / A.G. Ivakhnenko, Y.A. Myuller. – Kiyev: Tekhnika, 1985. – 221 s.
11. *Ivakhnenko A.G.* Heuristic Self– organization in Problems of Engineering Cybernetics. Pergamon PRESS / Ivakhnenko A.G. // Journal Automatica. – 1970.– №6.– P. 207–219.
12. *Ivakhnenko A.G.* Polynomial Theory of Complex Systems / Ivakhnenko A.G. // J. of IEEE Transactions on systems man and cybernetics. – 1971.– №4. – P. 364–378.
13. *Madala H.R.* Inductive Learning Algorithms for Complex Systems Modeling . / H.R. Madala, A.G. Ivakhnenko. – Boca Raton: CRC Press Inc., 1994. – 384 p.
14. *Ivakhnenko A.G.* Metod gruppovogo ucheta argumentov - konkurent metoda stokhasticheskoy approksimatsii (Method of group accounting of arguments - a competitor of the method of stochastic approximation)/ Ivakhnenko A.G. // Avtomatika. – 1968.– №3.– S. 58–72.
15. *Ivakhnenko N.O.* Kombinatorni algoritmi MGVA, v yakikh ekzamenu na regulyarnist piddiyutsya yak „simetrichni", tak i „nesimetrichni" polinomi (Combinatorial algorithms of MGVA, in such an exam for regularity, are considered as "symmetric", so "non-symmetric" polynomials) / N.O.Ivakhnenko, M.Z. Kvasko // Avtomatika. – 1972.– №5.– S. 42–48.
16. *Stepashko V.S.* Kombinatorny algoritm MGUA dlya strukturnoy identifikatsii obyektov upravleniya s primeneniyem razlichnykh kriteriyev selektsii (Combinatorial GMDH algorithm for structural identification of control objects using various selection criteria) / Stepashko V.S. // K. : RFAP, 1977. – S. 14.
17. *Stepashko V.S.* Kombinatorny algoritm MGUA s optimalnoy skhemoy perebora modeley (Combinatorial GMDH algorithm with an optimal model enumeration scheme) / Stepashko V.S. // Avtomatika. – 1981. – №3.– S. 31–36.
18. *Ivakhnenko G.A.* Primeneniye prognoziruyushchikh algoritmov MGUA dlya resheniya marketingovikh zadach (Application of GMDH predictive algorithms for solving marketing problems) / Ivakhnenko G.A. // Problemy upravleniya i informatiki. – 2008. – №2.– S. 140–152.

19. Spravochnik po tipovym programmam modelirovaniya (Handbook of typical modeling programs)/ A.G. Ivakhnenko, Yu.V. Koppa, V.S. Stepashko i dr. Pod red. A.G. Ivakhnenko. – Kiyev: Tekhnika, 1980. – 184 s.
20. *Vuchkov I.* Prikladnoy lineyny regressionny analiz. (Applied linear regression analysis.) / I. Vuchkov, L. Boyadzhiyeva, Ye. Solakov. – M.: Finansy i statistika, 1987. – 239 s.
21. *Demidenko Ye.Z.* Lineynaya i nelineynaya regressii. (Linear and non-linear regression.) / Demidenko Ye.Z. – M.: Finansy i statistika, 1981. – 302 s.
22. *Ivakhnenko A.G.* Induktivny metod samoorganizatsii modeley slozhnykh sistem. (Inductive method of self-organization of models of complex systems.) / Ivakhnenko A.G. – Kiyev: Nauk. dumka, 1982. – 296 s.

Стаття надійшла 23.12.2022

Опенько П.В., Биченков В.В., Поліщук В.В., Підгородецький М.М., Салій А.Г., Салій О.Я.

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСУ ЗМІНИ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ЗРАЗКІВ БУДІВЕЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ПРИ РЕАЛІЗАЦІЇ СТРАТЕГІЇ ТЕХНІЧНОЇ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ЗА СТАНОМ

У статті наведена процедура розробки математичної моделі процесу зміни технічного стану зразків будівельної техніки під час експлуатації за технічним станом. Наведена процедура ґрунтується на використанні методу групового урахування аргументів та враховує можливість використання в якості початкових даних оцінок показників безвідмовності, отриманих за нерівноточними результатами експлуатаційних спостережень. Наведена процедура дозволяє більш повно враховувати специфічні особливості використання зразків спеціальної техніки.

Ключові слова: метод групового урахування аргументів, зразок будівельної техніки, експлуатація за технічним станом.

УДК 681.518.54.4
Опенько П.В., Биченков В.В., Поліщук В.В., Підгородецький М.М., Салій А.Г., Салій О.Я. **Розробка математичних моделей процесу зміни технічного стану зразків будівельної техніки при реалізації стратегії технічної експлуатації за станом** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 375-392.
Іл. 1. Бібліогр. 22 назв.

UDC 681.518.54.4
Openko P.V., Bychenkov V.V., Polischuk V.V., Pidhorodetskyi M.M., Salii A.G., Salii O.Y. **Development of mathematical models of process of change of the technical condition of samples of building technique is during realization of strategy of technical exploitation according to condition** // Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 375–392.
Fig. 1. Ref. 22.

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада):кандидат технічних наук, старший дослідник, докторант кафедри логістики Повітряних Сил інституту авіації та протиповітряної оборони НУОУ, ОПЕНЬКО Павло Вікторович
Адреса робоча:03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.
Робочий тел.: +38(044) 271-09-80.
Мобільний тел.:+38(063) 840-21-92
E-mail: pavel.openko@ukr.net.
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7777-5101

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, старший науковий співробітник, заступник начальника Центра воєнно-стратегічних досліджень НУОУ, БИЧЕНКОВ Василь Васильович
Адреса робоча:03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.
Робочий тел.: +38(044) 271-05-44.
Мобільний тел.:+38(097) 461-67-33
E-mail: kadet97@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-6080-6976

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада):кандидат військових наук, старший викладач кафедри логістики Повітряних Сил інституту авіації та протиповітряної оборони НУОУ, ПОЛІЩУК Василь Володимирович
Адреса робоча:03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.
Робочий тел.: +38(044) 271-05-96.
Мобільний тел.:+38(098) 889-94-52
E-mail:polva@ukr.net.
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8990-9648

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада):кандидат військових наук, заступник начальника кафедри оперативного та бойового забезпечення інституту забезпечення військ (сил) та інформаційних технологій НУОУ, ПІДГОРОДЕЦЬКИЙ Микола Миколайович
Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.
Робочий тел.: +38(044) 271-09-89.
Мобільний тел.:+38(098) 257-21-08
E-mail: nickpidhorodetskyi@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4807-8635

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада):кандидат військових наук, доцент, начальник інституту авіації та протиповітряної оборони НУОУ, САЛІЙ Анатолій Григорович
Адреса робоча:03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.
Робочий тел.: +38(044) 271-05-93
Мобільний тел.:+38(067) 752-20-27
E-mail: say16@email.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3491-9301

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада):кандидат військових наук, доцент кафедри оперативного та бойового забезпечення інституту забезпечення військ (сил) та інформаційних технологій НУОУ, САЛІЙ Олександр Ярославович
Адреса робоча:03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.
Робочий тел.:+38(044) 271-09-89.
Мобільний тел.:+38(050) 255-35-08
E-mail: say16@email.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-6876-2170

UDC 69.057

INVESTIGATION OF LABOUR INTENSITY AND DURATION OF THE ASSEMBLY PROCESSES OF STRUCTURAL COVERING BLOCKS

H.M. Tonkacheiev,
Doctor of Technical Sciences, Professor

V.P. Rashkivskyi,
PhD, Associate Professor

I.M. Rudnieva,
PhD, Associate Professor

I.V. Dubovyk,
Leading engineer

Kyiv National University of Construction and Architecture,
31, Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.393-403

The article considers an approach to determining the labour intensity and duration of the processes of enlargement and installation of the structural blocks of the coating, which is due to atypical design and technological solutions. The relevance of this work is the need for a qualitative analysis of methods for calculating the labour intensity and duration of technological processes in the justification and decision-making on the organization and mechanization of installation processes.

Modern technologies of installation of structural blocks of coatings are analyzed. The analysis of labour intensity was carried out for the option of using lifting assembly modules to reduce the specific share of the use of heavy crane equipment at a construction site. In comparison with the way of installation of a structural coating using heavy crane equipment, load-lifting assembly modules occupy a smaller area of the construction site, which is important for a limited space.

To determine the labour intensity of the process, the installation of columns, installation of stands, enlargement of blocks, installation of blocks and installation and movement of assembly lifting and harvesting modules are included in the consideration. All calculations were made in tabular form in accordance with the formula of the integer normalization technique. Based on the results of the study, all components of the labour intensity and duration of the processes were determined, on the basis of which schedules for the implementation of the processes of enlargement and installation of structural pavement blocks (SBP) of a one-story spatial planning building were built.

Keywords: labor intensity of the process, integer rationing,time rationing, coating structural block,enlargement,assembly, installation,lift assembly module.

1. Problem statement

In recent years, the problem of designing and building spatial structures such as hangars, warehouses, as well as structures for other purposes with a short service life (1-2 years) has become urgent. To do this, it is necessary to revise the approaches to the technology of their construction and dismantling of structures. The main requirements for technologies are the speed of construction while maintaining a high level of reliability and the speed of disassembly with maximum safety of materials and structures for reuse. The most relevant for this are technologies with a forced method of lifting and installing structures, as well as structural covering blocks [1].

© Tonkacheiev H.M., Rashkivskyi V.P., Rudnieva I.M., Dubovyk I.V.

Most often, for spatial structures, design solutions are used from light metal structures with spans of 18 ... 36 m. Depending on the technological process, they have a variety of planning and design solutions that determine their assembly methods and mechanisms [1].

The process of enlargement of the structural covering blocks(SCB) of buildings can take place on special sites (enlargement sites), on mobile stands or on assembly lines. For the assembly technology using cranes, the zones for enlargement of the SCB are located near the installation sites. These zones must be in the area of action of cranes. To lift the SCB without the use of heavy cranes, enlargement, as a rule, is performed on the ground in terms of the axes of the bearing structures.

2. Analysis of recent research

In [1], the issues of assembly of building elements, enlarged assembly of roof blocks, selection of mechanized technological equipment are considered, a number of technological schemes for performing construction work are described, mainly based on the use of heavy crane equipment.

In works [2], methods and methods of installation of structural coatings are considered.

In [3], an approach to the creation of mechanized technological modules is considered, the use of new methods for determining the technological indicators of construction operations when using new solutions for the mechanization of construction processes is proposed.

In [4-5], approaches to the synthesis of technical solutions for ensuring the mechanization of technological processes are proposed, the efficiency of various types of drives is analyzed.

In [6, 12], the design of a lifting module for the installation of structural covering blocks is proposed, which makes it possible to reduce the specific share of the use of heavy crane equipment at the construction site.

The purpose of the work is to identify the labour intensity and duration of the processes, to analyze the features of the assembly of the structural blocks of the coating, to justify the effectiveness of the use of technology with lift assembly module.

3. Research results

As we know, the labour intensity of the construction process is determined by the methods of technical regulation of processes according to the methods of chronometric observation [7-9]. Based on these observations, standards are developed [7]. The labor intensity is measured in man-hours, and the rate of labour intensity is derived from the standard time, taking into account the number of performers.

Options for the enlargement and assembly of the SCB are not typical. Timing studies are not known for them, so it was decided to use the well-known integer rationing technique [8]. The basis of the method, as in the method of microelement rationing, is the actions corresponding to the structure of operations. Therefore, at the first stage of the study, a list of actions by operations and actions is determined.

The use of lift assembly module (LAM) replaces cranes in the processes of lifting and installing SCB blocks, which allows you to enlarge the SCB blocks directly in the axes of the columns. The dimensions of the construction site are reduced, as the columns are installed as the blocks rise, which become larger in the axes of the installation.

Before enlargement of SCB blocks, monolithic reinforced concrete foundations are installed under the columns. Foundations are installed with anchor bolts.

Further processes, in contrast to the process of assembling the frame of a structure, with the option of using heavy lifting cranes, are different in terms of content and execution sequence.

First, the first sections (tiers) of the columns are installed and fixed on the base plates of the foundations with a light crane. The height of the section is about 1.0 m, the weight of each section does not exceed 150 kg. For this, a truck crane with a lifting capacity of 10 tons is sufficient. The structure of the process of installing the supporting sections of columns on foundations is as follows [6, 10]:

$W_{1.1}$ – moving workers to a new work area;
$W_{1.2}$ – workplace preparation;
$W_{1.3}$ – installation of gasket and support nuts;
$W_{1.4}$ – preparation of the structure for assembly;
$W_{1.5}$ – crane hook delivery and structure slinging;
$W_{1.6}$ – lifting and delivery of the structure to the installation site;
$W_{1.7}$ – guiding the structure upon delivery to the installation area;
$W_{1.8}$ – orientation and installation of the column on the anchor bolts;
$W_{1.9}$ – installation of nuts and rough fixation of the post;
$W_{1.10}$ – alignment and final fixation of the column;
$W_{1.11}$ – removal of sling hooks;
$W_{1.12}$ –pouring joints with concrete;
$W_{1.13}$ – acceptance quality control.

The labour intensity and duration of the enlargement of the SBC blocks were found using the integer normalization technique (Table 1).

Determination of the standard time of all processes using the formula [9]:

$$T_h = 0,01667 \cdot \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} r_j \cdot W_{ij},$$

where T_h – standard time for the process of the third level, hour; r_j – the coefficient of complexity and responsibility of actions, expressed as integers from 1 to 5 minutes; W_{ij} - the number of *i*-th actions (elements) of the *j*-th complexity and responsibility.

Labor intensity will be $\Theta_h = 0,01667 \cdot 72 = 4,534$ man-hours, duration of the process with a combination of actions is T_h = 0,01667·116·1,12 = 2,17 hours.

Table 1

Rationing matrix of the process
of mounting the supporting sections of columns

Actions, W_i	Number of actions by degree of responsibility, r_i					T_h, min.	Number of workers N_p, pers.	Labour intensity Θ, man.-min.
	1	2	3	4	5			
$W_{1.1}$	**4**					4	2	8
$W_{1.2}$	**4**					4	2	8
$W_{1.3}$				**4**		16	2	32
$W_{1.4}$	**4**					4	2	8
$W_{1.5}$		**4**				8	2	16
$W_{1.6}$		**4**				8	2	16
$W_{1.7}$		**4**				8	2	16
$W_{1.8}$		**4**				8	3	24
$W_{1.9}$				**4**		16	2	32
$W_{1.10}$					**4**	20	3	60
$W_{1.11}$	**4**					4	1	4
$W_{1.12}$		**4**				8	2	16
$W_{1.13}$				**4**		16	2	32
Results:						44		154

The next process is the installation of the LAM on the mounted support sections of the columns, using the same crane. The module is lowered onto special couplings of the supporting section and enters inside by the rods of hydraulic cylinders.

Структура процесу наступна:

$W_{2.1}$ – moving workers to a new work area;

$W_{2.2}$ – workplace preparation;

$W_{2.3}$ – preparation of the load-lifting module (LLM) for assembly;

$W_{2.4}$ –supply of the crane hook and slinging of the LLM;

$W_{2.5}$ – lifting and delivery of the LLM to the installation area;

$W_{2.6}$ – guiding LLM upon delivery to the installation area;

$W_{2.7}$ – orientation and installation of theLLMin the couplings;

$W_{2.8}$ – removal of sling hooks;

$W_{2.9}$ – acceptance quality control.

The labor intensity of the mounting process of 4LAMis: $\Theta_h = 1{,}867$ man-hours and the duration is T_h= 0,90 hours.

The third process is the installation of the LAM power drive [4, 11], its performance and the operation of control systems are checked. According to the experience of arranging such systems for sliding formwork, this takes one work shift [9]. For 4 performers, respectively, the complexity of the installation of the LAM system will be $\Theta_h = 32$ man-hours and the duration will be T_h = 8 hours.

The next fourth process is to perform enlargement of the SCB into blocks. For the method using LAM, the enlargement is performed at the level of +2.500

m, which requires a different solution for the design of the assembly stands. First, the supporting elements of the SCB block are installed in the form of inverted pyramids on the head of the columns (Fig. 1). The elements are fixed on the heads of the columns, which are temporary components of the LAM, and after the installation of the SCB, they pass into the construct of the columns.

Table 2

Rationing matrix of the LAM mounting process

Actions, W_i	Number of actions by degree of responsibility, r_j					T_h, min.	Number of workers N_p, pers.	Labour intensity Θ, man.-min.
	1	2	3	4	5			
$W_{2.1}$	**4**					4	2	8
$W_{2.2}$	**4**					4	2	8
$W_{2.3}$	**4**					4	2	8
$W_{2.4}$	**4**					4	2	8
$W_{2.5}$	**4**					4	2	8
$W_{2.6}$		**4**				8	2	16
$W_{2.7}$		**4**				8	2	16
$W_{2.8}$	**4**					4	2	8
$W_{2.9}$				**4**		16	2	32
Results:						48		112

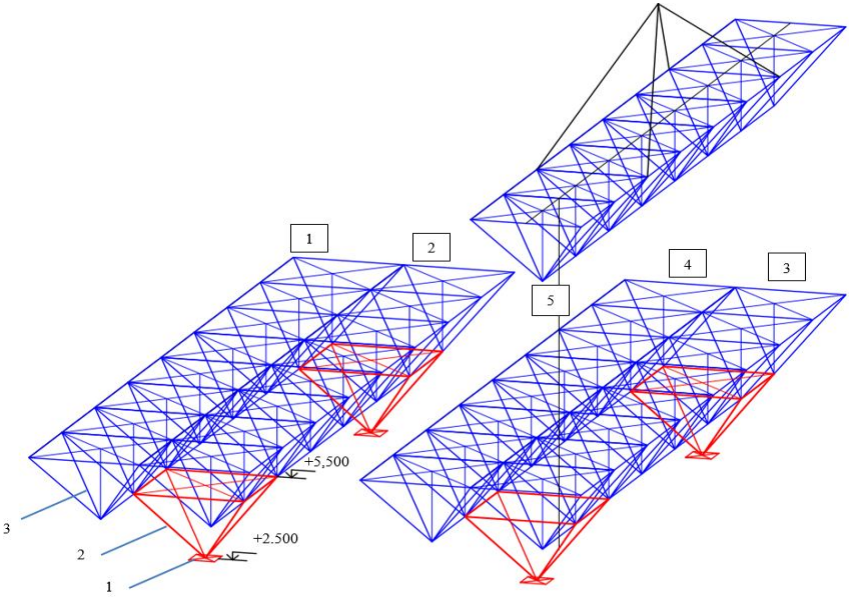


Fig. 1. Scheme of enlargement of the block of the structural block of the coating (SBC) with dimensions of 24 x 15 m: 1 – column head; 2 – supporting element of the SBC block; 3 – SBC shipping mark 24 x 3 m. The assembly sequence is indicated by numbers in squares

To install the fifth shipping mark and small elements, ordinary scaffolding in the form of a tour is used. The functions of the assembly stands are performed by the supporting element of the SBC block, therefore the structure of the process of enlargement of the SBC blocks is represented by the following set of actions:

$W_{4.1}$ – moving workers to a new work area;

$W_{4.2}$ – workplace preparation;

$W_{4.3}$ – supply of the crane hook and slinging of the structure;

$W_{4.4}$ – lifting and feeding the structure into the enlargement zone;

$W_{4.5}$ – guiding the structure when entering the installation area and installation;

$W_{4.6}$ – temporary fixing of the shipping mark;

$W_{4.7}$ – reconciliation and final fixation of shipping marks;

$W_{4.8}$ – removal of sling hooks;

$W_{4.9}$ – installation and fixing of individual SBC rods;

$W_{5.10}$ – acceptance quality control.

Table3

Matrix for calculating the parameters of the process of enlargement SBC

Actions, W_i	Number of actions by degree of responsibility, r_j					T_h, min.	Number of workers N_p, pers.	Labour intensity Θ, man.-min.
	1	2	3	4	5			
$W_{4.1}$	**2**					2	4	8
$W_{4.2}$	**2**					2	4	8
$W_{4.3}$			**9**			27	4	108
$W_{4.4}$			**9**			27	3	81
$W_{4.5}$			**9**			27	3	81
$W_{4.6}$		**9**				18	4	72
$W_{4.7}$				**9**		36	3	108
$W_{4.8}$			**32**			96	4	384
$W_{4.10}$					5	25	2	50
Results:						256		900

Actions $W_{4.1}$, $W_{4.2}$, $W_{4.3}$ can be combined. Labour intensityof the process of enlargement of one block of the SCB is: $\Theta_h = 15,003$ man-hours and the duration of the process with the combination of actions is T_h = 4,78 hours.

After the enlargement of the SBC block, the ascent begins in steps of 1.0 m with the installation and fixing of the elements of the column sections (Fig. 2). There are 11 such steps in the given example. One section of columns requires 16 assembly elements with the responsibility of the second stage [9].

The structure of the process of lifting SBC blocks with the help of LAM is as follows:

$W_{5.1}$ – squeezing out three cylinders of the LLM at once;

$W_{5.2}$ – installation of the support column of the column in a free place;

$W_{5.3}$ – the next rise of the rods of three cylinders;
$W_{5.4}$ – sequential installation of three columns of the column section;
$W_{5.5}$ – installation, fixing and adjustment of the grating;
$W_{5.6}$ – acceptance quality control.

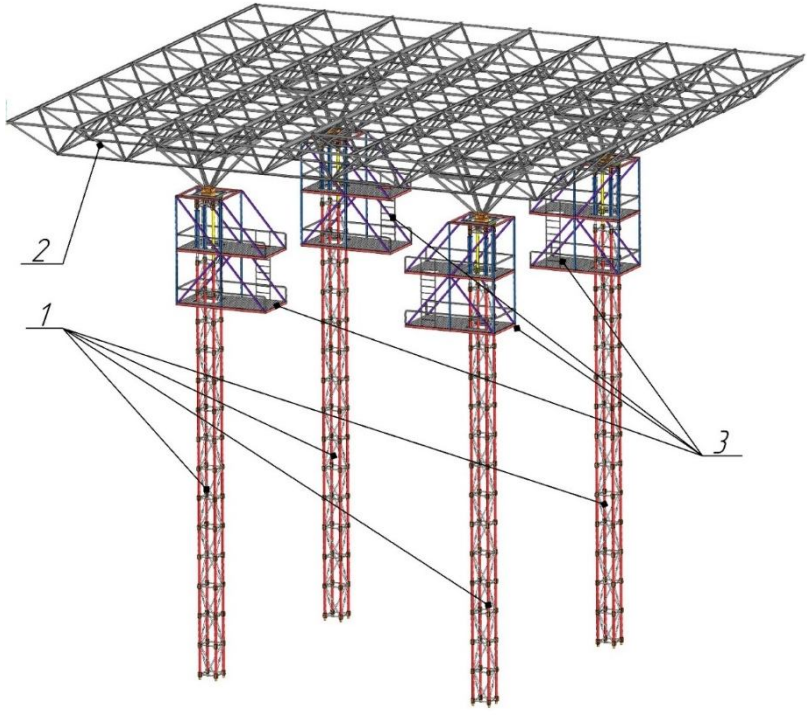


Fig. 2. Scheme of organizing the installation of the structural block of the coating using a lifting module: 1 – column; 2 –structural block of the coating; 3 –lifting module

Table 4

Rationing matrix for the lifting process of SBC blocks

Actions, W_i	Number of actions by degree of responsibility, r_j					T_h, min.	Number of workers N_p, pers.	Labour intensity Θ, man.-min.
	1	2	3	4	5			
$W_{5.1}$	**1**					1	1	1
$W_{5.2}$		**1**				2	2	4
$W_{5.3}$		**3**				6	1	6
$W_{5.4}$		**3**				6	2	12
$W_{5.5}$		**12**				24	2	48
$W_{5.6}$					**1**	5	2	10
Results:						44		81

The labor intensity of the process of lifting SBC blocks using LAM is: $\Theta_h = 1,35$ man-hours and the duration of the process with a combination of actions is T_h = 0,81 hours. Accordingly, to perform 11 lifting cycles with four modules, the labor cost is 59,400 man-hours and the duration is 9,80 hours.

The dismantling and relocation of the LAM to the next parking lots will be one work shift in duration, and 32 people in terms of labor costs.

The general structure of the processes, respectively matrices (Tables 1-4), is as follows:

TC1 - installation of supporting sections of columns on foundations; TC2 - installation of LAM; TC3 – hydraulic system installation; TC4 - enlargement of the SBC; TC5 - lifting of the SBC block; TC6 - dismantling of the LAM; TC7 - other processes not taken into account (5%).

Table 5 shows general technological calculations of the process of enlargement and installation of SBC.

Table 5

Technological calculations of the process of enlargement and installation of SBC

Process cipher	Product volume		Labor cost rate, man-hour	Time consumption rate, hours	Labor intensity of the process, man-hours	Duration of the process, hours
	Unit of measurement	Quantity				
TC1	1 block	1	4,534	2,17	4,534	2,17
TC2	1 block	1	1,867	0,9	1,867	0,9
TC3	1 block	1	32,000	8	32,000	8
TC4	1 block	1	15,003	4,78	15,003	4,78
TC5	1 block	1	59,400	9,8	59,400	9,8
TC6	1 block	1	32,000	8	32,000	8
TC7	%	5			7,24	1,07
					152	34,72

4. Conclusions

The existing normative database for standardizing new processes does not allow determining the labor intensity and duration of processes, as is clearly shown in the example in which the LAM lifting and harvesting module is used in the technology. The use of a modified microelement method of (holistic) rationing makes it possible to calculate the labor intensity and duration of any processes, to justify various options, which significantly increases the efficiency of design and technological solutions.

REFERENCES

1. Tekhnolohiia montazhu budivelnykh konstruktsii: navch. posibnyk (Technology of installation of building structures: teaching. Manual)/ V.K. Chernenko, O.F. Osypov, H.M. Tonkacheiev, Ye.H. Romanushko ta in.; za red. V.K. Chernenka. – K. : Horobets H.S., 2010. – 372 s
2. *Sobko Yu.T.* Analiz strukturnykh pokryttiv ta metodiv montazhu (Selection of factors affecting the labor-intensiveness of the process of installation of structural plates covering single-story buildings) / Yu.T. Sobko // Naukovyi visnyk Chernivetskoho universytetu. – 2014. Tom 3, vyp. 2. – S.100-103.

3. *Tonkacheev H.N.* Funktsyonalno-modulnaia systema formyrovanyia komplektov stroytelnoi osnastky: Monohrafyia (Functional-modular system for the formation of sets of construction equipment: Monograph).-Kyev, 2012 .-158 s.
4. *Pelevin L.Ie., Rashkivskyi V.P.* Strukturnyi syntez hidro- ta pnevmosystem. Navchalnyi posibnyk (Structural synthesis of hydraulic and pneumatic systems).– K: KNUBA, 2011. – 80 s.
5. *Abrashkevych Yu.D., Pelevin L.Ie., Rashkivskyi V.P.* Obladnannia dlia montazhnykh robit: Pidruchnyk (Equipment for assembly work: Textbook). – K.:- KNUBA, 2015. – 320 s.
6. *Tonkacheiev H., Rashkivskyi V., Lepska L., Sharapa S. & Sobko Yu.* (2022). Prerequisites for the creation of lifting and collecting technological module for the installation of structural blocks of the coating. AD ALTA: Journal of Interdisciplinary Research. Special issue No.12/01/XXVII. The Czech Republic. 204–206. URL: http://www.magnanimitas.cz/ADALTA/120127/papers/J_05.pdf
7. *Balova E.F.* Normyrovanye truda rabochykh v stroytelstve (Labor standardizationof workers in construction) / E.F. Balova, R.S. Bekerman, N.N. Evtushenko y dr.: pod red. E.F. Balovoi. – M.: Stroiyzdat, 1985. – 440 s.
8. *Tonkacheiev H.M.* Nova systema normuvannia vytrat chasu dlia pryiniattia tekhnolohichnykh rishen (New system of time standardization for making technological decisions) / H.M. Tonkacheiev // Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia: zb. nauk. pr. - K.: KNUBA, 2013. Vyp 50. S. 700-704.
9. *Tonkacheiev H.M.* Vyznachennia tryvalosti protsesu montazhu ta demontazhu opalubky za metodom tsilochyslenoho normuvannia (Determination of the duration of the process of installation and dismantling of formwork by the method of integral standardization) / H.M. Tonkacheiev, V.H.Tonkacheiev // Budivelne vyrobnytstvo, NDIBV, 2019. – NDIBV, K.: 2019. №67 - S. 31-36.
10. *Rashkivskyi V.P.* Tekhnolohichni osoblyvosti montazhu velykoblokovykh pokryttiv metodom vertykalnoho vyshtovkhuvannia : tezy naukovoi konferentsii molodykh vchenykh, aspirantiv i studentiv (Technological features of the installation of large-block coatings by the vertical extrusion method), Kyiv, 6 – 8 lystopada 2012 r. / V.P. Rashkivskyi, K.V. Chernenko. – K. : KNUBA, 2012. – S. 76.
11. *Pelevin L.Ie., Rashkivskyi V.P.* Kursove proektuvannia z hidropryvodu pidiomno-transportnykh, budivelnykh, dorozhnikh, melioratyvnykh ta lisotekhnichnykh mashyn (Course design for the hydraulic drive of hoisting and transport, construction, road, reclamation and forestry machines). Navchalnyi posibnyk, K., Feniks, 2015, 105 s
12. Prystrii dlia montazhu pokryttia sporudy: pat. № 76242 Ukraina, MPK E 04G 21/14, V66F 7/00 (Device for mounting the coating of the structure: Pat. №76242 Ukraine)/ K.V. Chernenko, V.P. Rashkivskyi [zaiavnyk]. – № u 2012 07686 ; zaiavl. 22.06.2012 ; opubl. 25.12.12. Biul. № 24.
13. *Rudnieva I.M.* Mekhanizmy vprovadzhennia lean – tekhnolohii, yak innovatsiinoho pidkhodu pry modeliuvanni struktury vyznachennia normy chasu na vykonannia budivelnykh protsesiv (Mechanisms for implementing Lean - technologies as an innovative approach in modeling the structure of the standard time determining for construction processes implementation) / I.M. Rudnieva // Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn. – 2021. – № 47. – S. 26-36. (ukr)
14. *Rudnieva I.M.* BIM, yak osnovnyi instrument vprovadzhennia lean–tekhnolohii pid chas budivnytstva abo rekonstruktsii (BIM as the main tool for implementing Lean-technologies during construction or reconstruction). - Mizhnarodnyi naukovo-tekhnichnyi forum “Arkhitektura ta Budivnytstvo: novi tendentsii i tekhnolohii. Teoriia ta praktyka” 26 zhovtnia 2021 r., c.315-316. http://www.knuba.edu.ua/?page_id=66741
15. *I.N. Priadko, I.N. Rudnieva,Y. Ribakov, H. Bartolo*. A new approach to the design of suspension roof systems. «Strength of Materials and Theory of Structures». Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-техн. Збірник. – Вип. 104, – Київ, КНУБА, 2020. – С. 191-220.

Стаття надійшла 20.10.2022

Тонкачеєв Г.М., Рашківський В.П., Руднєва І.М., Дубовик І.В.

ДОСЛІДЖЕННЯ ТРУДОМІСТКОСТІ І ТРИВАЛОСТІ ПРОЦЕСІВ МОНТАЖУ СТРУКТУРНИХ БЛОКІВ ПОКРИТТЯ

У статті розглянуто підхід до визначення трудомісткості та тривалості процесів укрупнення та монтажу структурних блоків покриття, що зумовлено нетиповими конструкційними та технологічними рішеннями. Актуальністю даної роботи є потреба у якісному аналізі методів розрахунку трудомісткості та тривалості технологічних процесів при обгрунтуванні і прийнятті рішень щодо організації та механізації монтажних процесів.

Проаналізовано сучасні технології монтажу структурних блоків покриттів. Аналіз витрат праці проводився для варіанту з використання вантажопідйомних монтажних модулів для зменшення питомої частки використання важкої кранової техніки на будівельному об'єкті. У порівнянні зі способом монтажу структурного покриття із застосуванням важкої кранової техніки вантажопідйомні монтажні модулі займають меншу територію будівельного майданчику, що актуально для обмеженого простору.

Для визначення трудомісткості процесу до розгляду включені монтаж колон, монтаж стендів, укрупнення блоків, монтаж блоків та встановлення і переміщення монтажних підйомно-збиральних модулів. Всі розрахунки виконувалися у табличній формі відповідно до формули методики цілочислового нормування. За результатами дослідження визначені всі складові трудомісткості та тривалості процесів, на підставі яких побудовано графіки виконання процесів укрупнення і монтажу структурних блоків покриття (СБП) одноповерхової будівлі просторового планування.

Ключові слова:трудомісткість процесу, нормування часу, структурний блок покриття, укрупнення, монтаж, підйомно-збиральний модуль.

Tonkacheiev H.M., Rashkivskyi V.P., Rudnieva I.M., Dubovyk I.V.

INVESTIGATION OF LABOUR INTENSITY AND DURATION OF THE ASSEMBLY PROCESSES OF STRUCTURAL COVERING BLOCKS

The article considers an approach to determining the labor-intensiveness and duration of consolidation processes during the installation of structural blocks of the covering, which is caused by atypical structural and technological solutions. The relevance of this work is the need for a qualitative analysis of methods for calculating the labor intensity and duration of technological processes when justifying and making decisions regarding the organization and mechanization of assembly processes.

Modern technologies of installation of structural blocks of coatings are analyzed. The analysis of labor costs was carried out for the option of using load-lifting assembly modules to reduce the specific share of the use of heavy crane equipment at the construction site. In comparison, the method of installing a structural coating using heavy crane equipment and load-lifting assembly modules is considered.

To ensure the principle of comparison of options, the processes of column installation, stand installation, block consolidation, block installation, and installation and movement of a crane or assembly lifting and gathering modules are included in the consideration. All calculations were performed in tabular form according to the formula of the integer normalization method. Based on the results of the study, all the components of the labor intensity and duration of the processes were determined, on the basis of which the schedules of the consolidation and installation of the SBP blocks were built.

Keywords: labour intensity of the process, time rationing, standard time,structural block of the coating, technological process, lifting and collecting module.

УДК69.057
Тонкачеєв Г.М., Рашківський В.П., Руднєва І.М., Дубовик І.В. **Дослідження трудомісткості і тривалості процесів монтажу структурних блоків покриття** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 110. – С. 393-403.
Табл. 5. Іл. 2. Бібліогр. 15 назв.

UDC69.057
Tonkacheiev H.M., Rashkivskyi V.P., Rudnieva I.M., Dubovyk I.V. **Investigation of labour intensity and duration of the assembly processes of structural covering blocks** // StrengthofMaterialsandTheoryofStructures: Scientific-and-technicalcollectedarticles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 110. – P. 393-403.
Tabl. 5. Fig. 2. Ref. 15.

Автор (науковийступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професоркафедри будівельних технологій, проректор з навчально-методичної роботи КНУБА, ТОНКАЧЄВ Геннадій Миколайович
Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельних технологій, ТОНКАЧЄВ Геннадій Миколайович
Робочий тел.: +38(044) 243-26-03;
Мобільний тел.: +38(050) 922-84-13;
E-mail:tonkacheyev@gmail.com
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0002-6589-8822

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): канд. техн. наук, доцент, зав. каф. будівельних машин КНУБА РАШКІВСЬКИЙ Володимир Павлович.
Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельних машин, Рашківський Володимир Павлович.
Робочий тел.: +38(044) 245-42-17
Мобільний тел.: +38(063) 620-19-92
E-mail: rashkivskyi.vp@knuba.edu.ua
ORCIDID: http://orcid.org/0000-0002-5369-6676

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри опору матеріалів КНУБА РУДНЄВА Ірина Миколаївна.
Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, Руднєва Ірина Миколаївна.
Робочий тел.: +38(044) 241-54-21
Мобільний тел.: +38(050) 620-32-31
E-mail: rudnieva.im@knuba.edu.ua
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-9711-042X

Автор (науковийступінь, вченезвання, посада): провідний інженер кафедри будівельних машин КНУБА ДУБОВИК Ірина Володимирівна.
Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельних машин, Дубовик Ірина Володимирівна.
Робочий тел.: +38(044) 241-55-27
Мобільний тел.: +38(063) 620-19-93
E-mail: iradubovik82@gmail.com
ORCIDID: http://orcid.org/0000-0001-7444-9159

UDC 621.873

OPTIMIZATION OF THE FORCE MODE OF RANGE CHANGE IN AN ARTICULATED BOOM SYSTEM WITH A GEARED SECTOR AT A FIXED MODE OF CRANE ROTATION

V.S. Loveikin[1]
Yu.O. Romasevych[1]
D.A. Palamarchuk[2]
A.V. Loveikin[3]

[1]*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine*
[2]*Kyiv National University of Construction and Architecture*
[3]*Taras Shevchenko National University of Kyiv*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.404-420

To optimize the movement mode, a dynamic model of the boom system consisting of completely rigid links, except for a flexible load suspension, was used. The load on the flexible suspension carries out pendulum oscillations in the plane of the departure change. On the basis of the dynamic model, using Lagrange equations of the second kind, a mathematical model of the jib system of changing the departure of the cargo at a fixed mode of rotation was built.

The criterion for optimizing the movement mode of the boom system is the mean-square value of the driving torque of the mechanism for changing the departure during the start-up process, which is an integral functional.

Key words: turning mechanism, departure change mechanism, load swinging, movement mode, integral criterion, optimization, boom system of the crane.

Introduction

When operators work on cranes with articulated boom systems, they often combine several operations by simultaneously turning on two mechanisms. In gantry cranes, such a combination of simultaneous operations is most often observed during the operation of mechanisms for changing the reach of the jib system and turning the crane. Moreover, the combination of work is carried out when one mechanism works in a steady mode of movement, and the other, at this time, starts movement (starting is carried out) or ends it (braking is carried out).

In such cases, the load swings significantly on the flexible suspension and the dynamic loads in the elements of the drive mechanisms and the crane structure increase. Such factors negatively affect the efficiency of the crane, in particular, the productivity and reliability of the crane decreases, as well as its maneuverability and ergonomics deteriorate.

Analysis of publications

Analyzing literature sources for the study of the dynamics of crane movement, it is clear that most of such studies are conducted for overhead cranes. This is due to a wide range of fields of application of such cranes [1].

© Loveykin V.S., Romasevich Yu.O., Palamarchuk D.A., Loveykin A.V.

However, it is often impossible to project the dynamics equation of overhead cranes onto jib cranes [2, 3]. Because jib cranes have a rotation mechanism and a complete study of the dynamics of movement is inextricably linked to the operation of the rotation mechanism [3, 4].

This especially applies to cranes with a non-linear dependence of the movement of the boom and the drive mechanism. Such cranes include portal cranes with boom system [5, 6] and some hydraulic manipulators.

For an in-depth study of the dynamics of the movement of boom systems and establishing a sufficient convergence of theoretical and field studies, there is a need to identify and model the loads that the boom system experiences during operation. Such loads include: wind loads, frictional forces, loads from rocking loads with a shifted center of mass [5, 7].

Works [8, 9] are devoted to the study of the dynamics of the boom lifting mechanism during transient processes. This problem was solved using complex integral criteria [10].

The authors of the work [11] consider the influence of transient operating modes of crane mechanisms on drive electric motors.

The work [12] shows an example of studying the dynamics of the boom system during the combination of the two mechanisms.

Purpose and research task statement

The purpose of this study is to improve the efficiency of cranes with a hinged jib system due to the optimization of the mode of changing the departure of the load at the fixed mode of rotation of the lifting crane.

To realize the set goal, it is necessary to solve the following tasks: to develop a dynamic model of the combined movement of the mechanisms for changing the departure and turn and to make a mathematical model of the combined movement of these mechanisms. It is necessary to set a variational problem of optimizing the movement mode of the departure change mechanism at a fixed turning mode; justify the optimization criterion; solve the set optimization problem with the selected criterion; analyze the optimization results.

Research results

As an object of research, the jib system of a gantry crane with a toothed sector drive of the mechanism for changing the departure of the load and a planetary turning mechanism was chosen (Fig. 1).

When building a dynamic model of the boom system shown in Fig. 1, the following assumptions are used [5]:

– it is considered that all links of the system are solid bodies, except for the flexible suspension of the cargo;

– the load carries out pendular oscillations on the suspension, only in the vertical plane of the departure change;

– we neglect the fluctuations of the load on the flexible suspension in the plane of rotation, since the rotation of the crane is carried out with a constant angular speed ($\omega=const$);

– when the departure is changed, the load moves horizontally, because the cargo rope runs along the jib and the guy and does not change its own length when the departure is changed;

– it is considered that the boom system is completely balanced by a moving counterweight.

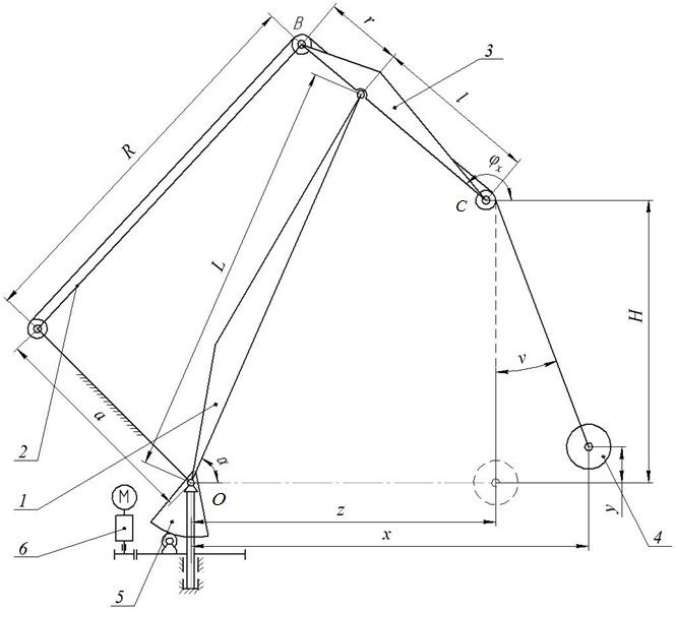


Fig. 1. Dynamic model of level-luffing boom system of the crane
1. Main jib; 2. Tieback; 3. Jib; 4. Load; 5. Outreach mechanism with gear sector; 6. Rotation mechanism

For such a dynamic model of the jib system, we will consider the joint movement of the mechanisms for changing the departure of the load and turning the crane. At the same time, we will present the boom system as a holonomic mechanical system with three degrees of freedom. For the generalized coordinates, we will take the horizontal coordinate of the center of mass of the load x in the plane of change of departure, the angular coordinate of rotation of the boom in the plane of change of departure α, as well as the angular coordinate of rotation of the crane φ in the horizontal plane. Since the angular speed of rotation of the crane is assumed to be a constant value $\dot{\varphi} = d\varphi / dt = \omega = const$, we have a boom system with two degrees of freedom, in which the generalized coordinates will be x and α. At the same time, the angular coordinate of the crane rotation changes according to the linear dependence $\varphi = \varphi_0 + \omega t$, where t is time, φ_0 is the coordinate of the initial position of the boom in the horizontal plane, and ω is the angular speed of the crane rotation.

For this dynamic model of the jib system of the gantry crane, let us make its mathematical model. For this, the Lagrange equation of the second kind was used [5, 12]:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} - \dfrac{\partial T}{\partial \alpha} = Q_\alpha - \dfrac{\partial \Pi}{\partial \alpha}; \\ \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \dfrac{\partial T}{\partial x} = -\dfrac{\partial \Pi}{\partial x}, \end{cases} \tag{1}$$

where T – the kinetic energy of the system; Π – potential energy of the system; Q_α – generalized component of non-potential forces reduced to the coordinate α.

Determine the kinetic energy of the boom system with the combined movement of the mechanisms of change of departure and rotation of the crane

$$\begin{aligned} T = {} & \frac{1}{2}\left(J_0 + J_C + m_X L^2\right)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_X\dot{\varphi}_X^2 - \frac{1}{2}m_X L\left(l-r\right)\dot{\alpha}\dot{\varphi}_X \cos\left(\varphi_X - \alpha\right) + \\ & + \frac{1}{2}\left\{J_X \cos^2\varphi_X + m_X\left[L^2\cos^2\alpha + L\left(l-r\right)\cos\alpha\cos\varphi_X\right] + \right. \\ & \left. + J_B\cos^2\varphi_B - m_B a\cos\Theta\left(R\cos\varphi_B - a\cos\Theta\right) + J_P\right\}\omega^2 + \\ & + \frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2 + \omega^2 x^2\right), \end{aligned} \tag{2}$$

where m_X, m_B, m – respectively, the mass of the jib, tieback and cargo; J_0 – the moment of inertia of the drive elements of the departure change mechanism, which is reduced to the axis of rotation of the boom; J_P – moment of inertia of the drive of the turning mechanism, reduced to the axis of rotation of the crane; J_C, J_X, J_B – moments of inertia about their own axes of rotation, respectively, main jib, jib and tieback; L, R – respectively, the length of the main jib and the tieback; l, r – respectively the length of the jib and counter jib; a, Θ – respectively, the length of the tieback and its angle of inclination to the horizon; z – the horizontal coordinate of the position of the center of mass of the load relative to the lower hinge of the boom; φ_X, φ_B – angular coordinates of rotation, respectively, the jib and tieback.

The potential energy of a fully balanced boom system is determined by the potential energy of the load

$$\Pi = mgy = mgH\left(1 - \cos\nu\right), \tag{3}$$

where g – the acceleration of free fall; H – height of the load suspension relative to the lower hinge of the boom; y – the vertical coordinate of the center of mass of the cargo; ν – the angular coordinate of the deviation of the flexible cargo suspension from the vertical.

This angular coordinate ν is determined by the following dependence

$$\nu = \left(x - z\right)/H. \tag{4}$$

After substituting dependence (4) into expression (3), we obtain an expression for determining the potential energy

$$\Pi = mgH\left(1-\cos\left(\frac{x-z}{H}\right)\right). \tag{5}$$

The generalized force corresponding to the coordinate α has the following form

$$Q_\alpha = M = M_P\, u\, \eta, \tag{6}$$

where M – reduced to the axis of rotation of the crane driving moment of the rotation mechanism; M_P – driving torque on the motor shaft of the crane rotation mechanism; u – the gear ratio of the drive of the turning mechanism; η – the efficiency of the drive in the turning mechanism.

We differentiate expressions (2) and (5) according to the equation of system (1), as a result of which we will have:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial \alpha} &= J_X\dot{\alpha}^2\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\frac{\partial^2\varphi_X}{\partial\alpha^2}-\frac{m_X L}{2}(l-r)\dot{\alpha}^2\times\\ &\times\left[\frac{\partial^2\varphi_X}{\partial\alpha^2}\cos(\varphi_X-\alpha)-\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\left(\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}-1\right)\sin(\varphi_X-\alpha)\right]-\\ &-\frac{\omega^2}{2}\left\{J_X\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\sin 2\varphi_X+m_X L\left[L\sin 2\alpha+(l-r)\times\right.\right.\\ &\left.\times\left(\sin\alpha\cos\varphi_X+\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\cos\alpha\sin\varphi_X\right)\right]+\\ &\left.+J_B\frac{\partial\varphi_B}{\partial\alpha}\sin 2\varphi_B-m_B aR\cos\Theta\frac{\partial\varphi_B}{\partial\alpha}\sin\varphi_B\right\};\end{aligned} \tag{7}$$

$$\frac{\partial T}{\partial\dot{\alpha}}=\left[J_O+J_C+m_X L^2+J_X\left(\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\right)^2-m_X L(l-r)\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\cos(\varphi_X-\alpha)\right]\dot{\alpha};$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot{\alpha}}&=\left[J_O+J_C+m_X L^2+J_X\left(\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\right)^2-m_X L(l-r)\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\cos(\varphi_X-\alpha)\right]\times\\ &\times\ddot{\alpha}+\left\{2J_X\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\frac{\partial^2\varphi_X}{\partial\alpha^2}-m_X L(l-r)\times\right.\\ &\left.\times\left[\frac{\partial^2\varphi_X}{\partial\alpha^2}\cos(\varphi_X-\alpha)-\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\left(\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}-1\right)\sin(\varphi_X-\alpha)\right]\right\}\dot{\alpha}^2.\end{aligned} \tag{8}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=m\omega^2 x;\quad \frac{\partial T}{\partial\dot{x}}=m\dot{x};\quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot{x}}=m\ddot{x}; \tag{9}$$

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\alpha}=mg\sin\left(\frac{z-x}{H}\right)\frac{\partial z}{\partial\alpha};\quad \frac{\partial\Pi}{\partial x}=-mg\sin\left(\frac{z-x}{H}\right). \tag{10}$$

Taking into account that the angular coordinate $\nu = \dfrac{z-x}{H}$ does not exceed 12°, the dependencies (10) can be presented in the following form:

$$sin\nu \approx \nu;\ \ \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = mg\frac{\partial z}{\partial \alpha}\frac{z-x}{H};\ \ \frac{\partial \Pi}{\partial x} = -mg\frac{z-x}{H}. \qquad (11)$$

After substituting dependencies (7),...,(9) and (11) into system (1), we will obtain a mathematical model of the dynamics of the combined movement of the mechanisms for changing the departure of the cargo and the steady rotation mode of the gantry crane, which is a system of nonlinear differential equations of the second order:

$$\begin{cases} \left[J_O + J_C + m_X L^2 + J_X\left(\dfrac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha}\right)^2 - m_X L(l-r)\dfrac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha}cos(\varphi_X - \alpha)\right]\ddot{\alpha} + \\ +\left\{J_X\dfrac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha}\dfrac{\partial^2 \varphi_X}{\partial \alpha^2} - \dfrac{m_X L}{2}(l-r)\left[\dfrac{\partial^2 \varphi_X}{\partial \alpha^2}cos(\varphi_X - \alpha) - \dfrac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha}\left(\dfrac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha} - 1\right)\times\right.\right. \\ \left.\left.\times sin(\varphi_X - \alpha)\right]\right\}\dot{\alpha}^2 + \left\{J_X\dfrac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha}sin2\varphi_X + m_X L\times\right. \\ \left.\times\left[L\,sin2\alpha + (l-r)\left(sin\alpha\,cos\varphi_X + \dfrac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha}cos\alpha\,sin\varphi_X\right)\right] + \right. \\ \left. + J_B\dfrac{\partial \varphi_B}{\partial \alpha}sin2\varphi_B - m_B aR\,cos\Theta\dfrac{\partial \varphi_B}{\partial \alpha}sin\varphi_B\right\}\dfrac{\omega^2}{2} = M - mg\dfrac{\partial z}{\partial \alpha}\dfrac{z-x}{H}; \\ m\ddot{x} - m\omega^2 x = mg\dfrac{z-x}{H}. \end{cases} \qquad (12)$$

From the last equation of the system (12), we express the coordinate of the end point of the jib z through the coordinate of the load x and its time derivatives, as a result of which we get

$$z = \left(1 - \frac{H}{g}\omega^2\right)x + \frac{H}{g}\ddot{x};\ \ \dot{z} = \left(1 - \frac{H}{g}\omega^2\right)\dot{x} + \frac{H}{g}\dddot{x}. \qquad (13)$$

At the same time, the coordinate z depends on the angular coordinate of the arrow α and is expressed by the following dependence:

$$z = L\,cos\alpha - l\,cos\varphi_X;\ \ \frac{\partial z}{\partial \alpha} = l\,sin\varphi_X\frac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha} - L\,sin\alpha. \qquad (14)$$

Let us write the angular coordinate of the boom φ_X through the arrow coordinate. To do this, we will use the condition that in the process of changing the departure, the end point of the jib C moves horizontally, which is at a distance H from the lower hinge of the boom O (Fig. 1). From this condition we have $L\,sin\alpha - l\,sin\varphi_X = H$.

From the resulting equation, we find that

$$sin\,\varphi_X = \frac{1}{l}\left(L\,sin\alpha - H\right);\quad \varphi_X = arcsin\frac{L\,sin\,\alpha - H}{l}. \tag{15}$$

From the first dependence (15), we find:

$$cos\,\varphi_X = \sqrt{1-\frac{\left(L\,sin\,\alpha - H\right)^2}{l^2}}\,. \tag{16}$$

After substituting expression (16) into dependence (14), we obtain a quadratic equation relative to $cos\,\alpha$:

$$4L^2\left(H^2+z^2\right)cos^2\,\alpha - 4Lz\left(L^2+H^2-l^2+z^2\right)\times$$
$$\times cos\,\alpha + \left(L^2+H^2-l^2+z^2\right) - 4L^2H^2 = 0. \tag{17}$$

After solving the obtained equation, we will find the dependence of the angular coordinate of the arrow on the horizontal coordinate of the end point of the jib

$$cos\alpha_{1,2} = \frac{z\left(L^2+H^2-l^2+z^2\right)\pm H\sqrt{4L^2\left(H^2+z^2\right)-\left(L^2+H^2-l^2+z^2\right)^2}}{2L\left(H^2+z^2\right)}. \tag{18}$$

Taking into account the design features of the boom system, only the second solution (18) satisfies the requirements, therefore

$$\alpha = arccos\frac{z\left(L^2+H^2-l^2+z^2\right)-H\sqrt{4L^2\left(H^2+z^2\right)-\left(L^2+H^2-l^2+z^2\right)^2}}{2L\left(H^2+z^2\right)}. \tag{19}$$

Therefore, the dependence of the angular coordinate of the arrow α on the coordinate of the end point of the jib z, which in turn depends on the coordinate of the cargo x, is established.

From the first equation of the system (12), we find the driving moment of the drive reduced to the axis of rotation of the boom. At the same time, in the obtained dependence, we accept $m_B = 0;\ J_B = 0$, since the tie has a negligible effect on the dynamics of the boom system movement, as a result of which we get

$$M = \left[J_O + J_C + m_X L^2 + J_X\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha} - m_X L(l-r)\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}cos\left(\varphi_X-\alpha\right)\right]\ddot{\alpha} +$$
$$+\left\{J_X\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\frac{\partial^2\varphi_X}{\partial\alpha^2} - \frac{m_X L}{2}(l-r)\left[\frac{\partial^2\varphi_X}{\partial\alpha^2}cos\left(\varphi_X-\alpha\right) - \frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}\left(\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}-1\right)\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times sin\left(\varphi_X-\alpha\right)\right]\right\}\dot{\alpha}^2 + \left\{J_X\frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}sin2\varphi_X + m_X L\times\right.$$
$$\left.\times\left[Lsin2\alpha + (l-r)\left(sin\alpha\,cos\varphi_X + \frac{\partial\varphi_X}{\partial\alpha}cos\alpha\,sin\varphi_X\right)\right]\right\}\frac{\omega^2}{2} + mg\frac{\partial z}{\partial\alpha}\frac{z-x}{H}. \tag{20}$$

As a criterion for optimizing the mode of joint movement of the mechanism for changing the departure of the boom system and the established mode of rotation of the crane, the root mean square value of the drive torque of the

mechanism for changing the departure during the start-up time is used, which is presented in the form of an integral functional and has the following form:

$$M_{CK} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} M^2 dt \right]^{1/2}, \quad (21)$$

where t is time; t_1 is the duration of movement of the boom system.

To determine the optimal mode of joint movement of the mechanisms for changing the departure of the cargo and turning the crane, we will set a variational problem.

Find the dependence of cargo movement $x = x(t),\ 0 \le t \le t_1$, which ensures the extreme value of functional (21), taking into account expression (20), while ensuring the following boundary conditions of movement:

$$\begin{cases} t = 0 : x = x_0,\ \dot{x} = 0,\ z = x_0,\ \dot{z} = 0; \\ t = t_1 : x = x_0 + \dfrac{\upsilon t_1}{2},\ \dot{x} = \upsilon,\ z = x_0 + \dfrac{\upsilon t_1}{2},\ \dot{z} = \upsilon. \end{cases} \quad (22)$$

Here x_0 – the initial position of the load; υ – speed of steady movement of cargo [4].

Since, in the given variational problem, the functional (21) reflects undesirable properties (action of loads) of the boom system, so it must be minimized.

We present the variational problem (21), (22) in an equivalent form

$$\int_0^{t_1} M^2 dt \to min. \quad (23)$$

Boundary conditions (22), taking into account expressions (13), reduce to the load coordinate and its time derivatives, that is, we obtain:

$$\begin{cases} t = 0 : x = x_0,\ \dot{x} = 0,\ \ddot{x} = \omega^2 x_0,\ \dddot{x} = 0; \\ t = t_1 : x = x_0 + \dfrac{\upsilon t_1}{2},\ \dot{x} = \upsilon,\ \ddot{x} = \left(x_0 + \dfrac{\upsilon t_1}{2} \right) \omega^2,\ \dddot{x} = \omega^2 \upsilon. \end{cases} \quad (24)$$

We present the approximate solution of the given nonlinear variational problem in the form of a polynomial, which is represented by two terms

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t),\ 0 \le t \le t_1. \quad (25)$$

Here, the first term $x_1(t)$ is a polynomial chosen from the condition of ensuring the boundary conditions of motion (24), and the second term $x_2(t)$ is a polynomial that includes free coefficients and satisfies zero boundary conditions, namely

$$\begin{cases} x_2(0) = 0,\ \dot{x}_2(0) = 0,\ \ddot{x}_2(0) = 0,\ \dddot{x}_2(0) = 0, \\ x_2(t_1) = 0,\ \dot{x}_2(t_1) = 0,\ \ddot{x}_2(t_1) = 0,\ \dddot{x}_2(t_1) = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Let us choose the term $x_1(t)$ in the form of a polynomial of the 7th degree to ensure the given conditions (24):

$$x_1(t) = A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3 + A_4 t^4 + A_5 t^5 + A_6 t^6 + A_7 t^7,\ 0 \le t \le t_1. \quad (27)$$

We take time derivatives from expression (27) up to and including the third order, as a result of which we will have:

$$\dot{x}_1(t) = A_1 + 2A_2 t + 3A_3 t^2 + 4A_4 t^3 + 5A_5 t^4 + 6A_6 t^5 + 7A_7 t^6;$$
$$\ddot{x}_1(t) = 2A_2 + 6A_3 t + 12A_4 t^2 + 20A_5 t^3 + 30A_6 t^4 + 42A_7 t^5;$$
$$\dddot{x}_1(t) = 6A_3 + 24A_4 t + 60A_5 t^2 + 120A_6 t^3 + 210A_7 t^4. \quad (28)$$

As a result of substituting the initial conditions at t=0 from expression (24) in dependence (27) and (28), we find the constants A_0, A_1, A_2, A_3, which acquire the following values:

$$A_0 = x_0;\ A_1 = 0;\ A_2 = \frac{x_0\omega^2}{2};\ A_3 = 0. \quad (29)$$

After substituting the final conditions (at $t = t_1$) from (24) and constants (29) in dependence (27) and (28), we obtain a system of linear algebraic equations:

$$\begin{cases} A_4 + A_5 t_1 + A_6 t_1^2 + A_7 t_1^3 = \dfrac{1}{2}\dfrac{\left(\upsilon - x_0\omega^2 t_1\right)}{t_1^3}; \\ 4A_4 + 5A_5 t_1 + 6A_6 t_1^2 + 7A_7 t_1^3 = \dfrac{\left(\upsilon - x_0\omega^2 t_1\right)}{t_1^3}; \\ 12A_4 + 20A_5 t_1 + 30A_6 t_1^2 + 42A_7 t_1^3 = \dfrac{\upsilon\omega^2}{t_1}; \\ 24A_4 + 60A_5 t_1 + 120A_6 t_1^2 + 210A_7 t_1^3 = \dfrac{\upsilon\omega^2}{t_1}. \end{cases} \quad (30)$$

As a result of solving the system of equations (30), we obtain the following values of the constants

$$A_4 = \frac{1}{2t_1}\left[5\frac{\upsilon}{t_1^2} - 5\frac{x_0\omega^2}{t_1} + \frac{13}{6}\upsilon\omega^2\right];\ A_5 = \frac{-3}{t_1^2}\left[\frac{\upsilon}{t_1^2} - \frac{x_0\omega^2}{t_1} + \upsilon\omega^2\right];$$
$$A_6 = \frac{1}{t_1^3}\left[\frac{\upsilon}{t_1^2} - \frac{x_0\omega^2}{t_1} + \frac{11}{4}\upsilon\omega^2\right];\ A_7 = \frac{-5}{6}\frac{\upsilon\omega^2}{t_1^4}. \quad (31)$$

A polynomial $x_1(t)$ of the form (27) with coefficients (29) and (31) ensures the boundary conditions (24), and the polynomial $x_2(t)$ ensures the minimization of the integral functional (23) and is expressed by the following dependence

$$x_2(t) = t^4\left(t - t_1\right)^4 (C_0 + C_1 t + \ldots + C_n t^n),\ 0 \le t \le t_1. \quad (32)$$

The multiplier $t^4\left(t - t_1\right)^4$ guarantees the fulfillment of zero boundary conditions at any values of the coefficients $C_0, \ldots, C_n$. These coefficients remain free, and are used to find the minimum of the functionals (21) or (23).

As a result of substituting dependencies (27) and (28) with coefficients (29) and (31) and dependence (32) in expression (25), we will get a clear form of function $x(t)$, which includes free coefficients $C_0, ..., C_n$. Moreover, the obtained function $x(t)$ provides the boundary conditions (24) with an arbitrary choice of coefficients $C_0, ..., C_n$.

From the explicit form of function $x(t)$, we find the form of function $z(t)$ and its time derivative using expressions (12). At the same time, the function $z(t)$ also includes free coefficients $C_0, ..., C_n$. Using dependence (18), the angular coordinate of the arrow $\alpha(t)$ is determined, which is a function of $z(t)$ and also includes free coefficients $C_0, ..., C_n$.

According to dependence (15), the angular coordinate of the jib $\varphi_x(t)$ is determined, which depends on the angular coordinate of the boom $\alpha(t)$ and also includes free coefficients $C_0, ..., C_n$.

By substituting the functions $x(t)$, $z(t)$, $\alpha(t)$, $\varphi_x(t)$ and their derivatives into expression (20), we find the function of the driving moment of the drive reduced to the axis of rotation of the boom. The expression of the driving moment of the drive also includes free coefficients $C_0, ..., C_n$, which, in turn, is included in the integral expression of the functional (21). It reflects the mean square value of the driving moment M_{CK}.

After integration, in expression (21) the functional M_{CK} is a function of the arguments $C_0, ..., C_n$. Considering what has been said, the approximate solution of the variational problem (21) with the boundary conditions (24) and taking into account the dependencies (13), ..., (20) is reduced to finding the minimum of the function of many variables. At the same time, one of the approximate methods [12] can be used.

In these studies, an applied software package was used to solve the given variational problem. In which methods based on the simplex method are used to find the minimum of a function of many variables.

The derivatives $\dot{\alpha}, \ddot{\alpha}, \frac{\partial z}{\partial \alpha}, \frac{\partial \varphi_X}{\partial \alpha}, \frac{\partial^2 \varphi_X}{\partial \alpha^2}$ included in the expressions (13), (14), (20) are determined by the approximate formulas of numerical differentiation, and the approximate calculation of the integral (21) is carried out by the trapezium formula.

Calculations were made for the sought functions $x(t)$, $z(t)$, $\alpha(t)$, $\varphi_x(t)$ and their derivatives, as well as for the driving moment M (20), at the maximum value of the exponent $n=5$, which is included in the dependence (32).

These calculations were performed for the crane boom system with the following parameters [5]: $L = 25,76$ m, $l = 10,16$ m, $r = 2,51$ m, $H = 14,7$ m, $g = 9,81\,\text{m/s}^2$, $m = 20000$ kg, $m_X = 5453$ kg, $J_C = 2,856 \cdot 10^6\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$,

$J_X = 1{,}189 \cdot 10^5\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$, $J_P = 6{,}338 \cdot 10^5 \text{kg} \cdot \text{m}^2$, $\omega = 0{,}157$ radian/s, $\upsilon = 1{,}05$ m/s, $x_0 = 15$ m, $t_1 = 4$ s.

As a result of solving the problem for the coefficients $C_0, ..., C_n$ (n=5), the following approximate values were obtained: $C_0 = 0{,}1188 \cdot 10^{-4}$, $C_1 = 0{,}0446 \cdot 10^{-4}$, $C_2 = -0{,}0122 \cdot 10^{-4}$, $C_3 = 0{,}0062 \cdot 10^{-4}$, $C_4 = -0{,}0017 \cdot 10^{-4}$, $C_5 = 0{,}0002 \cdot 10^{-4}$. At the same time, the minimum value of the root mean square moment M_{CK} is equal to $(M_{CK})_{min} = 4{,}1187 \times 10^4$ N×m.

The results of the calculations of the kinematic, power and energy characteristics of the boom system in the process of starting the mechanism for changing the departure at the established mode of rotation of the crane are shown in fig. 2...16.

The kinematic characteristics of the boom system, which characterize the amount of swinging of the load, include the linear movements of the load x and the end point of the jib z (Fig. 2), their linear velocities, respectively (Fig. 3), as well as the acceleration of the load (Fig. 4) and the end point jib (Fig. 5).

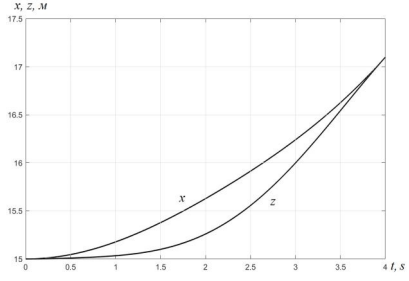


Fig. 2. The graph of changes in the horizontalcoordinate of the load (x) and the end pointof the jib (z)

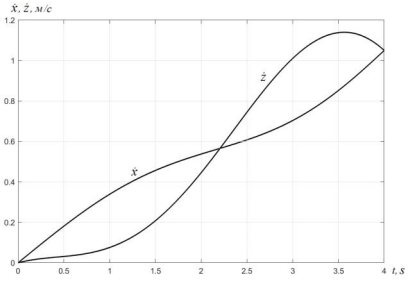


Fig. 3. Graph of changes in the linear speed of the cargo ($\dot{x}$) and the end point of the jib ($\dot{z}$)

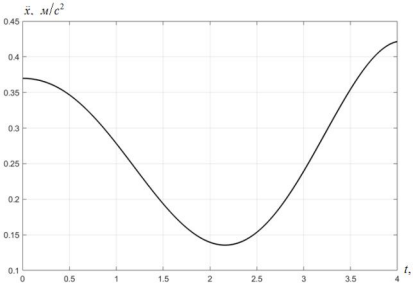


Fig. 4. Graph of changes in load acceleration

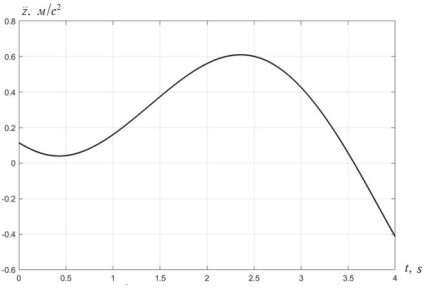


Fig. 5. Graph of the change in the acceleration of the end point of the jib

Angular coordinate, speed and acceleration of the boom $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ are important kinematic parameters that significantly affect the dynamics of the movement of the boom system (Fig. 6...8).

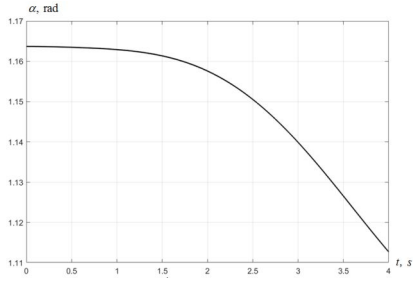


Fig. 6. Graph of the change in the angular coordinate of the boom

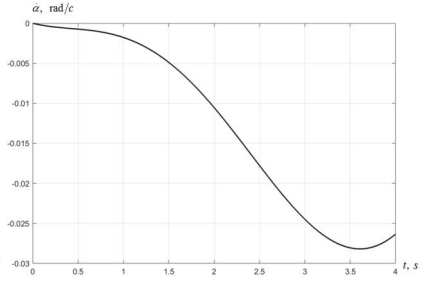


Fig. 7. Graph of the change in the angular speed of the boom

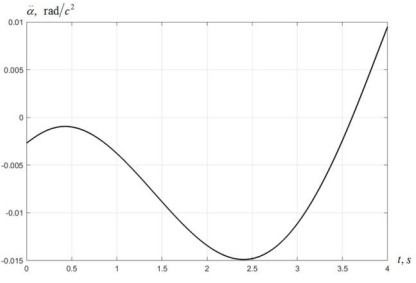


Fig. 8. Graph of changes in the angular acceleration of the boom

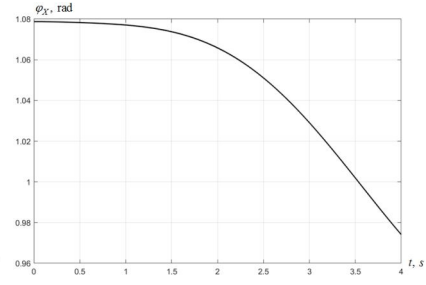


Fig. 9. Graph of the change in the angular coordinate of the jib

Also, the angular coordinate, speed and acceleration of the jib φ_X, $\dot{\varphi}_X$, $\ddot{\varphi}_X$ are important kinematic parameters affecting the operation of the crane (Fig. 9...11).

In addition, graphs of the driving moment of the drive of the departure change mechanism $M = M(t)$ (Fig. 12) and the power of the same drive $P = P(t)$ (Fig. 13) are depicted.

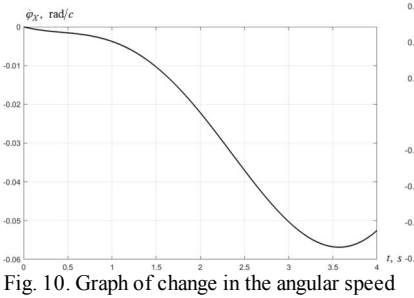


Fig. 10. Graph of change in the angular speed of the jib

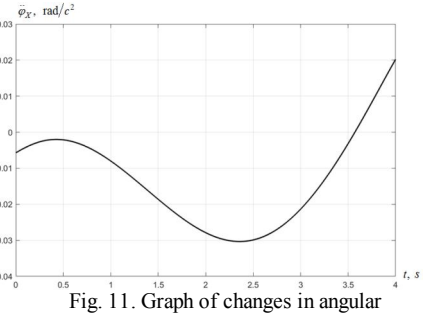


Fig. 11. Graph of changes in angular acceleration of the jib

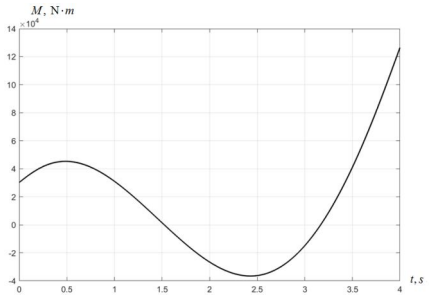


Fig. 12. Graph of the change in the driving moment of the departure change mechanism

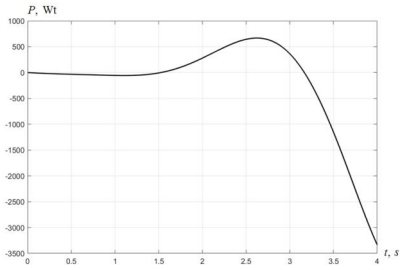


Fig. 13. Graph of the power change of the departure change mechanism

It can be seen from the graphic dependences of the movements of the center of mass of the cargo and the end point of the jib (Fig. 2) that the dependences have a smooth character of change, but at the corresponding moments of time their coordinates have certain shifts. This indicates that in the process of starting the mechanism of departure changes, there are fluctuations of the load relative to the point of flexible suspension of the load. Dependencies of the linear velocities of the center of mass of the cargo and the end point of the jib (Fig. 3) also have a smooth character of change. At the same time, the coordinates of these velocities at the corresponding moments of time have an offset, which also indicates fluctuations in the speed of the cargo relative to the end point of the jib, which is the point of suspension of the cargo. The acceleration of the center of mass of the cargo (Fig. 4), as well as the end point of the jib (Fig. 5), have convexities in opposite directions with shifted coordinates at the corresponding moments of time. This mode of change of accelerations indicates the presence of fluctuations in the acceleration of the center of mass of the cargo relative to the acceleration of the end point of the jib [13].

The angular coordinate of the boom (Fig. 6) smoothly decreases during the start-up process as the load movement coordinate increases (graph x in Fig. 2), that is, these coordinates have opposite directions of change. The angular velocity of the boom (Fig. 7) gradually decreases over a larger part of the launch, and has a slight increase towards the end of the launch. At the same time, the angular velocity of the arrow takes negative values throughout the launch area. The angular acceleration of the boom (Fig. 8) during the start-up process has an oscillatory character: at first it increased slightly, then decreased, and at the end of the start-up a sharp increase is observed. Angular displacements (Fig. 9), speed (Fig. 10) and acceleration (Fig. 11) of the jib are similar in nature to angular displacements (Fig. 6), speed (Fig. 7) and acceleration (Fig. 8) of the boom .

Reduced to the axis of rotation of the boom, the driving moment of the drive of the departure change mechanism (Fig. 12) is close to the nature of the change in the angular acceleration of the boom (Fig. 8). This can be explained by the fact that the inertial properties of the boom system when the pitch changes are determined by the parameters of the drive mechanism and the boom. The drive

power of the departure change mechanism (Fig. 13) at the beginning of the start-up practically does not change, then it increases slightly, and at the end of the start-up it drops sharply. During most of the launch, the drive power of the flight change mechanism takes negative values. This is caused by the fact that the angular velocity of the arrow is also negative and it determines the sign of the power. In reality, the power value is taken as an absolute value and does not depend on the direction of movement of the links.

Conclusions

1. In the proposed article, the optimization task of researching the joint movement of the mechanisms for changing the boom system departure and rotation in a gantry crane is set. At the same time, the crane is turned in a steady state at a constant angular velocity of the electric motor shaft. The change in the departure of the load occurs during the start-up process, when the shaft of the electric motor changes its angular velocity from zero to a fixed value.

2. The optimization problem includes a mathematical model of the joint movement of the mechanisms for changing the range and rotation of the crane, the optimization criterion, which is the root mean square value of the drive torque of the mechanism for changing the range during the start-up process and the boundary conditions of the movement. These driving conditions ensure the elimination of load fluctuations on the flexible suspension after the end of the transition process.

3. The nonlinear optimization problem is solved by an approximate method, where the solution is presented in the form of a polynomial with unknown coefficients, which are determined using a package of application programs based on the simplex method.

4. As a result of the solution of the optimization problem, graphic dependences of the kinematic characteristics of the boom system and the load, as well as the driving torque and power of the drive of the departure change mechanism during the start-up process, were constructed. The obtained optimal mode of changing the departure of the load during the start-up process with the established mode of rotation of the crane made it possible to eliminate the oscillation of the load on the flexible suspension and to minimize the dynamic loads in the drive mechanism.

5. Recommendations are provided regarding the possible application of the determined optimal mode of simultaneous movement of the mechanisms for changing the departure and rotation of the boom system of the crane in practice under limited operating conditions.

REFERENCES

1. *Loveikin V. S., Romasevych Yu. O.* Optimization of bridge crane movement control. Science and technique. International scientific and technical journal. 17 (S), P. 413-420. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-5-413-420. Web of science.
2. *Naidenko O. V., Makhortova D. O.* Keruvannya elektropryvodom mekhanizmiv obertannya z urakhuvannyam pidvishenoho vantazhu (Control of the electric drive of mechanisms of rotation taking into account the suspended load). Electrical and computer systems, 2010. No 01 (77). P. 17-26.

3. *Loveikin V. S., Chovnyuk Yu. V., Kadikalo I.O.* Optymizatsiya rezhymiv rukhu mekhanizmiv obertannya vantazhopidyomnykh kraniv (Optimization of modes of movement of mechanisms of rotation of cranes). Scientific Bulletin of the National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine. Series: machinery and energy of agro-industrial complex. Kyiv. 2017. Vol. 262. P. 177-190.
4. *Loveykin V. S., Romasevich Yu. O., Kadykalo I. O.* Obhruntuvannia kraiovykh umov rukhu v zadachi optymizatsii rezhymu povorotu strilovoho krana (Justification of the boundary conditions of movement in the problem of optimizing the rotation mode of a jib crane). Lifting and transport equipment, No. 2 (61), 2019. P. 45-59.
5. *Loveikin V. S., Palamarchuk D. A.* Optymizatsiya rezhymiv rukhu sharnirno-zchlenovanoyi strilovoyi systemy krana (Optimization of modes of movement of the articulated boom system of the crane). – Kyiv : Publisher TsP «KOMPRINT», 2015. 224 p.
6. *Keqin LI, Cuxiang Jiang* Inverse design of a new double-link luffing mechanism and realization on MATLAB. Proceedings of the 3rd ICMEM International conference on mechanical engineering and mechanics. October 21−23, 2009. Beijing, P. R. China. P. 301-304.
7. *Bargazov E., Bortyakov D., Uzunov T., Alipiev O., Antonov S.* Optimization research of the cargo pendulum and units displacements of the gantry cranes level luffing jib system. International scientific journal "Machines. Technologies. Materials", 2018. Year XII, Issue 10. P. 386-391.
8. *V. S. Loveikin, Yu. O. Romasevych, I. Kadykalo, A. Liashko* Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion. Journal of theoretical and applied mechanics, Sofia, Vol. 49 (2019), P. 285-296. Interdisciplinary topics (Scopus).
9. *Zairulazha Bin Zainal* Modeling and Vibration Control of a Gantry Crane / Zairulazha Bin Zainal. – Faculty of Electrical Engineering Universiti Teknologi Malaysia, 2005. – 160 p.
10. Dyukarev Yu.M., Litvinova O.G. Differential and integral equations and calculus of variations: Study guide. – Kharkiv: Karazin KhNU, 2010. 138 p.
11. *Limonov L. G., Netesa A. N., Kreslavsky A. I., Teslitsky A. N.* Elektroprivody peremennogo toka osnovnykh mekhanizmov portal'nogo krana s greyfernym i kryukovym zakhvatom (AC electric drives of the main mechanisms of the gantry crane with grab and hook gripper). Electrical engineering and electrical equipment, 2006. No 66. P. 138–140.
12. *Loveikin V. S., Palamarchuk D. A., Romasevych Yu. O., Loveykin A. V.* Optimization of rotate mode at constant change of departure in the level-luffing crane with geared sector. Strength of Materials and Theory of Structures. Kyiv. 2021. Vol. 106. P. 221-235. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.106.221-235. Web of science.
13. *Loveykin V. S., Palamarchuk D. A.* Doslidzhennia rushiinykh syl v mekhanizmi zminy vylotu strilovoi systemy krana (Research of the driving forces in the mechanism of changing the travel of the crane boom system). Mining, construction, road and melioration machines, 2014. No 84. P. 39-45.

Стаття надійшла 09.03.2023

Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Паламарчук Д. А., Ловейкін А. В.

ОПТИМІЗАЦІЯ СИЛОВОГО РЕЖИМУ ЗМІНИ ВИЛЬОТУ ШАРНІРНО-ЗЧЛЕНОВАНОЇ СТРІЛОВОЇ СИСТЕМИ ІЗ ЗУБЧАСТИМ СЕКТОРОМ ПРИ УСТАЛЕНОМУ РЕЖИМІ ПОВОРОТУ КРАНА

Для оптимізації режиму зміни вильоту стрілової системи використані методи варіаційного числення. При цьому, поставлено варіаційну задачу, яка включає диференціальні рівняння руху стрілової системи, критерій оптимізації та крайові умови руху при зміні вильоту та повороту крана. За критерій оптимізації режиму руху стрілової системи обрано середньо-квадратичне значення рушійного моменту приводу механізму зміни вильоту в процесі пуску, який являє собою інтегральний функціонал. Крайовими умовами обрано кінематичні характеристики механізму зміни вильоту стрілової системи від стану спокою до досягнення усталеної швидкості вантажу, при усталеній кутовій швидкості механізму повороту. Такі крайові умови усувають коливання вантажу на гнучкому підвісі після закінчення процесу пуску при зміні вильоту

В результаті чисельного розв'язку поставленої варіаційної задачі побудовані графічні залежності оптимальних кінематичних, силових і енергетичних характеристик в процесі пуску механізму зміни вильоту, при усталеному режимі повороту крана. Отриманий оптимальний режим руху механізму зміни вильоту усуває коливання вантажу на гнучкому підвісі і мінімізує динамічні навантаження.

Ключові слова: механізм повороту, механізм зміни вильоту, розгойдування вантажу, режим руху, інтегральний критерій, оптимізація, стрілова система крана.

Loveykin V.S., Romasevich Yu.O., Palamarchuk D.A., Loveykin A.V.

OPTIMIZATION OF THE FORCE MODE OF RANGE CHANGE IN AN ARTICULATED BOOM SYSTEM WITH A GEARED SECTOR AT A FIXED MODE OF CRANE ROTATION

Variational calculus methods were used to optimize the boom system's flight change mode. For this, a variational problem is set, which includes the differential equations of motion of the jib system, the optimization criterion, and the boundary conditions of the movement when the departure and rotation of the crane are changed. The root-mean-square value of the drive torque of the flight change mechanism during the start-up process, which is an integral function, was chosen as the criterion for optimizing the movement mode of the boom system. The kinematic characteristics of the mechanism for changing the departure of the boom system from the state of rest to reaching the steady speed of the load, at the steady angular speed of the turning mechanism, were chosen as boundary conditions. Such boundary conditions eliminate fluctuations of the load on the flexible suspension after the end of the start-up process when the departure is changed

As a result of the numerical solution of the given variational problem, graphical dependencies of the optimal kinematic, power and energy characteristics in the process of starting the flight change mechanism, with a fixed mode of rotation of the crane, were constructed. The obtained optimal mode of movement of the departure change mechanism eliminates load fluctuations on the flexible suspension and minimizes dynamic loads.

Key words: turning mechanism, departure change mechanism, load swinging, movement mode, integral criterion, optimization, boom system of the crane.

УДК 621.87
Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Паламарчук Д. А., Ловейкін А. В. **Оптимізація силового режиму зміни вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи із зубчастим сектором при усталеному режимі повороту крана** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 404-420.
Наведено послідовність проведення та результати оптимізації режиму зміни вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи із зубчастим сектором на ділянці пуску при усталеному режимі повороту крана. За об'єкт дослідження взято стрілову систему крана з секторним приводом механізму зміни вильоту. За критерій оптимізації режиму руху стрілової системи обрано середньо-квадратичне значення рушійного моменту приводу механізму зміни вильоту. Отриманий оптимальний режим руху механізму зміни вильоту дозволяє мінімізувати динамічні навантаження під час пуску.
Іл. 13. Бібліогр. 13 назв.

UDC 621.87
Loveykin V. S., Romasevich Yu. O., Palamarchuk D. A., Loveykin A.V. **Optimization of the force mode of range change in an articulated boom system with a geared sector at a fixed mode of crane rotation** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUCA, 2023. – Issue 100. – P. 404-420.
The sequence of execution and optimization results for the mode of change of departure of the hinged boom system with a geared sector in the starting area at the established mode of crane rotation are presented. The boom system of the crane with the sector drive of the mechanism for changing the departure is taken as the object of the study. The criterion for optimizing the movement mode of the boom system is the root-mean-square value of the drive torque of the flight change mechanism. The obtained optimal mode of movement of the departure change mechanism allows to minimize dynamic loads during start-up.
Il. 13. Ref. 13.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович
Адреса робоча: 03041 Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу.
Робочий тел.: +38(044) 527-87-34
Мобільний тел.: +38(097) 349-14-53
E-mail: lovvs@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4259-3900

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, доцент, професор кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України РОМАСЕВИЧ Юрій Олександрович.
Адреса робоча: 03041 Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, РОМАСЕВИЧУ Юрію Олександровичу.
Робочий тел.: +38(044) 527-87-34
E-mail: romasevichyuriy@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-5069-5929

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної механіки КНУБА ПАЛАМАРЧУК Дмитро Анатолійович.
Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра теоретичної механіки, ПАЛАМАРЧУКУ Дмитру Анатолійовичу.
Мобільний тел.: +38(097) 825-73-35
E-mail: palamarchuk-dima@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-8019-9659

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка ЛОВЕЙКІН Андрій Вячеславович
Адреса робоча: 03022, Україна, м. Київ, проспект академіка Глушкова, 4е ,корпус механіко-математичного факультету, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, кафедра математичної фізики, ЛОВЕЙКІНУ Андрію Вячеславовичу
Мобільний тел.: +38(097) 350-91-23
E-mail: anlov74@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7988-8350

УДК 539.3:624.04:004.942

СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТУ ОБОЛОНКОВОЇ СТРУКТУРИ З ОСНОВОЮ

Є.А. Єгоров[1],
д-р техн. наук, професор

О.Є. Кучеренко[2],
канд. техн. наук, науковий співробітник

О.В. Репринцев[2],
канд. техн. наук, старший науковий співробітник

[1]*Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, Дніпро*

[2]*Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, Дніпро*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.421-429

Розглядається задача моделювання оболонкової структури у вигляді вертикального сталевого резервуару. Обговорюються кілька підходів до моделювання подібних конструкцій. Досліджується поведінка зони контакту стінка-днище-основа при різних значеннях надлишкового тиску та рівнях рідкого продукту в резервуарі, визначаються умови можливого відриву днища від основи у вузлі сполучення його з циліндричною стінкою.

Ключові слова: моделювання, оболонка, резервуар, контакт, надлишковий тиск, гідростатичний тиск, скінчений елемент, ANSYS.

Вступ. Оболонкові структури - важлива складова сучасної енергетики. Серед них резервуар є однією із найпоширеніших. Ця інженерна конструкція використовується для зберігання рідких речовин, серед іншого — і нафтопродуктів. Саме досвід масового використання нафтових резервуарів свідчить про те, що деякі особливості роботи цих споруд не завжди правильно враховуються в інженерних розрахунках, побудованих, як правило, на традиційних аналітичних методах [1]. Це пов'язано з низкою ефектів, що обумовлені фізичною та геометричною нелінійностями, які мають місце в процесі деформування резервуарних оболонок, і які практично не можуть бути враховані аналітично. Для типових розрахунків резервуарних конструкцій і за нормальних умов експлуатації ці розбіжності не мають критичного впливу на цілісність таких споруд, але будь-які зміни конструктивних параметрів з одночасною зміною технології зберігання та виникненнями нестандартних впливів зовнішнього середовища (сейсмічні впливи, ударні хвилі від вибухових пристроїв, погодні катаклізми тощо) можуть призвести до непередбачуваних негативних наслідків. Варто зазначити, що кожен резервуар унікальний і має безліч характеристик та дефектів, властивих лише даній конструкції [2, 3]. Один з найефективніших шляхів подолання цієї проблеми полягає в подальшому дослідженні оболонкових структур як

© Єгоров Є.А., Кучеренко О.Є., Репринцев О.В.

скінченно-елементних моделей в CAE (computer-aided engineering) системах. Саме в такому ракурсі і розглядають сталевий резервуар автори цієї статті. Слід зазначити, що такий шлях вже неодноразово застосовувався в багатьох попередніх роботах – як при аналізі роботи типових конструкцій та елементів [4, 5], так і при новітньому оптимальному проектуванні [6]. Але в даному випадку моделювання виконувалося в рамках дослідження нестандартних ситуацій, тому воно має принципові відмінності.

1. Постановка задачі. Розглядається задача моделювання вертикального сталевого резервуару об'ємом 20000 кубічних метрів у системі ANSYS при дії комбінації статичних навантажень. Геометрична модель об'єкту представлена у вісесиметричному вигляді. Досліджується напружено-деформований стан циліндричної стінки, а також зони контакту циліндричної стінки з плоским днищем при різних параметрах навантаження. Вважається, що зв'язок основи з днищем резервуару є одностороннім.

Моделювання виконувалося із застосуванням програмного комплексу ANSYS в три- та двовимірній постановках. В тривимірному моделюванні використовувалися скінченні елементи типу SHELL181 та SHELL281 (рис. 1), які базуються на теорії пластин Міндліна–Рейснера. Різниця між цими двома типами елементів полягає у кількості вузлів (4 та 8 відповідно).

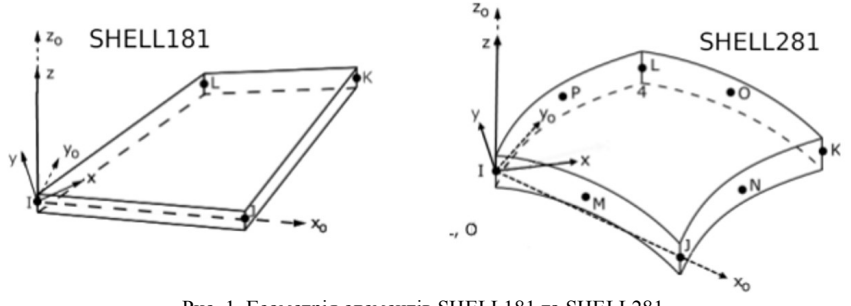


Рис. 1. Геометрія елементів SHELL181 та SHELL281

При розв'язанні вісесиметричної задачі в двовимірній постановці моделювання здійснювалося за допомогою скінченних елементів PLANE182 та PLANE183 (рис. 2).

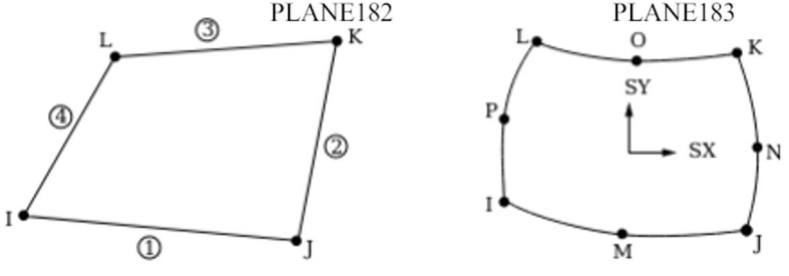


Рис. 2. Геометрія елементів PLANE182 та PLANE183

2. Геометричне моделювання резервуару. За основу геометричної моделі взято конструкцію вертикального циліндричного резервуару для нафти та нафтопродуктів місткістю 20000 м^3. Резервуар має циліндричну стінку, плоске днище та купольну стаціонарну покрівлю.

Циліндрична стінка резервуару складається з 12 поясів, де кожен пояс має номінальну висоту 1490 мм, тобто циліндрична стінка резервуару має загальну висоту 17880 мм і діаметр 39900 мм. Товщини поясів стінки визначаються у відповідності до інженерних розрахунків міцності та стійкості. При цьому для 6 нижніх поясів використовується сталь класу С345 (підвищеної міцності), а для решти поясів - С255. Для збільшення загальної стійкості циліндричної стінки на шостому зверху поясі встановлюється кільце жорсткості. Прийнята за такими параметрами схема стінки наведена на рис. 3.

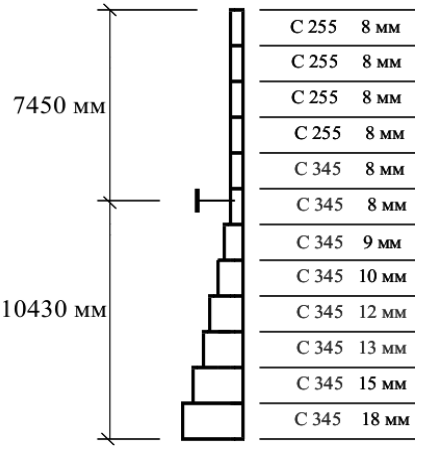


Рис. 3. Компонування циліндричної стінки

Днище резервуару має вигляд круглої пластини зі сталі С255 завтовшки 6 мм. Контурна частина шириною 1390 мм моделює наявність окрайкових листів завтовшки 15 мм, виготовлених зі сталі С345, на які спирається циліндрична стінка і які активно задіяні в роботі вузла сполучення циліндричної стінки з днищем.

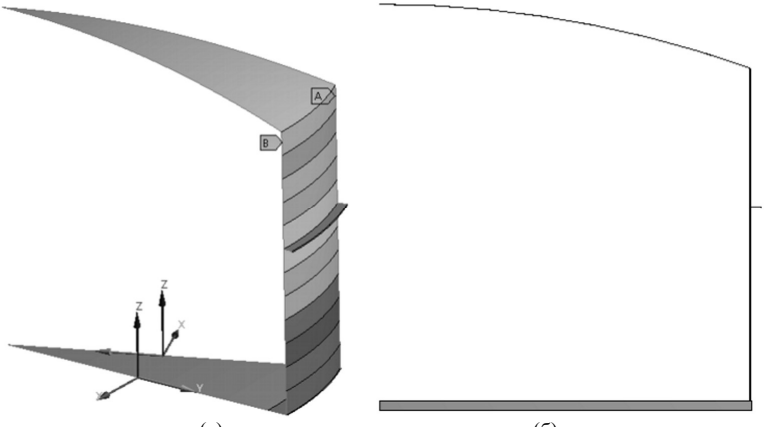
Днище спирається на жорстку (бетонну) основу. Зв'язок днища з основою має односторонній характер.

Покрівля резервуару моделюється у вигляді купольної оболонки, жорсткість якої забезпечує загальну цілісність цієї споруди.

Отже, при просторовому геометричному вісесиметричному проектуванні резервуару із зазначеними параметрами модель набуває вигляду як на рис. 4 (а).

3. Скінченно-елементна модель зони контакту «стінка-днище-основа». Для моделювання зони контакту «стінка-днище-основа» застосовувалася двовимірна модель, зображена на рис. 4(б), із скінченними елементами PLANE183 (рис. 2) з 8 вузлами та квадратичним законом переміщень. Вигляд зони контакту в такій моделі наведено на рис. 5.

Нижню частину залізобетонної основи зафіксовано. Між днищем та основою моделюється контакт типу "Frictional" із коефіцієнтом тертя 0.45 та можливістю відриву [7]. Також введено обмеження на радіальне переміщення верхньої частини резервуару у точках контакту дах-стінка.



(а) (б)

Рис. 4. Вісесиметричні моделі резервуару: (а) - тривимірна, (б) - двовимірна

На резервуар діють такі навантаження:

1) власна вага конструкції;

2) гідростатичний тиск від продукту зі щільністю 1000 кг/м^3;

3) надлишковий тиск, який набуває значення 2, 2.5 та 3 кПа.

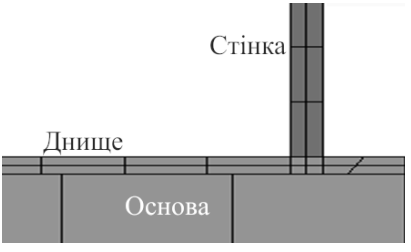


Рис. 5. Зона контакту «стінка-днище-основа»

Для верифікації моделі обчислимо радіальні переміщення оболонки за формулою, яка при відсутності надлишкового тиску має наступний вигляд [8]:

$$\omega = -\frac{\rho g R^2}{Et}\{H - h - e^{-\beta h}[H\cos\beta h + (H - \frac{1}{\beta})\sin\beta h]\}, \qquad (1)$$

де ρ – щільність рідини, g – прискорення вільного падіння, R – радіус резервуару, H – висота резервуару, h – координата висоти, E – модуль Юнга, t – товщина стінки, β – коефіцієнт деформації стінки, який розраховується наступним чином:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{(1-\nu^2)}{R^2 t^2}}, \qquad (2)$$

де ν=0.3 – коефіцієнт Пуассона.

На рис. 6 наведено розподілення деформацій та напружень у циліндричній стінці при відсутності надлишкового тиску.

Значення, розраховані за формулою (1), зображені хрестиками. Розбіжність між даними, отриманими за допомогою чисельного моделювання в ANSYS, та даними, які випливають з аналітичних розрахунків, не перевищує 5%, що свідчить про адекватність скінченно-

елементної моделі та можливість її використання для дослідження інших ефектів.

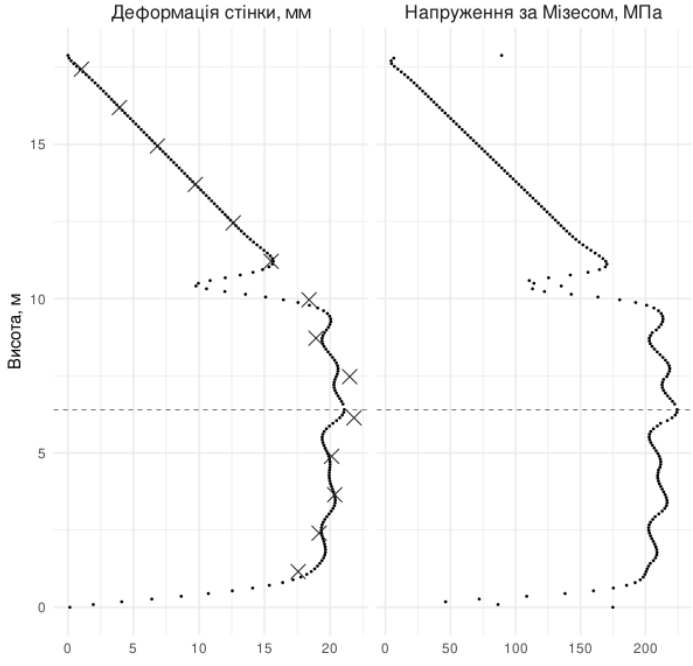


Рис. 6. Розподілення деформацій та напружень в оболонці

4. Аналіз зони контакту. Аналіз зони контакту виконувався для нестандартних умов експлуатації, які в даному випадку полягали у виникненні аварійного занадто великого внутрішнього тиску в резервуарі (2.5 та 3 кПа проти 2 кПа за нормальних умов). Модель зони контакту «днище-основа» з одностороннім зв'язком дозволяє відрив днища від основи, у процесі якого відбувається розкриття контакту. Повний відрив днища від основи відбувається за певної комбінації надлишкового та гідростатичного тисків в резервуарі. На рис. 7 (а) показана якісна картина процесу відокремлення днища від основи.



(а) (б)

Рис. 7. Відрив днища від основи

На рис. 8 наведені графіки залежності максимальної відстані днища від основи при різних значеннях надлишкового тиску та рівня рідкого продукту.

З наведених графіків випливає, що при певних значеннях рівня рідини в резервуарі відбувається зменшення відриву майже до нуля з подальшим помітним зростанням. Цей перелом пояснюється тим, що зі збільшенням гідростатичного тиску ефект відриву, обумовлений наявністю надлишкового тиску, поступово зменшується, натомість відбувається процес розвитку внутрішнього відриву, спричинений зростаючим моментом від гідростатичного тиску. Якісна картина цього процесу зображена на рис. 7 (б).

Варто зазначити, що розглянуті тут особливості роботи сталевого резервуару на жорсткій основі можуть мати місце і в умовах експлуатації резервуарів на м'яких основах, але загальний ефект буде дещо меншим.

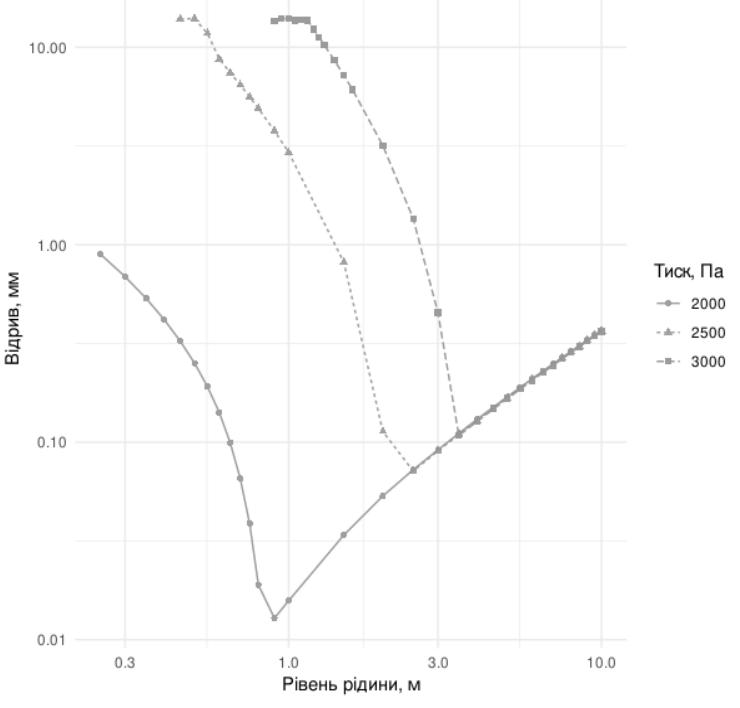


Рис. 8. Залежність зазору між днищем та основою від рівня рідини в резервуарі при різних значеннях надлишкового тиску

Висновки

1. Створена скінченно-елементна модель оболонкової структури узгоджується з аналітичним розв'язком та дозволяє визначати деформації та напруження в оболонці.

2. Деталізація вузла «стінка-днище-основа» із контактною зоною, яка має за мету дослідження процесу відриву днища від основи, показала двоїстість досліджуваного явища, а саме: при наявності надлишкового тиску при низькому рівні рідкого продукту в резервуарі спочатку

відбувається «крайовий» відрив днища від основи, який із зростанням рівня продукту поступово зменшується; на певному етапі починається процес розвитку внутрішнього «прихованого» відриву днища від основи.

3. Поява «крайового» відриву призводить до збільшення величини згинального моменту в точці сполучення стінки з днищем, «прихований» відрив навпаки зменшує згинальний момент в точці сполучення у порівнянні з аналітичними розрахунками при двосторонній моделі зв'язку днища з основою.

Моделювання виконувалося у системі ANSYS ACADEMIC. Графіки будувалися за допомогою пакету ggplot2 [9] системи статистичного моделювання R.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Priestley M.J.N.* Analysis and design of circular prestressed concrete storage tanks // PCI Journal. – 1985. – Vol. 30. – Issue 4. - P. 64–85.
2. *Гудрамович В.С., Деменков А.Ф., Егоров Е.А., Репринцев А.В.* О влиянии технологи изготовления на несущую способность стальных резервуаров // Проблемы прочности. - 2006. – №4. – С. 125-131.
3. *Деменков А.Ф., Репринцев А.В., Самарская Е.В.* Влияние технологических и эксплуатационных дефектов на прочность вертикальных резервуаров для хранения нефти и нефтепродуктов // Вісник Дніпропетровського ун-ту. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2006. – № 2/2, Вип. 10. – С. 51 – 55.
4. *Tarasenko A.A., Chepur P.V., Chirkov S.V., Tarasenko D.A.* Steel Storage Oil Tank Simulated Using Ansys Workbench 14.5 // Fundamental research. – 2013. - №10. С.3404-3408.
5. *Krivenko O.P., Vorona Yu.V., Kozak A.A.* Finite element analysis of nonlinear deformation, stability and vibrations of elastic thin-walled structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 20-34.
6. *Єгоров Є.А., Кучеренко О.Є.* Щодо оптимальної топології підпірної стінки // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 369-376.
7. *Cavalieri F.J, Cardona A.* An augmented lagrangian method to solve three-dimensional nonlinear contact problems // Latin American Applied Research. – 2012. - Vol. 42. - №3. – P. 281-289.
8. *Timoshenko S., Woinowsky-Kreiger S.* Theory of plates and shells. New York: McGrow-Hill Book Company. - 1959.
9. *Wickham H.* ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis. New York: Springer-Verlag. – 2016.

REFERENCES

1. *Priestley M.J.N.* Analysis and design of circular prestressed concrete storage tanks // PCI Journal. – 1985. – Vol. 30. – Issue 4. - P. 64–85.
2. *Hudramovych V.S., Demenkov A.F., Egorov E.A., Repryntsev A.V.* O vliianii tehnologii izgotovleniia na nesushchuiu sposobnost stalnikh rezervuarov. (On the influence of the technology of manufacturing on the load-bearing capacity of steel tanks) // Problemy prochnosty. - 2006. – №4. – P. 125-131.
3. *Demenkov A.F., Repryntsev A.V., Samarskaia E.V.* Vliianye tehnologycheskyh i ekspluatatsyonnyh defektov na prochnost vertykalnih rezervuarov dlia hraneniia nefty i nefteproduktov. (Influence of technological and operational defects on the strength of vertical tanks for oil and petroleum products) // Visnyk Dnipropetrovskoho un-tu. – Dnipropetrovsk: DNU, 2006. – № 2/2, Issue 10. – P. 51 – 55.
4. *Tarasenko A.A., Chepur P.V., Chirkov S.V., Tarasenko D.A.* Steel Storage Oil Tank Simulated Using Ansys Workbench 14.5 // Fundamental research. – 2013. - №10. С.3404-3408.
5. *Krivenko O.P., Vorona Yu.V., Kozak A.A.* Finite element analysis of nonlinear deformation, stability and vibrations of elastic thin-walled structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. - 2021. – Issue 107. – P. 20-34.

6. *Yegorov Y., Kucherenko O.* Optimal topology of retaining wall // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. - 2022. – Issue 108. – P. 369-376.
7. *Cavalieri F.J, Cardona A.* An augmented lagrangian method to solve three-dimensional nonlinear contact problems // Latin American Applied Research. – 2012. - Vol. 42. - №3. – P. 281-289.
8. *Timoshenko S., Woinowsky-Kreiger S.* Theory of plates and shells. New York: McGrow-Hill Book Company. - 1959.
9. *Wickham H.* ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis. New York: Springer-Verlag. – 2016.

Стаття надійшла 27.02.2023

Єгоров Є.А., Кучеренко О.Є., Репринцев О.В.

СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТУ ОБОЛОНКОВОЇ СТРУКТУРИ З ОСНОВОЮ

Розглядається задача моделювання оболонкової структури у вигляді вертикального сталевого резервуару об'ємом 20000 кубічних метрів при дії комбінації статичних навантажень. Циліндрична стінка резервуару має загальну висоту 17880 мм і діаметр 39900 мм. Товщини поясів стінки визначаються у відповідності до інженерних розрахунків міцності та стійкості. Геометрична модель об'єкту представлена в вісесиметричному вигляді. Досліджується напружено-деформований стан циліндричної стінки, а також зони контакту циліндричної стінки з плоским днищем при різних параметрах навантаження. Вважається, що зв'язок основи з днищем резервуару є одностороннім. Між днищем та основою моделюється контакт типу "Frictional" з коефіцієнтом тертя 0.45 та можливістю відриву. Нижню частину основи зафіксовано. Також введено обмеження на радіальне переміщення верхньої частини резервуару у точках контакту дах-стінка. Моделювання виконується із застосуванням програмного комплексу ANSYS в три- та двовимірній постановках. В тривимірному моделюванні використовуються скінченні елементи типу SHELL281. При розв'язанні вісесиметричної задачі в двовимірній постановці моделювання здійснюється за допомогою скінченних елементів PLANE183. Верифікація моделі проводиться шляхом порівняння радіальних переміщень оболонки, отриманих за допомогою чисельного моделювання, зі значеннями, які обчислені аналітично. При цьому розбіжність між даними не перевищує 5%, що свідчить про адекватність скінченно-елементної моделі. Аналіз зони контакту виконується для нестандартних умов експлуатації, які в даному випадку полягають у виникненні аварійного занадто великого внутрішнього тиску в резервуарі (2.5 та 3 кПа проти 2 кПа за нормальних умов). Модель зони контакту «днище-основа» з одностороннім зв'язком дозволяє відрив днища від основи, у процесі якого відбувається розкриття контакту. Повний відрив днища від основи відбувається за певної комбінації надлишкового та гідростатичного тисків в резервуарі. При певних значеннях рівня рідини в резервуарі відбувається зменшення відриву майже до нуля з подальшим помітним зростанням. Цей перелом пояснюється тим, що зі збільшенням гідростатичного тиску ефект відриву, обумовлений наявністю надлишкового тиску, поступово зменшується, натомість відбувається процес розвитку внутрішнього відриву, спричинений зростаючим моментом від гідростатичного тиску.

Ключові слова: моделювання, оболонка, резервуар, контакт, надлишковий тиск, гідростатичний тиск, скінчений елемент, ANSYS.

Yegorov Y., Kucherenko O., Repryntsev O.

FINITE ELEMENT MODELLING OF THE CONTACT BETWEEN SHELL STRUCTURE AND FOUNDATION

This paper presents the problem of modelling of a shell structure as a vertical steel tank with a volume of 20000 cubic meters under a combination of static loads. The total height of the cylindrical wall of the tank is 17880 mm, and its diameter is 39900 mm. The wall thicknesses have been determined according to the design requirements of strength and buckling. The geometric model of the object has an axisymmetric form. The task is to perform the analysis of the stress-deformed state of the cylindrical wall and the contact zone of the wall with the foundation under different loads. The type of the contact is "Frictional" with a coefficient of friction equal to 0.45. The lower part of the foundation has been fixed. We have also restricted the radial movement of the upper part of the tank. Modelling has been carried out using the ANSYS simulation software. In three-dimensional modelling, finite elements of the SHELL281 type have been used. When solving an axisymmetric problem in a two-dimensional formulation, we have used PLANE183 finite elements. We have

verified the model by comparing the radial displacements of the shell obtained using numerical simulation with the values calculated analytically. The discrepancy between the data does not exceed 5%, which indicates the adequacy of the finite element model. We have performed the analysis for non-standard operating conditions, which suppose the excessive internal pressure in the tank (2.5 and 3 kPa against 2 kPa under normal conditions). The contact "bottom - foundation" with a one-way connection allows separation of the bottom from the foundation. The complete detachment occurs under a specific combination of excessive and hydrostatic pressures. For certain levels of liquid in the tank, the gap decreases almost to zero, followed by a noticeable increase. This rapid change can be explained by the fact that with an increase in the hydrostatic pressure the effect of separation due to the excessive pressure decreases, and then the process of internal separation occurs, caused by the increasing moment from hydrostatic pressure.

Keywords: modelling, shell, tank, contact, excess pressure, hydrostatic pressure, finite element, ANSYS.

УДК 539.3:624.04:004.942
Єгоров Є.А., Кучеренко О.Є., Репринцев О.В. **Скінченно-елементне моделювання контакту оболонкової структури з основою //** Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 421-429.
Розглядається задача моделювання оболонкової структури у вигляді вертикального сталевого резервуару та досліджується поведінка зони контакту стінка-днище-основа при різних значеннях надлишкового та гідростатичного тисків.
Іл. 8. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.3:624.04:004.942
Yegorov Y., Kucherenko O., Repryntsev O. **Finite element modelling of the contact between shell structure and foundation //** Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUCA, 2023. – Issue 110. – P. 421-429.
The paper introduces the problem of modelling of a shell structure as a vertical steel tank and analysis of the wall-bottom-foundation contact considering various combinations of excessive and hydrostatic pressures.
Fig. 8. Ref. 9.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри металевих конструкцій ЄГОРОВ Євгеній Аркадійович.
Адреса робоча: 49600. м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а, ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", ЄГОРОВ Євгеній Аркадійович.
Мобільний тел.: +380679451816
E-mail: evg_egorov@ukr.net
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-2993-0570

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук (PhD), науковий співробітник КУЧЕРЕНКО Олександр Євгенович.
Адреса робоча: 49005, м. Дніпро, вул.Лешко-Попеля, 15, Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, КУЧЕРЕНКО Олександр Євгенович.
E-mail: akch7@cryptolab.net

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник РЕПРИНЦЕВ Олексій Васильович.
Адреса робоча: 49005, м. Дніпро, вул.Лешко-Попеля, 15, Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, РЕПРИНЦЕВ Олексій Васильович.
E-mail: alrprn@i.ua

УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИМУШЕНИХ ЧАСТОТ КОЛИВАННЯОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ТРАПЕЦЕВИДНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Г.М. Іванченко,
д-р. техн. наук, професор

О.О. Кошевий,
д-р. філософії (Ph.D.), доцент

О.П. Кошевий,
канд. тех. наук, доцент

Л.О. Григор'єва,
канд. фіз.-мат. наук, доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.430-446

В статті розглянуто чисельне дослідженняпараметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі за допомогою якого вдалося зменшити вагу конструкції на 13.4%, перерозподілити товщину оболонки згідно зовнішньому навантаженню, а також побудувати 10 вимушених форм і частот коливань до і після оптимізаційного розрахунку. Розкриті види і типи оптимізаційного розрахунку, та розглянутий аналіз чутливості на відгук конструкції.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільові функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, переміщення по осям *X,Y,Z*, вага конструкції.

Вступ. Задачі оптимального проектування виникають при проектуванні конструкцій, коли інженер-конструктор намагається забезпечити максимальну техніко-економічну ефективність при цьому витримати умови: міцності, стійкості, довговічності, жорсткості, технологічності, тріщиностійкості, естетичних таексплуатаційних вимог, і багато інших умов.

Вибір критерію оптимальності – одна із основних проблем оптимального проектування. Найбільш загальним критерієм, може слугувати вартість конструкції, в цілому від її виробництва, до вартості експлуатації. Але врахувати всі фактори, які впливають на вартість, зазвичай неможливо, на практиці частіше всього використовують більш прості критерії. Найбільший розвиток отримали задачі, які мають за критерій оптимальності вагу або об'єм конструкції при цьому задовольняють умови міцності, жорсткості і стійкості [1].

© Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.

Для деяких задач умови найменшого об'єму або ваги вдається замінити більш простими критеріями оптимальності (критерій рівноміцності для статично визначених систем, або критерій найбільшої жорсткості при заданому об'ємі).

В математичному співвідношенні задачі оптимального проектування є задачами оптимізації – пошук екстремуму (частіше всього умовного) цільової функції (мінімальна вартість, об'єм, вага, максимум жорсткості, коефіцієнт втрати міцності та багато інших) і значення параметрів, при яких екстремум досягається. Якщо потрібно відшукати скінчене число оптимальних проектів, то задача відноситься до математичного програмування, якщо оптимізовані параметри є функцією для одного або декількох змінних проектування, то задача називається варіаційною [2].

Варіаційні задачі можуть бути класичними (якщо додаткові умови відсутні, або вони мають форми рівності) і некласичними (з додатковими умовами формами нерівностей).

Задачі оптимізації вирішуються також теорію оптимального управління. Неперервний варіант цієї теорії відноситься до варіаційного числення, дискретний – до математичного програмування. Багато задач оптимального проектування конструкцій можуть бути сформульовані в термінах теорії оптимального управління, і тоді для їх вирішення можна застосувати апарат цієї теорії – метод динамічного програмування (більше для дискретних задач) і принципу максимуму Л.С. Понтрягіна (більше для неперервних задач).

Для однієї і тієї ж задачі оптимального проектування часто можуть обирати різні математичні моделі, які відносяться до різних із вказаних вище класів. Крім того, рішення багатьох некласичних варіаційних задач можливо знайти тільки методами математичного програмування за допомогою дискретизації. Іноді буває зручніше, навпаки, сформулювати і вирішувати неперервний варіант дискретної задачі [3].

Методи вирішення задачі оптимізації можна поділити на дві великі групи. В одну групу входять методи, які основані на використанні необхідних умов екстремумів цільової функції. Наприклад, це класичні методи математичного аналізу для відшукування однієї або декількох змінних проектування, методи Ейлера, Лагранжа, Рітца, Бубнова-Гальоркіна, для варіаційного числення, принцип максимуму Л.С. Понтрягіна для неперервних і дискретних задач оптимального керування. Другу групу складають методи математичного програмування: лінійного, випуклого, динамічного програмування, метод випадкового пошуку [4-5].

Сучасний стан оптимального проектування такий, що методи математичного програмування і варіаційні методи є досить важкими в реалізації, потребують великих об'ємів обчислення і тому досить не часто використовуються в інженерній практиці. Тому в ряді випадків для вирішення деяких задач застосовуються спеціальні методи оптимального проектування. Деякі із них дозволяють покращити конструкцію, а саме вирішення задачі часткової оптимізації (метод заданих напружень) для розрахунку статично невизначених систем. Так як в результаті повної

оптимізації по критерію найменшого об'єму, часто отримаємо досить складні задачі або нетехнологічні конструкції, тоді спеціальні методи оптимального керування можуть, в деяких практичних випадках, давати кращий результат, ніж інші методи оптимізації. Причина такого положення очевидна: при побудові математичної моделі дуже складно врахувати всі фактори, які впливають на ефективність конструкції, але з сучасним розвитком математичних моделей в параметричній оптимізації застосовуютьсявсе частіше такі методи [6].

Задачі оптимального проектування поділяються на три великі групи. Перша група – задачі параметричної оптимізації, в них розкривається оптимізація одного чи декілька параметрів, які називаються змінними проектування, що дає можливість мінімізувати або максимізувати цільову функцію. Сучасний стан параметричної оптимізації з врахування роботи програмних комплексів Femap with Nastran або Ansis дає можливість виконувати дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації, де одночасно мінімізуються або максимізуються декілька цільових функцій.Також такі задачі дають можливість задавати декілька обмежень одночасно. Друга група – топологічна оптимізація, в таких задачах відкидається не потрібний матеріал, де напруження по Мізесу дорівнюють нулю, за рахунок чого мінімізується цільова функція (наприклад вага, або об'єм). Третя група – оптимізація форми досліджуваного об'єкту, коли форма відповідає внутрішнім зусиллям (класичні задачі арочних мостів), на заданому контурі моделюється оболонка з найменшою площею (оболонки мінімальних поверхонь), а також методи прикладної геометрії, де для певного навантаження моделюють форму поверхні.

Окремо хочеться зазначити, задачі де використовують одразу дві групи оптимального проектування для одного досліджуваного об'єкта: оптимізація форми і параметрична оптимізація (оболонки мінімальних поверхонь, в яких оптимізується одразу одна або декілька цільових функцій); оптимізація форми і топологічна оптимізація (оптимальна форма і топологічна оптимізація її решітки, а саме виконання отворів в тих місцях де напруження по Мізесу дорівнюють нулю); оптимізація форми арки та параметрична оптимізація підбору поперечного перерізу і так далі. В теорії для стержневих конструкцій можливі задачі, котрі можуть включати одразу три групи оптимізації (оптимізація форми ферми, топологічна оптимізація решітки ферми, для місць де напруження по Мізесу дорівнюють нулю, а також параметрична оптимізація підбору поперечного перерізу всіх конструктивних елементів ферм). Такі задачі вважаються в оптимальному проектуванні самого високого рівня і можливі тільки при розрахунку в сучасних програмних комплексах з додатковими програмними модулями, так як створювати окремий оптимізатор - дуже тривалий процес і виникають питання до його трудомісткості в цілому.

В даній статті розглядається задача параметричної оптимізації ваги оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні, де змінні проектування є товщина оболонки, а обмеження представлено у вигляді першої вимушеної частоти коливання.

Постановка задачі. Конструкція повинна мати певний запас міцності, це означає що навантаження, яке руйнує P_r повинно бути більшим ніж експлуатаційне. Це число називають коефіцієнтом безпеки:

$$q = P_r / P_e. \quad (1)$$

Під експлуатаційним навантаженням P_e розуміють найбільш можливу, при нормальній експлуатації,величину навантаження, визначену розрахунком. Руйнуючим навантаженням називається таке навантаження, при якому виникає граничний напружено-деформований стан матеріалу елементів конструкції, або споруди в цілому, при цьому початок руйнування відбувається за рахунок великих деформацій і порушується робота конструкції в цілому [7].

Розрахунок конструкції за двома групами граничних станів виконується з врахуванням фізико-механічних властивостей матеріалу, межи міцності G_b та межи текучості G_t. Для конструкцій з багаторазовою повторною дією навантаження розтягу чи стиску, або згину, нормальні напруження які виникають при експлуатаційному навантаженні, не повинні перевищувати значення межі текучості, в іншому випадку в ній можуть виникати залишкові деформації.

Враховуючи ці вимоги, розрахунок міцності і стійкості (визначення напружень міцності чи втрат стійкості) зручно виконувати для експлуатаційного навантаження. Визначені з розрахунку напруження порівнюють за допустим G_{adm}, які приймаються рівними значенню із двох наступних величин [8]

$$G_{adm} = G_b / q, \quad (2)$$

$$G_{adm} = G_e / n. \quad (3)$$

Для конструкції, які спочатку втрачають міцність, а не стійкість, приймають наступні коефіцієнти безпеки q і запаси по межі текучості n:

$$q = 1.3 \ldots 2.6 \quad (4)$$

$n = 1.1 \ldots 1.5$ – для пластичних матеріалів, у яких діаграма розтягу (стиску) має дуже виражену площадку текучості; $n = 1.0 \ldots 1.5$ – для матеріалів, які не мають площадки текучості.

Великі значення коефіцієнтів q і n приймають при багатократному і тривалому навантаженню, малі – при короткочасній дії навантаження з малим числом повторюваності [9].

Вибір коефіцієнтів q і n є важливим етапом проектування. При їх призначенні приймають до уваги призначення конструкції, специфіку її роботи, умова експлуатації, вимоги, які забезпечують надійність і безпеку обслуговування. Так, наприклад, для вантажопідйомних засобів з тривалим періодом експлуатації для забезпечення надійності і безпеки коефіцієнти q і n приймають досить високими $q = 3 \ldots 4$, $n = 2$.

Для деталей різьбових з'єднань запаси міцності збільшується в 1.25 разів, чим забезпечується збільшення їх міцності, по відношенню до міцності з'єднання деталей, в результаті чого підвищується міцність

цілого агрегату. Це дає можливість при експериментальному дослідженні виявити картину руйнування самої конструкції [10].

При розрахунку деталей, які виготовляються з литої сталі, коефіцієнти безпеки часто збільшуються в 1.25-1.4 рази, але при прогресивних способах виготовлення і відповідному контролю якості такого збільшення міцності не потрібно.

Коефіцієнти безпеки іноді враховуються неякісно, через неточності, які були допущенні при визначення навантажень і напружень наближеними методами розрахунків. Найбільш доцільно приймати коефіцієнти безпеки тільки виходячи з питань надійності роботи конструкції, похибку розрахункових коефіцієнтів враховувати відповідним способом в розрахунковій схемі, і в допустимих значеннях запасів міцності, з подальшими уточненнями по результатам експериментального дослідження [11-12].

При роботі з матеріалом за межами пружності в ряді випадків не допускається використання методу розрахунку по граничним напруженням. В таких випадках про придатність конструкції аналізують по величині граничного навантаження. Під граничним навантаженням розуміється навантаження, при якому система не сприймає зростаюче навантаження (руйнуюче навантаження) або виникають настільки помітні переміщення, при яких конструкція перетворюється в геометрично змінювану систему, і порушуються її умови нормальної експлуатації. Величина граничного навантаження повинна бути не менше $P_d \geq qP_e$.

Метод розрахунку по граничним навантаженням дозволяє створити економічну конструкцію, так як в цьому випадку точніше встановлюються величини граничного навантаження, при якому вичерпується несуча здатність деталі або конструкції. У зв'язку з цим виявляють додаткові ресурси міцності, які не враховані при способі розрахунку по допустимим напруженням. Застосування методу обмежено, так як розрахункове визначення руйнівного навантаження можливо тільки найбільш простих конструктивних схем. Слід зазначити, що для багатьох конструктивних схем (стержнів, працюючі на розрив, оболонки, які знаходяться під дією рівномірно-розподіленого навантаження, балки двотаврового профілю, які працюють на згин та інші), а також конструкцій із крихких матеріалів розрахунок по допустимим напруженням достатньо точно визначає руйнуюче навантаження [14-16].

Чим більше коефіцієнт безпеки, чим надійніше робота деталі або конструкції, але збільшення запасу за рахунок великих коефіцієнтів безпеки веде до збільшення ваги і габаритів конструкції, що буде економічно не вигідно в цілому, а для деяких випадків в конструкціях літальних апаратів, ракетної техніки, космічної промисловості взагалі не допустимо. В конструкціях, що лімітовані по вазі, повинні бути встановлені мінімальні можливі коефіцієнти безпеки. Застосування низьких коефіцієнтів, як правило, завжди вимагає проведення експериментальної перевірки [17].

Треба також відмітити, що сучасні ПК і розвиток чисельних методів (скінчених елементів та інших) досягли високого рівня, а коефіцієнти запаси, котрі є в сучасних будівельних нормам розроблялися у 80-х роках XX ст., тому вони можуть бути неактуальними. За допомогою оптимального проектування є можливість провести розрахунок конструкції, в якому буде зменшення її ваги , для того щоб в подальшому не будувати експериментальну модель, та одночасно знизити коефіцієнти запасу на той відсоток, який отримали за допомогою оптимізаційного розрахунку. Це дозволить економити додаткові кошти, пришвидши процес проектування і впровадити нову конструкцію у життя. Такий спосіб доцільний для великогабаритних конструкцій, коли експериментальна модель може коштувати значних коштів [18].

В даній науковій статі розглядається оболонка мінімальної поверхні на трепецевидному контурі, для якої виконується оптимізаційний розрахунок і дозволяє, за допомогою методу скінчених елементів і методу оптимізації (градієнтного спуску), виконати точний розрахунок, що є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Аналіз чутливості параметричної оптимізації для оболонки мінімальної поверхні на трепецевидному контуром

В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням та товщини оболонки. Інформація про чутливість служить основою побудови алгоритму оптимального проектування методом градієнтного спуску функції цілі. Матриця чутливості

$$G = \left\{ \frac{\partial g_i}{\partial X_i};\ i = \overline{1,n};\ j = \overline{1,m} \right\} \tag{5}$$

і градієнт цільової функції $\nabla \vec{f}(X)$ використовується для побудови матриці проектування, обчислення множників Лагранжа і визначення напрямку спуску по градієнту. Тут n – кількість змінних проектування, m – кількість обмежень. Крім того, при проведенні аналізу чутливості з'являється кількісна інформація про вплив зміни змінних проектування на функціювання системи [19].

З математичної точки зору, залежність реакцій оболонки у вигляді переміщень і напружень від змінних проектування є товщина оболонки.Такі рівняння лінійні відносно змінних станів, але якщо врахувати вплив змінних проектування на коефіцієнти лінійних операторів, рівняння стану є нелінійним відносно функціональної залежності змінних станів і змінних проектування.

Аналіз чутливості реакцій конструкцій на зміну змінних проектування можливо провести без обчислення похідної матриці жорсткості. Для цього виконуємо диференціювання по i-й складовій X_i рівняння стану [20]

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} + \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i}. \quad (6)$$

Цей вираз можливо перетворити до вигляду:

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z}. \quad (7)$$

Праву частину рівняння (7) можливо розглядати як вектор псевдо навантаження $\vec{p}$. Тоді для системи похідних переміщень вираз можна переписати як:

$$K \times \left[\frac{\partial \vec{z}}{\partial X_1}, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_2}, \ldots, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_n} \right] = \left[p_1^*, p_2^*, \ldots, p_k^* \right], \quad (8)$$

де k – кількість навантажень конструкції.

Оскільки вирішення системи рівнянь статики можливо при багатьох варіантах правих частин рівняння [21], то рішення (8) формується одночасно з вирішенням рівняння стану методу скінченних елементів. Як показуютьдослідження, така схема вирішення задачі при розгляді до 100 вантажних векторів потребує всього на 15% більше часу роботи процесору в порівнянні з вирішенням задачі на один вантажний вектор. Ефект досягається за рахунок виключення $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$ із виразу градієнтів цільової функції і обмежень.

Матриця (8) легко обчислюється при відомій функціональній залежності зовнішніх навантажень від змінних проектування. Якщо $\vec{p}\left(\vec{X}\right)$ –вектор зовнішніх навантажень, який є постійним, то $\frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} = 0$

$$P = \left\{ \frac{\partial p_j}{\partial X_i};\ i = \overline{1,n};\ j = \overline{1,m} \right\}. \quad (9)$$

Розглянемо визначення похідної $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$, для цього ведемо наступні позначення: K_g і K_l – матриця жорсткості відповідного елемента в загальній локальній системі координат; $\overrightarrow{z_g}$ і $\overrightarrow{z_l}$ – вузлові переміщення в локальній системі координат; T – матриця перетворення локальної системи координат в глобальну [22].

Основні співвідношення методу скінченних елементів при перетворенні координат:

$$K = T^T \times K^l \times T, \quad (10)$$

$$\overrightarrow{z_l} = T \times \overrightarrow{z_g}. \quad (11)$$

Так як в якості змінних проектування прийнята товщина оболонки, то координати вузлів конструкції похідна K_g по $\vec{X}$ дорівнює:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}}\right) \times K_l \times T + T^T \times \frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times T + T^T \times K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}}. \quad (12)$$

Приймаємо до уваги рівність (1.11), маємо:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} \overrightarrow{z_g} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}}\right)^T \times \left(K \times \overrightarrow{z_l}\right) + T^T \times \left(\frac{K_l}{\partial \vec{X}} + K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g}\right). \quad (13)$$

Можемо показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \vec{X}} K \times \vec{z} = \frac{\partial}{\partial \vec{X}} \left(\sum_{i=1}^{NE} K_g^i \times \vec{z}\right) = \left(\sum_{i=1}^{NE} \frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g^i}\right), \quad (14)$$

де NE – число скінченних елементів; K_g^i – матриця жорсткості i-го елементу в глобальній системі координат.

Звідси матриця $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}$ може бути сформована шляхом обчислення вектору $\frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g^i}$ для кожного скінченного елементу конструкції і подальшої їх суми.

Вектор $K_l \times \overrightarrow{z_l}$ в першому складеному рівнянні (10) представляє собою внутрішні зусилля в елементі в локальній системі координат, які можуть бути визначені як

$$\overrightarrow{p_l} = K_l \times \overrightarrow{z_l} = \left(\int_0^l \left(B^T \times D \times B\right) dx\right) \times \overrightarrow{z_l} = \int_o^l \left(B^T \times \vec{\sigma}\right) dx, \quad (15)$$

де $\vec{\sigma} = D \times B \times \overrightarrow{z_l}$.

Вектор $K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g}$ із останнього члена (14) може бути отриманий аналогічно із визначенням внутрішніх зусиль, відповідно фіктивним вузловим локальним переміщенням (15).

$$\overrightarrow{z_l} = \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g}. \quad (16)$$

Вектор $\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_l}$ апроксимується за допомогою скінченої різниці шляхом перерахунку матриці K_l для малих відшкодувань змінних проектування X_i. З урахуванням (16) знаходження вектора $\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_l}$ зводиться до ряду векторних операцій, і при малих змінах $\partial \vec{X}$ дорівнює:

$$\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_l} = \frac{\left(K_l \times \overrightarrow{z_l}\right)_{\vec{X}+\delta\vec{X}} - \left(K_l \times \overrightarrow{z_l}\right)_{\vec{X}}}{\partial \vec{X}}. \quad (17)$$

Таким чином, аналіз чутливості реакцій оболонки для кожного пластинчастого скінченного елемента до варіацій змінних проектування зводиться до визначення вектору $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}$, шляхом знаходження двох додаткових векторів внутрішніх зусиль в локальній системі координат і перетворення результативних векторів в загальну координатну систему.

Визначивши чутливість $\frac{\partial \vec{z}}{\partial \vec{X}}$, є можливість перейти від знаходження чутливості внутрішніх зусиль в скінченних елементах до зміни змінних проектування, оскільки для реалізації алгоритму вирішення задачі оптимізації потрібно побудова матриці чутливості обмежень G [23].

Чутливість обмежень на переміщення вузлів може бути також представлена у вигляді:

$$\frac{\partial g_i}{\partial X} = -\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_i^2} \frac{\partial \Delta_i}{\partial X}. \qquad (18)$$

Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених коливань оболонки на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні.Для виконання параметричної оптимізації вимушених коливань оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі застосовується цільова функція – вага просторової конструкції. Змінні в задачі параметричної оптимізації є товщина скінчених елементів від 1 до 100 мм. Обмеження конструкції накладається на першу вимушену частоту коливання 0.250Гц. Такий тип задач застосовується для запобігання резонансу від технологічного обладнання, яке може впливати на власні частоти конструкції під зовнішнім навантаженням [1-2], а також на міцність і стійкість конструкції в цілому. Для вирішення задачі залучаються додаткові модулі програмного забезпечення, які пов’язані з основним розрахункових комплексом FemapwithNastran, вони мають змогу, при відомому конторі будувати оболонку мінімальної поверхні, а також виконувати дослідження параметричної оптимізації з різними цільовими функціями і обмеженнями.

На рис 1-10 представлені вимушені частоти і форми коливання до параметричної оптимізації, на рис 11-20 представлені частоти і форми після дослідження параметричної оптимізації. Треба відмітити, що перша вимушена частота коливання співпадає з обмеженням 0.2500 Hz**.**

На рис. 21 представлено розподіл товщини оболонки після оптимізації.

Оболонка мінімальної поверхні на трапецевидному конторі має 912 пластинчастих скінчених елементів і 975 вузлів, зв'язок з диском землі – защемленням. Процес параметричної оптимізації відбувався за 10 циклів, в кожному циклі від 1000 до 100 ітерацій в залежності від циклу оптимізації і необхідності в цілому. Початкова вага оболонки мінімальної поверхні становить 13500 кг листової сталі товщиною 20 мм.

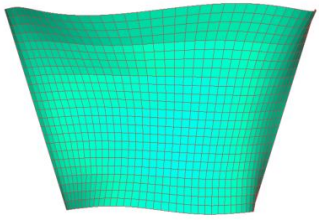


Рис. 1. Перша форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.0956587 Hz

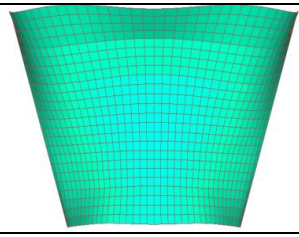


Рис. 2. Друга форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.12239 Hz

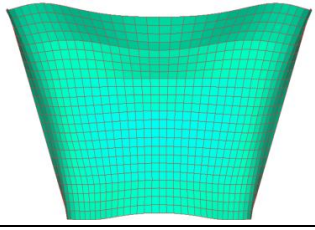


Рис. 3. Третя форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.219585 Hz

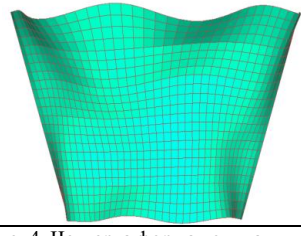


Рис. 4. Четверта форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.268773 Hz

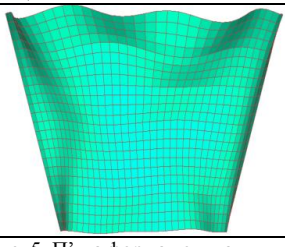


Рис. 5. П'ята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.382337 Hz

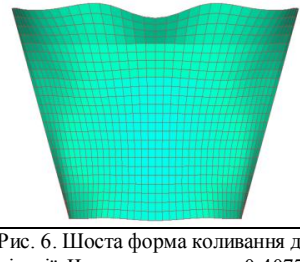


Рис. 6. Шоста форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.407723 Hz

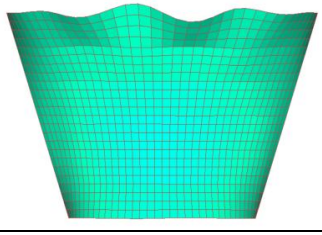


Рис. 7. Сьома форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.455638 Hz

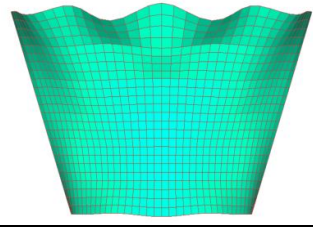


Рис. 8. Восьма форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.471823 Hz

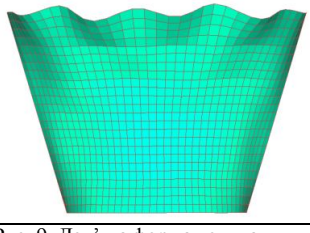


Рис. 9. Дев'ята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.578904 Hz

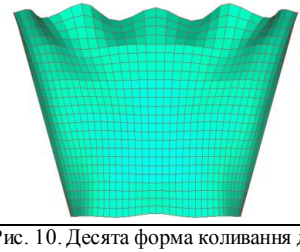


Рис. 10. Десята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.59805 Hz

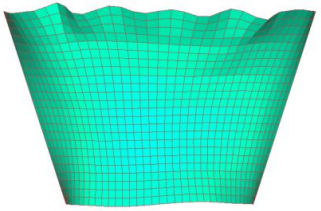


Рис. 11. Перша форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.2500 Hz

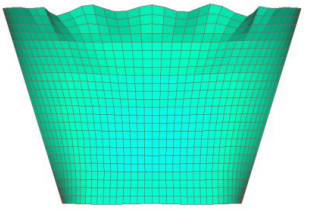


Рис. 12. Друга форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.251117 Hz

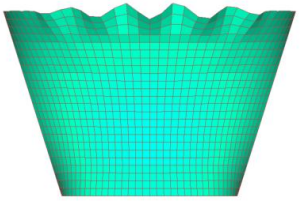


Рис. 13. Третя форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.252205 Hz

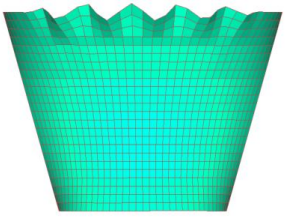


Рис. 14. Четверта форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.253889 Hz

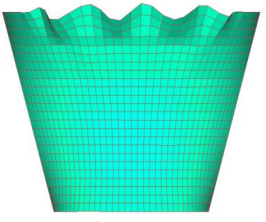


Рис. 15. П'ята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.254984 Hz

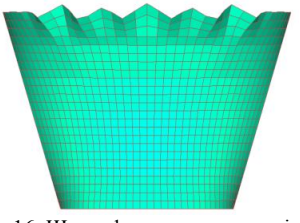


Рис. 16. Шоста форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.258432 Hz

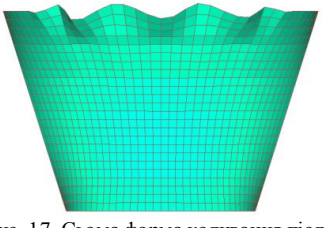


Рис. 17. Сьома форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.264453 Hz

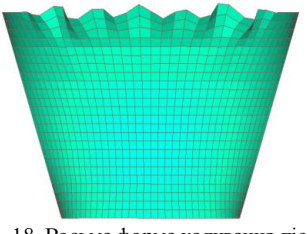


Рис. 18. Восьма форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.270093 Hz

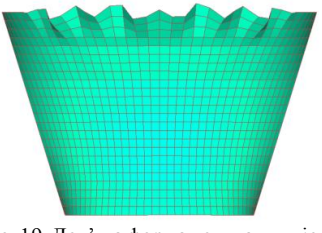


Рис. 19. Дев'ята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.290542 Hz

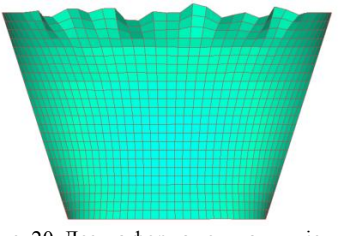


Рис. 20. Десята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.296024 Hz

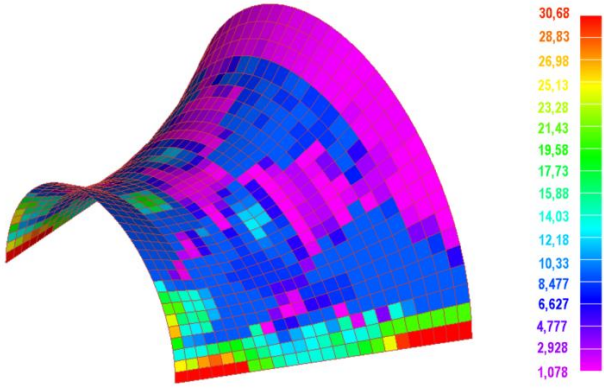


Рис 21. Товщина оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі після оптимізації в мм

Результати чисельного дослідження параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі при термосиловому навантаженні. За допомого параметричної оптимізації вдалося зменшити вагу оболонки на 13.4%, що становить 1810 кг листової сталі. Перша вимушена частота коливання відповідає обмеженню оптимізаційного розрахунку.

За допомогою нової методики авторів вдалося поєднати одночасно два види оптимізації: оптимізація форми у вигляді оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі і параметрична оптимізація товщини оболонки, що дає змогу розглядати задачі оптимального проектування комплексно. Вагомою перевагою є можливість зменшення коефіцієнтів запасів міцності і стійкості для проектування цієї конструкції. Після оптимізаційного розрахунку проведені всі перевірочні розрахунки на загальну міцність і стійкість, що відповідає вимогам за двома групами граничних станів, в подальшому інженер-конструктор має змогу проектувати цю конструкцію для її реалізації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Герасимов Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В.* Многокритериальная оптимизация конструкций. – Донецк: Вища шк. Главное Изд-во – Киев – 1985 – 134 с.
2. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. *Іванченко Г.М., Чеверда П.П., Кушніренко М.Г., Козовенко А.М.* Аналіз реакцій в елементах просторових схем при різних способах з'єднань // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 163-170.
4. *Кошевий О.О.* Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
5. *Кошевий О.О.*Оптимізація стального звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. // Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3.– С.34 – 50.
6. *Гоцуляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А.* Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69.- С.47-51.

7. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування, Вип. 55. – Київ, КНУБА, 2015. – с. 215-227.
8. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі // Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. – Київ, КНУБА, 2016. – с. 234-244
9. *Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 108. – С. 309–324.
10. *Кошевой А.П.* Устойчивость пластин и оболочек сложной формы // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех сборник. – К.: КИСИ, 1991. – Вип. 59. – С. 65–71.
11. *Манита, Л.А.* Условия оптимизации в конечномерных нелинейных задачах оптимизации. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 81 с.
12. *Мелькумова Е.М.* О некоторых подходах к решению многокритериальных задач. // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. – В.: ВГУ– №2– 2010– 3 с.
13. *Пелешко І.Д., Юрченко В.В.* Оптимальне проектування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). // Металеві конструкції: збірник наукових праць. – 2009. – №15 – С. 13–21.
14. *Пелешко І.Д., Балук І.М.* Оптимізація поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 4. – 2009. – С. 142–151.
15. *Пелешко І.Д., Лісоцький Р.В., Балук І.М.* Оптимальне проектування сталевої стрижневої конструкції покриття торгово-розважального комплексу. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 5. – 2010. – С. 181–191.
16. *Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кепплер Х., Кочык З.* Метод конечных элементов в механике твердых тел. // Видавництво Вища школа. Головное издательство – Киев – 1982. – 480 с.
17. *Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P. Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). –1993.*– С. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-350.

REFERENCES

1. *Herasymov E.N., Pochtman Yu.M., Skalozub V.V.* Mnohokryteryal′naya optymyzatsyya konstruktsyy. (Multicriteria optimization of structures). – Donetsk: Vyshcha shkola. Hlavnoe Yzd-vo – Kyev – 1985 – 134 p.
2. *Hyll F., Myurrey U., Rayt M.* Praktycheskaya optymyzatsyya (Practical optimization). – M.: Myr, 1985. – 509 p.
3. *Ivanchenko H.M., Cheverda P.P., Kushnirenko M.H., Kozovenko A.M.* Analiz reaktsiy v elementakh prostorovykh skhem pry riznykh sposobakh z″yednan′ (Analysis of reactions in elements of spatial schemes with different methods of connections) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2012. – Vyp. 90. – P. 163-170.
4. *KoshevyiO.O.* Optymal′ne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2019. – №. 103. – P. 253-265.

5. *Koshevyi O.O.* Optymizatsiya stal′noho zvarenoho rezervuaru pry obmezhenni: napruzhen′, peremishchen′, vlasnykh chastot kolyvannya (Optimization of steel welded tank with limitations: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations). // Budivel′ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2018. №.3.–P.34 – 50.
6. *Hotsulyak Ye.O., Koshevyi O.P., MorskovYu.A.* Chysel′ne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimal′nymy poverkhnyamy. (Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces). // Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2001. №. 69.-P.47-51.
7. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Chysel′ne doslidzhennya vlasnykh kolyvan′ roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal′nymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) // Mistobuduvannya ta terytorial′ne planuvannya, №. 55. – Kyiv, KNUBA, 2015. – P. 215-227.
8. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimal′nykh poverkhon′ na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) // Mistobuduvannya ta terytorial′ne planuvannya, №. 59. – Kyiv, KNUBA, 2016. – P. 234-244.
9. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Hryhor"yeva L.O.* Chysel′na realizatsiya bahatokryterial′noyi parametrychnoyi optymizatsiyi obolonky minimal′noyi poverkhni na pryamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical implementation of multi-criteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under thermforced loading) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh.zbirnyk. – K.: KNUBA, 2021. – Vyp. 108. – S. 309–324.
10. *Koshevoy A.P.* Ustoychivost′ plastiniobolochekslozhnoyformi (Stability of plates and shells of complex shape) // Soprotivleniye materialov i teoriya sooruzheniy: nauch.-tekh. sbornik. – K.: KISI, 1991. – Vip. 59. – P. 65–71.
11. *Manyta L.A.* Usloviya optymyzatsyi v konechnomernykh nelyneynykh zadachakh optymyzatsyi.(Optimization conditions in finite-dimensional nonlinear optimization problems).– M.: Moskovskiy hosudarstvenniy instytut élektronyky y matematiki, 2010. – 81 p.
12. *Mel'kumova E.M.* O nekotorykh podkhodakh k reshenyyu mnohokryteryal′nykh zadach. (About some approaches to solving multicriteria problems). // Vestnyk VHU. SeryyaSystemnyyanalyz y ynformatsyonnyetekhnolohyy. – V.: VHU– №2– 2010– 3 p.
13. *Peleshko I.D., Yurchenko V.V.* Optymal′ne proektuvannya metalevykh konstruktsiy na suchasnomu etapi (ohlyad prats′). (Optimal design of metal structures at the present stage (review of works)). // Metalevi konstruktsiyi: zbirnyk naukovykh prats′. – 2009. – №15 – P. 13–21.
14. *Peleshko I.D., Baluk I.M.* Optymizatsiya poperechnykh pereriziv stryzhniv stalevykh konstruktsiy. (Optimization of cross sections of rods of steel structures). // Zbirnyk naukovykh prats′ UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs′koho. – K.: Stal′, №. 4. – 2009. – P. 142–151.
15. *Peleshko I.D., Lisots'kyy R.V., Baluk I.M.* Optymal′ne proektuvannya stalevoyi stryzhnevoyi konstruktsiyi pokryttya torhovo-rozvazhal′noho kompleksu. (Optimal design of a steel rod cover structure of a shopping and entertainment complex). // Zbirnyk naukovykh prats′ UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs′koho. – K.: Stal′, №. 5. – 2010. – P. 181–191.
16. *Sakharov A.S., Kyslookyy V.N., Kyrychevskyy V.V., Al'tenbakh Y., Habbert U., Dankert YU., Keppler KH., Kochyk Z.* Metod konechnykh élementov v mekhanyketverdykh tel. (Finite element method in solid mechanics). // Vydavnytstvo Vyshcha shkola. Holovnoe yzdatel′stvo – Kyev – 1982. – 480 p.
17. *Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). –1993. – C. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p.
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.

23. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-35.

Стаття надійшла 13.04.2023

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИМУШЕНИХ ЧАСТОТ КОЛИВАННЯ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ТРАПЕЦЕВИДНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В даній науковій роботі розглянуті різні методи і підходи до оптимального проектування конструкцій. Методи вирішення задачі оптимізації можна поділити на дві великі групи. В першу групу входять методи, які основані на використання необхідних умов екстремумів цільової функції.Другу групу складають методи математичного програмування: лінійного, випуклого, динамічного програмування, методу випадкового пошуку.В математичному співвідношенні задачі оптимального проектування є задачами оптимізації – пошук екстремуму цільової функції і значення параметрів, при яких екстремум досягається.Вибір критерію оптимальності – одна із основних проблем оптимального проектування. Найбільший розвиток отримали задачі, які мають критерій оптимальності вагу або об'єм конструкції при цьому задовольняють умови міцності, жорсткості і стійкості.

Задачі оптимального проектування поділяються також на три великі групи. Перша група – задачі параметричної оптимізації, в них розкривається оптимізація одного чи декількох параметрів, які називаються змінними проектування, що дає можливість мінімізувати або максимізувати цільову функцію. Друга група – топологічна оптимізація, в таких задачах відкидається не потрібний матеріал, де напруження по Мізесу дорівнюють нулю, за рахунок чого відбувається мінімізація цільової функції. Третя група – оптимізація форми досліджуваного об'єкту, коли форма відповідає внутрішнім зусиллям, на заданому конторі моделюється оболонка з найменшою площею (оболонки мінімальних поверхонь), а також методи прикладної геометрії, де для певного навантаження моделюють форму поверхні.

Для виконання параметричної оптимізації вимушених коливань оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі застосовується цільова функція – вага просторової конструкції. Змінні в задачі параметричної оптимізації є товщина скінчених елементів від 1 до 100 мм. Обмеження конструкції накладається на першу вимушену частоту коливання 0.250 Гц. Такий тип задач застосовується для запобігання резонансу від технологічного обладнання, яке може впливати на власні частоти конструкції під зовнішнім навантаженням.

Результати чисельного дослідження параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі при термосиловому навантаженні.За допомого параметричної оптимізації вдалося зменшити вагу оболонки на 13.4%, що становить 1810 кг листової сталі. Перша вимушена частота коливання відповідає обмеженню оптимізаційного розрахунку. Побудовані 10 вимушених форм частот коливання оболонки до і після оптимізації, а також представлено розподілення товщини оболонки після оптимізаційного розрахунку.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, оптимізація форми, топологічна оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, цільова функція, змінні проектування, обмеження, ліміт, вимушена частота, вага оболонки.

IvanchenkoH.M., KoshevyiO.O., KoshevyiO.P., Grigoryeva L.O.

NUMERICAL STUDY OF THE PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE FORCED OSCILLATION FREQUENCIES OF THE SHELL OF A MINIMAL SURFACE ON A TRAPEZOIDAL CONTOUR UNDER THERMAL AND POWER LOADING

This research paper discusses various methods and approaches to the optimal design of structures. Methods for solving the optimization problem can be divided into two large groups. The first group includes methods that are based on the use of the necessary conditions for the extremes of the objective function. The second group consists of mathematical programming methods: linear, convex, dynamic programming, and random search. In mathematical terms, optimal design problems are optimization problems - the search for an extremum of the objective function and the values of the parameters at which the extremum is achieved. The choice of the optimality criterion is one of the main problems of optimal design. The most widely developed problems are those that have the optimization criterion of weight or volume of the structure while satisfying the conditions of strength, rigidity and stability.

Optimal design problemsare also divided into three large groups. The first group is parametric optimization problems, which involve the optimization of one or more parameters, called design variables, to minimize or maximize the objective function. The second group is topological optimization, in which unnecessary material is discarded, where the Mises stress is zero, thereby minimizing the objective function. The third group is optimization of the shape of the object under study, when the shape corresponds to internal forces, the shell with the smallest area is modeled on a given cone (shells of minimal surfaces), as well as methods of applied geometry, where the surface shape is modeled for a certain load.

To perform the parametric optimization of the forced vibrations of the shell of the minimum surface on a trapezoidal contour, the objective function is the weight of the spatial structure. The variables in the parametric optimization problem are the thickness of the finite elements from 1 to 100 mm. The structure constraint is imposed on the first forced oscillation frequency of 0.250 Hz. This type of problem is used to prevent resonance from process equipment that can affect the natural frequencies of the structure under external load.Subject of this study is an interesting applied problem for construction mechanics, as it is the first time to display the application of two types of optimization on one research object.

The results of a numerical study of the parametric optimization of the minimum surface shell on a trapezoidal cage under thermal power loading. The parametric optimization helped to reduce the weight of the shell by 13.4%, which is 1810 kg of sheet steel. The first forced oscillation frequency meets the constraint of the optimization calculation. We constructed 10 forced vibration frequency shapes of the shell before and after optimization, and also presented the distribution of the shell thickness after the optimization calculation.

Key words:optimization, parametric optimization, shape optimization, topological optimization, minimum surface hull, objective function, design variables, constraints, limit, forced frequency, hull weight.

УДК 539.3
Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. **Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 430-446.
В статті розглянуто чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі за допомогою якого вдалося зменшити вагу конструкції на 13.4%, перерозподілити товщину оболонки згідно зовнішньому навантаженню, а також побудувати 10 вимушених форм і частот коливань до і після оптимізаційного розрахунку.
Таб. 0. Іл. 11. Бібліогр. 23 назв

UDS 539.3
Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O. **Numerical study of the parametric optimization of the forced oscillation frequencies of the shell of a minimal surface on a trapezoidal contour under thermal and power loading** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 430-446.
The paper deals with a numerical study of the parametric optimization of the forced vibration frequencies, of the shell of a minimal surface on a trapezoidal cantilever.Which allowed, to reduce the weight of the structure by 13.4%, redistribute, the shell thickness according.To the external load, and construct 10 forced vibration shapes and frequencies before and after the optimization calculation.
Tabl. 0. Il. 11. Ref. 23.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, декан будівельного факультету КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович.*
Адреса робоча:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ІВАНЧЕНКУ Григорію Михайловичу*
Робочий тел.:+38(044) 248-32-37
Мобільний тел.:+38(067) 597-19-48
E-mail: ivgm61@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-1172-2845

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор філософії (Ph.D.), доцент, доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Олександровичу*
Робочий тел.:+38(044) 241-55-36
Мобільний тел.: +38(098) 207-01-37
E-mail: a380982070137@gmail.com.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1903-2905

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):*кандидат технічних наук, доцент, завідуючий кафедри опору матеріалів КНУБА, КОШЕВИЙ Олександр Петрович.*
Адреса робоча:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Петровичу.*
Робочий тел.:+38(044) 241-54-21
Мобільний тел.:+38(050)-441-52-30
E-mail: a0504415230@gmail.com;
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7796-0443

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри опору матеріалів ГРИГОР'ЄВА Людмила Олександрівна.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГРИГОР'ЄВІЙ Людмилі Олександрівні*
Робочий тел.:+38(044) 241-54-21
Мобільний тел.:+38(097) 304-34-32
E-mail: grygorieva.lo@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7013-0327

УДК 539.3

ВИГИН ПЛАСТИНИ З ФУНКЦІОНАЛЬНО-НЕОДНОРІДНОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ НАЯВНОСТІ ВЕЛИКИХ ДЕФОРМАЦІЙ

П.О. Стеблянко[1],
д-р фіз.-мат. наук, професор

К.Е. Дьомічев[2],
канд. техн. наук, доцент

О.Д. Петров[3],
д-р філософії

[1]*Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України,*
вул. Петра Нестерова, 3, Київ-57, 03057

[2]*Київський міжнародний університет,*
вул. Львівська, 49, Київ, 03115, Україна

[3]*Дніпровський національний університет ім. О. Гончара*
пр. Гагаріна, 72, Дніпро́, 49010, Україна

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.447-456

У статті розглядається задача про вигин пластини кінцевих розмірів виготовленої з функціонально-неоднорідного матеріалу при наявності великих пластичних деформацій (до 20%). Наведено характерні поля інтенсивності деформацій в районі вигину пластини. Вони побудовані з урахуванням геометрично нелінійних рівнянь та за допомогою уточнених фізичних співвідношень, що базуються на новій феноменологічній моделі поведінки матеріалу.

Ключові слова: функціональні матеріали, феноменологічна модель, великі деформації.

Вступ. Функціонально-неоднорідні матеріали або інтелектуальні матеріали широко застосовуються в науці і техніці. Одним із представників цього класу матеріалів є матеріали із пам'яттю форми або матеріали з властивістю псевдо-пружно-пластичності. Їх фізичні або механічні властивості різко відрізняються від поведінки звичайних конструкційних матеріалів. Матеріали з пам'яттю форми при низьких температурах при навантаженні накопичують деформацію, а після нагрівання повністю або частково здатні до відновлення форми. Основним механізмом в таких процесах є зворотне мартенситне перетворення між фазами твердого тіла, яке може відбуватися при порівняно незначній зміні температури [1, 3-5].

Найчастіше функціональні матеріали з ефектом пам'яті форми застосовуються в сучасній техніці і медицині. Проектування пристроїв з елементами з матеріалу з пам'яттю форми значно відрізняється від розробки деталей з конструкційних матеріалів.

На наш погляд, характерною особливістю навантаження усіх цих деталей є наявність точок де попередня заготовка отримувала значні

© Стеблянко П.О., Дьомічев К.Е., Петров О.Д.

зміни кривизни. Це означає, що при виготовленні та відповідній температурі вона зазнає значних пластичних деформацій.

При виборі схеми деформації будемо керуватися такими міркуваннями. Максимальні переміщення можна реалізовувати при деформації вигином, мінімальні – при стисканні.

Основною задачею нестаціонарної теорії термо-пластичності є визначення швидкостей переміщень і компонентів тензорів напруги і деформації, що виникають в тривимірному тілі в процесі його навантаження та нагріву, коли деякі елементи тіла працюють при значних деформаціях. В процесі експлуатації тіло піддається нагріву і навантаженню зовнішніми силами. Це можуть бути об'ємні сили, що впливають на кожен елемент тіла. Поверхневі сили, що діють на одній частині поверхні тіла. На іншій частині поверхні тіла задаються швидкості переміщень як функції координат і часу.

Припустимо, що нагрів і навантаження тіла протікають так, що виникають деформації які можуть суттєво впливати на зміну температури цього елемента. Теплофізичні властивості матеріалу характеризуються коефіцієнтами теплопровідності і температуропровідності, які можуть залежати від температури. Умови теплообміну задаються у вигляді відповідних граничних умов, а механічні характеристики матеріалу при дослідженні процесів деформування по прямолінійних траєкторіях і траєкторія малої кривизни задаються у вигляді миттєвих діаграм розтягування зразків, отриманих при різних фіксованих температурах.

За основні невідомі приймаються три складові вектора швидкості переміщень і шість компонент тензора напружень, для яких безпосередньо задаються граничні умови. При цьому з шести фізичних рівнянь за допомогою геометрично нелінійних співвідношень Коші виключаються всі компоненти тензора деформацій, які потім визначаються на підставі вже відомих складових вектора швидкості переміщень.

Повна система рівнянь. Рівняння руху нескінченно малого об'ємного елемента суцільного середовища, що деформується, в ортогональній системі координат α_1, α_2, α_3 в геометрично нелінійній постановці представимо у вигляді [9,10].

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \alpha_i}\left(\sigma_{ij} + \sigma^0_{in}\frac{\partial u_i}{\partial \alpha_n}\right) + B\left(\sigma_{mn};...\right), \quad i,j,n,m = 1;2;3, \tag{1}$$

де ρ – густина. Величини, які знаходяться в правій частині рівняння (1), наведені в роботах [2, 6]. Швидкість переміщень визначається як похідна відповідного переміщення за часом.

Урамках запропонованого підходу будемо також використовувати і лінійні рівняння руху нескінченно малого об'ємного елемента суцільного середовища, що деформується. Вони мають вигляд

$$\frac{\partial v^0{}_j}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma^0_{ij}}{\partial \alpha_i} + B(\sigma^0_{mn}). \tag{2}$$

У формулах (1) і (2) через σ_{ij}^0, v_j^0 позначено невідомі, які розшукуються за допомогою геометрично лінійного підходу. Зазначимо, що при деформаціях менше 7% рівняння руху (1) доцільно використовувати в геометрично лінійній постановці (2).

У загальному випадку ортогональної системи координат тензор деформації і складові вектору переміщень пов'язані наступними нелінійними співвідношеннями [6]

$$\varepsilon_{11} = e_{11} + \frac{1}{2}\left[e_{11}^2 + \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3\right)^2 + \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2\right)^2\right],$$

$$\varepsilon_{12} = e_{12} + e_{11}\left(\frac{e_{12}}{2} - \omega_3\right) + e_{22}\left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3\right) + \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2\right)\left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1\right). \quad (3)$$

Інші складові тензора деформацій отримуються з формул (3) шляхом циклічної перестановки індексів. У випадку використання ортогональної декартової системи координат

$$e_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1},\ e_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_2},\ e_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_3},$$

$$e_{12} = \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_2},\ e_{23} = \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_3},\ e_{31} = \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_3} + \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1},$$

$$2\omega_1 = \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_3},\ 2\omega_2 = \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_3} - \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1},\ 2\omega_3 = \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_2}. \quad (4)$$

З урахуванням цього після диференціювання за часом в геометрично нелінійному випадку для швидкостей деформацій можна записати

$$\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial t} = (1 + e_{11})\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3\right)\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2\right)\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial t} = \left(\frac{e_{21}}{2} - \omega_3\right)\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2} + (1 + e_{22})\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_2} + \left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1\right)\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial t} = \left(\frac{e_{31}}{2} + \omega_2\right)\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3} + \left(\frac{e_{32}}{2} - \omega_1\right)\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3} + (1 + e_{33})\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_3},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial t} = \left(1 + \frac{e_{11}}{2} + \frac{e_{22}}{2}\right)\left(\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2}\right) + \left(\frac{e_{12}}{2} - \omega_3\right)\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3\right)\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_2} +$$

$$+ \frac{(e_{22} - e_{11})}{2}\left(\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2}\right) + \left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1\right)\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2\right)\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial t} = \left(1 + \frac{e_{22}}{2} + \frac{e_{33}}{2}\right)\left(\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3}\right) + \left(\frac{e_{23}}{2} - \omega_1\right)\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_2} + \left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1\right)\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_3} +$$

$$+ \frac{(e_{33} - e_{22})}{2}\left(\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3}\right) + \left(\frac{e_{31}}{2} + \omega_2\right)\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2} + \left(\frac{e_{21}}{2} - \omega_3\right)\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{31}}{\partial t}=\left(1+\frac{e_{33}}{2}+\frac{e_{11}}{2}\right)\left(\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3}+\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1}\right)+\left(\frac{e_{31}}{2}-\omega_2\right)\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_3}+\left(\frac{e_{31}}{2}+\omega_2\right)\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_1}+$$

$$+\frac{(e_{11}-e_{33})}{2}\left(\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3}-\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1}\right)+\left(\frac{e_{12}}{2}+\omega_3\right)\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3}+\left(\frac{e_{32}}{2}-\omega_1\right)\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1}. \qquad (5)$$

Одним з аспектів загальної проблеми розв'язання нестаціонарних задач для не пружних тіл є вибір визначальних співвідношень зв'язку між напруженнями і деформаціями. Цей вибір обґрунтовується узгодженістю з експериментом і тісно пов'язаний з досліджуваними процесами деформування. У загальному випадку значення деформацій є функціями процесу зміни напружень і температури, які визначаються характеристиками всього попереднього процесу зміни фізичних факторів, а не тільки поточними значеннями. Докладні відомості з цього питання можна знайти в роботах Ю.Н. Шевченко і його учнів [2].

Тензор повної деформації будемо представляти як суму пружної складової, стрибка деформації при фазовому переході, пластичної деформації і деформації, яка викликана температурними змінами. Пружні деформації визначаються за допомогою закона Гука. Деформації викликані температурними змінами задовольняють закону лінійного теплового розширення. Стрибок деформацій при фазовому переході будемо визначати за допомогою функції $f_\gamma(\sigma_{ij})=0$, яка дає межі поверхні в просторі напруження. При переході через границю цієї поверхні стрибком зростає деформація, обумовлена фазовими переходами. Конкретний вид цієї поверхні наведено в роботах [7, 8, 10]. Пластичні деформації мають задовольняти співвідношенням теорії пластичності, яка застосовується. Проведено узагальнення відомих фізичних співвідношень на випадок термо-псевдо-пружно-пластичних матеріалів. Це теорія течії, теорія процесів деформування по траєкторіях малої кривизни та інші. Наведено конкретні приклади запису таких співвідношень [2, 6].

Система рівнянь (1), (5) замикається фізичними співвідношеннями, що зв'язують складові тензорів напруження і деформації [2, 7, 8]

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t}=a_{ijkl}\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}+b_{ij}, \qquad (6)$$

$$b_{ij}=\delta_{ij}b_*,\ b_*=-[K\alpha_T+\theta\frac{\partial(K\alpha_T)}{\partial T}]\dot{T}.$$

Тут a_{ijkl} – const для пружного випадку і функціонали процесу попереднього деформування у випадку наявності пластичних деформацій.

Приведемо вказані рівняння системи до трохи іншого вигляду. Виконаємо виключення швидкостей деформацій в визначальних співвідношеннях (6) за допомогою геометрично нелінійних рівнянь (5). Тоді можна записати:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = C_{ij11}\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_1} + C_{ij21}\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1} + C_{ij31}\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1} + C_{ij12}\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2} + C_{ij22}\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_2} + C_{ij32}\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2} +$$
$$+ C_{ij13}\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3} + C_{ij23}\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3} + C_{ij33}\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_3} \equiv C_{ijkr}\frac{\partial v_k}{\partial \alpha_r}. \qquad (7)$$

Тут введено додаткові позначення:

$$C_{ij11} = a_{ij11}\left(1+e_{11}\right) + a_{ij12}\left(\frac{e_{12}}{2} - \omega_3\right) + a_{ij13}\left(\frac{e_{31}}{2} + \omega_2\right),$$
$$C_{ij21} = a_{ij11}\left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3\right) + a_{ij12}\left(1+e_{22}\right) + a_{ij13}\left(\frac{e_{32}}{2} - \omega_1\right),$$
$$C_{ij31} = a_{ij11}\left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2\right) + a_{ij12}\left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1\right) + a_{ij13}\left(1+e_{33}\right). \qquad (8)$$

Інші коефіцієнти отримуються з шляхом циклічної перестановки індексів.

Одержана розрахункова система рівнянь (1), (8) необхідна для розв'язання нестаціонарних тривимірних задач теорії термо-пружно-пластичності при значних деформаціях.

Постановка задачі. Пластина розміщена симетрично на опорі, за допомогою якої згинається. Схема розміщення і навантаження пластини показана на рисунку 2. Геометрія пластини задана так: $x \in [-H;H]$, $y \in [-L;L]$, $z \in [-h;h]$, опора $x = 0$, $y \in [-L;L]$, $z = 0$.

На обох її краях задаємо вертикальну швидкість переміщень, яка розподілена у вузлах на торцях. В місцях опори вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення дорівнюють нулю. Вся інша її поверхня вільна від напружень.

Для застосування ітераційної схеми методу покомпонентного розщеплення підвищеної точності в заданій області пластини при $t \geq 0$ введемо сітку за часом з врахуванням дробових кроків

$$\omega_\tau = \left\{ \begin{matrix} t_p;\, t_{p+1/3} = t_p + \tau_1;\, t_{p+2/3} = t_{p+2/3} + \tau_2; \\ t_{p+1} = t_{p+2/3} + \tau_3;\, \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3;\, t_0 = 0;\, p = 0,1,2,... \end{matrix} \right\} \qquad (9)$$

і просторову сітку

$$\omega_h = \left\{ \begin{matrix} (x_i, y_j, z_k); \\ x_{i+1} = x_i + h_1;\, x_1 = 0;\, h_1 = \frac{H}{N_1};\, i = 1;2;...N_1; \\ y_{j+1} = y_j + h_2;\, y_1 = 0;\, h_2 = \frac{L}{N_2};\, j = 1;2;...N_2; \\ z_{k+1} = z_k + h_3;\, z_1 = 0;\, h_3 = \frac{h}{N_3};\, j = 1;2;...N_3 \end{matrix} \right\}, \qquad (10)$$

де $N_1 = N_2 = 21, N_3 = 7.$

Числові результати та їх обговороення. Поле інтенсивності деформацій розраховане за допомогою формул тривимірного варіанту методу покомпонентного розщеплення [10]. Кроки інтегрування та розмір: $\tau = 0{,}001,\ h_1 = h_2 = h_3 = 0.05,\ L = H = 1,\ h = 0.3.$

Деякі результати розрахунків приведено на рисунках 3.

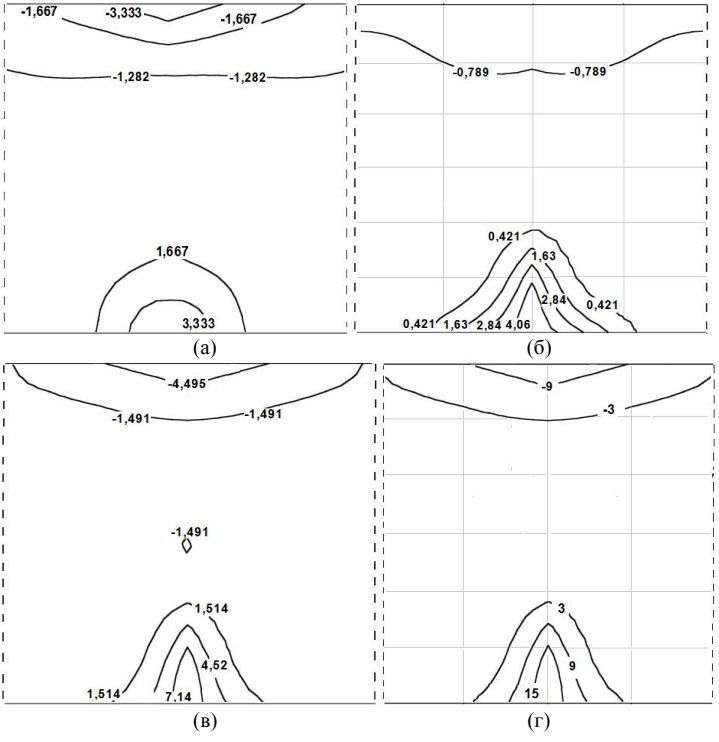


Рис. 1. Поля інтенсивності деформації в околі вигину пластини при $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 4\%$ (а), $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 6\%$ (б), $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 10\%$ (в), $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 16\%$ (г)

Поле інтенсивності деформації при $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 4\%$ в точці опори наведено на рис. 1 (а). Поле інтенсивності деформації при $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 6\%$ наведено на рис. 1 (б). Результати розрахунків для максимальних значень інтенсивності деформації $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 10\%$ і $(\varepsilon_u)_{\max} \approx 16\%$ показано відповідно на рис. 1 (в) і 3 (г). Зазначимо, що максимальне значення інтенсивності деформації має місце вздовж точок опори пластини.

Уточнення результатів в геометрично нелінійній області N проводилось шляхом зменшення розмірів сітки у відношенні 1:14 по осі **z** в 1:22 по осі ***x*** та ***y***. В результаті з'явилась можливість вперше в рамках запропонованого методу враховувати можливість зміни форми і розмірів тіла при наявності великих деформацій.

Алгоритм розрахунків цієї нестаціонарної задачі полягав в наступному.

На першому кроці розв'язується відповідна лінійна L-задача і визначається область тіла де інтенсивність деформації більше ніж умовна границя $\varepsilon_u^N = 7\%$ (надалі це границя нелінійної області N). При отриманні результатів, наведених на рисунках 3, було використано 2400 комірок.

На другому кроці в області N тіла розв'язувалась N-задача в геометрично нелінійній постановці. При отриманні цих результатів було використано лише 120 комірок.

На третьому кроці проводилось уточнення області N і самого розв'язку. При цьому для однієї з шести комірок у відповідність було максимально обрано 6×22^2 менших.

Першою особливістю постановки задачі по уточненню області N є формулювання граничних умов в околі опори. Якщо для L задачі лише в місці опори $x = 0,\ y \in [-L; L],\ z = 0$ вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення дорівнюють нулю. У N-задачі при уточненні геометрично нелінійного рішення нульові вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення задавались в області $x \in [-mh_1; mh_1],\ m = 1; 2; \ldots,$ $y \in [-L; L],\ z = 0.$

Друга особливість уточнення в N задачі полягає в зменшенні кроків інтегрування по координатам. При цьому для виконання умови стійкості треба пропорційно зменшувати і крок інтегрування за часом. В результаті значно збільшується кількість таких кроків і взагалі час розрахунку.

Третя особливість полягає в вирішенні додаткової задачі інтерполяції шуканих величин у вузлах нової сітки (більш дрібних) по відповідним значення у вузлах основної сітки. Ця задача вирішена за допомогою застосування двовимірної сплайн-функції [2].

Виходячи з наведених міркувань для уточнення геометрично нелінійного рішення треба збалансувати дві протилежні тенденції. З одного боку в N-задачі для пластини треба розглянути лише 120 комірок просторової сітки замість 2400 (лише 5%). Кількість додаткових обчислювальних операцій на початковій сітці теж суттєво зменшується. З іншої сторони для достовірного порівняння результатів треба при зменшенні кроків інтегрування по координатам збільшувати кількість кроків інтегрування за часом. Ця проблема розв'язувалась за допомогою послідовності числових експериментів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Domichev K. Modeling the behavior of the body with pseudo-elastic-plastic material at non-stationary loading / K. Domichev, P. Steblyanko, A. Petrov // Металофізика та новітні технології, Інститут металофізики ім. Г.В. Курдюмова НАН України, 2021 – Том 43, випуск 1 – с. 107–128.

2. Стеблянко П.А. Методы расщепления в пространственных задачах теории пластичности /П.А. Стеблянко – Киев: Наукова думка, 1998. – 304 с.
3. Abeyaratne R., Knowles J.K. Evolution of phase transitions / R.Abeyaratne, J.K.Knowles– Cambridge University Press, 2006. – 258 p.
4. Shaw J.A., Kyriakides S. Thermomechanical aspects of NiTi. / J.A.Shaw, S.Kyriakides – Mechanics and Physics of Solids, 1995. – No 43, p. 1243–1281.
5. Shaw J.A., Kyriakides, S. On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a NiTi alloy / J.A.Shaw, S.Kyriakides – Acta Materialia,1997. – No 45, p. 683–700.
6. Petrov A. Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-psevdoelastic-plasticity / A. Petrov, Yu. Chernyakov, P. Steblyanko, K. Demichev, V. Haydurov – Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 4/7 (94). P. 25–33.
7. Дьомічев К.Е. Нелінійна феноменологічна модель поведінки функціонально-неоднорідних матеріалів / К.Е.Дьомічев, П.О.Стеблянко, О.Д.Петров // Вісник Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького. Серія Прикладна математика. Інформатика №1(1). – 2020–С. 4–12.
8. Steblyanko P. Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading / P. Steblyanko, Y. Chernyakov, A. Petrov, V. Loboda – Structural Integrity, Volume 8, Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, Springer Verlag, 2019. – P. 205–208.
9. Петров О.Д. Комп'ютерне моделювання поведінки стриженя з трилінійного двофазного матеріалу при розтягуванні / О.Д.Петров – Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання; матеріали статей МНПК (ISBN 978-617-7468-26-3) – 2018. – Івано-Франківськ. – 2018. – С. 234–237.
10. Дьомічев К.Е. Моделювання поведінки елементів виготовлених з матеріалів з пам'яттю форми при значних деформаціях / К.Е.Дьомічев, О.Д.Петров, П.О.Стеблянко // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій –2020–№ 32, ДНУ ім. О. Гончара – с. 81–94.

REFERENCES

1. Domichev K. Modeling the behavior of the body with pseudo-elastic-plastic material at non-stationary loading / K. Domichev, P. Steblyanko, A. Petrov // Metalofizyka ta novitni tekhnolohiyi, Instytut metalofizyky im. H.V. Kurdyumova NAN Ukrayiny, 2021 – Tom 43, vypusk 1 – s. 107–128.
2. Steblyanko P.A. Metody rasshcheplenyya v prostranstvennykh zadachakh teoryy plastychnosty (Splitting methods in spatial problems of the theory of plasticity) /P.A. Steblyanko – Kyev: Naukova dumka, 1998. – 304 s.
3. Abeyaratne R., Knowles J.K. Evolution of phase transitions / R.Abeyaratne, J.K.Knowles– Cambridge University Press, 2006. – 258 p.
4. Shaw J.A., Kyriakides S. Thermomechanical aspects of NiTi. / J.A.Shaw, S.Kyriakides – Mechanics and Physics of Solids, 1995. – No 43, p. 1243–1281.
5. Shaw J.A., Kyriakides, S. On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a NiTi alloy / J.A.Shaw, S.Kyriakides – Acta Materialia,1997. – No 45, p. 683–700.
6. Petrov A. Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-psevdoelastic-plasticity / A. Petrov, Yu. Chernyakov, P. Steblyanko, K. Demichev, V. Haydurov – Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 4/7 (94). P. 25–33.
7. D'omichev K.E. Neliniyna fenomenolohichna model' povedinky funktsional'no-neodnoridnykh materialiv (A nonlinear phenomenological model of the behavior of functionally heterogeneous materials) / K.E.D'omichev, P.O.Steblyanko, O.D.Petrov // Visnyk Cherkas'koho natsional'noho universytetu im. B. Khmel'nyts'koho. Seriya Prykladna matematyka. Informatyka #1(1). – 2020–C. 4–12.
8. Steblyanko P. Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading / P. Steblyanko, Y. Chernyakov, A. Petrov, V. Loboda – Structural Integrity, Volume 8, Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, Springer Verlag, 2019. – P. 205–208.
9. Petrov O.D. Komp"yuterne modelyuvannya povedinky stryzhenya z tryliniynoho dvofaznoho materialu pry roztyahuvanni (Computer modeling of the tensile behavior of a rod made of a trilinear two-phase material) / O.D.Petrov – Informatsiyni tekhnolohiyi ta komp"yuterne

modelyuvannya; materialy statey MNPK (ISBN 978-617-7468-26-3) – 2018. – Ivano-Frankivs'k. – 2018. – S. 234–237.
10. D'omichev K.E. Modelyuvannya povedinky elementiv vyhotovlenykh z materialiv z pam"yattyu formy pry znachnykh deformatsiyakh (Modeling the behavior of elements made of materials with shape memory under significant deformations) / K.E.D'omichev, O.D.Petrov, P.O.Steblyanko // Problemy obchyslyuval'noyi mekhaniky i mitsnosti konstruktsiy –2020–# 32, DNU im. O. Honchara – s. 81–94.

Стаття надійшла 03.01.2023

Стеблянко П.О., Дьомічев К.Е., Петров О.Д.

ВИГИН ПЛАСТИНИ З ФУНКЦІОНАЛЬНО-НЕОДНОРІДНОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ НАЯВНОСТІ ВЕЛИКИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Деталі та елементи конструкцій, які виготовлені з функціонально-неоднорідних матеріалів і мають властивість пам’яті форми та поводяться псевдо-пружнопластично, в процесі виготовлення та експлуатації можуть перебувати під впливом складних навантажень. Нерівномірний нагрів тіл у поєднанні з силовими факторами може призвести до великих деформацій матеріалу і до складних деформаційних процесів. Існуючі моделі поведінки таких елементів не враховують нелінійність геометричних співвідношень і непридатні для використання при великих деформаціях.

У статті розглянуто згин пластини скінченних розмірів із функціонально неоднорідного матеріалу за наявності великих пластичних деформацій. Моделювання поведінки пластини базується на нелінійній феноменологічній моделі, яка описує властивості сплавів з пам’яттю форми та термопсевдопластичну поведінку матеріалу в точці. Використовується діаграма псевдопружного матеріалу, що складається з трьох криволінійних ділянок.

Першою особливістю постановки задачі по уточненню області геометричної нелінійності є формулювання граничних умов в околі опори. Якщо для лінійної задачі вони задаються лише вздовж лінії опори, то для уточнення геометрично нелінійного рішення нульові вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення задавались в околі області контакту з опорою. Друга особливість уточнення полягає в суттєвому зменшенні кількості кроків інтегрування по координатам (до 5%). При цьому для виконання умови стійкості треба пропорційне зменшення і кроку інтегрування за часом. Для достовірного порівняння результатів треба при зменшенні кроків інтегрування по координатам збільшувати кількість кроків інтегрування за часом. Ця проблема розв’язувалась за допомогою послідовності числових експериментів.Третя особливість полягає в вирішенні додаткової задачі інтерполяції шуканих величин у вузлах нової більш дрібної сітки по відповідним значення у вузлах основної сітки. Ця задача вирішена за допомогою застосування двовимірної сплайн-функції.

Ключові слова: функціональні матеріали, феноменологічна модель, великі деформації.

Steblyanko P.O., Domichev K.E., Petrov O.D.

BENDING OF A PLATE FROM A FUNCTIONALLY HETEROGENEOUS MATERIAL IN THE PRESENCE OF LARGE DEFORMATIONS

Details and elements of structures, which are made of functionally heterogeneous materials and have the property of shape memory and behave pseudo-elastically, may be under the influence of complex loads in the process of manufacturing and operation. Uneven heating of bodies in combination with force factors can lead to large deformations of the material and complex deformation processes. The existing models of the behavior of such elements do not take into account the nonlinearity of geometric relationships and are unsuitable for use with large deformations.

The article deals with the bending of a plate of finite dimensions from a functionally heterogeneous material in the presence of large plastic deformations. The simulation of plate behavior is based on a nonlinear phenomenological model that describes the properties of shape memory alloys and the thermos-pseudo-plastic behavior of the material at a point. A diagram of a pseudo-elastic material consisting of three curved sections is used.

The first feature of the formulation of the problem of specifying the area of geometric nonlinearity is the formulation of the boundary conditions around the support. If for a linear problem they are set only along the support line, then to refine the geometrically nonlinear solution, the zero vertical displacements of the plate points and, accordingly, the speed of

movement were set in the vicinity of the area of contact with the support. The second feature of the refinement is a significant reduction in the number of coordinate integration steps (up to 5%). At the same time, in order to fulfill the condition of stability, a proportional reduction of the integration step over time is necessary. For a reliable comparison of results, it is necessary to increase the number of time integration steps while decreasing the integration steps by coordinates. This problem was solved using a sequence of numerical experiments. The third feature consists in solving the additional problem of interpolation of the required values in the nodes of the new finer grid by the corresponding value in the nodes of the main grid. This problem is solved using a two-dimensional spline function.

Keywords: functional materials, phenomenological model, large deformations.

УДК 539.3
Стеблянко П.О., Дьомічев К.Е., Петров О.Д. **Вигин пластини з функціонально-неоднорідного матеріалу при наявності великих деформацій** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 447-456.
У статті розглядається задача про вигин пластини кінцевих розмірів виготовленої з функціонально-неоднорідного матеріалу при наявності великих пластичних деформацій (до 20%). Наведено характерні поля інтенсивності деформацій в районі вигину пластини. Вони побудовані з урахуванням геометрично нелінійних рівнянь та за допомогою уточнених фізичних співвідношень, що базуються на новій феноменологічній моделі поведінки матеріалу.
Іл. 1. Бібліогр. 10 назв.

UDC 539.3
Steblyanko P.O., Domichev K.E., Petrov O.D. **Bending of a plate from a functionally heterogeneous material in the presence of large deformations** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – C. 447-456.
The article considers the problem of bending a plate of finite dimensions made of a functionally heterogeneous material in the presence of large plastic deformations (up to 20%). Characteristic intensity fields of deformations in the region of the plate bend are given. They are built taking into account geometrically nonlinear equations and using refined physical relationships based on a new phenomenological model of material behavior.
Fig. 1. Ref. 10.

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада)*: доктор фізико-математичних наук, професор, головний науковий співробітник Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України Стеблянко Павло Олексійович.*
Адреса: *03057, Україна, Київ, вулиця Петра Нестерова, 3.*
Мобільний тел.: +38(050) 342-70-35
Імейл: caf-vmi@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-0789-4409

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада)*: доцент, кандидат технічних наук, професор кафедри комп'ютерних наук Київського міжнародного університету Дьомічев Костянтин Едуардович.*
Адреса:*03179 Україна, м. Київ, вулиця Львівська 49, Київський міжнародний університет*
Мобільний тел.: +38(063) 396-65-72
Імейл: demichevk@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3428-4094

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада)*: доктор філософії, молодший науковий співробітник Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара Петров Олександр Дмитрович*
Адреса: *49010, Україна, Дніпро, пр. Гагаріна, 72 Дніпровський національний університет ім. О. Гончара*
Мобільний тел.: +38(099) 204-68-05
Імейл: apff67@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8688-043X

UDC 621.87

OPTIMIZATION OF THE MOVEMENT MODE OF THE MANIPULATOR ON THE ELASTIC BASE ACCORDING TO THE CRITERION OF THE MEAN SQUARE VALUE OF THE RATE OF CHANGE OF THE DRIVE TORQUE

V. S. Loveykin[1],
Doctor of technical sciences, professor

D. O. Mishchuk[2],
Candidate of technical sciences, associate professor

Yu. O. Romasevich[1],
Doctor of technical sciences, professor

[1]*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, 03041, 15HeroivOborony St., Kyiv, Ukraine,*

[2]*Kyiv National University of Construction and Architecture, 03037, 31 Povitroflotskyi Ave., Kyiv, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.457-468

It was established the presence of boom system oscillations in the process of changing the departure into previous studies of the optimization of the movement mode of the manipulator on an elastic base according to the criterion of the root mean square value of the driving moment of the drive. The purpose of the presented article is to solve the problem of reducing these fluctuations to a minimum. In this work, optimization was performed, where as a criterion for optimizing the motion mode of the boom system of the manipulator, it is proposed to use the root mean square value of the speed of change of the driving torque of the drive. Since this amount of power load is the main external factor of the occurrence of oscillations in the elements of the boom system of the manipulator. The driving torque of the drive was find from the dynamic equations of motion of the manipulator. The rate of change of the driving torque it was define as the time derivative of the driving torque expression by the drive. Such a criterion for optimizing the traffic mode is an integral functional. Its minimization it was carry out by methods of variational calculus.

The results of the conducted research made it possible is significantly reduce the oscillations of the elements of the boom system of the manipulator on an elastic basis during the movement in comparison with the criterion of the root mean square moment. As result, to create a drive control system that allows to implement the obtained optimal mode of movement.

Keywords: manipulator on an elastic base, optimization criterion, mean square value of the rate of change of moment, minimization of oscillations.

Introduction. The mobile hydraulic manipulators have gained significant use in construction [1, 2]. The main indicators of the effectiveness of the use of manipulators largely depend on the dynamics of their work.

Manipulator dynamics modeling in many cases is carried out with the assumption that all links of its mechanical system and frame mechanism are solid bodies, and the main support surfaces are horizontal [3-5]. This assumption is valid for stationary systems. However, in mobile machines that work on different types of support surfaces, the mechanical properties of which are not known in advance, there are cases of loss of stability when

© Loveikin V.S., Mishchuk D.O., Romasevych Yu.O.

oscillations occur. For manipulators of mobile systems, it is also important to understand the picture of the dynamic load formation in main support mechanism [6].

In order to reduce dynamic loads on the manipulator support surface, it is needs to minimize fluctuations in the manipulator elements. There are oscillations of the boom system of the manipulator to a large extent depend on the size and character of changes in external loads in particular, the driving moment of the drive mechanism. The character of the change in driving moments is decisively influence by its rate of change in time [7]. Therefore, there is a need to choose a manipulator movement mode that minimizes the effect of the change speed of the drive torque during movement. This characteristic of the action minimization leads to minimization of fluctuations in the system.

Analysis of publications by research topic

The authors in works [8-10] considered the unbalance problem of the jib system a manipulator on an elastic base. However, a qualitative assessment of the impact of the driving force created by the hydraulic drive system on the dynamics of the elastic base mechanism was not consider. In work [9], the method of synthesis of the optimal mode of movement of the manipulator on an elastic base based on kinematic characteristics was consider and in the work [7] is according to the function of the driving torque. Optimization by the speed of change of the driving torque was not consider.

In the work [11], a method of balancing the potential energy of deformation the metal structure of the manipulator elastic boom with the amount of kinetic energy arising from the oscillations of the unbalanced masses of the boom system is proposed. The authors using the Lyapunov function was to consider the stability conditions of the mechanical system.

As an optimization criterion in the study of boom systems of manipulators with flexible links, the function of energy accumulation by an elastic element during the spatial movement of the load is also used [12-14], the value of which proposed to minimize.

The problems of the stability construction lifting and transport machines associated with the deformation of the support surface was shown in the paper [15]where is indicated the limit pressure for various support surfaces, which is in the range from 100 kN/m^2 to 2000 kN/m^2.

In [16], the problem of overloading and overheating of the power drive of the manipulator boom was investigate. This phenomenon occurs because of the action of dynamic loads, which, as is known, it was formed in the process of starting and braking due to the action of oscillations of the elastic parts of the boom and the imbalance of masses [1, 2, and 8].

The dynamics problem the manipulator, taking into account the elastic characteristics of the links and support surfaces, is relevant because this is considered by a some authors in different variations, however, such studies are still insufficient to solve this problem [17, 18]. In particular, it don’t known how the operating mode of the drive of the boom system of the manipulator will affect the dynamic loads in the structural elements and how is it possible

to implement the movement of the manipulator boom with minimal power consumption of the drive.

In this work, it is propose to consider the optimization problem according to the criterion of the minimum root mean square value of the driving torque of the drive for a simplified scheme of a manipulator with an elastic support link, which characterizes the flexibility not only of the support surface, but also of the metal structure of the machine.

The purpose this research is to minimize the oscillations of the manipulator links on an elastic basis by optimizing the movement mode of the drive mechanism in the process of changing the departure of the cargo.

Presentation of the main material

It will use a simplified dynamic model of the boom system of the manipulator with the load, which was built in the plane of the departure change to carry out research (Fig. 1) [7].

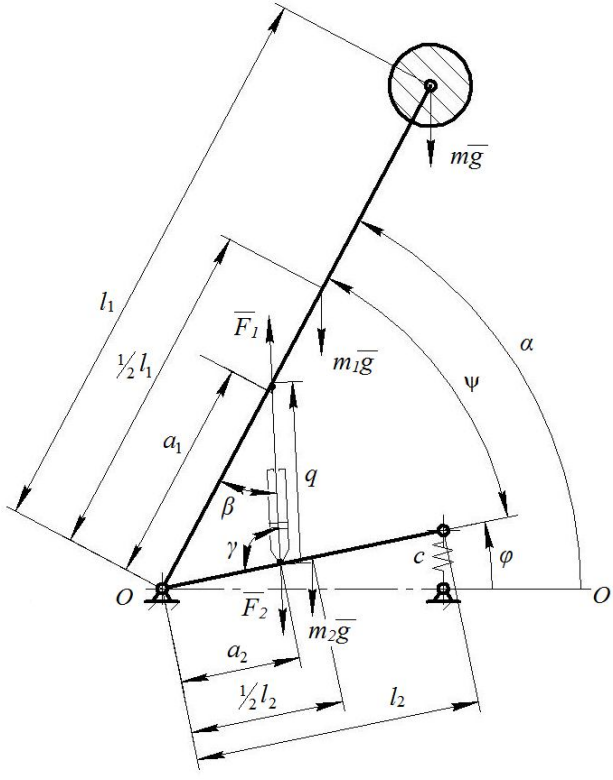


Fig. 1. The dynamic model of the manipulator boom system with a hydraulic drive mounted on an elastic base

The adopted dynamic model consists of rigid boom links with a length of l_1 and a support frame with a length of l_2. The link of the support frame has two

support points, one of which is share with the support joint of the boom and is assumecompletely rigid, and other is a replace by a movable link that reflects the elastic properties of the deformed support mechanism and the support surface. The movable elastic support have a characterized summary coefficient of elasticity c. The drive mechanism in the form of a hydraulic cylinder is placed between the boom and the support frame and is attached to the boom at a distance of a_1 and to the support frame at a distance of a_2, which are measured from the rigid support of the boom (point of rotation of the boom).

The dynamic model involves the following assumptions:
- the load with a concentrated mass m is rigidly attached to the end of the boom of the manipulator;
- the centers of mass of the boom m_1 and the support frame m_2 are located in the middle of the corresponding elements and, regardless of the geometry of the specified parts, are located at distances $\frac{1}{2}l_1$ and $\frac{1}{2}l_2$ from the rigid support hinge of the boom;
- the friction and play in kinematic pairs it was not taken into account;
- the mechanical system of the boom is placed on the horizontal support surface.

The angle φ of rotation of the support frame and the angle α of rotation of the boom relative to the horizontal surface it was take as generalized independent coordinates. The angle of rotation of the support frame depends on the elastic deformation of the support frame and the movement of the rod of the drive hydraulic cylinder determines the change in the angle of rotation of the boom. Changing the departure of the cargo is carry out by the manipulator in an unchanged space and will be determinate by the angle α of rotation of the boom manipulator relative to the horizontal surface. It was determinate by the joint movement of the considered system due to the vibrations of the support frame and the rotation of the boom manipulator relative to the support frame:

$$\alpha = \psi + \varphi. \tag{1}$$

Works [18-20] show that the use of D'Alembert's principle for Lagrange equations allows obtaining mathematical models in an explicit form. These equations reflect the effect of rotational and translational motion of the elements of the boom system of the manipulator of a complex structure on its dynamics and are best suited for solving control tasks. Within the framework of the Newtonian theory, a mathematical model of the considered holonomic boom system it was define using the Lagrange equations of the second kind, which is written in the form of a system of recurrent differential equations [7]

$$\begin{cases} (J_1 + ml_1^2)\ddot{\alpha} = M - (m + \dfrac{m_1}{2})gl_1 \cos\alpha; \\ J_2\ddot{\varphi} = -M - m_2 g l_2 \cos\varphi - cl_2^2(\varphi - \varphi_0), \end{cases} \tag{2}$$

where $J_1 = m_1 l_1^2/3$ and $J_2 = m_2 l_2^2/3$ – moments of inertia of the boom and the support frame relative to their pivot points; $\ddot{\alpha}$ and $\ddot{\varphi}$ – angular accelerations of the boom and the support surfaces; M – external driving

moment of the drive; φ_0 – the initial deviation of the support link (subsequently accepted $\varphi_0 = 0$).

The first and second equations of system (2) have connected by a moment determined by the following next dependence

$$M = F_1 a_1 a_2 \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos(\alpha - \varphi)}}, \quad (3)$$

where F_1 – the force on the rod of the hydraulic cylinder.

From the first equation of system (2), we express the driving moment M, which depends on the coordinate α and has the next form

$$M = (J_1 + ml_1^2)\ddot{\alpha} + (m + \frac{m_1}{2})gl_1 \cos\alpha . \quad (4)$$

Since the purpose of this work is to reduce the manipulator system oscillations, which largely depends on the rate of change in time of the external driving moment, then it will be determine this value by taking the time derivative of expression (4)

$$\frac{dM}{dt} = \dot{M} = (J_1 + ml_1^2)\dddot{\alpha} - (m + \frac{m_1}{2})gl_1 \dot{\alpha} \sin\alpha . \quad (5)$$

As a criterion for optimizing the mode of change of departure of the boom system of the manipulator, we will choose the mean square value of the speed of change in time of the driving torque. Because this component has a main effect on the vibrations of the mechanical system of the manipulator on the supporting base:

$$\dot{M}_{ck} = \sqrt{\int_0^{t_1} \dot{M}^2 dt} \to \min \quad (6)$$

or

$$\dot{M}_{ck} = \frac{1}{(J_1 + ml_1^2)} \sqrt{\int_0^{t_1} \left(\dddot{\alpha} - \frac{(m + (m_1/2))gl_1}{(J_1 + ml_1^2)} \dot{\alpha} \sin\alpha \right)^2 dt} \to \min . \quad (7)$$

From equation (7), it is obvious that the minimum value of the function will be providewhen the integrand acquires the minimum value.

Let's mark

$$f = \left(\dddot{\alpha} - k^2 \dot{\alpha} \sin\alpha \right)^2 , \quad (8)$$

де $k = \sqrt{\frac{(m + \frac{m_1}{2})gl_1}{(J_1 + ml_1^2)}}$.

The given task is equivalent to the minimization of the functional

$$\int_0^{t_1} f dt \to \min , \quad (9)$$

with next boundary conditions of movement:

$$t = 0 : \alpha = \alpha_0, \dot{\alpha} = 0, \ddot{\alpha} = 0;$$
$$t = t_1 : \alpha = \alpha_к, \dot{\alpha} = 0, \ddot{\alpha} = 0. \quad (10)$$

It was solve the given variational problem (9) by numerical methods.

Have been find the solution of the variational problem in the section of the arrow's movement from 45° to 85° for a duration of movement of 3 s. The parameters of the mechanical system were adopted as next: $m_1 = 300$ kg; $m_2 = 100$ kg; $m = 900$ kg; $l_1 = 4$ m; $l_2 = 2$ m; c = 500 000 N/m^2; α_0 = 0,8 rad. (45°); α_k = 1,45rad. (85°).

It will be present the numerical solutions of the given variational problem in the form of a polynomial, which consists of two terms

$$\alpha(t) = \alpha_1(t) + \alpha_2(t), \ 0 \le t \le t_1. \quad (11)$$

The first term $\alpha_1(t)$ is a polynomial chosen from the condition of ensuring the boundary conditions of motion, and the second term $\alpha_2(t)$ is a polynomial that determines the free coefficients and satisfies such boundary conditions

$$\alpha_2(0) = 0, \ \dot{\alpha}_2(0) = 0, \ \ddot{\alpha}_2(0) = 0;$$
$$\alpha_2(t_1) = 0, \ \dot{\alpha}_2(t_1) = 0, \ \ddot{\alpha}_2(t_1) = 0. \quad (12)$$

The term $\alpha_1(t)$ was take in the form of a 5th-degree polynomial to ensure conditions (10):

$$\alpha_1(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3 + C_4 t^4 + C_5 t^5, \ 0 \le t \le t_1. \quad (13)$$

Let's take the first and second derivatives of this expression:

$$\dot{\alpha}_1(t) = C_1 + 2C_2 t + 3C_3 t^2 + 4C_4 t^3 + 5C_5 t^4, \quad (14)$$

$$\ddot{\alpha}_1(t) = 2C_2 + 6C_3 t + 12C_4 t^2 + 20C_5 t^3. \quad (15)$$

It was find the constant coefficients after substituting the initial conditions at $t = 0$ from expression (10) in equations (14) and (15):

$$C_0 = \alpha_0, \ C_1 = 0, \ C_2 = 0. \quad (16)$$

As a result of substituting the final conditions at $t = t_1$ from equality (10) and constant integrations (16) in the dependence (14) and (15), we obtain a system of linear equations

$$C_3 + C_4 t_1 + C_5 t_1^2 = \frac{\alpha_к - \alpha_0}{t_1^3};$$
$$3C_3 + 4C_4 t_1 + 5C_5 t_1^2 = 0;$$
$$6C_3 + 12C_4 t_1 + 20C_5 t_1^2 = 0. \quad (17)$$

The solution of the system of equations (17) gives the following values of constant coefficients

$$C_3 = 10\frac{\alpha_k - \alpha_0}{t_1^3}, \ C_4 = -15\frac{\alpha_k - \alpha_0}{t_1^4}, \ C_5 = 6\frac{\alpha_k - \alpha_0}{t_1^5}. \quad (18)$$

The polynomial is $\alpha_2(t)$ to must provide a minimum of the integral functional (7), so it was propose to use it in the following form:

$$\alpha_2(t) = t^3(t-t_1)^3(A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + \ldots + A_n t^n),\ 0 \le t \le t_1. \qquad (19)$$

The multiplier is $t^3(t-t_1)^3$ in expression (19) guarantees the fulfillment of the target boundary conditions for any coefficients $A_0, \ldots A_n$. These coefficients are free and it used to search for the minimum of the functional (7).

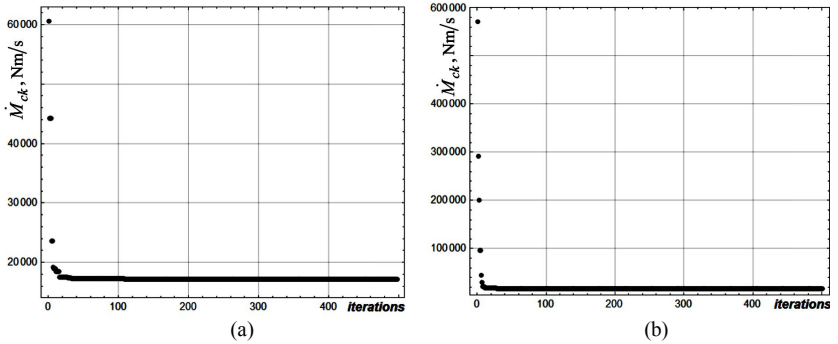
In this research, two versions of the polynomial $\alpha_2(t)$ was analyze to: third and fifth order. For the first option, four unknown coefficients were searched, and for the second, six. A modified particle swarm method was use to find solutions [21]. The results of the calculations show in the table 1.

Table 1

The values of the coefficients of the polynomials $\alpha_2(t)$, which provide the minimization of the criterion (7)

Values of coefficients	The number of unknown coefficients of the polynomial	
	4	6
A_0	$-2.88816 \cdot 10^{-3}$	$-2.90753 \cdot 10^{-3}$
A_1	$1.78445 \cdot 10^{-3}$	$1.85215 \cdot 10^{-3}$
A_2	$1.22972 \cdot 10^{-4}$	$-2.26934 \cdot 10^{-4}$
A_3	$5.64945 \cdot 10^{-5}$	$1.310341 \cdot 10^{-4}$
A_4	-	$-2.41385 \cdot 10^{-5}$
A_5	-	$2.85788 \cdot 10^{-6}$

The Fig. 2 shows graphical dependencies illustrating the application of the numerical optimization method.



(a) (b)

Fig. 2. Graphs of convergence of values of criterion (7) during optimization:
(a) for the variant with four unknown coefficients; (b) for the option with six unknown coefficients

From Fig. 2, it can be seen that in both cases the minimum of criterion (7) is quickly localized (approximately until the thirtieth iteration) and subsequent iterations pass without a significant change in the value of the optimization criterion.

For both cases, the value of the optimization criterion is equal to 17210 Nm/s. It is quite close to the value of the criterion, which corresponds only to the component $\alpha_1(t)$. The latter is equal to 17424 Nm/s, which is only 1.23% more than the criterion value achieved for the polynomial $\alpha(t)$. This indicates that the polynomial $\alpha_1(t)$ plays a dominant role in the criterion (7). Moreover, one can hypothesize, that these values of the boundary conditions and their number that provide this value of the criterion. However, the development of this hypothesis is beyond the scope of this work and is the subject of further research.

Since the values of the criteria are practically the same, then we will show the corresponding graphic dependences only for the variant of the polynomial with six calculated coefficients (see Fig. 3).

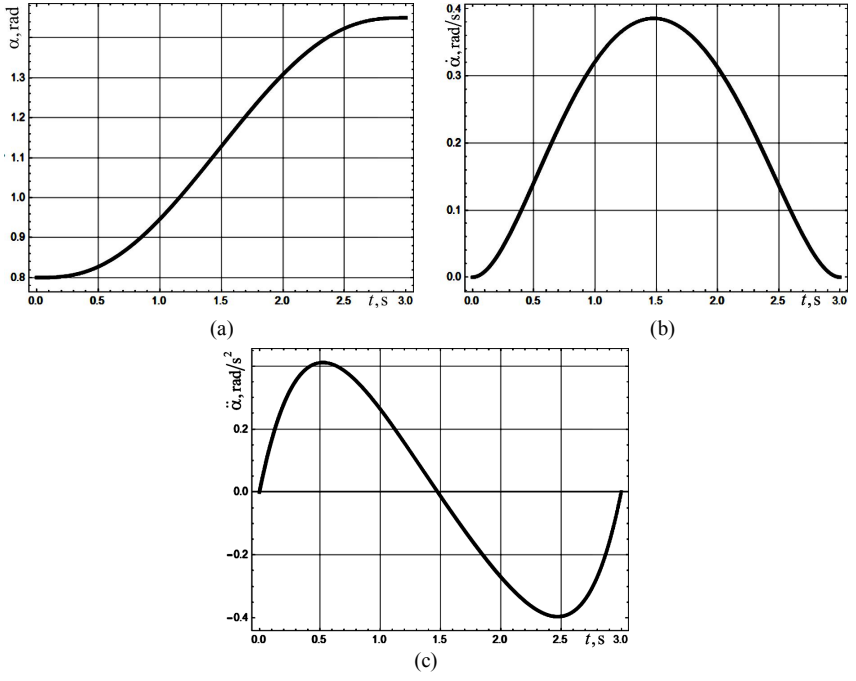


Fig. 3. Graphs that illustrate the change in kinematic and dynamic characteristics of the system over time: the function $\alpha(t)$ (a), its first (b) and second (c) derivatives

The results of the numerical solution (11) found, taking into account equations (13) and (19), are substituted into system (2), from which the dependences of the change in the angle $\varphi(t)$ of the rotation of the manipulator support frame relative to the horizontal surface and the function of the drive torque (4) are found (see Fig. 4).

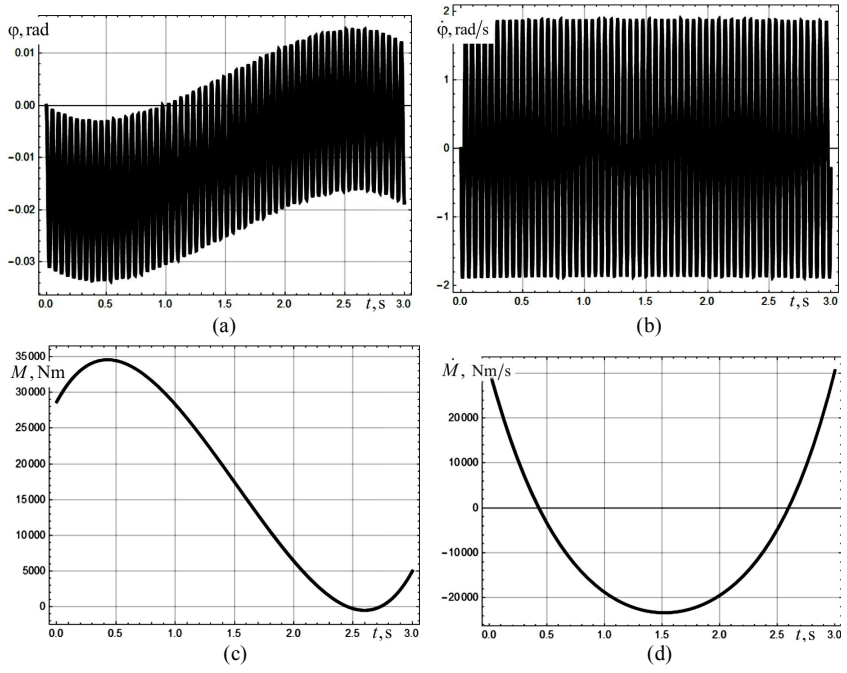


Fig. 4. Graphs that illustrate the change in the function of the angle φ(*t*) (a), the rate of change of the angle φ(*t*) (b), the function of the driving moment *M*(*t*) (c) and the rate of change of moment over time (d)

A comparison of oscillations of the support mechanism of the manipulator, determined according to the criteria of the minimum root mean square values of the driving torque [7] and the speed of change in time of the driving torque of the drive (Fig. 5). That the amplitude of oscillations in the mode according to the criterion of the root mean square value of the speed of change of the driving torque is almost always smaller than the amplitude of oscillations in the mode according to the criterion of the mean square value of the driving torque of the drive. It can have be seen from the graphical dependences shown in Fig. 5. At the same time, the amplitude of oscillations for the obtained optimal mode of movement is 45% for the maximum value and 60% for the average values of the amplitude of oscillations, determined by the criterion of the root mean square value of the drive torque. This indicates the advantages of using the criterion of the mean square value of the rate of change of the driving torque of the drive mechanism for the optimization of the motion mode of oscillating systems.

Conclusions

Optimizing the motion mode of the manipulator according to the criterion of the mean-square value of the speed of change of the driving torque allows achieving a smooth mode of motion of the manipulator boom, as evidenced by the figures shown in fig. 4 graphical dependencies. The change in the angular coordinate of

the rotation of the support mechanism of the manipulator for the obtained mode of movement will be carry out with micro-oscillations of small amplitude.

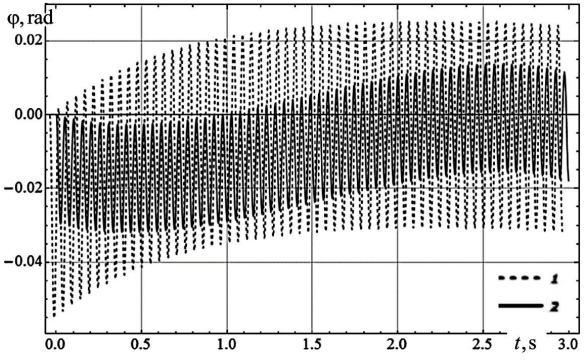


Fig. 5. Oscillation graphs of the support mechanism of the manipulator for the minimum mean square value of the driving torque of the drive (1) and the mean square speed of change of the driving torque of the drive (2) optimal by the criterion

The graphical dependences of the vibrations of the support frame of the manipulator mounted on an elastic base for cases of implementation of optimal modes of movement determined by the criteria of the minimum root mean square values of the driving torque and the rate of change of the driving torque shown in Fig. 5 show significant advantages of using the last criterion.

It was also establish, that the conditions for ensuring the boundary conditions of the movement play a dominant role in the minimization of the integral criterion. Moreover, it is possible to hypothesize that it is the values of the boundary conditions and their number that provide the value of the optimization criterion.

Note that the application of motion modes obtained on the basis of the derivative of the driving moment allows to increase the smoothness of the movement of the boom system of the manipulator, and therefore to reduce the amplitude of oscillations of the manipulator's support mechanism.

REFERENCES

1. *Lovejkin V.S.*, *Mishchuk D.O.* Optimizaciya rezhimiv zmini vil'out manipulyatora z gidroprivodom: monografiya (Optimization of modes of change of departure of the manipulator with the hydraulic drive: Monograph). Kyiv, CP Komprint, 2013. 206. [in Ukrainian]. DOI: 10.26884/damu.m13opzvmg.
2. *Lovejkin V.S.*, *RomasevichYu.O.*, *Spodoba O.O.* Eksperimentalni doslidzhennya rezhimiv ruhu krana-manipulyatora. Chastina 1 (Experimental studies of crane manipulator movement modes. Part 1).*Mashinobuduvannya*(*Mechanical engineering*), 2021, Nr.28, 5-17.[in Ukrainian].DOI: 10.32820/2079-1747-2021-28.
3. *Loveikin V.S.*, *RomasevychYu.O.*, *Spodoba O.O.*, *Loveikin A.V.*, *Pochka K.I.* Mathematical model of the dynamics change departure of the jib system manipulator with the simultaneous movement of its links. - Strength of Materials and Theory of Structures, 2020, Issue 104, 175-190. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.104.175-190.

4. *Mischuk D.O.*, *Lovejkin V.S.*Matematichne modelyuvannya zmini vilotu vantazhu manipulyatorom z gidroprivodom (Mathematical modeling of change of departure of cargo by the manipulatorwith the hydraulic drive). Girnichi, budivelni, dorozhni I meliorativni mashini (Mining, constructional, road and melioration machines), 2012, Nr.79, 9-15. [in Ukrainian].
5. *Zablonskij K.I.*, *Monashko N.T.*, *Shecin B.M.* Optimalnyj sintez shem manipulyatorov promishlenyh robotov (Optimal synthesis of industrial robot manipulator circuits). Kyiv, Tehnika, 1989, 148.
6. *Loveykin V.S.*, *Mishchuk D.O.* Analiz utochnennoj matematicheskoj modeli strelovoj sistemy manipulyatora s uprugim osnovaniem (Analysis of the refined mathematical model of the boom system of a manipulator with an elastic base). Girnichi, budivelni, dorozhniimeliorativnimashini (Mining, constructional, road and melioration machines), 2022, Nr.99, 5-14. DOI: 10.32347/gbdmm2022.99.0101.
7. *Loveykin V.S.*, *Mishchuk D.O.*,*Mishchuk Ye.O.* Optimization of manipulator's motion mode on elastic base according to the criteria of the minimum central square value of drive torque. Strength of Materials and Theory of Structures, 2022, Issue 109. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.403-415.
8. *Kalyoncu M.* Mathematical modelling and dynamic response of a multi-straight-line path tracing flexible robot manipulator with rotating-prismatic joint. Applied Mathematical Modelling, 2008, Vol.32, Issue 6, 1087-1098. DOI: 10.1016/j.apm.2007.02.032.
9. *Lovejkin V.S.*, *Mishchuk D.A.* Synthes I softheoptimal dynamic mode of movement of the manipulator boommountedon an elastic base. Scienceandtechnology, 2019, Vol.18, Nr.1, 55-61.DOI:10.21122/2227-1031-2019-18-1-55-61.
10. *Mishchuk D. O.* Doslidzhennya dinamiki robotiv stanovlenogo napruzhnu oporu strilovogo manipulyatora (Study of the dynamics of the boom manipulator mounted on an elastic base). Girnichi, budivelni, dorozhni ta melioravtivnimashini (Mining, constructional, road and melioration machines), 2017, Nr.90, 11-18. [in Ukrainian].
11. *Cheng Q.*, *Xu W.*, *Liu Z.*, *Hao X.* and *Wang Y.* Optimal Trajectory Planning of the Variable-Stiffness Flexible Manipulator Based on CADE Algorithm for Vibration Reduction Control. *Bionics and Biomimetics*, 2021, 9:766495. DOI:10.3389/fbioe.2021.766495.
12. *Akira Abe* and *Komuro K.* Minimum Energy Trajectory Planning for Vibration Control of a Robotic Manipulator Using a Multi-Objective Optimisation Approach. Mechatronics and Automation, 2012, Vol.2 (4), 286–294. DOI:10.1504/IJMA.2012.050499.
13. *Hardeman T.* Modelling and Identification of Industrial Robots including Drive and Joint Flexibilities. Print Partners Ipskamp, 2008, 156.
14. *Moberg S.* Modeling and Control of Flexible Manipulators. Dissertations, LiU-Tryck, Linköping, 2010, 101.
15. *Changhwan Ch.*, *SeunghoJu.*, *Seokhwan K.*, *Jeongyeob Le.*, *TokSon Ch.*, *Sangchul Ch.*, *Yongwoon P.* A motor selection technique for designing a manipulator. ICCAS 2007 – International Conference on Control, Automation and Systems, 2007, 2487–2492. DOI:10.1109/ICCAS.2007.4406782.
16. *Krastanov K.* About the safety by using of mobile cranes. ICONTES2017: International Conference on Technology, Engineering and Science. The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering & Mathematics (EPSTEM), 2017. Vol.1, 213-217.
17. *Vukobratovic M.*, *Kircanski N.* Real-time dynamics of manipulation robots, Berlin: Springer-Verlag, 1985. 242 p. DOI: 10.1007/978-3-642-82198-1.
18. *Pettersson M.* Design Optimization in Industrial Robotics. Methods and Algorithms for Drive Train Design: Dissertations, LiU-Tryck Linköping, 2008, 81 p.
19. *Loveikin V., Romasevych Y., Shymko L., Mushtin D., Loveikin Y.* The optimization of luffing and slewing regimes of a tower crane. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Sofia (Bulgaria), Vol.51 (2021) pp. 421-436.
20. *Loveikin V. S.*,*RomasevichYu. O., Spodoba O. O.*, *Loveikin A. V.*, *Shvorov S. A.* Kompleksna optimizaciya rezhimu zmini vilotu strilovoyi sistemi krana-manipulyatora (Complex optimization of the mode of change of departure of the jib system of the manipulator crane). Tehnika ta energetika (Technology and energy), 2020, Nr.11(2), 5-12. DOI: 10.31548/machenergy2020.02.005.
21. *Romasevych Y.*, *Loveikin V.*, *Loveikin Y.* Development of new Rotating ring topology of PSO-algorithm. 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology, KhPI Week 2021 - ConferenceProceedings, 2021, 79.

Стаття надійшла 23.02.2023

УДК 621.87
Ловейкін В.С., Міщук Д.О., Ромасевич Ю.О. **Оптимізація режиму руху маніпулятора на пружній опорі за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни рушійного моменту приводу** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 457-468. – Англ.
Метою представленого дослідження є вирішення задачі зменшення до мінімуму коливаньстрілової системи маніпулятора на пружній основі. Для цього в якості критерію оптимізації режиму руху стрілової системи маніпулятора запропоновано використати середньоквадратичне значення швидкості зміни рушійного моменту приводу, оскільки ця величина силового навантаження є основним зовнішнім фактором виникнення коливань в елементах стрілової системи маніпулятора. Запропоновано застосувати цільову функцію оптимізації режиму руху у вигляді середньоквадратичного значення швидкості зміни рушійного моменту приводу. Рушійний момент приводу знайдено з динамічних рівнянь руху маніпулятора. Швидкість зміни рушійного моменту визначено, як похідну за часом від виразу рушійного моменту приводу. Такий критерій оптимізації режиму руху являє собою інтегральний функціонал, мінімізація якого здійснена методами варіаційного числення.
Табл. 1. Іл. 4. Бібліогр. 21 назв.

UDC 621.87
Loveikin V.S., Mishchuk D.O., Romasevych Yu.O. **The movement mode optimization of the manipulator on the elastic base according to the criterion of the mean square value of the rate of change of the drive torque** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 457-468.
The purpose this main research is to solve the problem of reducing to a minimum the oscillations of the manipulator boom system on an elastic base. For optimization, it was propose to use the root mean square value of the speed of change of the driving torque of the drive as a criterion for the movement mode of the boom system of the manipulator. This amount of power load is the main external factor causing oscillations in the elements of the boom system of the manipulator. It was propose to apply the objective function of the optimization of the driving mode in the form of the mean square value of the speed of change of the drive driving torque. The driving torque of the drive was find from the dynamic equations of motion of the manipulator. The rate of change of the driving torque was define as the time derivative of the expression of the driving torque of the drive. Such a criterion for the optimization of the motion mode is an integral functional, the minimization of which is carried out by the methods of variational calculus.
Table 1. Fig. 4.Ref. 21.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):*доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович*
Адреса робоча:*03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 15, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу*
Робочий тел.: +38(044) 527-87-34
E-mail: lovvs@ukr.net
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0003-4259-3900

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):*кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних машин Київського національного університету будівництва і архітектури УкраїниМІЩУК Дмитро Олександрович*
Адреса робоча:*03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, МІЩУКУ Дмитру Олександровичу*
Робочий тел.: +38(044) 240-55-52
E-mail: mischuk.do@knuba.edu.ua
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0002-8263-9400

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):*доктор технічних наук, професор, професор кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України РОМАСЕВИЧ Юрій Олександрович*
Адреса робоча:*03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, РОМАСЕВИЧУ Юрію Олександровичу*
Робочий тел.: +38(044) 527-87-34
E-mail: romasevichyuriy@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-5069-5929

УДК 669.14 : 620.191.33

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ РОСТУ ТРІЩИН ТА НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ТРУБНИХ СТАЛЕЙ ПІДЗЕМНИХ СИСТЕМ ВОДОВІДВЕДЕННЯ

В.Д. Макаренко[1],
д-р техн. наук, професор

В.І. Гоц[1],
д-р техн. наук, професор

В.І. Савенко[1],
д-р техн. наук, професор

О.В. Владимиров[1],
аспірант

Ю.В. Макаренко[2],
магістерка

[1]*Київський національний університет будівництва і архітектури*
Київ, Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

[2]*Університет Манітобо, м. Вінніпег, Канада*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.469-482

Встановлено, що значення критичного напруження S_K для усіх дослідних сталей з ростом терміну експлуатації збільшується, а ударної в'язкості зменшується, що свідчить про структурне окрихчення трубних сталей, пов'язане з їх різким наводненням. Показано, що найбільш високими в'язко-пластичними властивостями і опором крихкому руйнуванню має нова сталь марки 20ФА, яка економно модифікована карбідоутворюючим елементом (ванадій) і відрізняється дрібнозернистою структурою та має низькій вміст шкідливих домішок (сірка, фосфор). Рентгеноструктурними методами оцінено мікронапруження кристалічної решітки α-Fe, а також кількісний розпад цементиту і перерозподіл вуглецю між феритом і перлітом. Нова сталь марки 10ФА рекомендується для використання у будівництві нафтогазопроводів та, наприклад, мостових конструкцій, які постійно знаходяться під циклічними навантаженнями при одночасному контакті з корозійно-агресивним середовищем. Вперше визначено вплив терміну експлуатації нафтопроводів на вміст водню і мікровідкол в трубних сталях нафтопроводів.

Ключові слова: нафтопровід, корозія, руйнування, несуча здатність, легування, в'язкість.

Основні положення. Відомо [1-6, 8-13], що основними марками трубних сталей є 17Г1С, 17ГС, 19Г, 14ХГС, 14ГН, 10Г2С, 09Г2С, Ст3, Ст10, Ст20. Імпортні труби виготовляються із сталей марок Х50, Х52, Х60 і ін., які відносяться до низьковуглецевих і низьколегованих сталей ферито-перлітного класу. Кількість вуглецю у них складає до 0.22%, а основними легуючими елементами є Mn, Si, Cr, Bi,Cu. В незначних кількостях присутні шкідливі домішки S, P, Ні ін. Також відомо [1-4], що ці сталі в основній масі достатньо глибоко досліджені, в той час як сталі трубного сортаменту, які широко використовуються для будівництва

© Макаренко В.Д., Гоц В.І., Савенко В.І., Владимиров О.В., Макаренко Ю.В.

підземних трубопроводів з ціллю водовідведення, вивчені недостатньо, особливо з точки зору зміни їх структури і параметрів тріщиностійкості в процесі тривалого терміну експлуатації зокрема впливу наводнення металу, яке відбувається на протязі тривалого терміну експлуатації.

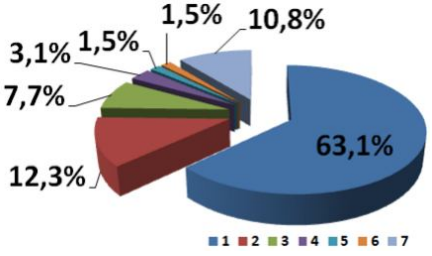


Рис.1. Причини аварій трубопроводів водовідведення в період з 2000р. по 2022р.: 1 – крихке руйнування; 2 – корозійні ушкодження; 3 – зварювально-монтажні дефекти; 4 – корозійно-ерозійне зношення; 5 – просідання грунтової основи; 6 – заводські дефекти труб; 7 – експлуатаційні помилки

Основні причини руйнувань трубопроводів, тривалий час транспортуючих воду і водневу суміш наведені на рис. 1.

На рис. 2. наведені найбільш характерні корозійні ушкодження, які в процесі тривалої експлуатації трубопроводів в корозійно-агресивному середовищі служать осередками зародження мікротріщин, які приводять з часом до руйнувань водоводів та насосних перекачуючих воду станцій.



Рис. 2. Тріщини корозійної втомності нафтопроводів (після очистки зовнішньої ізоляції)

Ціль роботи – експериментальні дослідження впливу наводнення та терміну експлуатації трубопровідних конструкцій на тривалу і статичну міцність та кінетику росту тріщин трубних сталей, експлуатованих в корозійно-агресивних середовищах.

Методи дослідження і лабораторне устаткування. Експериментальні дослідження ударної в'язкості в залежності від температури випробувань проводили на зразках, вирізаних з тіла стінки труб з різними термінами експлуатації.

Зразки з труб випробували на механічне руйнування за допомогою універсальної машини "Інстрон" (Великобританія). Похибка

експериментальних результатів, яка була визначена методом найменших квадратів, склала 2-5%.

Для дослідження кінетики росту тріщин в зразках трубних сталей різного тривалого терміну експлуатації використовували метод акустичної емісії разом з аналізатором нестаціонарних емісійних процесів (АНЕП). Дослідження проводили на зразках, наведених на рис. 3.

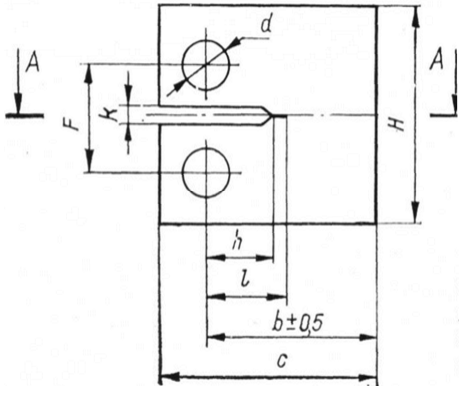


Рис. 3. Зразок для випробувань на тріщиностійкість (визначення параметрів K_{1C} і δ_C) досліджуваних сталей. Значення геометричних розмірів розраховані згідно співвідношень, наведених на сторінці 28 (рис. 15) в монографії [17], де c = 70 мм; H = 60мм; $b = c/1.25 = 50/1.25 = 40$мм; $t \approx 0.5 \cdot b = 0.5 \cdot 40 = 20$мм; $d = 0.25 \cdot b = 0.25 \cdot 40 = 10$мм; $l = 0.5\ b = 0.5 \cdot 40 = 20$мм; $h = 0.35 \cdot 40 = 14$мм; $F = 0.55 \cdot b = 0.55 \cdot 40 = 22$мм; $k = 1/16 \cdot b = 1/16 \cdot 40 = 2.5$мм

Метод акустичної емісії (АЕ) оснований на вловлюванні звукових сигналів, які випромінюються при пластичній деформації в локальних зонах металу труб і розвитку тріщин [10, 11]. Цей метод володіє перевагою, зокрема, в порівнянні, наприклад, з ультразвуковою внутрішньо трубною діагностикою, низькою вартістю (в 3-4 рази), можливістю контролю тріщино утворень в металі труб, дискретністю і можливістю переходу до неперервного контролю технічного стану трубопроводів, малою інерційністю. За допомогою методу АЕ можна досліджувати:

1) вплив зміни структури на тріщиностійкість трубних сталей при тривалій експлуатації трубопроводів; 2) закономірності руйнування металу труб з урахуванням втомленості і старіння; 3) спектральний аналіз акустично-емісійних сигналів; 4) кореляційні залежності між характеристиками сигналів і розвитком тріщин.

Довготривалу і безпечну роботу трубопроводів в умовах окрихчення (старіння) і росту втомних тріщин в результаті повторно-статичних навантажень металу труб можна забезпечити шляхом контролю технічного стану трубопроводів неруйнівним АЕ-методом. Рішення такої задачі базується на результатах дослідження закономірностей нестабільного розвитку втомних тріщин в локальних окрихчених областях металу труб, тривало експлуатованих трубопроводів, іншими словами метод АЕ дозволяє дослідити закономірності нестабільного розвитку тріщин на стандартних ком пакт-зразках (рис. 4), а також контролювати процеси розвитку втомних тріщин з невідомою К-тарировкою (коефіцієнт інтенсивності напружень) в місцях, недоступних для інших методів [1, 13].

Акустичною емісією супроводжується практично усі процеси, які відбуваються в металі труб під навантаженням: рух дислокацій, руйнування зерна шляхом зсуву, деформаційне старіння, утворення мікротріщин, корозійне розтріскування. Основним ефектом, який проявляється при дослідженні методом АЕ є ефект Кайзера, суть якого полягає у відсутності АЕ в матеріалі до тих пір, поки не перевищений рівень напружень попередньої дії [1, 12]. Початкове навантаження, при якому в процесі повторного навантаження появляється акустична емісія називається коефіцієнтом накопичення.

Дослідженнями встановлено [1, 11-13], що найбільш інформативними, але складними для визначення є параметри, які характеризують форму сигналу АЕ. Найбільше нової інформації про форму сигналів дає амплітудно-частотний спектр. Характеристики сигналів АЕ в значній мірі залежать від властивостей матеріалу, анізотропії, механічних характеристик, від степені розшарування, неоднорідності, структури, тощо (рис. 4).

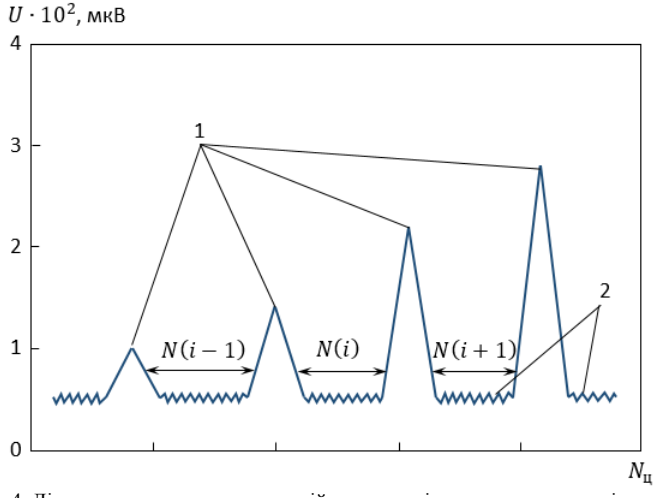


Рис. 4. Ділянка осцилограми отриманій пери циклічному навантаженні зразків:
1 – дискретна АЕ; 2 – неперервна АЕ

Апаратура для реєстрації і вимірювань параметрів АЕ. АЕ є методом неруйнівного контролю, при якому розвиток дефектів (тріщин) в металі супроводжується генерацією акустичних сигналів.

Роль приймача сигналів грає електроакустичний перетворювач (ЕАП), виготовлений з п'єзокераміки. В наших експериментах використовували апарат АЕ типу "Ультраскан-VN", в склад якого входили: самописець, осцилограф, магнітний реєстратор, цифро печатний пристрій. При циклічних випробуваннях матеріалів використовували синхронізатори, які дозволяли реєструвати сигнали АЕ в певній фазі навантажень.

Спосіб імітації сигналів АЕ крихких матеріалів. Для імітації сигналів АЕ деформованих зістарених трубних сталей на зразок (рис. 2)

наносили механічним шляхом надріз. Втомні тріщини в зразках вирощували за допомогою гідро пульсатора моделі "ЦДМпу-10" (Німеччинва) при частоті навантаження 10-15 Гц і коефіцієнті асиметрії циклу $R = 0.1…0.2$.

В процесі розвитку втомної тріщини зразки трубних сталей піддавали циклічним навантаженням до появи тріщин. При цьому паралельно проводили реєстрацію сигналів неперервної АЕ і імпульсні дискретні сигнали АЕ, що дозволяло вирахувати момент початку нестабільного росту тріщини. По числу циклів навантажень між двома імпульсами визначали запас міцності металу. Так як в окрихчених областях швидкість росту тріщин різко зростає, то стрибко-образна зміна швидкості росту тріщин відображається на характері утворення сигналів АЕ. Для виконання подібних операцій електроакустичні перетворювачі розміщали на поверхні зразків по різні сторони від вершини тріщини на лінії її ймовірного розповсюдження.

Враховуючи ефект Кайзера [1, 12], нами визначалися сигнали, які приблизно на 20 дБ перевищували сигнали АЕ неперервної АЕ. Було виявлено, що число імпульсів нестабільних стрибків тріщин відповідає числу імпульсів дискретної АЕ. Знаючи відстань між числом стрибків циклів навантажень і шириною основи піку стрибків визначали швидкість, їх розповсюдження і ступінь окрихчення металу (див. рис. 4). Амплітуду імпульсів АЕ реєстрували осцилографом НО-43 системи "Сигнал-4М", або електропроміневим осцилографом РМ-3234 фірми "Філіпс" (Нідерланди). Отримані дані надали можливість визначити коефіцієнт інтенсивності напружень K_{1C}, при якому відбувається старт тріщини, що відповідає нерівності $t > 2.5\ (K_Q/\sigma_{0.2})^2$, де t – товщина зразка (стінки труби). Ця формула відповідає крихкому механізму руйнування, для пластичних матеріалів вона не придатна.

Середня швидкість крихкого стрибка тріщина (одиниця вимірювання в мікронах за мілісекунду) визначали по пройденому шляху (довжина стрибка тріщини) і часу, за який цей шлях пройдений (час від старту до зупинки тріщини). Оскільки в момент старту і раптової зупинки тріщини відбувається перетворення потенційної енергії в кінетичну і зворотно, то ці моменти супроводжуються хвилею пружної деформації в області вершини тріщини, тобто імпульсами дискретної АЕ.

При контролі за параметрами стрибка тріщини використана апаратура має для цього два ідентичні вимірювальні канали. Для цього перетворювачі сигналів АЕ розміщували по різні сторони від вершини тріщини (рис. 5). На рис. 5 одночасно показані геометричні характеристики: L – відстань між перетворювачами сигналів (ПС) АЕ (може бути менше навантаженого об'єкту); l - довжина тріщини (відстань між вершиною тріщини і першим перетворювачем сигналів АЕ); Δl - довжина стрибка тріщини.

Для реєстрації статистичних результатів вимірювань та їх обробці використовували прилад АНЕП (рис. 6).

Для проведення досліджень **з ціллю вивчення** зміни механічних властивостей металу труб водопроводів були зібрані дані багаторічних досліджень авторів колективних монографій [1-3] для порівняння з результатами досліджень нових трубних сталей 06Г2БА (економно модифікована сильним карбідоутворюючим елементом – ніобієм в кількості 0.02-0.04%). Нові трубні сталі виплавляли на сталепрокатному комбінаті “Азовсталь” (м.Маріуполь). Там же на прокатному стані виготовляли труби діаметром 420-520 мм.Зразки для експериментальних випробувань вирізали з фрагментів труб (після аварій, демонтажу, реконструкції, з аварійного запасу). Для проведення порівняльного аналізу використовували зразки із сталей традиційних марок ВСт3сп і Ст20, які широко використовуються в водно-господарській промисловості. Термін експлуатації труб складав 7-35 років, нових сталей від 0 до 20 років. В такому випадку використовували сталі, які в експлуатації не знаходилися (брали безпосередньо з аварійного запасу), тобто у вихідному стані. Були виготовлені зразки для випробувань на ударну в’язкість (з круглим і гострим надрізом) згідно ГОСТ 9454-78 і ГОСТ1497-84.

Дослідження кінетики росту тріщин та втомленої (циклічної міцності) здійснювали згідно нормативно-регламентних вимог міжнародних стандартів - рис. 7 [12-14].

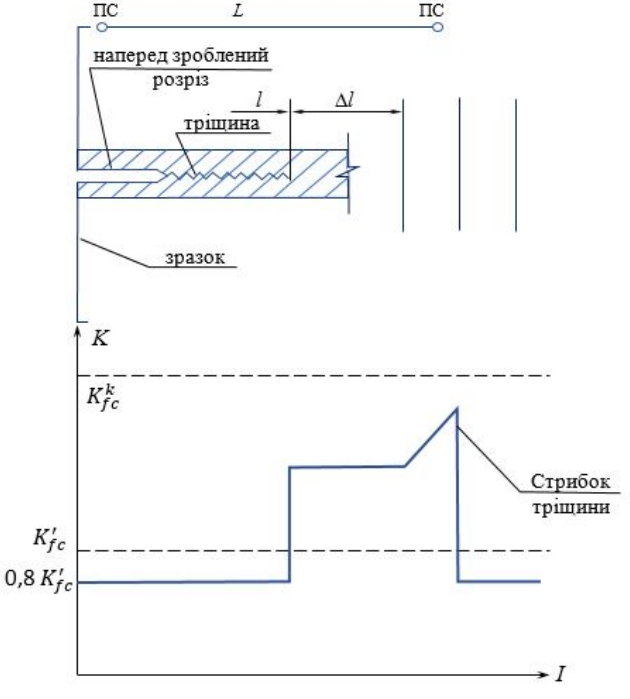


Рис. 5. Схематичне зображення режиму навантаження
при дослідженні кінетики росту втомних тріщин

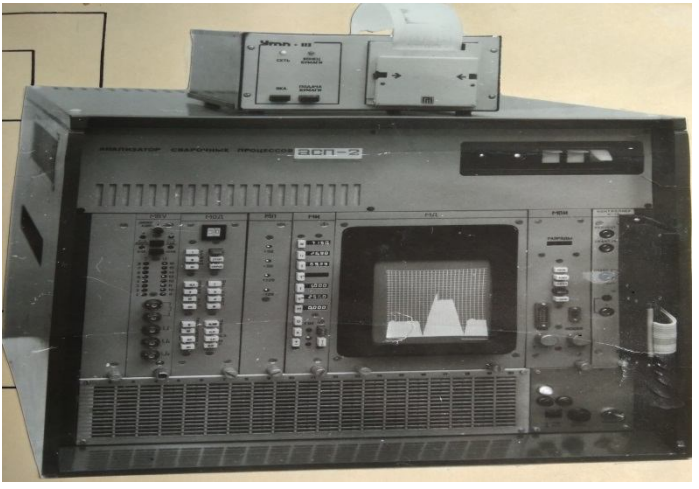


Рис. 6. Інформаційно-вимірювальна система АНЕП

Результати експериментів та їх обговорення.Результати експериментальних досліджень взаємозв'язку границі втомності і статичної межі міцності наведені на рис. 7. Звідки видно, що найбільша тріщиностійкість притаманна сталям із структурою сорбіт, частково тростит. Нажаль, високоміцній сталі зі структурою мартенсит притаманна невисока тріщиностійкість з причини зниження в'язко-пластичних характеристик, тобто окрихчення структури, яка при значних знакозмінних напруженнях схильна до утворення мікротріщин.

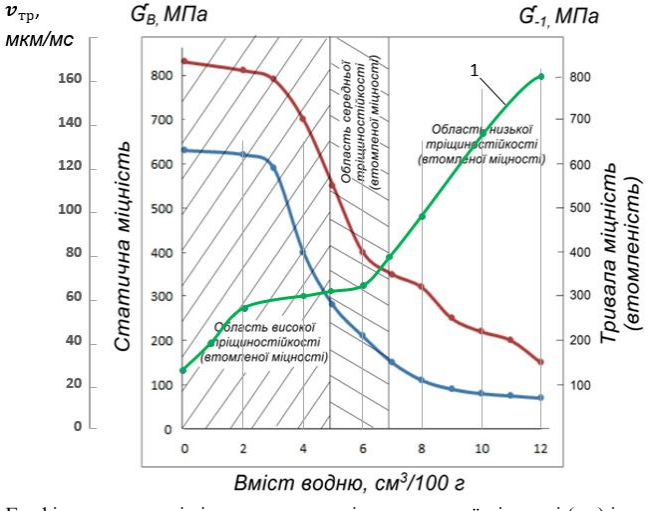


Рис. 7. Графіки залежності кінетики росту тріщин ,втомної міцності (σ_{-1}) і статичної міцності (σ_B) від вмісту водню в зразках трубної сталі марки 09Г2ФБ. База випробувань N=10^7 циклів. Позначення: Червона лінія відноситься до осі статичної міцності, а синя лінія відноситься до осі втомленої міцності (σ_{-1}); графік (1) відображає кінетику росту тріщин

Представлений на рис. 7 взаємозв'язок між статичною і тривалою міцністю в залежності від наводнення металу дозволяє вибирати обгрунтовано області, які характеризуються різним ступенем тріщиностійкості, що може слугувати конструктора і проектантам трубчастих конструкцій при оптимальному виборі сталей в залежності від структурно-фазового складу.

Крім того видно, що найбільша тріщиностійкість притаманна сталям із структурою сорбіт, частково тростит. Нажаль, високоміцній сталі зі структурою мартенсит притаманна невисока тріщиностійкість з причини зниження в'язко-пластичних характеристик, тобто окрихчення структури, яка при значних знакозмінних напруженнях схильна до утворення мікротріщин.

Одним з характерних показників спротиву крихкому руйнуванню є ударна в'язкість, яка згідно нормативно-регламентної документації сприймається в якості основного параметра несучої здатності трубопроводів тривалого терміну експлуатації. Ударну в'язкість прийнято розділяти на складові: $КС_З$ – робота зародження тріщини; $КС_Р$ – робота розповсюдження тріщини (здатність металу чинити опір розвитку тріщини).

Вважається, що великі значення $КС_Р$ свідчать про малу чутливість металу до концентраторів напружень.

Із наведених даних видно, що для сталей ВСт3сп і Ст20 ударна в'язкість при - 40°С нижче 0.3 мДж/м^2, що не відповідає вимогам ДНіП України. Вимогам Держстандарту щодо холодостійкості відповідає експериментальна сталь 06Г2БА (див. табл. 1).

Таблиця 1

Результати визначення ударної в'язкості трубних сталей тривалого терміну експлуатації

Марка сталі	Термін експлуатації, роки	KCV, мДж/м^2	
		+20°С	-40°С
ВСт3сп	0	0.5-0.6	0.38
	10	0.42	0.20
	20	0.39	0.19
	30	0.30	0.12
Ст20	0	0.55	0.45
	10	0.52	0.40
	20	0.45	0.38
	30	0.40	0.28
06Г2БА	0	0.80	0.69
	10	0.66	0.55
	20	0.53	0.50
	30	0.52	0.46

Дані, наведені в табл. 1,стосовно сталей 20 і ВСт3сп взяті з монографії [1].

Відомо [3-8, 10-14], що в процесі експлуатації під дією внутрішнього тиску сталева оболонка трубопроводів витримує напруження близькі до нормативних характеристик міцності металу труб. Це пов'язано зі складною схемою взаємодії трубопроводу з грунтом і з присутністю дефектів – металургійного, зварювального і транспортного походження та з порушеннями і помилками режимів з перекачування продукту. Крім того, не дивлячись на покращення в останні роки експлуатаційних показників відбувається процес старіння трубопроводів. В трубних сталях в умовах експлуатації водоводів, в основному, відбувається деформаційне старіння. Це пояснюється не тільки характером навантаження труб, але й тим, що трубні сталі містять в своєму складі шкідливі домішки – C, N, S, легуючі елементи. Наявність атомів водню в грунтових електролітах, H_2S у промислово-побутових відходах, регенерація водню при катодних реакціях приводить до окрихчення сталі труб при тривалих циклічних впливах. Сукупність цих процесів спричиняє зміну структури і фізико-механічних властивостей металу, тобто приводить до старіння металу. Сполучення усіх факторів створює випадковий характер відмов і аварій (див. рис. 1).

Розчинність кисню в органічній фазі побутових відходів складає порядку 0.006-0.007%, а у водній фазі всього 0.0008%. З часом кількість кисню зменшується до 0,4-0,7 мг/л. Як відомо, швидкість корозії сталі в нейтральному водному середовищі пропорційна концентрації кисню [2-4, 11-13]. Таким чином, утворюється двофазна система з різною аерацією – гальванічна пара. Корозійний процес проходить на границі розділу фаз. Анодна область – під водою, катодна – під водною сумішшю – рис. 8.

В підсумку, можна відмітити, що в металі труб магістральних трубопроводів має місце велика кількість мікродефектів (вакансії, дислокації, мікропори, мікро-тріщини і ін.), які розвиваються в процесі експлуатації водоводів і в певний момент можуть стати концентраторами напружень. При тривалій експлуатації трубо-проводів відбувається суттєве (до 20%) зниження пластичності металу труб, зниження (майже в 2 рази) значень ударної в'язкості. Усі ці зміни пов'язані з циклічним навантаженням, що спричинене зміною внутрішнього тиску води з-за планових і незапланованих зупинок водоводів та насосних станцій.

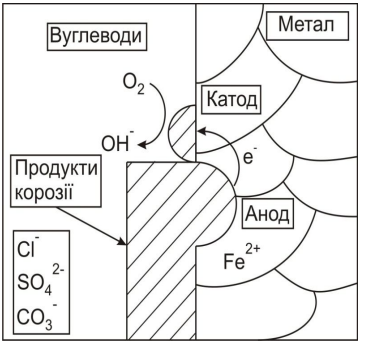


Рис. 8. Схема корозії вуглецевої сталі (катодні і анодні ділянки) у водному середовищі

Вищевикладені матеріали надають можливість стверджувати, що одним з характерних і достовірних показників опору металу труб крихкому руйнуванню є ударна в'язкість, в зв'язку з чим нами були проведені додаткові системні дослідження з використанням цього показника.

Зразки на ударну в'язкість вирізали безпосередньо з труб.

Вміст водню в трубних сталях з різними термінами експлуатації трубопроводів оцінювали за допомогою установки "Hereus" (Німеччина).

Результати експериментальних досліджень ударної в'язкості викладені в табл. 1.

З літератури відомо [2-6], що наводнення металу, яке відбувається в процесі тривалого терміну експлуатації конструкцій, спричиняє окрихчення металу труб, яке, в свою чергу, різко знижує його в'язко-пластичні властивості, зокрема твердість. Крім того, наводнення, як правило, спричиняє утворення мікропор та інших дефектів в структурі (пасток), які стають додатковими концентратами напружень, знижуючи несучу здатність трубних конструкцій.

Використовуючи в своїх розрахунках атомний механізм руйнування сталевих конструкцій, Калачев Б.А. теоретично обґрунтував можливість зародження мікротріщин в присутності каталізатора водню [2, 3]. Він показав, що, наприклад, появі субмікротріщини в околі дислокацій сприяють дотичні напруження, які на відстані 1 мкм від ядра дислокації дорівнюють 3.2 Н/мм^2. Термодинамічними розрахунками показано, що навіть при малих концентраціях розчиненого в металі водню ([Н] ≈2-3 ppm) знижується поверхнева енергія (приблизно на 6.0 – 7.5 Дж/см^2) [4]. Коли врахувати, що фактичні витрати енергії на руйнування чистого заліза рівні ≈10-20 Дж/см^2, з врахуванням коефіцієнта дифузії водню (рухомість атомів водню) в металі $D_H = 10^{-6}$ см^2/с з реальним напруженим станом елементів трубопровідної конструкції, то цього достатньо для зародження мікротріщин, які можуть спровокувати їх подальший ріст з розповсюдженням в глибину стінки і вздовж труби [13].

Умови переходу зародкових мікротріщин до автокаталітичного розвитку і утворенню макротріщини детально вивчені і обґрунтовані в роботах [5, 6].

Аналіз експериментальних даних, наведених в табл. 1, показує, що найбільш високі параметри несучої здатності має удосконалена сталь 06Г2БА, яка економно модифікована мікродобавкою ніобієм, який, в свою чергу, є дуже сильним карбідоутворюючим елементом. Крім того, нова сталь 06Г2БА в процесі виплавки пройшла прогресивну термообробку "ноу-хау" (2-3-х разове загартування, після чого високу відпуску з подальшим охолодженням із застосуванням системи спрейєр). Це сприяло отриманню дрібнозернистої структури (11-12 бал зерна), а також отриманню дрібнодисперсних неметалевих включень глобулярної форми, що сприяє значному зниженню концентрації напружень в структурі. Причому нова сталь характеризується низьким вмістом газів (кисень, сірка, водень) і шкідливих елементів, зокрема фосфору (≤ 0.008-0.011).

На рис. 9 і 10 у явному вигляді показані картини корозійних ушкоджень з подальшим руйнуванням трубних сталей тривалого терміну експлуатації.

Висновки

1. Вперше за допомогою методу акустичної емісії із залученням аналізатора нестаціонарних емісійних процесів досліджено кінетику

росту тріщин. Побудована діаграма взаємозв'язку статичної і тривалої (циклічної) міцності і кінетики росту тріщин в залежності від наводнення трубної сталі марки 06Г2БА. Показано, що найбільш високими в'язко-пластичними властивостями і спротивом крихкому руйнуванню має нова сталь марки 06Г2БА, яка економно модифікована карбідоутворюючим елементом (ніобієм) і відрізняється дрібнозернистою структурою та має низькій вміст шкідливих домішок (сірка, фосфор).



Рис. 9. Макроструктура сталі 06Г2БА з мікротріщинами (відмічені стрілками), які об'єдналися в магістральну тріщину

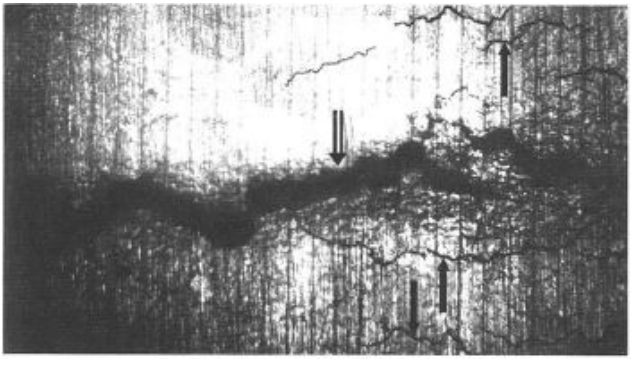


Рис. 10 [2]. Магістральна тріщина (відмічена двійною стрілкою) та мікротріщини (відмічені одинарними стрілками) в трубних сталях трубопроводів з водовідведення з 30-ти річним терміном експлуатації в підземному траншейному виконанні

2. Нова сталь марки 06Г2БА рекомендується для використання у будівництві трубопроводів та, наприклад, мостових конструкцій, які постійно знаходяться під циклічними навантаженнями при одночасному контакті з корозійно-агресивним середовищем.

3. Рекомендовано діаграму взаємозв'язку тривалої і статичної міцності в залежності від вмісту водню в сталях,на якій одночасно приведений графік кінетики росту тріщин, можна використовувати конструкторам для раціонального вибору типу сталей з високою тріщиностійкістю в агресивних технологічних середовищах. Для подовження експлуатаційного робочого ресурсу трубних конструкцій потрібно використовувати економно-модифіковані сталі (ніобієм, ванадієм, церієм та ін.).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Гумеров А.Г., Ямалеев Н.М., Журавлев Г.В.* Трещиностойкость метала труб нефтепроводов// ООО "Недра-Бизнесцентр".-2001. - 242 с.
2. *Макаренко В.Д., Гачев С.И., Прохоров Н.Н.* Сварка и коррозия нефтегазопроводов Западной Сибири//Киев:Изд-во"Науковадумка".—1996.- 549 с.
3. *Макаренко В.Д., Максимов С.Ю., Білик С.І. і ін.* Корозійні руйнування каналізаційних систем України//Київ:НУБіП України.-2021.- 272 с.
4. *Росетко В.Е.* Защита трубопроводов от коррозии// М.: ВНИИМП. - 2000. – 200 с.
5. *Самойленко М.І.* Функціональна надійність трубопроводів них транспортних систем // Харків: ХНАМП. -2009.-184с
6. *Ориняк І.В., Різгонюк В.В.* Ресурс довговічність і надійність трубопроводів Огляд сучасних підходів і проблеми нормативного забезпечення в Україні//Нафтова і газова промисловість. -2003.-№4.-С. 54-57.
7. Атомный механизм разрушения// М.: Мир.-1983. - 660 с.
8. *Котречко С.А., Мешков Ю.Я., Меттус Г.С.* К вопросу о вязком и хрупком состоянии поликристаллических металлов// Металлофизика. -1990.-№6.-С.3-13
9. Мешков Ю.Я. Разрушение деформированной стали // Киев:Наукова думка. -1989.- 160 с.
10. *T.Kawakubo, M. Hishida*. Elastic-Plastic Fracture Mechanics Analysis on Environmentally Accelerated Crackinq of Stainless Steel in High Temperature Water// Journal of Engineering Materials and Technology.- 2005. –Vol.107..-pp. 240-245.
11. Методика з визначення параметрів тріщиностійкості ASTM E399-78 (для компактних зразків і зразків з центральним надрізом) // Journal of Engineering Materials and Technology.- 2005. –Vol.107.-pp.107-116.
12. *Ford F.P. and Silverman M.J.* Effect of Loading Rate on Environmentally Controlled Cracking of Sensitized 304 Stainless Steel in High Purity Water//Cottosion.-Vol.36.-1980, pp.597-603.
13. *Kawakubo T. and Hishida M.* Crack Initiation and Growth Analysis by Direct Optical Observation During SSRT in High Temperature Water // Corrosion.- Vol. 40, 1984.- pp. 120-126.

REFERENCES

1. *Gumerov A.G.,Yamaleev N.M., Zhuravlev G.V.* Treshhy`nostojkost` metala trub nefteprovodov (Crack resistance of the metal of oil pipelines) // LLC "Nedra-By`znescentr".-2001. -242 s.
2. *Makarenko V.D., Gachev S.Y`., Proxorov N.N.* Svarka y` korrozy`ya neftegazoprovodov Zapadnoj Sy`by`ry` (Welding and corrosion of oil and gas pipelines in Western Siberia) //Ky`ev:Y`zd-vo"Naukovadumka".—1996.-549 s.
3. *Makarenko V.D., Maksy`mov S.Yu., Bily`k S.I. i in*. Korozijni rujnuvannya kanalizacijny`x sy`stem Ukrayiny`(Corrosive destruction of sewage systems of Ukraine) //Ky`yiv:NUBiP Ukrayiny`.-2021.-272 s.
4. *Rosetko V.E.* Zashhy`ta truboprovodov ot korrozy`y`(Protection of pipelines from corrosion) // M.: VNY`Y`MP.-2000.-200 s.
5. *Samojlenko M.I.* Funkcional`na nadijnist` truboprovodiv ny`x transportny`x sy`stem (Functional reliability of pipelines of transport systems) // Xarkiv: XNAMP. -2009.-184 s.
6. *Ory`nyak I.V., Rizgonyuk V.V.* Resurs dovgovichnist` i nadijnist` truboprovodiv Oglyad suchasny`x pidxodiv i problemy` normaty`vnogo zabezpechennya v Ukrayini (Resource durability and reliability of pipelines Review of modern approaches and problems of regulatory support in Ukraine) //Naftova i gazova promy`slovist`. -2003.-#4.-S. 54-57.
7. Atomnyj mexany`zm razrusheny`ya (Atomic destruction mechanism) // M.: My`r.-1983.-660 s.
8. *Kotrechko S.A., Meshkov Yu.Ya., Mettus G.S.* K voprosu o vyazkom y` xrupkom sostoyany`y` poly`kry`stally`chesky`x metallov (To the question of the viscous and brittle state of polycrystalline metals) // Metallofy`zy`ka. -1990.-#6.-S. 3-13.

9. *Meshkov Yu.Ya.* Razrusheny`e deformy`rovannoj staly`(Destruction of deformed steel) // Ky`ev:Naukova dumka. -1989.- 160 s.
10. *T.Kawakubo, M. Hishida*. Elastic-Plastic Fracture Mechanics Analysis on Environmentally Accelerated Crackinq of Stainless Steel in High Temperature Water// Journal of Engineering Materials and Technology.- 2005. –Vol.107.-pp.240-245.
11. Metody`ka z vy`znachennya parametriv trishhy`nostijkosti ASTM E399-78 (dlya kompaktny`x zrazkiv i zrazkiv z central`ny`m nadrizom) (ASTM E399-78 method for determining crack resistance parameters (for compact samples and samples with a central notch)) // Journal of Engineering Materials and Technology.- 2005. –Vol.107..-pp.107-116.
12. *Ford F.P. and Silverman M.J.* Effect of Loading Rate on Environmentally Controlled Cracking of Sensitized 304 Stainless Steel in High Purity Water//Cottosion.-Vol.36.-1980, pp. 597-603.
13. *Kawakubo T. and Hishida M*. Crack Initiation and Growth Analysis by Direct Optical Observation During SSRT in High Temperature Water// Corrosion.-Vol.40,1984.-pp. 120-126.

Стаття надійшла 23.03.2023

Макаренко В.Д., Гоц В.І., Савенко В.І., Владимиров О.В., Макаренко Ю.В.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ РОСТУ ТРІЩИН ТА НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ТРУБНИХ СТАЛЕЙ ПІДЗЕМНИХ СИСТЕМ ВОДОВІДВЕДЕННЯ

Встановлено, що значення критичного напруження S_K для усіх дослідних сталей з ростом терміну експлуатації збільшується, а ударної в'язкості зменшується, що свідчить про структурне окрихчення трубних сталей, пов'язане з їх різким наводненням. Показано, що найбільш високими в'язко-пластичними властивостями і спротивом крихкому руйнуванню володіє нова сталь марки 20ФА, яка економно модифікована карбідоутворюючим елементом (ванадій) і відрізняється дрібнозернистою структурою та має низькій вміст шкідливих домішок (сірка, фосфор). Рентгеноструктурними методами оцінено мікронапруження кристалічної решітки α-Fe, а також кількісний розпад цементиту і перерозподіл вуглецю між феритом і перлітом. Нова сталь марки 10ФА рекомендується для використання у будівництві нафтогазопроводів та, наприклад, мостових конструкцій, які постійно знаходяться під циклічними навантаженнями при одночасному контакті з корозійно-агресивним середовищем. Вперше визначено вплив терміну експлуатації нафтопроводів на вміст водню і мікровідкол в трубних сталях нафтопроводів.

Ключові слова: нафтопровід, корозія, руйнування, несуча здатність, легування, в'язкість.

Makarenko V.D., Gots V.I., Savenko V.I., Vladimirov O.V., Makarenko Y.V.

EXPERIMENTAL STUDIES OF CRACK GROWTH KINETICS AND BEARING CAPACITY OF STEEL PIPES OF UNDERGROUND WATER DISTRIBUTION SYSTEMS

It was established that the value of the critical stress SK for all experimental steels increases with the increase in the service life, and the impact viscosity decreases, which indicates the structural embrittlement of the pipe steels associated with their sudden flooding. It is shown that the new 20 FA steel has the highest visco-plastic properties and resistance to brittle fracture, which is economically modified with a carbide-forming element (vanadium) and has a fine-grained structure and a low conten to fharm fulimpurities (sulfur, phosphorus). The microstrain of the α-Fe crystallattice, as well as the quantitative decay of cementite andt here distribution of carbon between ferrite and pearlite, were estimated by X-ray diffraction methods. The new steel grade 10FA is recommended for use in the construction of oil and gas pipelines and, for example, bridge structures, which are constantly under cyclic loads with simultaneous contact with a corrosive and aggressive environment. For the first time, the influence of thes ervice life of oil pipelines on the hydrogen content and microcracks in pipe steels of oil pipelines was determined.

Keywords: oilpipeline, corrosion, destruction, bearingcapacity, alloying, viscosity.

УДК 669.14 : 620.191.33
Макаренко В.Д., Гоц В.І., Савенко В.І., Владимиров О.В., Макаренко Ю.В. **Експериментальні дослідження кінетики росту тріщин та несучої здатності трубних сталей підземних систем водовідведення** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 469-482.
Табл. 1. Іл. 10. Бібліогр. 12 назв.

UDC 669.14 : 620.191.33
Makarenko V.D., Gots V.I., Savenko V.I., Vladimirov O.V., Makarenko Y.V. **Experimental studies of crack growth kinetics and bearing capacity of steel pipes of underground water distribution systems** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 469-482.
Table 1. Fig. 10. Ref. 12.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор Київського національного університету будівництва і архітектури МАКАРЕНКО Валерій Дмитрович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Тел.: +38(066) 747-67-90
E-mail: green555tree@gmail.com
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0001-9178-9657

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології будівельних конструкцій і виробів Київського національного університету будівництва і архітектури ГОЦ Володимир Іванович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Тел.: +38(044) 248-30-16
E-mail: gots.vi@knuba.edu.ua
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0001-7702-1609

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор кафедри організації і управління будівництвом Київського національного університету будівництва і архітектури САВЕНКО Володимир Іванович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Тел.: +38(097)-970-66-59
E-mail: savenkoknuba@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1490-6730

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *аспірант Київського національного університету будівництва і архітектури ВЛАДИМИРОВ Олексій Володимирович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Тел.: +38(044) 245 48 51
E-mail: savenkoknuba@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-2506-7020

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *магістерка університету Манітобо (м. Вінніпег, Канада) МАКАРЕНКО Юлія Валеріївна*
Тел.: +38(066) 747-67-90
E-mail: green555tree@gmail.com
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0003-1252-4231

УДК: 699.85

ПРИСТОСУВАННЯ ПІДВАЛЬНИХ ПРИМІЩЕНЬ БУДИНКІВ ПІД УКРИТТЯ ДЛЯ ЦИВІЛЬНОГО НАСЕЛЕННЯ

Т.В. Жидкова[1],
канд. техн. наук, доцент

В.Ю.Глеба[2],
канд. держ. упр., доцент

Л.Р. Гнатюк[1],
канд. арх., доцент

А.В. Жлобніцький[3],
головний конструктор

О.В. Приймаченко[4],
канд. техн. наук, доцент

[1]*Національний авіаційний університет, проспект Л. Гузара, 1, Київ, 03058*

[2]*Київська державна академія декоративно-прикладного мистецтва і дизайну ім. Михайла Бойчука, вул. Михайла Бойчука, 32, Київ, 01103*

[3]*ТОВ «Експреспроектбуд», вул. Комітетська, 14, Одеса, 65091*

[4]*Київський національний університет будівництва і архітектури, Повітрофлотський просп., 31, Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.483-495

Фахівцями ГО «Ренесанс» запропонованопроєктні рішення щодо створення укриттів в підвалах наявних будинків шляхом підсилення конструкцій, що огороджують підвальні приміщення.Перераховані заходи дають можливість жителям будинків, що мешкають в містах на підконтрольній Україні території, але під постійними ракетними обстрілами, залишатись у своїх будинках в захищеному просторі.

Ключові слова: війна, Кодекс цивільного захисту України, захист цивільного населення, найпростіші укриття, підсилення конструкцій укриття.

Вступ. Особливістю війни росії проти України є величезна кількість загиблих серед мирного населення в перші місяці війни. До масових втрат серед цивільного населення призвела недостатня кількість захисних споруд, їх технічний стан та недоступність.А також рекомендації влади щодо для укриття населення в найпростіших укриттях – цокольних або підвальних приміщеннях житлових будинків. Ці приміщення не пристосовані для захисту від дії звичайних засобів ураження, повітряної ударної хвилі, та уламків зруйнованих будівель.

Проведення бойових дій безпосередньо в житловій зоні населених пунктів (міст, селищ міського типу та сіл) призвело до масштабних руйнувань не тільки об’єктів критичної інфраструктури насамперед житлового фонду й, відповідно масової загибелі цивільного населення, зокрема тих, що переховувались в підвальних і цокольних приміщеннях будинків.

© Жидкова Т.В., Глеба В.Ю., Гнатюк Л.Р., Жлобніцький А.В., Приймаченко О.В.

Отже, актуальним є питання захисту цивільного населення, яке не залучено в роботі критичної інфраструктури та органів управління.

Аналіз останніх публікацій. Основним законодавчим документом, що регламентує заходи щодо захисту цивільного населення є Кодекс цивільного захисту України. Цей документ чітко визначає перелік захисних споруд і ті категорії населення для яких вони призначені [1].

Відповідно до вимог законодавства було створено низку нормативних документів щодо захисту населення від дії звичайних засобів ураження, повітряної ударної хвилі [2-5]. Проте, урахування потреб маломобільних груп населення не відповідало жодній з вимог, зазначених нормативною документацією [6].

Згідно ст. 32 Кодексу цивільного захисту більшість цивільного населення, серед яких переважну частину складає маломобільна група, підлягає укриттю в найпростіших укриттях. За визначенням, найпростіше укриття – це фортифікаційна споруда, цокольне або підвальне приміщення, інша споруда підземного простору, в якій можливе тимчасове перебування людей з метою зниження комбінованого ураження від небезпечних чинників, а також від дії засобів ураження в особливий період.

У визначенні терміну **«найпростіше укриття»** відсутні технічні характеристики від дії яких засобів ураження ці «укриття» можуть захистити населення. Який тиск ударної повітряної хвилі може витримати найпростіше укриття? Чи може захистити найпростіше укриття від уламків зруйнованого будинку? Чи безпечно перебувати людям в найпростішому укритті коли ззовні виникла пожежа від ракетного удару? Що робити населенню яке укривається в найпростішому укритті, якщо відбулось завалення входів до підвалу під час бомбардування? Чи захистить найпростіше укриття під час обстрілу із реактивних систем залпового вогню? На всі ці питання відповіді відсутні.

В найпростіших укриттях не передбачено водогону, каналізації, вентиляції та необхідного обладнання, проте допускається використання місткості для питної води й виносних фекальних баків для нечистот, що є взагалі ганебною практикою середини минулого століття.

Слід зазначити, що за визначенням нормативних документів тільки частина (більше або менше половини своєї висоти) підвальних й цокольних приміщень розміщена нижче поверхні землі й, відповідно,ці приміщення такі ж вразливі як і надземні поверхи [7].

Наявні норми передбачають додаткові виходи лише для укриттів місткістю більше ніж 50 осіб. Ця вимога не може бути затверджена в сучасних нормативних документах. Евакуаційні виходи за межами жовтих ліній (межа завалів при можливому руйнуванні будівлі) мають бути обов’язковою вимогою укриття будь-якої місткості. Відсутність евакуаційних виходів збільшує небезпеку для тих, хто перебуває в цих приміщеннях. Руйнування наземних поверхів будинку ускладнює, а інколи й унеможливлює евакуацію людей з під завалів та уламків.

В грудні 2021 р. Інститут державного управління та наукових досліджень з цивільного захисту опублікував методичні рекомендації

Державної служби з надзвичайних ситуацій «Організація укриття населення у фонді захисних споруд цивільного захисту». В цих рекомендаціях додатково підтверджуються основні положення норм часів СРСР, що стали основою державних будівельних норм України у 1997 р. Зміни, які були внесені за 25 років не змінили параметрів і обладнання захисних споруд [8, 9].

Автори публікації є засновниками й активними учасниками громадського об'єднання містобудівна платформа «Ренесанс», що була створена в перші місяці війни шляхом об'єднання сертифікованих спеціалістів з багаторічним досвідом, фахівців різних галузей задля розв'язання проблем захисту цивільного населення в умовах сучасної війни, післявоєнного відновлення нашої країни й подальшого існування поряд з державою-агресором.

Протягом поточного року автори опублікували в фахових виданнях низку статей, запропонована Програма заходів, щодо сучасних засобів захисту цивільного населення [10, 11].

Рекомендації для основної частини населення переховуватись в підвальних і цокольних поверхах були розроблені в середині XX ст. Відтоді значно зросла потужність зброї й змінились вимоги до житла. Основні конструкції більшості сучасних будинків не відповідають вимогам зниження руйнівної дії засобів ураження (артилерійських снарядів, авіаційних бомб, ракет). Перекриття над підвалами не витримують вагу уламків будівлі.

З давніх часів як укриття для населення використовували сакральні комплекси. Ці споруди мають особливу значущість для спільноти, як захист від зовнішніх небезпек.

Майже завжди в комплексі сакральної споруди є підземні приміщення, які надійно захищені від зовнішньої загрози. Зазвичай ці приміщення використовуються для зберігання релігійних святинь, цінностей та реліквії. Традиційно ці приміщення надійно захищені від зовнішніх загроз. Конструктивні характеристика конструкцій, що огороджують ці приміщення в більшості з них за ступенем захисту тотожні сховищам. Печери та тунелі, які у деяких релігіях, печери є святими місцями, є зв'язком між різними частинами сакрального комплексу. В сакральних спорудах, збудованих в останній час можна також виділити приміщення, які можуть забезпечити захист за вимогами щодо фортифікаційних споруд.

Отже, сакральні комплекси можуть буги використані як приміщення подвійного призначення, що під час військової агресії є надійним місцем для захисту цивільного населення [12, 13].

На час розробки нормативної документації, в середині XX ст., основний житловий фонд складали будинки збудовані в XIX ст. на початку XX ст. й так звані «сталінки», де насправді були підвали з міцними стінами й перегородками.

Серед житлових будинків цього періоду значну частину складають колишні міські садиби, прибуткові або приватні будинки для людей з високим рівнем статку. Будинки зазначених типів зазвичай двох або

триповерхові, їхні підвальні приміщення повністю заглиблені в землю, у багатьох випадках перекриття підвальних поверхів у вигляді склепіння. Такі перекриття досить міцні й можуть витримати навантаження від зруйнованих поверхів будинку. Стіни цих підвалів цегляні або бетонні з внутрішнім шаром цегли зазвичай мають товщину не менше ніж 0,77 – 0,9 м. Ці будинки можуть протягом цієї війнивикористовуватись під найпростіші укриття.

Як найпростіші укриття після проведення певних заходів можна використовувати підвальні приміщення цегляних будинків з залізобетонним перекриттям, що були збудовані для партійної і державної еліти в часи, що передували другій світовій війні й в перше десятиріччя після неї.

Частина підвальних приміщень в будинках цього періоду була призначена під бомбосховища і навіть мала броньовані двері. Проте, на початок війни в лютому 2023 р. переважна частина цих приміщень перебувала в непридатному стані для використання за призначенням.

Підвальні приміщення іншої частини будинків збудованих в зазначений період поділені між мешканцями будинків і використовувались під комори. Ці приміщеннямають вихід з кожного під'їзду, тому в разі руйнації частини будинку,евакуаційний вихід для тих, хто перебуває в підвалі будинку, забезпечено.Такі приміщення не можуть захистити від прямого ракетного удару, але можуть істотно знизити потужність ураження і зберегти життя людей.

В переважній більшості житлових панельних будинків, що були збудовані в Україні після 1956 р., підвалів взагалі не передбачено. Є тільки технічні приміщення призначені для розміщення інженерного обладнання і прокладання комунікацій.

Панельні будинки після попадання навіть одного снаряда «складаються» повністю, бо вагу зруйнованих конструкцій не витримують перекриття підвальних приміщень. Люди, що ховаються в таких приміщеннях, майже гарантовано гинуть.

Ці приміщення не можливо використовувати навіть як найпростіші укриття ще й через недостатню несучу здатність стін та перекриття; недостатню висоту наявних приміщень; розвинуту мережу інженерних комунікацій водопостачання та водовідведення в тому числі магістральних, розташованих в цих приміщеннях.

Мета дослідження. Основною метою дослідження є опрацювання заходів, які дають можливість забезпечити повноцінний захист цивільного населення, не залученого в роботі критичної інфраструктури.

Поставлена мета окреслила перелік завдань дослідження, а саме зменшення кількості жертв серед цивільного населення, шляхом пристосування наявних підвальних приміщень багатоповерхових будинків під укриття для захисту населення від дії звичайних засобів ураження та побічної дії сучасної зброї масового ураження (хімічної);уламків зруйнованих конструкцій будівель; повітряної ударної хвилі з розрахунковим надмірним тиском не менше ніж $\Delta P_{ф}$ =20 кПа (0,2 кг/см²).

Основний матеріал. Аналіз пошкоджених, в результаті збройного

ураження, житлових будинків довів можливість після проведення робіт з реконструкції отримати в них повноцінне укриття, яке здатне захистити людей, від дії звичайних засобів ураження, повітряної ударної хвилі, та уламків зруйнованих будівель (рис. 1).

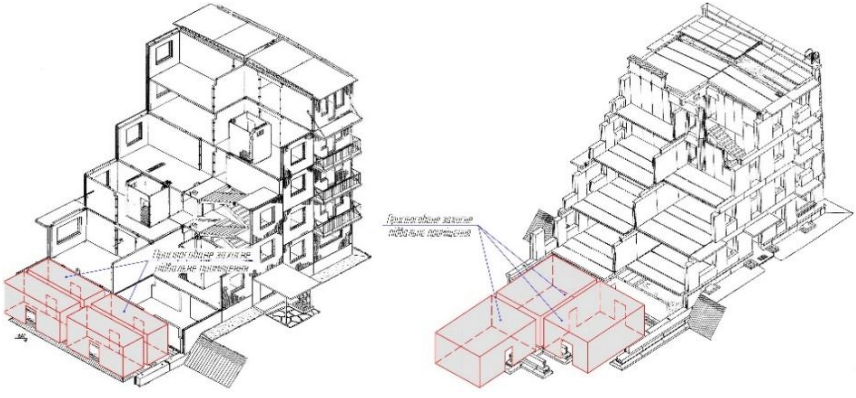


Рис. 1. Схема влаштування укриття в підвальному поверсі панельного багатоквартирного будинку

Фахівцями ГО «Ренесанс» запропоновані проєктні рішення щодо створення укриттівв підвалах наявних житлових будинків шляхом підсилення конструкцій в об'ємі підвальних приміщень (рис. 2).

Розрахунки конструктивних елементів, проводились відповідно до вимог чинної нормативної документації [3].

В основі розрахунків – принцип забезпечення безвідмовності (невихід за граничний стан) несучих конструкцій під дією основних та епізодичних навантажень з дотриманням умови А.1 [14]

$$q\mathrm{O}=q(G_q,f_d,a_d,\mathrm{C},\gamma_n,\gamma_d,T_{ef})\geq 0,$$

де qO - така функція параметрів системи, за якої qO <0 означає досягнення позаграничного стану; G_q,f_d,a_d – розрахункові значення навантажень (вага конструкцій зруйнованої будівлі, надмірний тиск вибухової хвилі, проникнення снаряда в несучу конструкцію захисної споруди) характеристик міцності матеріалів, опору ґрунтів та геометричних характеристик наявних конструкцій відповідно; С - обмеження на параметр, що контролюється (наприклад, в окремих випадках при високому рівні ґрунтових вод або можливому затопленні захисної споруди допустиме граничне розкриття тріщини, прогини та переміщення несучих конструкцій); γ_n – коефіцієнт надійності за відповідальністю (коефіцієнт відповідальності), який враховує значущість конструкції і об'єкта в цілому, а також можливі наслідки відмови та враховується як множник до розрахункового значення навантаження; γ_d – коефіцієнт надійності моделі, який враховує невизначеність розрахункової схеми та інші аналогічні

обставини (наприклад, чутливість конструкції до локальних руйнувань при проникненні снаряда в конструкцію, початкові недосконалості та невизначеність кута проникнення снаряда) та приймається як множник до розрахункового значення навантаження; T_{ef} – встановлений термін експлуатації захисної споруди.

До складу основних навантажень, входить власна вага несучих конструкцій підвальних приміщень та вага інженерного обладнання.

До складу епізодичних навантажень входять вибухові та ударні впливи, а саме:

- дія надмірного тиску вибухової хвилі;
- проникнення боєприпасівв несучу конструкцію.

Методика розрахункунесучих конструкцій на дію надмірного тиску повітряної ударної хвилі ΔP_{ϕ} наведена в ДБН В.2.2-5-97 [3].

Розрахунок глибини проникнення або пробиття бойовою частиною боєприпасів несучих конструкцій наявних підвальних приміщень визначався за формулою [15]:

$$h_{\text{пр}} = \lambda \cdot k_{\text{пр}} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos\alpha,$$

де $h_{\text{пр}}$ – глибина проникнення бойової частини у матеріал покриття, яка вимірюється перпендикулярно до його поверхні покриття та осі бойової частини засобу ураження, м; λ – коефіцієнт, який враховує форму бойової частини засобу ураження (для бетонобійних засобів ураження λ =1,3, для інших λ=1); $k_{\text{пр}}$ – коефіцієнт, який враховує податливість матеріалу покриття проникненню [15]; α – кут зустрічі бойової частини з конструкцією; d – калібр боєприпасів (м); V – кінцева швидкість бойової частини під час зустрічі з покриттям, м/с.

Якщо бойова частина попадає у покриття захисної споруди перпендикулярно, напрямок її руху у покритті не змінюється та є прямолінійним. У такому випадку кут зустрічі α =0°, cosα = 1 і вищенаведена формула проникнення матиме вигляд:

$$h_{\text{пр}} = \lambda \cdot k_{\text{пр}} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V.$$

Розраховано підсилення наявного перекриття підвального приміщення у двох варіантах – у вигляді монолітної залізобетонної оболонки й шляхом створення сталевого каркаса під перекриттям щодо запобігання обваленню плити перекриття (рис. 2(а), 2(б)).

На сьогодні зазначені рішення підсилення захисних властивостей перекриття шляхом влаштування сталевого каркаса застосовуються під час реконструкції підвальних приміщень в м. Одеса.

Після оцінки міцності й підсилення конструкцій перекриття, ремонту, переобладнання, підвальні приміщення будинків зазначеного типу стануть придатні для використання як укриття. Для підвищення захисних властивостей необхідно захистити прорізи зовнішніх стін, що не використовують для входу та виходу й зовнішній периметр стін мішками з

піском, земляною сумішшю й додатково шляхом влаштування габіонів вздовж зовнішніх стін (рис. 3).

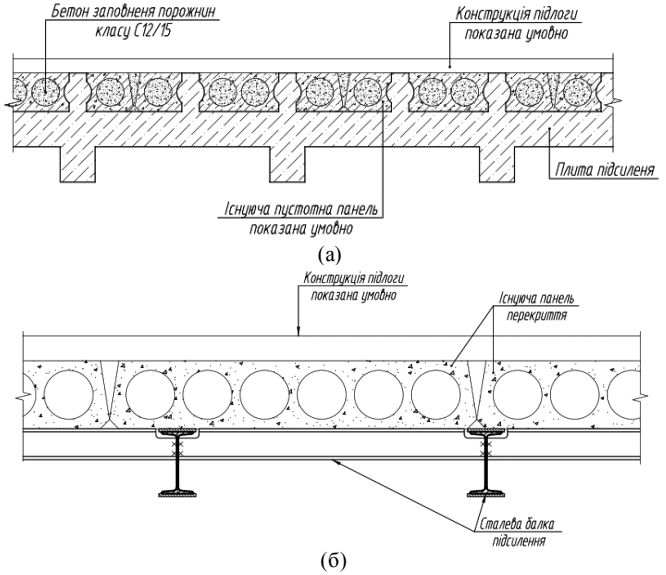


Рис. 2. Приклади підсилення захисних властивостей перекриття:
(а) –монолітна залізобетонна оболонка; (б) сталевий каркас



Рис. 3. Укриття в підвальному приміщенні цегляних будинків з перекриттям круглопустотними залізобетонними плитами

В сучасній війні вже доведено високі захисні якості габіонних бар'єрів в умовах бойових дій як захист від стрілецької зброї, великокаліберних кулеметів, гранатометів, уламків великокаліберних боєприпасів.

Автори пропонують використання габіонів як буферної конструкції задля зменшення дії засобів ураження і, відповідно, для підсилення ступеня захисту споруд цивільного захисту, зокрема, найпростіших укриттів.

Такі конструкції не потребують розробки проєктної документації, використання будівельної техніки і спроможності будівельних

організацій. Габіонний бар'єр досить легко може бути споруджений мешканцями будинку для забезпечення захисту тієї частини підвального приміщення, де знаходиться найпростіше укриття.

Для цілей захисту укриттів в житлових будинках, дитячих дошкільних закладах та загально освітніх школах доречно використовувати габіони пірамідальної форми, розміщені поза межами вимощення. Така форма дозволяє знизити положення центру маси габіона й, відповідно, здатна зменшити чи зовсім виключити наявність призми грунтового обвалу при тривалому використанні [16].

Габарити габіонного бар'єра, форму в плані й відстань від стін підвалів розраховують для кожного випадку окремо залежно від місцевих факторів, типу наповненнятощо.В мирний час ці конструкції можуть бути озеленені й стати елементом благоустрою.

Для панельних будинків, де немає повноцінних підвалів, а є лише технічні приміщення призначені для розміщення інженерного обладнання й прокладання комунікацій необхідно передбачається:

– пониження наявного рівня підлоги;

– підсилення наявних стін та перекриття для сприйняття необхідних розрахункових навантажень шляхом влаштування монолітної залізобетонної захисної конструкції;

– влаштування аварійного (евакуаційного) виходу через тунель за межу обвалення будівлі;

– перекладання та ізоляція наявних інженерних мереж в захисних лотках та сталевих футлярах (рис. 4).

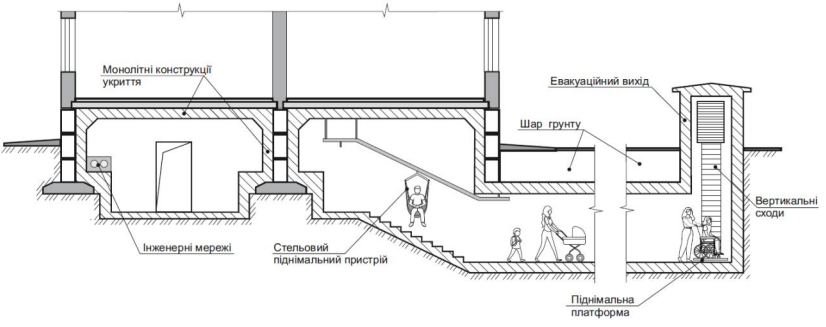


Рис. 4. Укриття в колишньому технічному підвалі панельного будинку

Перетворення підвальних приміщень на сховище після підсилення захисних властивостей конструкцій можливо шляхом влаштування тамбурів зі встановленням захисних та герметичних дверей; обладнання водопостачанням і доступними санітарно-гігієнічними приміщеннями.

Доступність і евакуацію маломобільних груп населення забезпечать входий виходи обладнані стельовим підіймальним пристроєм і вертикальним підіймачем для аварійного евакуаційного виходу з можливістю механічного спонукання для випадків відсутності електричної енергії.

Висновки. Після проведення зазначених заходів щодо підсилення конструкцій й обладнання приміщень, укриття в підвальних приміщеннях житлових будинків можуть використовуватись в містах наближених до кордонів або до лінії зіткнення, які постійно потерпають від обстрілів. В цих випадках люди, що не сприймають для себе можливість евакуації, можуть тривалий час перебувати в безпеці.

Пристосування наявних підвальних приміщень під захисні споруди цивільного захисту можливо проводити, як в мирний час, так і в період особливого (воєнного)стану, в місцях де відсутні активні бойові дії та після процесу розмінування й інших невідкладних робіт.

Всі підвальні приміщення які пристосовуються під укриття обов'язково забезпечуються аварійним (евакуаційним) виходом.

Методи ведення будівельних робіт, для пристосування існуючих підвальних приміщень під захисні споруди, не потребують тимчасового відселення мешканців з житлових. При цьому не порушуються експлуатаційні якості будівель.

Перераховані заходи дають можливість жителям будинку, зокрема маломобільним групам населення, що мешкають в містах на підконтрольній Україні території, але під постійними ракетними обстрілами, залишатись у своїх будинках та відпочивати вночі в захищеному просторі. Створення кухонного блоку й комори для зберігання продуктів дозволить в таких сховищах навіть жити певний час.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кодекс цивільного захисту України. Документ 5403-VI, чинний, поточна редакція – Редакція від 31.03.2023
2. ДБН В.1.2-4:2019 Інженерно-технічні заходи цивільного захисту (цивільної оборони) – Чинний від 2019-08-01.– Київ, Мінрегіон 2019
3. ДБН В.2.2-5-97 Захисні споруди цивільної оборони. Будинки і споруди– Чинний від 2019-01-01.–Київ : Мінрегіон, 2018
4. Деякі питання використання захисних споруд цивільного захисту. Постанова Кабінету Міністрів України від 10 березня 2017 р. № 138. Документ 138-2017-п, чинний, поточна редакція – Редакція від 18.02.2023, підстава - 134-2023-п
5. ДСТУ Б А.2.2-7:2010. Проектування. Розділ інженерно-технічних заходів цивільного захисту (цивільної оборони) у складі проектної документації об'єктів. Основні положення. – Чинний від 2010 -01-19. Київ :Мінрегіон, 2010.
6. ДБН В.2.2-40-2018. Інклюзивність будівель і споруд. Основні положення. – Чинний від 2019–04–01. – Київ.: Мінрегіон. 2018. – 70 с.
7. ДБН В.2.2-15:2019 Житлові будинки. Основні положення.– Чинний від 2019–12–01. – Київ.: Мінрегіон. 2019. – 42 с.
8. Методичні рекомендації щодо проектування та пристосування інженерних та інших споруд під протирадіаційні укриття //.Інститут державного управління та наукових досліджень з цивільного захисту 2021. – 114 с.
9. Організація укриття населення у фонді захисних споруд цивільного захисту. Впровадження інженерно-технічних заходів цивільного захисту: серія практичних порадників / О.Я. Лещенко, Г.В. Трунцев, В.М. Михайлов, М.В. Андрієнко, В.Ф. Коробкін, Н.М. Романюк, Л.В. Калиненко; за заг. ред. П.Б. Волянського, С.А. Парталяна. К. : ІДУ НД ЦЗ, 2021. Серія 9. 63 с.
10. *Жидкова Т.В., Четурна С.М.* Організація захисту цивільного населення в багатоповерхових житлових будинках // Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. збірник – К., КНУБА, 2022. – Вип. 80. – с. 191-202.
11. *Жидкова Т.В., Глеба В.Ю., Насібович А.О., Жлобніцький А.В.* Програма заходів, щодо сучасних засобів захисту цивільного населення / Український журнал будівництва та

архітектури: Наук.-техн. збірник – ДВНЗ Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, 2022. – №3 (009). – с. 52-58.
12. Liliia Gnatiuk, Hanna Novik. Metal in the design of public transport stops / MATEC WebofConferences 2018 | conference-paper DOI: 10.1051/matecconf/201817003008 EID: 2-s2.0-85049459733.
13. *L. Gnatiuk, H. Novik, M. Melnyk.* Metal and iron construction in sacral spaces haping / L.Gnatiuk, H. Novik, M. Melnyk /IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – V. 953(1). – P-p. 10. DOI: 10.1088/1757-899X/953/1/012078 ISSN: 1757-8981.
14. ДБН В.1.2-14:2018 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель і споруд– Чинний від 2019–01–01. – Київ: Мінрегіон. 2018.
15. *Волощенко О.І., Кушніренко М.Г., Черних І.В.* Удосконалення методики розрахункуконструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд для забезпечення живучості військ у сучасному збройному конфлікті / Опір матеріалі і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – с. 282-295.
16. *Єгоров Є.А., Купнєвич Л.В.* Мобільні фортифікаційні споруди з використанням габіонів// Тези доповідей всеукраїнського науково-практичного форуму «ПЕРЕМОЖЕМО – ВІДБУДУЄМО!» с./ 46-47.

REFERENCES

1. Kodeks tsyvilnoho zakhystu Ukrainy. (Civil Protection Code of Ukraine) Dokument 5403-VI, chynnyi, potochna redaktsiia – Redaktsiia vid 31.03.2023.
2. DBN V.1.2-4:2019 Inzhenerno-tekhnichni zakhody tsyvilnoho zakhystu (tsyvilnoi oborony) (Engineering and technical measures of civil protection (civil defense). – Chynnyi vid 2019-08-01. – Kyiv, Minrehion 2019.
3. DBN V.2.2-5-97 Zakhysni sporudy tsyvilnoi oborony. Budynky I sporudy (Protective structures of civil defense. Buildings and structures)– Chynnyi vid 2019-01-01. – Kyiv :Minrehion, 2018.
4. Deiaki pytannia vykorystannia zakhysnykh sporud tsyvilnoho zakhystu. (Some issues of using protective structures of civil protection) Postanova Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 10 bereznia 2017 r. № 138. Dokument 138-2017-p, chynnyi, potochnaredaktsiia – Redaktsiia vid 18.02.2023, pidstava - 134-2023-p.
5. DSTU B A.2.2-7:2010. Proektuvannia. Rozdil inzhenerno-tekhnichnykh zakhodiv tsyvilnoho zakhystu (tsyvilnoi oborony) u skladi proektnoi dokumentatsii obiektiv. Osnovni polozhennia. (Designing. Section of engineering and technical measures of civil protection (civil defense) as part of project documentation of objects. Substantive provisions)– Chynnyi vid 2010 -01-19. Kyiv :Minrehion, 2010.
6. DBN V.2.2-40-2018. Inkliuzyvnist budivel I sporud. Osnovni polozhennia. (Inclusiveness of buildings and structures. Substantive provisions) – Chynnyi vid 2019–04–01. – Kyiv.: Minrehion. 2018.
7. DBN V.2.2-15:2019 Zhytlovi budynky. Osnovni polozhennia. (Residential buildings. Substantive provisions) – Chynnyi vid 2019–12–01. – Kyiv.: Minrehion. 2019. – p. 42.
8. Metodychni rekomendatsii shchodo proektuvannia ta prystosuvannia inzhenernykh ta inshykh sporud pid protyradiatsiini ukryttia (Methodological recommendations for the design and adaptation of engineering and other structures for anti-radiation shelters) // Instytut derzhavnoho upravlinnia ta naukovykh doslidzhen z tsyvilnoho zakhystu 2021.
9. Orhanizatsiia ukryttia naselennia u fondi zakhysnykh sporud tsyvilnoho zakhystu. Vprovadzhennia inzhenerno-tekhnichnykh zakhodiv tsyvilnoho zakhystu: seriia praktychnykh poradnykiv (Organization of shelter of the population in the fund of protective structures of civil defense. Implementation of engineering and technical measures of civil protection) //O.Ia. Leshchenko, H.V. Truntsev, V.M. Mykhailov, M.V. Andriienko, V.F. Korobkin, N.M. Romaniuk, L.V. Kalynenko; za zah. red. P.B. Volianskoho, S.A. Partaliana. K. : IDU ND TsZ, 2021. Seriia 9. p. 63.
10. *Zhydkova T.V., Chepurna S.M.* Orhanizatsiia zakhystu tsyvilnoho naselennia v bahatopoverkhovykh zhytlovykh budynkakh (Organization of protection of the civilian population in high-rise residential buildings) // Mistobuduvannia ta terytorialneplanuvannia: Nauk.-tekhn. zbirnyk – K., KNUBA, 2022. – Vyp. 80. – S. 191-202.
11. *Zhydkova T.V., Hleba V.Yu, Nasibovych A.O., Zhlobnitskyi A.V.* Prohrama zakhodiv, shchodo suchasnykh zasobiv zakhystu tsyvilnoho naselennia (Program of measures regarding modern means of protection of the civilian population) // Ukrainskyizhurnalbudivnytstva ta arkhitektury: Nauk.-tekhn. zbirnyk – DVNZ Prydniprovskaderzhavnaakademiiabudivnytstva ta arkhitektury, 2022. – №3 (009). – p. 52-58

12. *Liliia Gnatiuk, Hanna Novik*. Metal in the design of public transport stops / MATEC Web of Conferences 2018 | conference-paper DOI: 10.1051/matecconf/201817003008 EID: 2-s2.0-85049459733
13. *L. Gnatiuk, H. Novik, M. Melnyk*. Metal and iron construction in sacral spaces haping / L. Gnatiuk, H. Novik, M. Melnyk /IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – V. 953(1). – P-p. 10. DOI: 10.1088/1757-899X/953/1/012078 ISSN: 1757-8981.
14. DBN V.1.2-14:2018 Systema zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivelnykh obiektiv. Zahalni pryntsypy zabezpechennia nadiinosti ta konstruktyvnoi bezpeky budivel I sporud (The system for ensuring the reliability and safety of construction objects. General principles of ensuring the reliability and structural safety of buildings and structures) Chynnyi vid 2019–01–01. – Kyiv.: Minrehion. 2018.
15. *Voloshchenko O.I., Kushnirenko M.H., Chernykh I.V*. Udoskonalennia metodyky rozrakhunku konstruktsii pokryttia zakrytykh polovykh fortyfikatsiinykh sporud dlia zabezpechennia zhyvuchosti viisk u suchasnomu zbroinomu konflikti (Improvement of the calculation methodology for covering constructions of the covered field fortifications to ensure the surviv ability of troops in a modern armed conflict) // Opir materialiv I teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K: KNUBA, 2021. – Vyp. 106.– p. 282-295.
16. *Yehorov Ye.A., Kupnievych L.V*. Mobilni fortyfikatsiini sporudy z vykorystanniam habioniv (Mobile fortification structures using gabions)(// Tezy dopovidei vseukrainskoho naukovo-praktychnoho forumu «PEREMOZHEMO– VIDBUDUIEMO!» p. 46-47.

Стаття надійшла 11.04.2023

Жидкова Т. В., Глеба В. Ю.,Гнатюк Л. Р., ЖлобніцькийА. В., ПриймаченкоО.В.

ПРИСТОСУВАННЯ ПІДВАЛЬНИХ ПРИМІЩЕНЬ БУДИНКІВ ПІД УКРИТТЯ ДЛЯ ЦИВІЛЬНОГО НАСЕЛЕННЯ

Особливістю війни росії проти України є величезна кількість загиблих серед мирного населення в перші місяці війни.

До масових втрат серед цивільного населення призводить недостатня кількість захисних споруд (сховищ, протирадіаційних укриттів, споруд подвійного призначення) їх технічний стан та доступність, а також рекомендації для укриття населення в найпростіших укриттях – цокольних або підвальних приміщеннях житлових будинків.

У визначенні терміну «найпростіше укриття» не передбачено захист населеннявід дії засобів ураження, а лише зниження їхньої дії. За визначенням нормативних документів тільки частина (більше або менше половини своєї висоти) підвальних й цокольних приміщень розміщена нижче поверхні землі й, відповідно, ці приміщення такі ж вразливі як і надземні поверхи.

Нормативні документи щодо захисту цивільного населення що стали основою державних будівельних норм України 1997 р., були розроблені в середині XX ст., а зміни, які були внесені за 25 років, не змінили параметрів і обладнання захисних споруд.

Основною метою дослідження є опрацювання заходів, які дають можливістьзабезпечення повноцінного захисту цивільного населення, не залученого в роботі критичної інфраструктури.

Поставлена мета окреслила перелік завдань дослідження, а саме зменшення кількості жертв серед цивільного населення шляхом пристосування наявних підвальних приміщень багатоповерхових будинків під укриття для захисту населення від дії звичайних засобів ураження та побічної дії сучасної зброї масового ураження (хімічної); уламків зруйнованих конструкцій будівель; повітряної ударної хвилі з розрахунковим надмірним тиском не менше ніж ΔРф =20 кПа (0,2кг/см²)

Фахівцями ГО «Ренесанс» запропоновані проєктні рішення щодо створення укриттів в підвалах наявних житлових будинків шляхом підсилення конструкцій, що огороджують підвальні приміщення.

Перераховані заходи дають можливість жителям будинків, що мешкають в містах на підконтрольній Україні території, але під постійними ракетними обстрілами, залишатись у своїх будинках та відпочивати вночі в захищеному просторі.

Ключові слова: війна, Кодекс цивільного захисту, України захист цивільного населення, найпростіші укриття, підсилення конструкцій укриття, пристосування наявних підвальних приміщень.

ZhydkovaT.V.,Hleba V. Y.,Gnatiuk L. R.,Zhlobnitsky A. V.,Priymachenko O.V.

ADJUSTMENT OF BASEMENT ROOMS OF BUILDINGS FOR SHELTER FOR THE CIVILIAN POPULATION

A feature of the russia's war against Ukraine is the huge number of casualties among the civilian population in the first months of the war.

The insufficient number of protective structures (storages, anti-radiation shelters, dual-purpose structures), their technical condition and availability, as well as recommendations for sheltering the population in the simplest shelters – basements of residential buildings – lead to mass casualties among the civilian population.

The definition of the term "simplest shelter" does not provide for the protection of the population from the effects of the means of destruction, but only the reduction of their effects. According to the definition of regulatory documents, only a part (more or less than half of its height) of basement and basement premises is located below the surface of the ground and, accordingly, these premises are as vulnerable as the above-ground floors.

Normative documents on the protection of the civilian population, which became the basis of the state building regulations of Ukraine in 1997, were developed in the middle of the 20th century, and the changes that were made in 25 years did not change the parameters and equipment of protective structures.

The main goal of the study is to development of measures that provide an opportunity to ensure full protection of the civilian population not involved in the work of critical infrastructure.

The set goal outlined a list of research tasks, namely, reducing the number of victims among the civilian population by adapting the existing basements of multi-story buildings for shelter to protect the population from the effects of conventional means of destruction and the side effects of modern weapons of mass destruction (chemical); fragments of destroyed building structures; of an air shock wave with an estimated excess pressure of not less than $\Delta P\phi = 20$ kPa (0.2 kg/cm²)

Specialists of the "Renaissance" NGO proposed project solutions for creating shelters in the basements of existing residential buildings by strengthening the structures enclosing the basements.

The listed measures enable the residents of houses living in cities on the territory controlled by Ukraine, but under constant rocket fire, to stay in their houses and rest at night in a protected space.

Keywords: war, Civil Defense Code, Ukraine's protection of the civilian population, the simplest shelters, reinforcement of shelter structures, adaptation of existing basements.

УДК 699.85

Жидкова Т.В., Глеба В.Ю., Гнатюк Л.Р., Жлобніцький А.В., Приймаченко О.В. **Пристосування підвальних приміщень будинків під укриття для цивільного населення** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 483 – 495.

Запропоновано проєктні рішення щодо створення укриттів в підвалах наявних будинків шляхом підсилення конструкцій, що огороджують підвальні приміщення.

Табл. 0. Іл. 4. Бібліогр. 16назв.

UDC 699.85

Zhydkova T.V., Hleba V.Y., Gnatiuk L.R., Zhlobnitsky A.V., Priymachenko O.V. **Adjustment of basement rooms of buildings for shelter for the civilian population** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific – Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 483-495.

Design solutions for creating shelters in the basements of existing buildings by strengthening the structures enclosing the basements are proposed.

Tabl. 0. Fig. 4. Ref. 16.

Автор: доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри комп'ютерних технологій дизайну і графіки Національного авіаційного університету Жидкова Тетяна Володимирівна

Адреса робоча: 03058 Україна, м. Київ, проспект Л. Гузара, 1, Національний авіаційний університет

Конт. тел.: +380 67-570-41-50

E-mail: tavlz@ukr.net, tetiana.zhydkova@npp.nau.edu.ua

ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7903-7073

Автор: доцент, к.н. держ.упр., доцент кафедри дизайну середовища Глеба Віктор Юрьєвич
Адреса робоча: 01103 Україна, м. Київ, вул. Михайла Бойчука, 32, Київська державна академія декоративно-прикладного мистецтва і дизайну ім. Михайла Бойчука
Конт. тел.: *+38 067 135-03-20*
E-mail: victor.gleba@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0009-0002-5713-9815

Автор: доцент, кандидат архітектури, доцент кафедри комп'ютерних технологій дизайну і графіки Національного авіаційного університету Гнатюк Лілія Романівна
Адреса робоча: 03058 Україна, м. Київ, проспект Л. Гузара, 1, Національний авіаційний університет
Конт. тел.: +38(096) 802-53-43
E-mail: gnatyuk.liliya@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-5853-9429

Автор: Головний конструктор ТОВ «Експреспроектбуд» Жлобніцький Антон Васильович
Адреса робоча: 65091 Україна, м. Одеса, вул. Комітетська, 14, каб. 208
Конт. тел+380 97 644 82 54
E-mail: konstrukt.od@gmail.com

Автор: кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри міського будівництва Київського національного університету будівництва і архітектури Приймаченко Олексій Віталійович
Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури
Робочий тел.: +38(044) 245-42-04
мобільний тел.: +38(067) 266-81-97
E-mail: pryimachenko.ov@knuba.edu.ua
ORCIDID: https://orcid.org/0000-0001-5125-8472

УДК 539.4

ПРО ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІЇВ МІЦНОСТІ АНІЗОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ

С.О. Пискунов,
д-р техн. наук, професор

Т.А. Бахтаваршоєв

К.І. Самофал

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім..Ігоря Сікорського»
03056, м.Київ, Берестейський просп., 37

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.496-506

Проведено огляд критеріїв міцності анізотропних матеріалів і даних про достовірність їх застосування при визначенні задач несучої здатності композитних матеріалів. Наведені дані свідчать, що для адекватного вибору критерію міцності необхідно ураховувати структуру матеріалу, розглядаючи окремо шаруваті і армовані композиційні матеріали, вид напруженого стану та характер прикладання навантаження (стале або циклічне).

Ключові слова:композитні матеріали, анізотропія, критерії міцності, руйнування.

Вступ. Композитні матеріали набувають все більш широкого застосування в різних галузях техніки, що обумовлено їх високою ефективністю з точки зору забезпечення міцності і співвідношення ваги конструкцій до величин корисного навантаження на неї. Однією з відмінних властивостей композитних матеріалів є їх анізотропія, що дозволяє, зокрема, максимально використовувати їх міцністні властивості. Завдяки новим технологіям, зокрема 3-D друку, з'являються нові можливості цілеспрямованого формування структури композитних матеріалів і їх властивостей. Важливим питанням при цьому є забезпечення міцності, яка визначається в залежності від структури композиту в цілому та механічних характеристик його окремих компонентів.

Відомі критерії міцності ґрунтуються на значній кількості експериментальних випробувань та теоретичних досліджень. Більшість з них, які передбачають однакові властивості матеріалів в умовах стиску і розтягу одержано шляхом узагальнення класичних теорій міцності і пластичності ізотропних тіл. До таких критеріїв відносяться критерії Гольденблата-Копнова, Мізеса–Хілла, Норіса–Мак-Кінена, Маріна–Ху, Фішера та інші. В роботі [9] розроблено критерій міцності анізотропних пластичних матеріалів, окремими випадками якого є умови Мізеса–Хілла і Кулона для анізотропних тіл [8]. Варто зауважити, що розробка критеріїв міцності анізотропних матеріалів інтенсивно триває впродовж останніх 50 років, що відображено у статті [14].

Перелік і огляд перелічених та інших критеріїв і певні загальні рекомендації щодо їх використання наведені, наприклад, в роботах [11,

© Пискунов С.О., Бахтаваршоєв Т.А., Самофал К.І.

14]. В статті [14] також виконана певна класифікація критеріїв на основі величин, що становлять основу для формування критеріальних виразів іпроведений аналіз можливостей, переваг і недоліків критеріїв.

Загальні питання міцності композитних матеріалів, і, зокрема побудови критеріїв їх несучої здатності при статичних і циклічних навантаженнях розглянуті у [4].

Порівняння розрахункових і експериментальних результатів свідчать, що розрахунки, отримані на основі відомих критеріїв граничного стану, як правило, добре узгоджуються з експериментальними даними в певній області напружених станів і тільки для певної групи матеріалів [8], зокрема структури матеріалу. Так, при виборі критерію міцності, з точки зору структури варто розглядати окремо шаруваті і армовані композиційні матеріали, а з точки зору навантаження – статичний або циклічний характер його прикладання.

В даній роботі проведено огляд відомих критеріїв міцності анізотропних матеріалів і аналізу достовірності їх використання при тих чи інших умовах. При цьому, додатково до класифікації критеріїв, запропонованої у [14] в даній роботі проведено розділення критеріїв в залежності від урахування ними пошкоджень матеріалу, накопичених під дією навантажень.

Критерії міцності непошкоджених анізотропних матеріалів. При прикладанні сталих навантажень вибір критеріїв обумовлюється насамперед структурою матеріалів та урахуванням в критеріальному виразі різного опору матеріалу розтягу і стиску.

У випадку шаруватих композиційних матеріалів (КМ) оцінка міцності здійснюється із використанням двох підходів. Перший ґрунтується на проведенні оцінки міцності кожного шару та відповідного висновку про міцність всього пакету. Другий передбачає визначення міцності всього пакету шарів при його розгляді як умовно однорідного анізотропного матеріалу із деякими характеристиками міцності [7]. Найбільш розповсюдженими в таких оцінках є критерії Мізеса і Гольденблата-Копнова.

Критерій Мізеса-Хілла в загальному випадку тривимірного напруженого стану має вигляд:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{xxa}^2}+\frac{1}{\sigma_{yya}^2}-\frac{1}{\sigma_{zza}^2}\right)\left(\sigma_{xx}-\sigma_{yy}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{yya}^2}+\frac{1}{\sigma_{zza}^2}-\frac{1}{\sigma_{xxa}^2}\right)\times$$
$$\times\left(\sigma_{yy}-\sigma_{zz}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{zza}^2}+\frac{1}{\sigma_{xxa}^2}-\frac{1}{\sigma_{yya}^2}\right)\left(\sigma_{zz}-\sigma_{xx}\right)^2+$$
$$+\frac{1}{\tau_{xya}^2}\tau_{xy}^2+\frac{1}{\tau_{yza}^2}\tau_{yz}^2+\frac{1}{\tau_{xza}^2}\tau_{xz}^2=1,$$

де тут і далі σ_{ii} і τ_{ij} – діючі компоненти напружень, в напрямках, що збігаються з вісями i і j, σ_{iia} і τ_{ija} – величини межі міцності на розтяг вздовж вісі i та межа міцності при зсуві в площині iOj відповідно.

Зауважимо, що позначення, використані в даній статті для діючих компонент напружень і механічних характеристик композитного матеріалу, подекуди не збігаються з оригінальними, що використані у наукових публікаціях, на які зроблені відповідні посилання. На наш погляд це дозволяє скласти краще уявлення про використання та урахування в критеріальних виразах тих чи інших характеристик матеріалу.

Для односпрямованих волокнистих композитних матеріалів при плоскому напруженому стані цей вираз може бути спрощений і використаний у вигляді [6]:

$$\frac{\sigma_{xx}^2}{\sigma_{xxa}^2}-\frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{\sigma_{xxa}^2}+\frac{\sigma_{yy}^2}{\sigma_{yya}^2}+\frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{xya}^2}=1\,.$$

Зауважимо, що цей критерій не ураховує різний опір матеріалу розтягу і стиску. Разом з тим в певних випадках він дозволяє описати несучу здатність волокнистого армованого композитного матеріалу в доволі широкому діапазоні зміни характеристик армування. Це, зокрема, показано в роботі [17], де показано задовільний збіг результатів з експериментальними даними в умовах розтягу для композитного матеріалу, виготовленого шляхом 3-D друку при різних кутах орієнтації армуючого графітного волокна (0°, 15°, 30°, 45°, 60°,75°, 90°) та із різними товщинами шару. Зважаючи на необхідність урахування розташування армуючих волокон, зазначений критерій в цій публікації було використано у вигляді:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{1ap}}+\frac{\sigma_2^2}{\sigma_{2ap}}-\frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_{1ap}}+\frac{\tau_{12}^2}{\tau_{12a}^2}=1,$$

де $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$ – напруження, що виникають в системі координат, прив'язаній до кута армування композиту і орієнтованій під кутом до напрямку діючого розтягую чого напруження.

Ще одним критерієм міцності, який передбачає однакові межі міцності матеріалу на розтяг і стиск є критерій Фішера, який додатково ураховує різні деформаційні властивості матеріалу у різних напрямках завдяки введенню в рівняння відповідних констант – модуля пружності і коефіцієнта Пуассона [15]:

$$\frac{\sigma_{xx}^2}{\sigma_{xxa}^2}-\frac{1}{2}K\frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{\sigma_{xxa}\sigma_{yya}}+\frac{\sigma_{yy}^2}{\sigma_{yya}^2}+\frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{xya}^2}=1\,,$$

$$K=\frac{E_x(1+\mu_{yx})+E_y(1+\mu_{xy})}{\sqrt{E_xE_y(1+\mu_{yx})(1+\mu_{xy})}}.$$

Цей критерій надає занижені значення руйнуючих напружень, а отже забезпечує певний запас міцності.

Для більшості сучасних композитних матеріалів умова рівноміцності при розтягу і стиску виконується доволі рідко. Крім наведених вище до таких критеріїв відноситься ще критерій Ашкеназі [1]. Такі критерії

скоріше використовуються для розвязання задач міцності композитів при однорідному напруженому стані. Більшого практичного застосування набули критерії, що ураховують різний опір композитного матеріалу розтягу і стиску.

Узагальненням критерію Мізеса-Хілла для цього випадку є критерій О. Хофмана [16], який для випадку плоского напруженного стану має вигляд:

$$\frac{(\sigma_{xx}^2-\sigma_{xx}\sigma_{yy})}{\sigma_{xxap}\sigma_{xxac}}+\frac{\sigma_{yy}^2}{\sigma_{xxap}\sigma_{xxac}}+\frac{(\sigma_{xxac}-\sigma_{xxap})\sigma_{xx}}{\sigma_{xxap}\sigma_{xxac}}+$$

$$+\frac{(\sigma_{yyac}-\sigma_{yyap})\sigma_{xx}}{\sigma_{yyap}\sigma_{yyac}}+\frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{xya}^2}=1,$$

де, додатково до раніше застосованих позначень, зокрема індексу «*a*», що відзначає величини межі міцності, індекс «*p*» або «*c*» при компонентах нормальних напружень відзначає межу міцності при розтягу або стиску відповідно вздовж вісі i.

Критерій Гольденблата-Копнова [5] у розгорнутій формі має вигляд:

$$\Pi_{11}\sigma_{11}+\Pi_{22}\sigma_{22}+\Pi_{33}\sigma_{33}+\Big(\Pi_{1111}\sigma_{11}^2+\Pi_{2222}\sigma_{22}^2+\Pi_{3333}\sigma_{33}^2+$$

$$+\Pi_{1122}\sigma_{11}\sigma_{22}+\Pi_{1133}\sigma_{11}\sigma_{33}+\Pi_{2233}\sigma_{22}\sigma_{33}+$$

$$+4\Pi_{1212}\tau_{12}^2+4\Pi_{1313}\tau_{13}^2+4\Pi_{2323}\tau_{23}^2\Big)^{1/2}-1=0,$$

де Π_{ij} і Π_{ijkl} − компоненти тензорів міцності, які визначаються за формулами:

$$\Pi_{ii}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{iiap}}-\frac{1}{\sigma_{iiac}}\right);\quad \Pi_{iiii}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sigma_{iiap}}+\frac{1}{\sigma_{iiac}}\right);\quad \Pi_{ijij}=\frac{1}{4{\tau_{ij}}^2};$$

$$\Pi_{iijj}=\frac{1}{8}\left[\left(\frac{1}{\sigma_{iiap}}+\frac{1}{\sigma_{iiac}}\right)^2+\left(\frac{1}{\sigma_{jjap}}+\frac{1}{\sigma_{jjac}}\right)^2-\left(\frac{1}{\tau_{ija45}}+\frac{1}{\overline{\tau_{ija45}}}\right)^2\right],$$

де τ_{ija45} і $\overline{\tau_{ija45}}$ − межі міцності при зсуві в основному і діагональному напрямках.

При використанні цього критерію для оцінки міцності пакету шарів в якості напружень і меж міцності вздовж координат використовують усереднені значення діючих і руйнуючих напружень в пакеті. При пошаровій оцінці міцності матеріалу ці напруження потрібно розглядати в місцевій системі координат кожного шару, яка пов’язана з напрямком його армування і повернута на певний кут відносно основної системи координат. Проведене в роботі [7] співставлення форм межових кривих для пакету і внутрішньої огинаючої межових кривих для шарів, отриманих за цими двома критеріями свідчить, що у випадку використання критерію Мізеса-Хілла спостерігається значна відмінність, яка є максимальною для

структури, отриманої при повороті шарів на 45°. Критерій Гольденблата-Копнова забезпечує набагато кращий збіг, а для структури з поворотом шарів на 45° зазначені криві збігаються. Це обумовлено урахуванням у критерії Гольденблата-Копнова двох додаткових характеристик міцності при зсуві матеріалу, повернутого на кут 45°. В той же час в статті відзначено, при завантаженні нормальними напруженнями лише в одному напрямку і зсувом, результати добре узгоджуються при використанні обидвох зазначених критеріїв.

Ще один критерій, який дозволяє ураховувати різний опір композиційного матеріалу розтягу і стиску – критерій [18]:

$$\sigma_{xx}\left(\frac{1}{\sigma_{xxap}}-\frac{1}{\sigma_{xxac}}\right)+\sigma_{yy}\left(\frac{1}{\sigma_{yyap}}-\frac{1}{\sigma_{yyac}}\right)+\sigma_{zz}\left(\frac{1}{\sigma_{zzap}}-\frac{1}{\sigma_{zzac}}\right)+$$
$$+\frac{\sigma_{xx}^2}{\sigma_{xxap}\sigma_{xxac}}+\frac{\sigma_{yy}^2}{\sigma_{yyap}\sigma_{yyac}}+\frac{\sigma_{zz}^2}{\sigma_{zzap}\sigma_{zzac}}+\frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{xya}^2}+\frac{\tau_{xz}^2}{\tau_{xza}^2}+\frac{\tau_{yz}^2}{\tau_{yza}^2}-$$
$$-F_{xy}\sigma_{xx}\sigma_{yy}-F_{xz}\sigma_{xx}\sigma_{zz}-F_{yz}\sigma_{yy}\sigma_{zz}=1,$$

де $F_{ij}=1\Big/\sqrt{\sigma_{iiap}\sigma_{iiac}\sigma_{jjap}\sigma_{jjac}}$, $i,j=x,y,z,\ i\neq j$.

Заміною константи F_{ij} на інший, дещо складніший вираз вигляду

$$F_{ij}=\frac{1}{\sigma_{iiap}\sigma_{iiac}}+\frac{1}{\sigma_{jjap}\sigma_{jjac}}-\frac{\sigma_{iiap}\sigma_{iiac}\sigma_{jjap}\sigma_{jjac}}{\sigma_{xxap}\sigma_{xxac}\sigma_{yyap}\sigma_{yyac}\sigma_{zzap}\sigma_{zzac}},$$
$$i,j=x,y,z,\ i\neq j$$

на основі виразу критерію Цая-Ву можна отримати вираз для критерію Хофмана.

В статті [13] два останніх співвідношення записані в циліндричній системі координат, що обумовлено особливістю форми розглядуваного об'єкта (композитних циліндрів). Тут відповідні характеристики напруженого стану і міцності взяті в декартовій системі координат. В зазначеній статті проведено аналіз можливостей використання і критеріїв Цая-Ву, Хофмана, Ашкеназі, а також запропонованого авторами модифікованого критерію, який додатково ураховує напруження розтягу під кутом 45° до головних вісей анізотропії. Сформульовано низку правил, яких потрібно дотримуватись, обираючі критерій міцності для композиту. Зокрема відзначено, що для деяких матеріалів жоден з чотирьох проаналізованих критеріїв не є придатним, а в деяких випадках, навіть при задовільненні декількох критеріям сформульованим правилам, отримані з їх використанням результати можуть відрізнятись в декілька разів.

Ще один критерій, наведений в статті [14] і названий авторами «Northwestern University (NU) criteria» (згідно назви установи, де він був розроблений у 2008 р.) ураховує різний характер руйнування матеріалу внаслідок різного співвідношення між діючими в різних напрямках напруженнями і формулюється у вигляді серії виразів, які мають однакову структуру, а конкретизація залежить від вигляду напруженого

стану. Наприклад, для випадку трансверсального руйнування ($|\sigma_{22}| \geq |\sigma_{33}|$) з переважною дією розтягу ($|\sigma_{22}| \geq |\tau_{12}|$ або $|\sigma_{22}| \geq |\tau_{23}|$ та $\sigma_{22} \geq 0$) пропонується наступний вираз:

$$F_{2t} = \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22ap}} + \left(\frac{E_{22}}{2G_{12}}\right)^2 \left(\frac{\tau_{12}}{\sigma_{22ap}}\right)^2 + \left(\frac{E_{22}}{2G_{23}}\right)^2 \left(\frac{\tau_{23}}{\sigma_{22ap}}\right)^2 \leq 1.$$

Аналогічно сформульовані критеріальні рівняння для переважної дії стиску та зсуву у різних напрямках. Відзначається, що цей критерій має доволі прості вирази, дозволяє урахувати взаємодію між нормальними та зсувними напруженнями в площині, але дає консервативний прогноз руйнування волокон і матриці при розтягу.

Різноманітність та частота використання в практичних застосуваннях критеріїв міцності анізотропних матеріалів проаналізована в статті [11]. Найбільш згадуваними, згідно здійсненому автором аналізу даних, наведених у Google Scholar, є критерії Прагера, Ву, Цай-Ву та Хоффмана, решта критеріїв мають істотно менше застосування. При розгляді критеріїв автори звертають увагу на здатність критеріїв до опису двох груп матеріалів – зі слабкою асиметрією та зі сильною асиметрією характеристик міцності. Загалом в статті проаналізовано критерії міцності Ашкеназі, Мізеса, Маріна-Ху, Прагера, Норіса-Мак-Кінена, Хілла, Хілла-Цая, Цая-Ву, Хоффмана, Норріса, Фішера, Захарова, Малмейстра та Гольденблата-Копнова. За результатами такого аналізу встановлено, що умови міцності для матеріалів зі слабкою асиметрією меж міцності у напрямках структурної симетрії (зокрема Мізеса, Маріна-Ху, Норіса-Мак-Кінена, Хілла, Фішера) є непридатними для опису поверхонь міцності матеріалів зі сильною асиметрією меж міцності, які добре апроксимуються зокрема критерієм Гольденблата-Копнова [11]. Там також відзначається також, що у випадку складного напруженого стану і загальної різноспрямованої анізотропії властивостей можна сформулювати критерій, який описується поліноміальними рівняннями другого та вищих степенів:

$$\sum_{i,k} L_{ik}\sigma_{ik} + \sum_{i,k,n,m} L_{iknm}\sigma_{ik}\sigma_{nm} + \sum_{i,k,n,m,p,q} L_{iknmpq}\sigma_{ik}\sigma_{nm}\sigma_{pq} - 1 = 0,$$

де $L_{ik}, L_{iknm}, L_{iknmpq}$ – компоненти тензорів міцності другого, четвертого або восьмого рангів відповідно.

Практична реалізація такого рівняння має істотні складнощі, які збільшуються зі зростанням ступенем полінома і обумовлено зростанням кількості коефіцієнтів (компонентів тензорів міцності) при компонентах тензора напружень. Так, при використанні поліномів першого степеня необхідно визначити шість коефіцієнтів, а для поліномів другого, третього та четвертого степенів відповідно 42, 258 та 1554 коефіцієнти [3].

Критерії міцності композитних матеріалів, побудовані з урахуванням накопичення пошкоджень. Одним з шляхів побудови критерію міцності, який ураховує зміну фізико-механічних властивостей матеріалу, яка може відбуватись як під дією статичних так і циклічних

навантажень, є концепція ефективних напружень, які змінюються з часом внаслідок накопичення пошкодженості матеріалу. Ця концепція, сформульована первісно стосовно задач повзучості в роботах Л.Качанова та Ю.Работнова (наприклад [12]), передбачає введення до розгляду ефективних напружень $\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / (1 - D)$, які пов'язуються з дійсними напруженнями із використанням параметра пошкодженості D, що змінюється в ході деформування від 0 до 1. Ці підходи, що склали окремий розділ механіки деформівного твердого тіла – механіку континуального руйнування – отримали ґрунтовне експериментальне підтвердження і розповсюджені на широке коло задач деформування і руйнування однорідних ізотропних матеріалів при дії статичних і циклічних навантажень, а також на задачі, що потребують урахування анізотропії накопичення пошкоджень в умовах складного напруженого стану.

В статті [2] показано, що на сьогодні відсутній метод прогнозування стадії розсіяного руйнування композиційних матеріалів з врахуванням анізотропії механічних властивостей, а також не обґрунтовано вибір параметра пошкоджуваності. Для вибору і обґрунтування критерію руйнування з врахуванням параметрів пошкоджуваності та анізотропії використано феноменологічний підхід та основні положення термодинаміки незворотніх процесів і параметр пошкоджуваності Качанова-Работнова. Проведено порівняння двох енергетичних підходів, які базуються на гіпотезі додаткових напружень та термодинаміки незворотніх процесів. На основі проведеного комплексу експериментальних досліджень для пропорційних та непропорційних траєкторій циклічного навантаження в умовах плоского напруженого стану встановлено рівноцінність цих підходів для прогнозування міцності. Показано, що для розрахунку довговічності елементів конструкцій необхідно враховувати порогове значення параметра пошкоджуваності на рівні границі витривалості композитного матеріалу та сформульовано вирази для критерію Мізеса, але з урахуванням параметра пошкодженості матеріалу.

В роботі [10], використовуючи припущення про зв'язок швидкості накопичення пошкодженості з енергією деформування, для випадку багатоциклового навантаження запропоновано записати кінетичне рівняння пошкодженості у наступному вигляді:

$$\frac{dD}{dN} = m \cdot k(R) \cdot \left(W_{e\max}\right)^n = m \cdot k(R) \cdot \left(\frac{1}{2}\frac{\sigma_{ij}}{(1-D)}\varepsilon_{ij}\right)^n = m \cdot k(R) \cdot \left(\frac{C_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{ij}}{2(1-D)}\right)^n,$$

де m і n – константи матеріалу, які визначаються за результатами експериментальних випробувань на втомне руйнування і залежать в тому числі від структури композита, зокрема способу його армування і орієнтації армування відносно напрямку діючого навантаження; N – кількість циклів навантаження, $k(R)$ – функція, яка залежить від

параметру цикла $R = \sigma_{1\min} / \sigma_{1\max}$, для симметричного циклу $k(R) = 1$; C_{ijkl} – тензор пружних констант непошкодженого композиту.

Отримане таким чином рівняння пошкодженості може бути про інтегровано чисельно або в замкненому вигляді, що дозволить визначити кількість циклів до руйнування *N*.

Висновки. Питання вибору критеріїв міцності для анізотропних матеріалів не має єдиного універсального вирішення. Разом з тим, накопичений впродовж тривалого часу досвід дозволив сформулювати низку рекомендацій, наприклад [11, 14]. При цьому спеціальна експериментальна і розрахункова перевірка є потрібною для часткових випадків. Зважаючи на значну кількість критеріїв для випадку статичних навантажень, для здійснення кінцевих висновків про несучу здатність композиту варто проводити оцінку за декількома критеріями і обирати найбільш консервативний результат. Цей підхід є доцільним також і зважаючи на те, що переважна частина критеріїв, використовуваних в розрахунковій практиці не ураховують накопичення пошкоджень, які можуть суттєво зменшувати показники міцності. Розробка таких критеріїв потребує проведення додаткових спеціальних експериментальних досліджень, але є перспективною з точки зору уточнення отримуваних висновків щодо несучої здатності виробів з композитних матеріалів при різному характері прикладання зовнішніх навантажень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Ашкенази Е.К., Ганов Э.В.* Анизотропия конструкционных материалов. Справочник. – Л. Машиностроение, 1980. – 247 с.
2. *Бобир М.*І. Критерій граничного стану композиційних матеріалів // Mechanics and Advanced Technologies. – 2022. – Vol. 6, No. 3. – P.229-236.
3. *Божидарник В.В., Сулим Г.Т.* Елементи теорії пластичності та міцності. – Львів, Світ. – 1999.
4. *Божидарнік В.В., Андрейків О.Е., Сулим Г.Т.* Механіка руйнування, міцність і довговічність неперервно армованих композитів: монографія у 2-х т. – Львів, 2007.
5. *Гольденблат І.І., Копнов В. А., Бажанов В.Л.* Длительная прочность в машиностроении . – М.: Машиностроение, 1977. – 460 с.
6. *Гребенюк С.Н. Мелащенко О.П.* Использование различных критериев для оценки прочности волокнистых композитов // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – 2012, Випуск 3(32). – С.134-136.
7. *Карпов Я.С., Ставиченко В.Г.* Сравнительный анализ подходов к оценке прочности слоистых композиционных материалов // Проблемы прочности. – 2008, № 4. – С.36-42.
8. *Ковальчук Б.І., Кулік О.В.* Критерій граничного стану пластичних анізотпропних // Вісник КПІ: серія «Машинобудування». - № 63, 2011. – С.6-9.
9. *Лебедев А.А.,Ковальчук Б. И., Гигиняк Ф. Ф., Ламашевский В. П.* Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии / Под общ. ред. А. А. Лебедева. - Киев: Издательский дом “Ин Юре”, 2003. - 540 с.
10. *Моваггар А., Львов Г.И.* Энергетическая модель усталостной прочности композиционных материалов // Тематический выпуск Вестника НТУ «ХПИ» «Динамика и прочность машин». – Х.: НТУ «ХПИ», 2010. – № 37. – С. 111-122.
11. *Поберейко С.Б., Яковенко А.А., Мисик М.М., Кунинець Ю.П.* Порівняльний аналіз результатів теоретичних досліджень граничного напруженого стану анізотропних матеріалів // Науковий вісник НЛТУ. – №27(9) – С.128-132.
12. *Работнов Ю.*Н. Ползучесть элементов конструкций. – М: Наука, 1966. – 752 с.

13. *Ромащенко В.А.* Оценка прочности композитных и металлокомпозитных цилиндров при импульсном нагружении. Сообщение 1. Правила выбора и сравнительный анализ различных критериев прочности анизотропных материалов // Проблемы прочности. – 2012 . – №4 . – С.42-57.
14. *Чжэн Цз., Махарадж К., Лю Цз., Чай Х., Лю Х., Деар Дж. П.* Сравнительное изучение критериев разрушения для предсказания начала повреждения в волокнисто-армированных композитах // Механика композитных материалов.— 2022. — Т. 58, № 1. — С. 175—196.
15. *Fisher H.* How to predict structural behavior of R.P. Laminates. – Mod. Plast., 1960. – № 6. – P. 65-68.
16. *Onkar A. K., Upadhyay C. S., and Yadav D.* Probabilistic failure of laminated composite plates using the stochastic finite element method // Comp. Struct. – 2007. – 77. – P. 79 – 91.
17. Shukaev S., Rubashevskyi V. Effect of constructive parameters on tensile strength of 3D-printed PLA-graphite composite // ACTA TECHNICA NAPOCENSIS-Series: APPLIED MATHEMATICS, MECHANICS, and ENGINEERING. – Vol.65. – 2022. – P.239-244.
18. *Tsai S.W., Wu E.M.* A general theory of strength for anisotropic materials // J.Comp.Mater. – 1971 – Vol.5. – P.58-80.

REFERENCES

1. *Ashkenazy Ye.K., Hanov E.V.* Anyzotropyia konstruktsyonnykh materyalov. Spravochnyk. [Anisotropy of structural materials. Directory]– L. Mashynostroenye, 1980. – 247 p. [in Russian].
2. *Bobyr M.I.* Kryterii hranychnoho stanu kompozytsiinykh materialiv [Criterion of the limit state of composite materials] // Mechanics and Advanced Technologies. – 2022. – Vol. 6, No. 3. – P.229-236 [in Ukrainian].
3. *Bozhydarnyk V.V., Sulym H.T.* Elementy teorii plastychnosti ta mitsnosti. [Elements of the theory of plasticity and strength]– Lviv, Svit. – 1999. [in Ukrainian].
4. *Bozhydarnik V.V., Andreikiv O.E., Sulym H.T.* Mekhanika ruinuvannia, mitsnist i dovhovichnist neperervno armovanykh kompozytiv: monohrafiia.[Fracture mechanics, strength and durability of permanently reinforced composites: monograph] – Lviv, 2007. [in Ukrainian].
5. *Goldenblat, I. I., Bazhanov, V. L., Kopnov, V. A.* Dlitelnaya prochnost v mashinostroyenii [Long-term strength in mechanical engineering]. − Moscow: Mashinostroyeniye, 1977. – 460 p. [in Russian].
6. *Hrebeniuk S.N. Melashchenko O.P.* Yspolzovaye razlychnykh kryteryev dlia otsenky prochnosty voloknystikh kompozytov [Using of Different Criteria to Evaluate the Strength of Fiber Composites] // Collection of scientific works of Kharkiv Air Force University. – 2012, Issue 3(32). – P.134-136. [in Russian].
7. *Karpov Ya.S., Stavychenko V.H.* Sravnytelnyi analyz podkhodov k otsenke prochnosty sloystykh kompozytsyonnykh materyalov [Comparative analysis of approaches to assessing the strength of layered composite materials] // Strength of materials. – 2008, № 4. – PP.36-42. [in Russian].
8. *Kovalchuk B.I., Kulik O.V.* Kryterii hranychnoho stanu plastychnykh anizotropnykh materialiv [Criterion of the limiting state of plastic anisotropy materials] // Bulletin of KPI: "Mechanical Engineering" series. - No. 63, 2011. – PP.6-9. [in Russian].
9. *Lebedev A.A.,Kovalchuk B. Y., Hyhyniak F. F., Lamashevskyi V. P.* Mekhanycheskye svoistva konstruktsyonnykh materyalov pry slozhnom napriazhennom sostoianyy [Mechanical properties of structural materials under complex stress state] / Under the municipality ed. A. A. Lebedev. - Kyiv: "In Yure" Publishing House, 2003. – 540 p. [in Russian].
10. *Movahhar A., Lvov H.Y.* Enerhetycheskaia model ustalostnoi prochnosty kompozytsyonnykh materyalov [Energy model of fatigue strength of composite materials] // Thematic issue of the Bulletin of the NTU "Khpy" "Dynamics and strength of machines". – Kh.: NTU "Khpy", 2010. – No.37. – PP. 111-122. [in Russian].
11. *Pobereiko S.B., Yakovenko A.A., Mysyk M.M., Kunynets Yu.P.* Porvnialnyi analiz rezultativ teoretychnykh doslidzhen hranychnoho napruzhenoho stanu anizotropnykh materialiv [Comparative analysis of the results of theoretical studies of the ultimate stress state of anisotropic materials] // Scientific Bulletin of UNFU – No. 27(9). - P. 128-132. [in Russian].
12. *Rabotnov Yu.N.* Polzuchest elementov konstruktsyi [Creep of structural elements].– Moscow: Nauka, 1966. – 752 p. [in Russian].

13. *Romashchenko V.A.* Otsenka prochnosty kompozytnыkh y metallokompozytnыkh tsylyndrov pry ympulsnom nahruzhenyy. Soobshchenye 1. Pravyla vybora y sravnytelnyi analyz razlychnykh kryteryev prochnosty anyzotropnykh materyalov [Evaluation of the strength of composite and metal-composite cylinders under impulse loading. Message 1. Selection rules and comparative analysis of various strength criteria of anisotropy materials] // Strength of materials. - 2012 . – №4 . – PP.42-57. [in Russian].
14. Zheng J., Maharaj C., Liu J., Chai H., Liu H., Dear. J. P. Sravnytelnoe yzuchenye kryteryev razrushenyia dlia predskazanyia nachala povrezhdenyia v voloknysto-armyrovannykh kompozytakh [Comparative study of failure criteria for predicting the onset of damage in fiber-reinforced composites] // MECHANICS OF COMPOSITE MATERIALS. – 2022. – Vol. 58, No.1. – P.175– 196.
15. *Fisher H.* How to predict structural behavior of R.P. Laminates. – Mod. Plast., 1960. – № 6. – P. 65-68.
16. *Onkar A. K., Upadhyay C. S., and Yadav D.* Probabilistic failure of laminated composite plates using the stochastic finite element method // Comp. Struct. – 2007. – 77. – P. 79 – 91.
17. *Shukaev S., Rubashevskyi V.* Effect of constructive parameters on tensile strength of 3D-printed PLA-graphite composite // ACTA TECHNICA NAPOCENSIS-Series: APPLIED MATHEMATICS, MECHANICS, and ENGINEERING. – Vol.65. – 2022. – P.239-244.
18. *Tsai S.W., Wu E.M.* A general theory of strength for anisotropic materials // J.Comp.Mater. – 1971 – Vol.5. – P.58-80.

Стаття надійшла 11.06.2023

Пискунов С.О., Бахтаваршоєв Т.А., Самофал К.І.

ПРО ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІЇВ МІЦНОСТІ АНІЗОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ

Однією з відмінних властивостей композитних матеріалів є їх анізотропія, що дозволяє, зокрема, максимально використовувати їх міцнісні властивості. Завдяки новим технологіям, зокрема 3-D друку, з'являються нові можливості цілеспрямованого формування структури композитних матеріалів і їх властивостей. Важливим питанням при цьому є забезпечення міцності, яка визначається в залежності від структури композиту в цілому та механічних характеристик його окремих компонентів. В статті провдено огляд відомих критеріїв міцності (Гольденблата-Копнова, Мізеса–Хілла, Фішера, Хофмана, Цая-Ву та інших), зв'язку між ними та даних про достовірність застосування при тих чи інших умовах навантажень. Частина з них передбачають однакові властивості матеріалів в умовах стиску і розтягу та одержано шляхом узагальнення класичних теорій міцності і пластичності ізотропних тіл. Більшого практичного застосування набули критерії, що ураховують різний опір композитного матеріалу розтягу і стиску, що є притаманним багатьом композитним матеріалам. При виборі критерію міцності, з точки зору структури варто розглядати окремо шаруваті і армовані композиційні матеріали, а з точки зору навантаження – статичний або циклічний характер його прикладання. Перелічені вище критерії не ураховують накопичення пошкоджень у матеріалі, які виникають під дією зовнішніх навантажень. Кількість таких відомих критеріїв є обмеженою, оскільки на сьогодні відсутній метод прогнозування стадії розсіяного руйнування композиційних матеріалів з врахуванням анізотропії механічних властивостей, а також не обгрунтовано вибір параметра пошкоджуваності. Зазначається перспективність розробки таких критеріїв для уточнення отримуваних висновків щодо несучої здатності виробів з композитних матеріалів при різному характері прикладання зовнішніх навантажень.

Ключові слова: композитні матеріали, анізотропія, критерії міцності, руйнування.

Pyskunov S.O., Bakhtavarshoev T.A., Samofal K.I.

ON THE USE OF STRENGTH CRITERIA OF ANISOTROPIC MATERIALS

One of the distinctive properties of composite materials is their anisotropy, which allows, in particular, to use of their strength properties maximum. Thanks to new technologies, in particular 3-D printing, there are new opportunities for purposeful formation of the structure of composite materials and their properties. An important issue here is ensuring strength, which is determined depending on the structure of the composite as a whole and the mechanical characteristics of its individual components. The article reviews well-known strength criteria (Goldenblatt-Kopnov, Mises-Hill, Fisher, Hoffman, Tsai-Wu, and others), the relationship between them, and data on the reliability of their application under certain load conditions. Some of them assume the same properties of materials under conditions of compression and tension and are obtained by generalizing the classical theories of strength and plasticity

of isotropic bodies. The criteria that take into account the different resistance of the composite material to tension and compression, which is inherent in many composite materials, have gained greater practical application. When choosing a strength criterion, from the point of view of structure, it is worth considering separately layered and reinforced composite materials, and from the point of view of load - the static or cyclic nature of its application. The criteria listed above do not take into account the damage accumulation in the material that occurs under the influence of external loads. The number of such known criteria is limited, because today there is no method for predicting the stage of scattered fracture of composite materials taking into account the anisotropy of mechanical properties, and the choice of the damage parameter is not justified. The perspective of developing such criteria for clarifying the received conclusions regarding the load-bearing capacity of products made of composite materials under different types of application of external loads is noted.

Keywords: composite materials, anisotropy, strength criteria, destruction.

УДК 539.4
Пискунов С.О., Бахтаваршоєв Т.А., Самофал К.І. **Про використання критеріїв міцності анізотропних матеріалів** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 496-506.
Проведено огляд критеріїв міцності анізотропних матеріалів і даних про достовірність їх застосування при визначенні задач несучої здатності композитних матеріалів. Розглянуті критерії без урахуванням та з урахуванням пошкодженості матеріалу.
Табл. 0. Іл. 0. Бібліогр. 18 назв.

UDC 539.4
Pyskunov S.O., Bakhtavarshoev T.A., Samofal K.I. **On the use of strength criteria of anisotropic materials** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 496-506.
An overview of the strength criteria of anisotropic materials and data on the reliability of their use in determining the problems of the load-bearing capacity of composite materials was conducted. Considered criteria without taking into account and taking into account damage to the material.
Tabl. 0. Fig. 0. Ref. 18.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: професор, доктор технічних наук, завідувач кафедрою динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Пискунов Сергій Олегович.*
Адреса: *03056 Україна, м. Київ, просп. Берестрейський, 37, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.*
Мобільний тел.: +38(050) 962-66-14
E-mail: s.piskunov@kpi.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-3987-0583

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: аспірант кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Бахтаваршоєв Тимур Алігавхарович*
Адреса: *03056 Україна, м. Київ, просп. Берестейський, 37, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.*
робочий тел.: +38(044) 204-95-35
E-mail: timur222298@gmail.com

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)*: аспірант кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Самофал Костянтин Ігорович*
Адреса: *03056 Україна, м. Київ, просп. Берестейський, 37, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.*
робочий тел.: +38(044) 204-95-35
E-mail: kostyas.1296@gmail.com

УДК 539.3

ВЗАЄМОДІЯ ІНЖЕНЕРНИХ ЗАХИСНИХ КОНСТРУКЦІЙ З ГРУНТОВОЮ ОСНОВОЮ В УМОВАХ ЩІЛЬНОЇ МІСЬКОЇ ЗАБУДОВИ

В.В. Ручківський,
асистент

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітофлотський пр., 31, м. Київ, Україна

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.507-519

Проаналізовано роботу системи «інженерні захисні конструкції-грунтовий масив» в зоні впливу оточуючої забудови при наявності складних інженерно-геологічних умов. Проведено моделювання задачі влаштування глибокого котловану під захистом багатоярусної підпірної стінки. Виявлено взаємовплив оточуючої забудови та розробки котловану нового будівництва в залежності від відстані між ними. Визначено оптимальну відстань між існуючою забудовою та котлованом нового будівнитцва.

Ключові слова: інженерні захисні конструкції, підпірна стіна, напружено-деформований стан, котлован, ущільнена забудова.

Вступ. На сучасному етапі розвитку житлового будівництва спостерігається переважання тенденцій до збільшення щільності забудови історично сформованих районів міст. Враховуючи щільність забудови, найбільш раціональним в даних умовах є освоєння підземного простору, в якому можна влаштувати інженерні комунікації, паркінги, склади, торгово-розважальні комплекси, звільняючи, таким чином, наземну територію. При цьому виникає ряд нагальних інженерних проблем, які пов’язані зі заглибленням рівнів підвалів існуючих будівель та відкопування котлованів до глибини 10-15 м і більше та, як наслідок, зміни напружено-деформованого стану (НДС) сусідніх будівель. У багатьох випадках існуючі будівлі зазнають значних деформацій (тріщини в стінах і фундаментах, перекоси конструкцій тощо), які спричинені нерівномірними осіданнями, що розвиваються після початку будівельних робіт нульового циклу нових будинків і продовжують розвиватись на етапі експлуатації. Особливо зростає небезпека подібних деформацій при будівництві на основах, складених слабкими ґрунтами. В даних умовах набуває значної актуальності задача зменшення впливу нового будівництва на напружено-деформований стан системи «ґрунтова основа – фундамент – надземні конструкції» існуючих будівель.

На сьогодні, розроблено велику кількість методів розрахунку захисних конструкцій котловану, однак їх використання часто призводить до отримання істотно різних, суперечливих один одному результатам. Наявність оточуючої забудови значно ускладнює цей процес. Неточний розрахунок огороджувальної конструкції веде до непередбачуваного впливу на оточуючу забудову. Для вирішення проблеми прогнозування

© Ручківський В.В.

впливу нового будівництва на існуючі споруди в щільно забудованій території присвячено наукові праці М.Л. Зоценка [3], Ю.Л. Віннікова [2], І.П. Бойка [4], Л.О. Бондарєвої, P. Turcek [6].

Будівництво об'єктів із підземними приміщеннями в щільно забудованій території потребує влаштування глибокого котловану, яке повинно відбуватись із умов збереження в початковому стані оточуючої забудови. Для цього необхідно виконати прогноз впливу відкопування котловану на напружено-деформований стан цієї забудови. Важкість виконання такого прогнозу полягає в тому, що необхідно враховувати багато вихідних даних: конфігурацію і стан оточуючої забудови, параметрів котловану, навантаження від існуючих будівель, нерівномірне залягання ґрунтів, поетапність проведення будівельних робіт. Моделювання таких складних геотехнічних процесів потребує одночасного врахування багатьох факторів, що може бути досягнуто лише за допомогою використання методу скінченних елементів.

1. Постановка задачі. Мета даної роботи дослідити взаємовплив влаштування глибокого котловану багатоповерхового житлового комплексу та існуючих будівель при варіюванні відстані між ними. Для досягнення поставленої мети за допомогою методу скінченних елементів виконано моделювання системи «підпірні стіни – ґрунтовий масив – існуюча забудова». Розрахунок виконувавсь із врахуванням формування напружено-деформованого стану ґрунтового масиву в процесі влаштування підпірних стін. При цьому ґрунтовий масив розглядався, як суцільне нелінійне середовище. Проведено аналіз формування напружено-деформованого стану ґрунтового масиву, захисного огородження та фундаментних конструкцій будинку. Порівнювались горизонтальні переміщення верху паль підпірних стін, згинальні моменти, а також вертикальні переміщення фундаменту існуючого будинку. Виявлено закономірності утворення потенційної зони поверхні ковзання схилу і ролі в її формуванні існуючої забудови при зменшенні відстані до захисної конструкції котловану. Встановлено раціональне розташування існуючого будинку по відношенню до котловану.

2. Виклад основного матеріалу. Об'єкт будівництва – багатоповерховий житловий комплекс, що складається із п'яти секцій, розташованих на схилі, по контуру озера Глинка (рис. 1), на розі вул. Філатова та бульвару Дружби Народів в м. Києві.

Оточуюча забудова представлена двома п'ятиповерховими будинками, що знаходяться на відстані 20 м від огородження котловану (рис. 2). Будинки безкаркасні із цегляними несучими поздовжніми зовнішніми і внутрішніми стінами, на стрічкових фундаментах із залізобетонних фундаментних блоків, частково бутові, з підвальним приміщенням, зі збірним залізобетонним перекриттям, укладеним на поздовжні і внутрішню стіни. Стійкість будівель в поздовжньому і поперечному напрямках забезпечується спільною роботою зовнішніх і внутрішніх стін, а також збірним залізобетонним перекриттям.

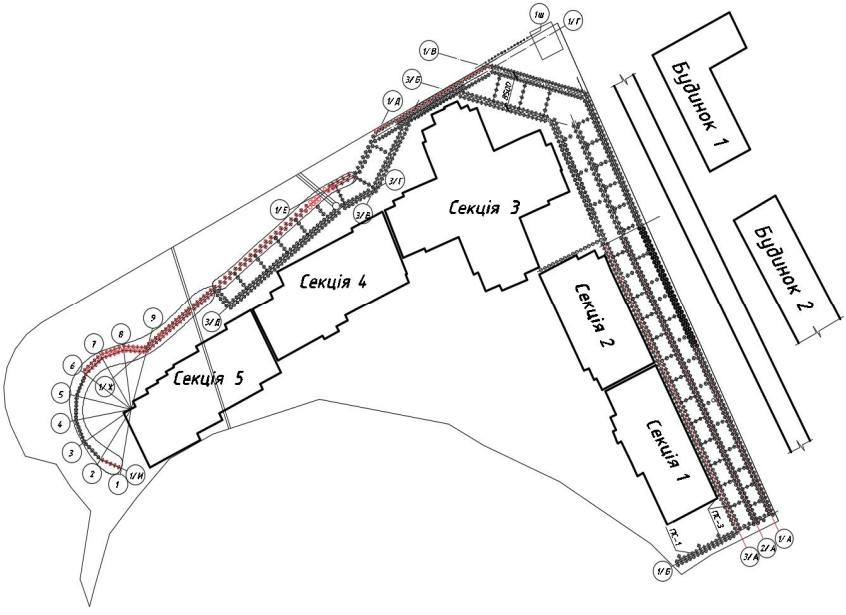


Рис. 1. План розташування секцій, утримуючих конструкцій та оточуючої забудови

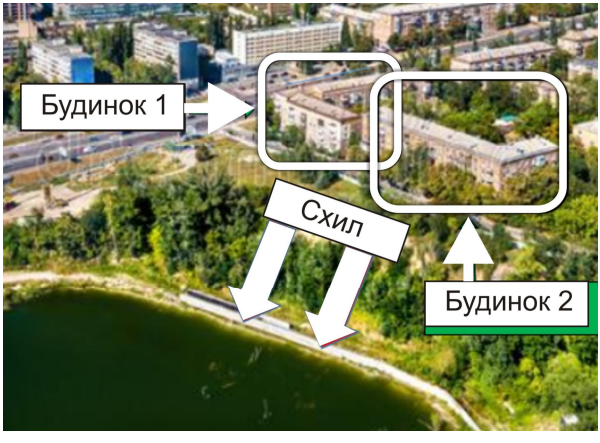


Рис. 2. Схема ділянки будівництва

До початку будівництва виконане обстеження технічного стану будівель, який був визнаний задовільним. Згідно звіту про обстеження будівель була надана рекомендація: при проектуванні котловану біля існуючих будівель передбачити заходи захисту існуючих споруд, шляхом улаштування огороджувальних конструкцій у вигляді стін із бурових паль [1]. Методи влаштування цих конструкцій повинні виключати

додаткові впливи на існуючі об'єкти (вібрація, замочування, винос ґрунту із основи існуючих фундаментів тощо).

У якості виконання комплексу заходів з інженерної підготовки та захисту території по забезпеченню стійкості схилу на ділянці відведеній під будівництво проектом передбачено влаштування каскаду з трьох рівнів підпірних стін (на окремих ділянках двох та одного ряду). Палі всіх підпірних стіни виконуються буронабивними діаметром 820 мм змінної довжини від 23м до 28 м з армуванням круглими просторовими арматурними каркасами на всю глибину. Бетон паль класу по міцності С20/25.

Палі підпірної стіни ПС-1 розміщені в шаховому порядку з відстанню між палями в ряду 1,8 м та між рядами паль 0,9 м. Це забезпечує підвищення просторової жорсткості конструкції підпірної стіни та забезпечує пропуск ґрунтової води між палями без підняття рівня ґрунтових вод за стіною та можливість виконання заходів по дренажу ґрунтових вод в зоні підпірної стіни. В верхній частині палі підпірної стіни об’єднані монолітним залізобетонним ростверком висотою 1200 мм, що забезпечує сумісну роботу паль.

Між палями влаштовується монолітна залізобетонна стіна-забірка. Максимальний відмітка розробки котловану передбачена проектом після влаштування паль та ростверків ПС-1 вздовж бульвару Дружби Народів складає 117,50, а вздовж провулку Філатова 127,5.

Після влаштування підпірної стіни ПС-1 на ділянці вздовж провулку Філатова виконується підпірна стіна ПС-2 з абсолютної позначки 127,5.

Палі підпірної стіни ПС-2 розміщені в шаховому порядку з відстанню між палями в ряду 1,8 м та між рядами паль 1 м. Додатково з кроком 6…7м між палями підпірних стіни ПС-1 та ПС-2 влаштовуються по 3 палі перпендикулярно до основних паль підпірних стін. По цих палях в подальшому влаштовується стіна-контрфорс товщиною 500 мм, що впираються у стіни підпірну стіну ПС-1.

У верхній частині палі підпірної стіни ПС-2 об’єднані залізобетонним ростверком товщиною 1200 мм, що забезпечує сумісну роботу паль. Між палями ПС-2 влаштовується монолітна залізобетонна стіна-забірка. Максимальна відмітка розробки котловану передбачена проектом після влаштування паль та ростверків ПС-2 - 118.2.

Після розробки ґрунту біля ПС-1 та ПС-2 вздовж провулку Філатова виконується підпірна стіна ПС-3 з абсолютної позначки близько 122,8, а вздовж бульвару Дружби Народів з позначки 118,8.

Палі підпірної стіни ПС-3 розміщені в два ряди з відстанню між палями в ряду 1,2 м та між рядами паль 1,2 м. Довжина паль 23 м.

Додатково з кроком 6…7 м між палями підпірних стіни ПС-2 та ПС-3 влаштовуються палі перпендикулярно до основних паль підпірних стін. По цих палях в подальшому влаштовується стіна-контрфорс товщиною 500 мм.

У верхній частині палі підпірної стіни ПС-3 об’єднані монолітним залізобетонним ростверком товщиною 1200 мм. Між палями ПС-3 влаштовується монолітна залізобетонна стіна-забірка.

Максимальна відмітка розробки котловану передбачена проектом після влаштування паль та ростверків ПС-3 вздовж провулку Філатова 117,5, а вздовж бульвару Дружби Народів складає 113,70. Загальна глибина котловану складає 18 м.

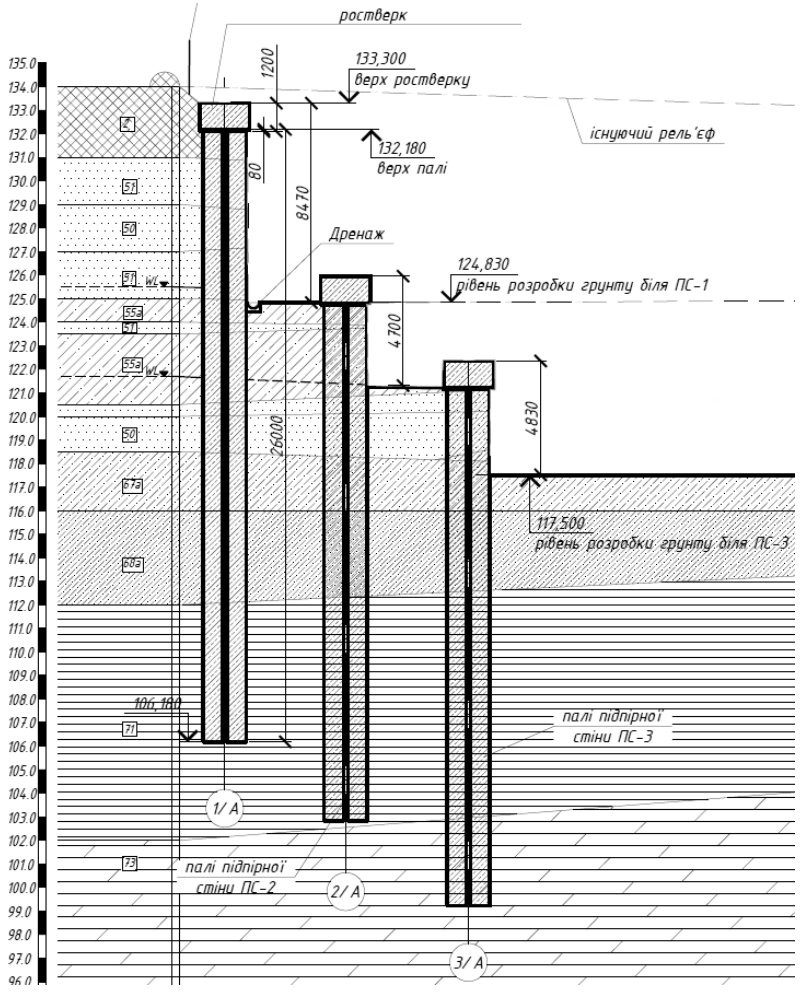


Рис . 3. Характерний розріз по підпірних стінах

Інженерно-геологічні майданчику умови складні (рис. 4). За даними топографічного плану та звіту про інженерно-геологічні вишукування максимальний перепад відмітки поверхні нагірної частини ділянки будівництва складає 12 м. В геологічній будові з поверхні території переважають насипні ґрунти супіски, суглинки з домішками будівельного сміття до 35%, значний ґрунтово-рослинний шар та торф. Нижче

насипних ґрунтів залягають піщані та супіщано-суглинисті ґрунти, мергельні глини та піски. Гідрогеологічні умови ділянки будівництва характеризуються наявністю декількох водоносних горизонтів.

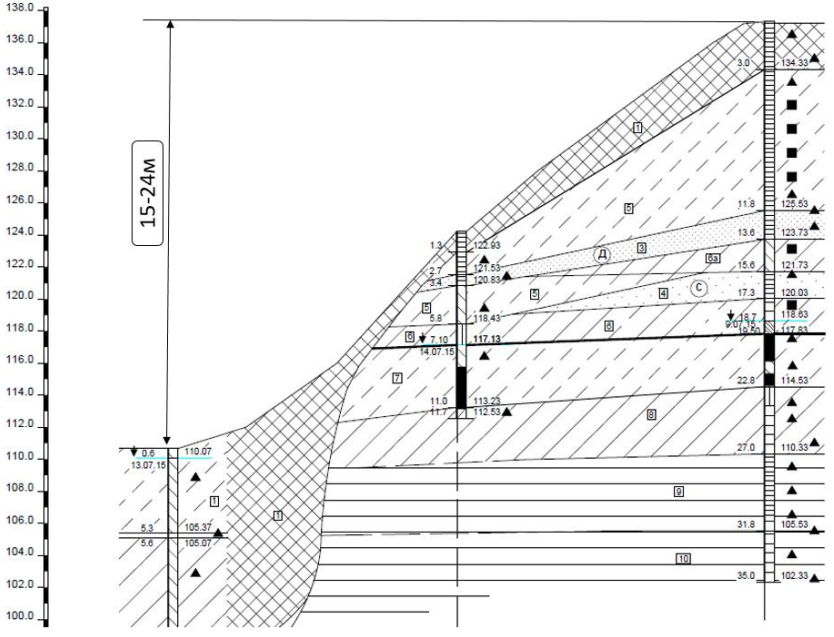


Рис. 4. Інженерно-геологічний розріз

В межах ділянки будівництва спостерігаються активні зсувні процеси, що виникають в результаті суфозійного вимивання мілких часток породи при вклинюванні на схилах ґрунтових вод першого водоносного горизонту.

Перед початком робіт по плануванню території, перенесенню інженерних комунікацій та влаштуванню підпірних стін планується організувати моніторинг за стійкістю схилу, гідрологічним режимом та станом навколишньої забудови за спеціальною програмою розробленою в межах робіт з науково-технічного супроводу. На несучих елементах (стінах) будинків передбачається закріпити геодезичні спостережні марки та влаштувати систему реперів поза межами будівництва та зони його впливу. Також розмістити марки вздовж зовнішньої підпірної стіни (ПС-1) та на схилі із кроком 10-20 м та у подальшому на ростверках підпірних стін.

Також планується організувати систему п’єзометричних свердловин з кроком 20-25 м для контролю за рівнем ґрунтових вод та свердловин обладнаних інклінометрами кроком 20-25 м для контролю за деформаціями ґрунтової товщі за межами ділянки будівництва.

Таблиця 1

Фізико-механічні характеристики грунтів

№ ІГЕ	Опис грунтів	Щільність, г/см3	Модуль деформації, Мпа	Кут вн. тертя, град	Питоме зчеплення, кПа	Коеф. фільтр., м/добу
14	Грунтово-рослинний шар засипаний	1.9	5	9	10	-
18	Торф середнього ст. розкладення	1.14	6	10	20	0.5
52	Пісок сер. крупності	1.84	45	36	2	6
53	Пісок крупний	1.84	40	37	1	7
55	Супісок твердий	2.0	19	28	17	0.5
56	Супісок пластичний	1.86	20	26	16	0.6
57а	Супісок пластичний	2.02	17	24	13	0.8
67а	Супісок пластичний	2.04	21	25	14	0.2
68а	Супісок пластичний	2.06	19	26	15	0.3
70	Суглинок напівтвердий	2.0	19	24	23	0.2
71	Глина напівтверда	1.95	30	22	60	0.01
73	Глина напівтверда	1.97	31	19	60	0.01

Числове моделювання напружено-деформованого стану захисних конструкцій котловану спільно з ґрунтовим масивом проводилось за допомогою методу скінченних елементів, що дало змогу врахувати в розрахунках складні властивості ґрунтів, а також визначити напруження і переміщення в усіх елементах системи на всіх етапах розробки ґрунту. При цьому ґрунтовий масив розглядався, як суцільне нелінійне середовище. Задача розв'язувалась в плоскій постановці. Розрахунок проводивсь у 8 етапів.

На рис. 5 приведена розрахункова схема, яка включає ґрунтову основу потужністю 50 м, три яруси підпірних стін (ПС) із паль кроком 1.2 м, довжиною 28 м в ПС-1 і ПС-2, та 23 в ПС-3, а також фундамент існуючої будівлі із приведеним навантаженням від надземної частини. Характеристики жорсткості паль підпірних стін були приведені з розрахунку на 1 м.п. Розміри розрахункової області складають 50×80 м. Нижня частина розрахункової схеми, на відстані 20 м від підошви палі підпірної стіни обмежена площиною, яка закріплена від вертикальних переміщень. По бічним площинам на основу накладені в'язі, що перешкоджають тільки нормальним до площин переміщенням. Для

підпірних стін прийняті розрахункові жорсткості: EI=5.54х кН/м²хм, EA=1.73 кН/м.

Розв'язувались 4 варіанти задачі:

В1 – підпірні стіни без оточуючої забудови;

В2 – підпірні стіни з існуючим будинком на відстані 20 м;

В3 – підпірні стіни з існуючим будинком на відстані 10 м;

В4 – підпірні стіни з існуючим будинком на відстані 5 м.

Розрахунок проводився із врахуванням формування напружено-деформованого стану ґрунтового масиву в процесі влаштування підпірної стіни.

При цьому порівнювались горизонтальні переміщення верху паль підпірних стін, згинальні моменти, а також вертикальні переміщення фундаменту існуючого будинку.

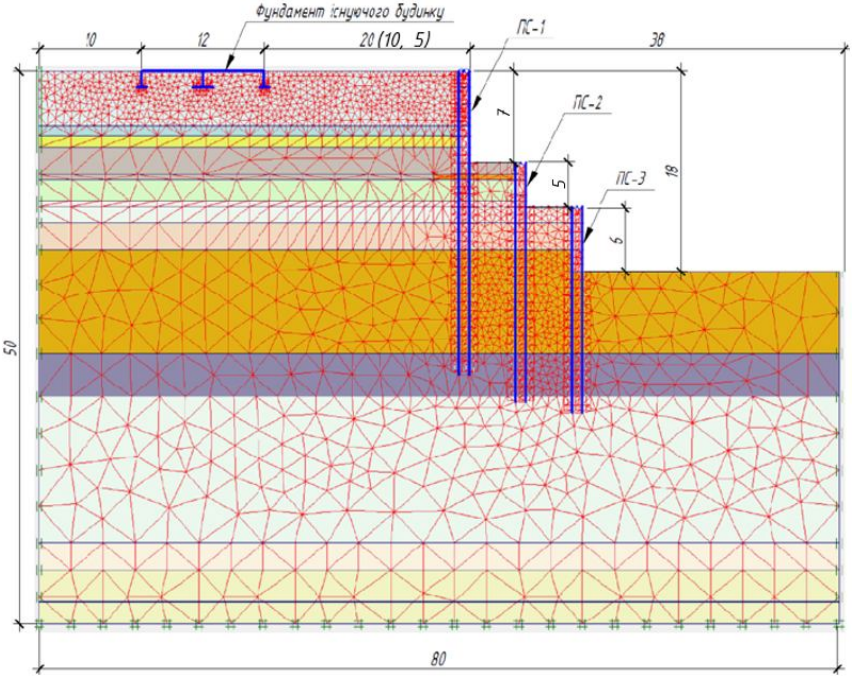


Рис. 5. Скінченно-елементна модель

Зменшення відстані між будинком і підпірною стіною спричиняє суттєву зміну горизонтальних переміщень. На рис. 6 приведено графік, який показує зміну переміщень ярусів підпірної стіни в залежності від відстані до будинку. Збільшення переміщень коливається в межах від 12 до 70%. Максимальне значення спостерігається у варіанті В4 при відстані 5 м.

Аналіз зміни згинальних моментів вказує на те, що зменшення відстані призводить як до кількісної так і до якісної зміни епюри моментів. Дану зміну приведено на рис. 7, на якому показано епюри моментів в першій від будинку палі при різних варіантах розташування будинку. Така ж

ситуація спостерігається в палях інших двох ярусів підпірних стін. Так при варіантах В3 і В4 згинальні моменти зростають на 26% і 60% у порівнянні із В1 і В2. Незначна зміна моментів у варіантах В1 і В2 вказує на те, що існуюча будівля на відстані 20м від котловану не потрапила в зону формування поверхні ковзання схилу. Зі зменшенням відстані до 10 і 5м спостерігається інша картина: характер епюри змінюється разом із кількісними значеннями моментів, а також їх максимальні значення формуються на інших позначках. Це пояснюється тим, що близьке розташування будівлі біля котловану спричиняє її входження в зону формування поверхні ковзання.

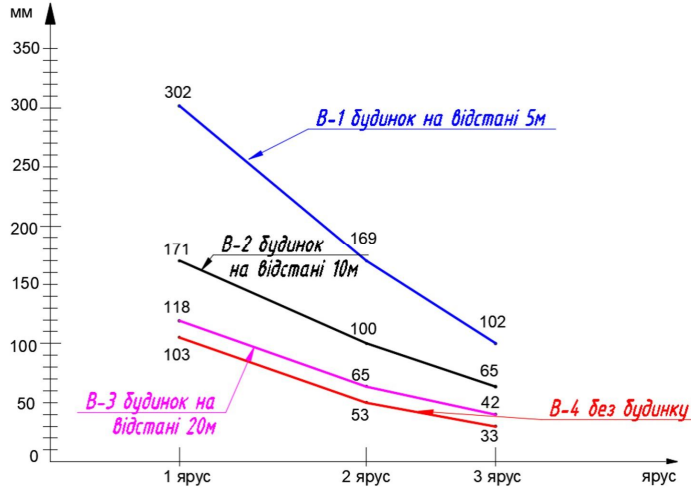


Рис. 6. Графік залежності переміщень ярусів підпірної стіни від відстані до будинку

Аналіз напружено-деформованого стану існуючого будинку показав, що в фундаментних конструкціях, при зменшенні відстані до котловану, фіксується зростання додаткових осідань. Спостерігається збільшення вертикальних деформацій на 30-40%. Така ситуація вимагає додаткових заходів зменшення впливу влаштування котловану.

Висновки

Встановлено, що врахування впливу існуючої забудови при влаштуванні котловану суттєво змінює характер напружено-деформованого стану ґрунтової основи та конструкцій огородження котловану, збільшуючи переміщення підпірних конструкцій на 12-70% в залежності від відстані до будинку.

Виявлено, що згинальні моменти в конструкції огородження при зменшенні відстані між котлованом та існуючою забудовою зазнають кількісних і якісних змін. Так, значення згинальних моментів в палях при зменшенні відстані від 20 м до 10 м зростають на 26%, а у випадку зменшення відстані від 10 м до 5 м – на 45%.

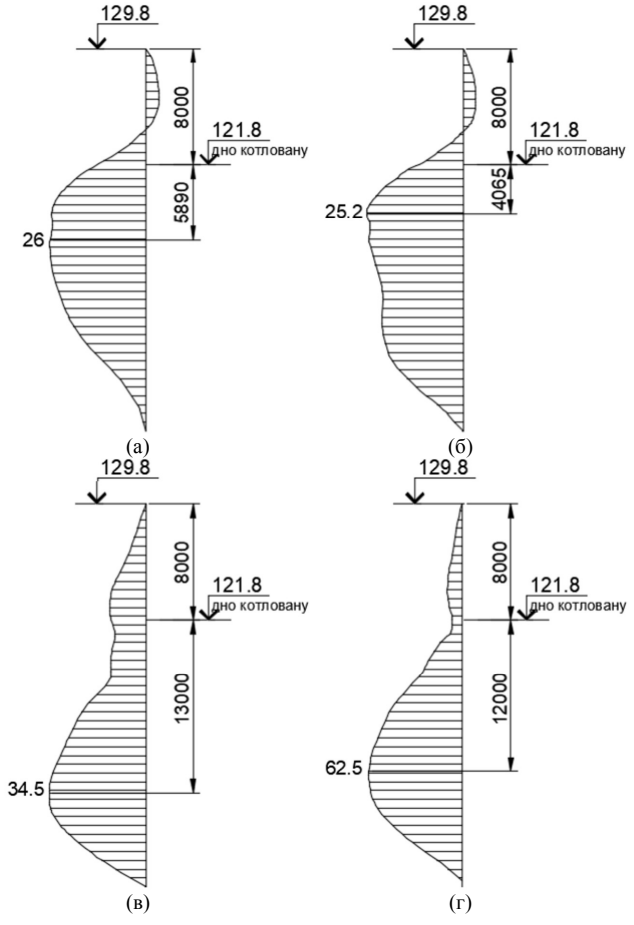


Рис. 7. Епюри згинальних моментів в першій від будинку палі (т*м):
(а) без будинку; (б) будинок на відстані 20 м;
(в) будинок на відстані 10 м; (г) будинок на відстані 5 м

Показано, що скорочення відстані між існуючою будівлею і котлованом призводить до виникнення додаткових осідань у фундаментних конструкціях існуючого будинку. Так, вертикальні деформації при розташуванні будинку на відстані 5 м зростають на 35%, у порівнянні із будинком на відстані 20 м, що пояснюється потраплянням будівлі в зону формування поверхні ковзання схилу.

Виявлено, що найбільш раціональне розташування існуючої будівлі є у випадку, коли глибина котловану дорівнює відстані між будинком і гранню конструкції огородження котловану, так як будівля не потрапляє в зону впливу нового будівництва.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Будівництво в умовах ущільненої забудови. Вимоги безпеки. ДБН В.1.2-12:2008. [Чинні від 2009-01-01]. – К.: Мінрегіонбуд України“, 2008. – 34 с. – (Державні будівельні норми).
2. Винников Ю.Л., Харченко М.О., Єрмолаєнко Д.А., Акопян М.К. / Геотехнічний моніторинг улаштування котловану новобудови поруч з існуючими будівлями // Мости та тунелі: теорія, дослідження і практика / 2022, №22 – С.12-25.
3. Зоценко М.Л. Моделювання напружено-деформованого стану ґрунтового масиву зсувного схилу / М. Л. Зоценко, Ю. Л. Винников, М. О. Харченко, А. М. Виноградова, О.В. Костенко // Зб. наук. праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2013. –Вип. 3(38). – Т. 1. – С. 160-169. .
4. Бойко І.П. Зміна напружено-деформованого стану при зведені поруч нових будівель в умовах щільної міської забудови / І. П. Бойко, В. С. Носенко //Будівельні конструкції. – К.: НДІБК – 2008 – Вип. 71. – Книга 1. – С. 370–376.
5. Бондарєва Л.О., Хоронжевський М. Оцінка впливу процесу влаштування огороджувальних конструкцій котловану на оточуючу забудову / Основи і фундаменти // 2022 №45 – С.22-32.
6. Turcek P., Sul’ovska M. Using the observationmethod for foundations of high-rise buildings /Geotechnical Engineering in Urban Environ-ments – Rotterdam, 2007 – pp.419-422
7. Capraru C. Numerical analysis of deep excavations and prediction of their influence on neighboring building / Capraru C., Adam D., Hoffmann J. // Numerical methods in geotechnical engineering - London: Taylor & Francis Group, 2014 – pp. 735-741 – DOI: 10.1201/b17017-132.
8. Chandrakant S. Desai, Numerical methods in geotechnical engineering / Chandrakant S. Desai, John T. Christian // New York – McGraw-Hill, 1977. – 783p. – ISBN 0-07-016542-4
9. David M. Potts, Finite element analysis in geotechnical engineering / David M. Potts, L. Zdravkovic // London – Imperial College of Science, 2001. – 415p. – ISBN 0 727727532
10. Chris R.I. Clayton, Earth pressure and earth-retaining structures / Chris R.I. Clayton, Rich I. Woods, A.J.Bond, J.Milititsky – New York, , Taylor & Francis, 2006. p.559.
11. Chang-Yu Ou. Deep excavation. Theory and practice. – Department of Construction Engineering, National Taiwan University of Science and Technology – London, Taylor & Francis, 2006. p.532

REFERENCES

1. Budivnytstvo v umovakh ushchilnenoi zabudovy (Construction in the densely built-up territory). Vymohy bezpeky. DBN V.1.2-12:2008. [Chynni vid 2009-01-01]. – K. : Minrehionbud Ukrainy“, 2008. – 34 s. – (Derzhavni budivelni normy).
2. Vynnykov Yu.L., M.O. Kharchenko., D.A. Yermolaienko, M.K. Akopian / Heotekhnichnyi monitorynh ulashtuvannia kotlovanu novobudovy poruch z isnuiuchymy budivliamy (Geotechnical monitoring of the arrangement on the pit of the new building nearly to existing buildings) // Mosty ta tuneli: teoriia, doslidzhennia i praktyka / 2022, №22 – S.12-25.
3. Zotsenko M.L. Modeliuvannia napruzheno-deformovanoho stanu gruntovoho masyvu zsuvnoho skhylu (Modeling of the stress-strain state of the soil massif on landslide slope) / M. L. Zotsenko, Yu. L. Vynnykov, M. O. Kharchenko, A. M. Vynohradova, O.V. Kostenko // Zb. nauk. prats. Seriia: Haluzeve mashynobuduvannia, budivnytstvo. –Poltava: PoltNTU, 2013. –Vyp. 3(38). – T. 1. – S. 160-169. .
4. Boiko I.P. Zmina napruzheno-deformovanoho stanu pry zvedeni poruch novykh budivel v umovakh shchilnoi miskoi zabudovy (Change in the stress-strain state when new buildings are erected nearly to each other in the conditions of dense urban development) / I. P. Boiko, V. S. Nosenko //Budivelni konstruktsii. – K.: NDIBK – 2008 – Vyp. 71. – Knyha 1. – S. 370–376.
5. Bondarieva L.O., Khoronzhevskyi M. Otsinka vplyvu protsesu vlashtuvannia ohorodzhuvalnykh konstruktsii kotlovanu na otochuiuchu zabudovu (Assessment of the influence of the process of installation of pit enclosure structures on the surrounding buildings) / Osnovy i fundamenty // 2022 №45 – S.22-32.

6. Turcek P., Sulovska M. Using the observation method for foundations of high-rise buildings /Geotechnical Engineering in Urban Environ-ments – Rotterdam, 2007 – pp.419-422
7. Capraru C. Numerical analysis of deep excavations and prediction of their influence on neighboring building / Capraru C., Adam D., Hoffmann J. // Numerical methods in geotechnical engineering - London: Taylor & Francis Group, 2014 – pp. 735-741 – DOI: 10.1201/b17017-132.
8. Chandrakant S. Desai, Numerical methods in geotechnical engineering / Chandrakant S. Desai, John T. Christian // New York – McGraw-Hill, 1977. – 783p. – ISBN 0-07-016542-4
9. David M. Potts, Finite element analysis in geotechnical engineering / David M. Potts, L. Zdravkovic // London – Imperial College of Science, 2001. – 415p. – ISBN 0 727727532
10. Chris R.I. Clayton, Earth pressure and earth-retaining structures / Chris R.I. Clayton, Rich I. Woods, A.J. Bond, J. Milititsky – New York, Taylor & Francis, 2006. p.559.
11. Chang-Yu Ou. Deep excavation. Theory and practice. – Department of Construction Engineering, National Taiwan University of Science and Technology – London, Taylor & Francis, 2006. p.532

Стаття надійшла 28.04.2023

Ручківський В.В.

ВЗАЄМОДІЯ ІНЖЕНЕРНИХ ЗАХИСНИХ КОНСТРУКЦІЙ З ГРУНТОВОЮ ОСНОВОЮ В УМОВАХ ЩІЛЬНОЇ МІСЬКОЇ ЗАБУДОВИ

В статті проаналізовано роботу системи «інженерні захисні конструкції-ґрунтовий масив» в зоні впливу оточуючої забудови при наявності складних інженерно-геологічних умов. Проведено моделювання задачі влаштування глибокого котловану під захистом багатоярусної підпірної стінки. Виявлено взаємовплив оточуючої забудови та розробки котловану нового будівництва в залежності від відстані між ними. Визначено оптимальну відстань між існуючою забудовою та котлованом нового будівництва.

Встановлено, що врахування впливу існуючої забудови при влаштуванні котловану суттєво змінює характер напружено-деформованого стану ґрунтової основи та конструкцій огородження котловану, збільшуючи переміщення підпірних конструкцій на 12-70% в залежності від відстані до будинку.

Виявлено, що згинальні моменти в конструкції огородження при зменшенні відстані між котлованом та існуючою забудовою зазнають кількісних і якісних змін. Так, значення згинальних моментів в палях при зменшенні відстані від 20м до 10м зростають на 26%, а у випадку зменшення відстані від 10м до 5м – на 45%.

Показано, що скорочення відстані між існуючою будівлею і котлованом призводить до виникнення додаткових осідань у фундаментних конструкціях існуючого будинку. Так, вертикальні деформації при розташуванні будинку на відстані 5м зростають на 35%, у порівнянні із будинком на відстані 20м, що пояснюється потраплянням будівлі в зону формування поверхні ковзання схилу.

Виявлено, що найбільш раціональне розташування існуючої будівлі є у випадку, коли глибина котловану дорівнює відстані між будинком і гранню конструкції огородження котловану, так як будівля не потрапляє в зону впливу нового будівництва.

Ключові слова: інженерні захисні конструкції, підпірна стіна, напружено-деформований стан, котлован, ущільнена забудова.

Ruchkivskyi V.V.

INTERACTION OF ENGINEERING PROTECTIVE STRUCTURES WITH THE SOIL BASE IN DENSELY BUILT-UP TERRITORY

The article analyzes the operation of the "engineering protective structures-soil massif" system in the zone of influence of the surrounding buildings in the presence of complex engineering and geological conditions. Simulation of the task of setting up a deep pit under the protection with a multi-tiered retaining wall was carried out. The mutual influence of the surrounding buildings and the development of the pit near the new construction, depending on the distance between them, was revealed. The optimal distance between the existing building and the pit of the new construction was determined.

It has been established that taking into account the influence of existing buildings when constructing a pit significantly changes the nature of the stress-deformation state of the soil base and pit enclosure structures, increasing the movement of supporting structures by 12-72% depending on the distance to the house.

It was found that the bending moments in the structure of the fence undergo quantitative and qualitative changes when the distance between the pit and the existing building is reduced. Thus, values of bending moments in piles increase by 25% when the distance is reduced from 20m to 10m, and by 46% when the distance is reduced from 10m to 5m.

It is shown that reducing the distance between the existing building and the pit leads to the occurrence of additional settlements in the foundation structures of the existing building. Thus, vertical deformations when the house is located at a distance of 5 m increase by 35%, compared to a house at a distance of 20 m, which is explained by the building falling into the zone of formation of the slope sliding surface.

It was found that the most rational location of the existing building is in the case when the pit depth is equal to the distance between the house and the face of the pit enclosure structure, since the building does not fall into the zone of influence of the new construction.

Key words: engineering protective structures, retaining wall, stress-strain state, pit, densely built-up territory.

УДК 539.3
Ручківський В.В. **Взаємодія інженерних захисних конструкцій з грунтовою основою в умовах щільної міської забудови** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 507-519.
Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 11 назв.

UDC 539.3
Ruchkivskyi V.V. **Interaction of engineering protective structures with the soil base in densely built-up territory** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific – Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 507-519.
Tabl. 1. Fig. 7. Ref. 11.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *асистент кафедри геотехніки, РУЧКІВСЬКИЙ Віталій Валентинович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.*
Робочий тел.: *+38(068) 852-90-34*
E-mail: ruchkivskyi.vv@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8982-2884

УДК 669.14:620.191.33

ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ РОСТУ ТРІЩИН ПІД ДІЄЮ СТАТИЧНИХ І ЦИКЛІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ТРУБНИХ СТАЛЕЙ В КОРОЗІЙНО-АГРЕСИВНОМУ СЕРЕДОВИЩІ NACE

Ю.В. Макаренко[1],
магістерка

В.І. Савенко[2],
д-р техн. наук, професор

О.М. Горлач[2],
аспірант

І.В. Задорожнікова[3],
канд. техн. наук, доцент

О.Е. Чигиринець[4],
д-р хімічних наук, професор

С.С. Победа[2],
аспірант

[1]*Університет Манітобо, м. Вінніпег, Канада*

[2]*Київський національний університет будівництва і архітектури*

[3]*Луцький національний технічний університет*

[4]*Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.520-532

Розроблений аналітичний метод розрахунку і прогнозування статичної водневої втомленості трубних сталей, призначених для експлуатації в корозійно-агресивних середовищах з вмістом сірководню. Математичні розрахунки добре корелюють з експериментальними результатами (відхилення не перевищують 5-7%), що допускається в інженерних прогнозних розрахунках. Експериментальним шляхом досліджено швидкість росту тріщин в сталях 06Г2БА; побудовані графіки кривих росту тріщин і криві "навантаження-подовження" для компактних зразків із економно модифікованої сталі 06Г2БА з низькою швидкістю деформації (ЕНШД) в середовищі NACE і на повітрі під змінними напруженнями. Вперше побудовані криві статичної і циклічної втомленості для трубних сталей 09Г2С і 17Г1С при випробуванні в середовищі NACE, що дозволяє розрахувати і спрогнозувати їх безаварійний залишковий робочий ресурс. Вперше досліджено прискорений навколишнім середовищем ріст тріщини для трубної модифікованої сталі 06Г2БА в середовищі NACE та виконані розрахунки ресурсу трубних сталей на основі механіки пружно-пластичного руйнування. Доведено експериментальними металографічними і механічними дослідженнями, що з ростом наводнення, яке відбувається в процесі тривалого терміну експлуатації трубної сталі 06Г2БА, різко зростає (в 2-3 рази) циклічна міцність, що сприяє подовженню робочого (безаварійного) ресурсу трубопроводів.

Ключові слова: труба, деформація, руйнування, тріщиностійкість, тріщини, пори, неметалеві включення.

© Макаренко Ю.В., Савенко В.І., Горлач О.М., Задорожникова І.В., Чигиренець О.Е., Победа С.С.

Основні положення. Відомо [1-12], що тривалого терміну експлуатації трубні сталі, наприклад, нафтогазопроводів, підземних каналізаційних систем тощо, піддаються деформаційному старінню, що спричиняє окрихчення металу труб з подальшим руйнуванням трубопроводів. Існуючі до цих пір науково-теоретичні і конструкторсько-технічні розробки щодо підвищення безпечного експлуатаційного ресурсу інженерних конструкцій, зокрема їх несучої здатності, пов'язаної з високою тріщиностійкістю, [1, 2, 3-7, 11, 12] знаходять протиріччя і невизначеність; відсутність кількісних науково-обгрунтованих практичних рекомендацій з оптимального вибору трубних сталей, необхідність комплексного і системного дослідження природи і механізмів корозійно-механічних руйнувань та визначення оптимальних антикорозійних і інженерно-технологічних заходів при спорудженні і експлуатації металевого устаткування і оснастки в промислових умовах будівництва.

Корозійне руйнування під напруженням виявляється (СКРН) важливою проблемою металофізиків і механіків. Так, після виявлення такого роду руйнувань нафтогазопроводів та в корпусних сталях реакторних установок, для дослідження природи і механізму СКРН були залучені фахові спеціалісти Львівського фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка НАНУ, Інституту електрозварювання ім.Є.О.Патона НАНУ, Інституту проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАНУ, Національного технічного університету "Київська політехніка імені Ігоря Сікорського" та ін. Було встановлено, що чистоз фізико-механічної точки зору основна особливість СКРН конструкційних сталей полягає в прискоренні росту тріщин під дією динамічних навантажень. Циклічні навантаження з низькою частотою помітно прискорюють швидкість росту тріщини, одночасно знижують граничне значення коефіцієнта інтенсивності напружень в порівнянні із статичним навантаженням [1, 3-7, 11, 12]. Крім того, швидкості росту тріщини,які отримували в експериментах з низькою швидкістю деформації (ЕНШД), виявляються значно вище швидкостей росту тріщини, отриманих в експериментах на КРН при постійному навантаженні і більш високому рівні напруження. Такі фактори надали можливість висловити припущення, що ріст корозійної тріщини швидше всього залежить від пластичної деформації у вершині тріщини, ніж від самого напруження.

Відомо [1, 12], що у випадку чисто механічного руйнування максимальні розтягуючи напруження в околицях вершини тріщини визначають умови руйнування. Таким чином, потрібні експерименти з досліджень руйнування при плоскій деформації, із яких можна було б отримати вірогідне критичне значення напруження. Коли явище СКРН залежить від швидкості пластичної деформації на околицях вершини тріщини, тоді в експериментах на КРН необхідно прийняти до уваги додаткові припущення з метою розширення уявлень механіки руйнування для пояснення високої швидкості росту тріщини в ЕНШД. Для цього необхідно експериментальні випробування проводити не тільки на компактних зразках, але й зразках у вигляді тонких пластин з

центральним надрізом із залученням уявлень пружно-пластичного руйнування [2] з урахуванням інтенсивного наводнення металу, яке відбувається в процесі тривалої експлуатації.

Відомо [1-12], що в процесі тривалої експлуатації суттєво змінюються механічні характеристики експлуатованих конструкцій, що пов'язано з втомою металу, спричиненої його сірко-водневою деградацією. А тому назріла гостра потреба в отриманні науково-практичних результатів відносно цього специфічного виду корозійних ушкоджень з подальшим руйнуванням (СКРН), які можуть служити підґрунтям для розробки розрахунково-експериментального методу оцінки залишкового ресурсу інженерного обладнання з урахуванням деградації трубної сталі в процесі тривалої експлуатації в хімічно-агресивних середовищах промислових об'єктів.

Враховуючи вищевикладене, можна стверджувати, що проблема підвищення службового безаварійного ресурсу інженерних конструкцій, таких як трубопроводи, залишається занадто актуальною, а її вирішення має важливе значення в промисловій галузі України.

Ціль роботи – дослідження кінетики росту корозійних тріщин за допомогою експериментів з низькою швидкістю деформацій (ЕНШД) з використанням зразків у вигляді тонкої пластини з центральним надрізом із застосуванням механіки пружно-пластичних руйнувань. На базі експериментальних результатів розробити аналітичний метод розрахунку і прогнозування статичної водневої втомності трубних сталей інженерних конструкцій тривалого терміну експлуатації в корозійно-агресивних середовищах.

Методика досліджень і матеріали. Кінетику росту тріщин трубної удосконаленої сталі марки 06Г2БА досліджували на зразках двох типів: компактні зразки (КЗ) товщиною 5 мм і зразки з центральним надрізом (ЦН). На рис. 1 показані форма і розміри зразка КЗ, а також розміри зразка з ЦН.

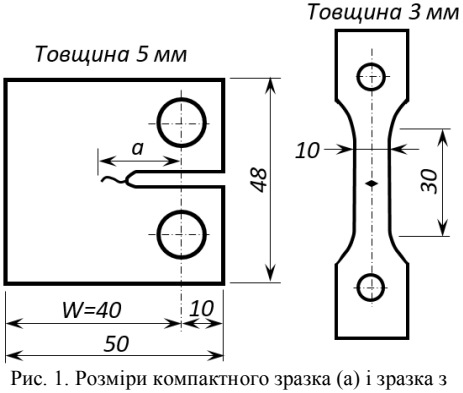


Рис. 1. Розміри компактного зразка (а) і зразка з центральним надрізом (б)

Як засвідчили попередні експериментальні дослідження, критичні значення коефіцієнта інтенсивності напружень для плоскої деформації K_{1C} при випробуванні за методикою ASTME399-78 для зразків КЗ виявилися менше 4.2 МПа·м$^{1/2}$, а для зразкі ЦН – відповідно 3.4 МПа·м$^{1/2}$. Усі зразки перед експериментальними випробуваннями піддавали термообробці на твердий розчин при температурі 1050^{o}С на протязі 2-х годин з подальшим загартуванням у воді. Перед експериментами поверхні усіх зразків обробляли наждачним папером із

зернистістю 500-600 і знежирювали оцтом. Експериментальні дослідження кінетики росту тріщин проводили за допомогою випробувальної машини моделі “1521” фірми “Інстрон” (Великобританія), в яку був змонтований пристрій з камерою, в яку заливали розчин NACE (5% розчин NACl3 0.5% CH_3COOH (концентрацію встановлювали дослідним шляхом для досягнення pH4), насичений сірководнем. Температура випробувань становила 24°C. Експерименти з низькою швидкістю деформації (ЕНШД) проводили при чотирьох швидкостях деформації (розтягування), яка змінювалася від 6.0 нм/с до 200 нм/с при температурі 24°C і тиском 8 МПа та швидкістю 1820 нм/с на повітрі при температурі 24°C. Довжину тріщини вимірювали за допомогою телевізійної камери з відеомагнітофоном і лічильником часу (рис. 2 і 3). Металографічні дослідження проводили за допомогою растрового електронного мікроскопу фірми “Джеол” (Японія).

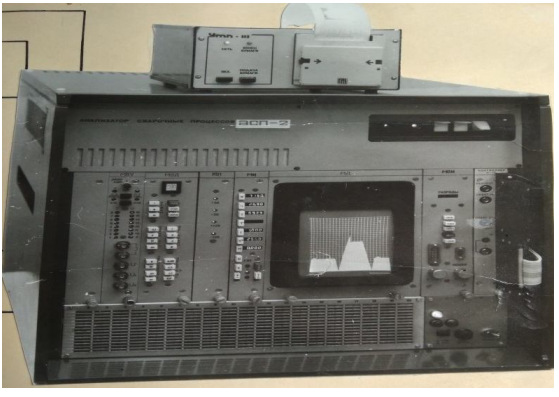


Рис. 2. Інформаційно-вимірювальна система АНЕП

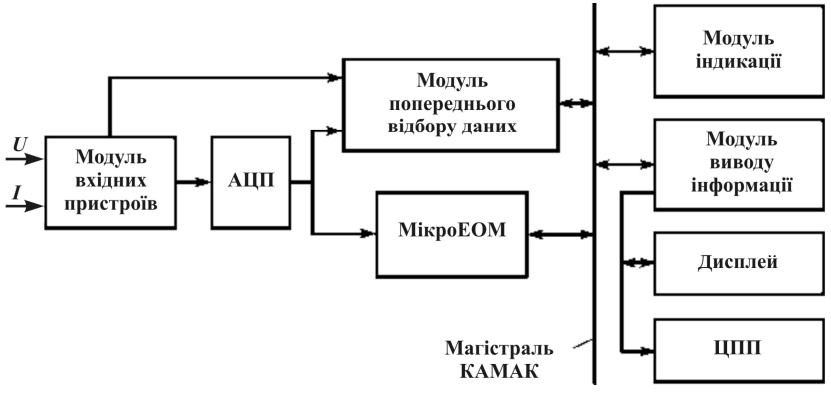


Рис. 3. Блок-схема інформаційно-вимірювальної системи АНЕП

Результати досліджень і їх обговорення. На рис. 2 показані криві росту тріщини і зміни навантаження для КЗ при експериментах з низькою швидкістю деформації і результати випробувань на повітрі при температурі 24°С. Встановлено, що в розчині NACE при зниженні швидкості розтягування *dl/dt* тріщини починають рости при менших значеннях подовження. Відповідно з таким ростом тріщини максимальні навантаження і подовження до руйнування зменшуються при зниженні швидкості розтягування. Крім того, при руйнуванні на повітрі спостерігається стійкий пластичний ріст тріщини після виникнення великих деформацій навколо її вершини.

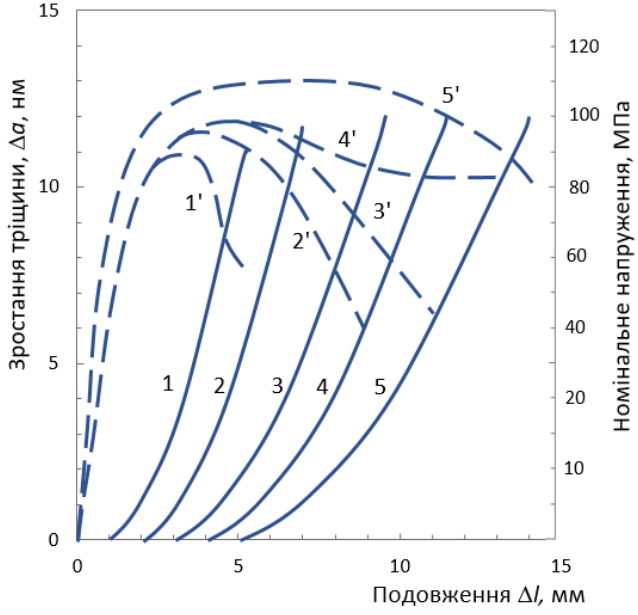


Рис. 4. Графіки кривих росту тріщини і криві навантаження – подовження отримані для компактних зразків із економно модифікованої сталі 06Г2БА при температурі 24°С з низкою швидкістю деформації (ЕНШД) в середовищі NACE і на повітрі.
Позначення: ---------- ріст тріщини; - - - - номінальне напруження.
Швидкості росту тріщин (нм/с): 1 – 6.0; 2 – 15.5; 3 – 65; 4 – 200; 5 – 1820 (на повітрі);
1', 2', 3', 4', 5' - криві напруження

На рис. 5 показані фрактограми, які були отримані на растровому електронному мікроскопі фірми "Джеол" (Японія) для компактних зразків при ЕНШД; для ЦН – зразків зі швидкістю розтягування 15.5 нм/с. По усій поверхні руйнування спостерігали міжкристалічне розтріскування. Стосовно детальної картини руйнування, можна відмітити, що деформація зерна в середині зразка відрізняється від деформації зерна поблизу його бокових сторін, це, ймовірно, пов'язано з різним напруженим станом. Поверхня руйнування зразка, випробуваного при швидкості 60 нм/с, майже така ж, як на рис. 5. В той же час в зразку,

випробуваному при швидкості 65 нм/с, в середині по товщині спостерігали тонку область транскристалічного пластичного розтріскування аж до просування тріщини на довжину 5-7 мм. Поверхні руйнування зразків випробуваних при швидкості 200 нм/с в середовищі NACE і на повітрі показали тільки транскристалічне пластичне розтріскування (рис. 5).

Відомо[2, 3, 12],що одним з основних видів корозійного руйнування трубопровідних конструкцій тривалої експлуатації в корозійно-агресивних середовищах є воднева статична втомленість, яка пов’язана із зниженням міцності сталі в результаті водневого окрихчення в умовах статичного навантаження металу.

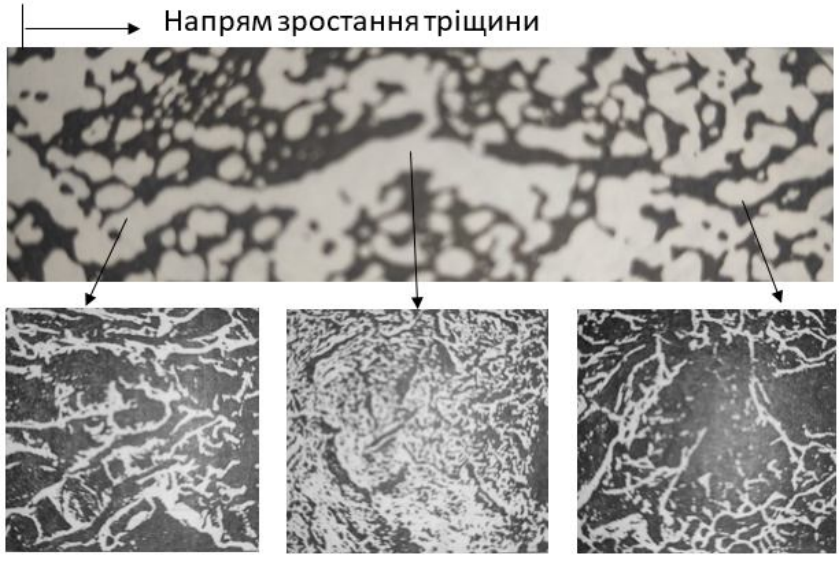


Рис. 5. Фрактограми випробуваного при швидкості розтягування 15.5 нм/с компактного зразку, отримані на растровому електронному мікроскопі

Аналіз літературних джерел [1, 2, 4-7, 12] свідчить, що відповідно сучасним фізико-механічним уявленням про природу статичної втомленості металу і реалізації її по механізму водневого окрихчення існує критична концентрація водню, при якій різко послаблюється когезійний зв'язок в кристалічній решітці, тобто відбувається розрив міжатомних зв’язків. Критична концентрація водню створюється під випливом двомірного поля розтягуючих напружень направленою орієнтованою дифузією водню. Термін, на протязі якого досягається в металі критична концентрація водню і критична величина напружень ($C_{КР}$ + $\sigma_{КР}$), відповідає інкубаційному періоду росту мікротріщини.

Аналіз гіпотез показує, що в мікромасштабі дія водню може проявлятися не стільки в окрихченні, скільки в пластифікуванні металу. Механізм пластифікації виглядає як зниження граничного напруження

руйнування в результаті локального полегшення пластичного руху і руйнування мікрооб'ємів металу у вершині тріщини, а тому передбачає протікання ряду процесів:

1) розряд іонів водню на поверхні тіла зерен (блоків, дислокаційних пасток, неметалевих включень, фаз впровадження, тощо) в результаті катодної реакції:

$$2H^{+} + e \rightarrow [2H],$$

де $[2H]$ складається з двох складових: $[H]_{\text{МЕ}} + (H_{\Gamma})$, тобто з концентрації розчиненого атомарного водню в металі і концентрації в газовій фазі;

2) проникнення і транспортування (по дифузійному чи дислокаційному механізму) атомів водню в області з підвищеною концентрацією напружень, тобто до вершини зародження мікротріщини;

3) полегшене підростання мікротріщини в результаті обумовленого воднем зниження пластичності наводненого металу.

В даному випадку, на наш погляд, доцільно буде запропонувати модель статичної (водневої) втомленості, в основу якої покладений молекулярно-кінетичний механізм руйнування твердих тіл. Ця модель використовує теорію тимчасової залежності міцності, тобто розглядається ріст кожної тріщини в даному випадку, як послідовний розрив зв'язків в гирлі її вершини під дією напружень і теплових флуктуацій атомів чи молекул.

Виходячи з механіки атомного механізму руйнувань, тріщини в металі виникають по границях зерен під дією зсувних напружень І-го роду [3, 5]. Зусилля $\sigma_{ЗС}$, яке потрібно прикласти, щоб здійснити такий зсув, частково розраховано Я.И.Френкелем по формулі [12]:
$\sigma_{ЗС} = (\delta_A/\delta_B)\cdot(G/2\pi)$, де G - модуль зсуву (Юнга), δ_A – міжатомна відстань в напрямку ковзання, δ_B – міжплоскісна відстань.

Виникнення і існування таких тріщин енергетично вигідно, так як витрачається менша енергія в порівнянні з не наводненим металом [9, 11].

З використанням атомного механізму руйнування розрахунково-експериментальним шляхом був визначений термін зародження тріщин в металі під статичним навантаженням з урахуванням наводнення: $\tau = \tau_O \cdot \exp\{[U_O - U_C - U_{C,\sigma} - U_\sigma]/RT\}$, де U_O – енергія активації елементарного акту процесу руйнування у відсутності напруження і відсутності агресивного середовища, близька до енергії сублімації металу; U_C – внутрішня енергія обумовлена кулонівською взаємодією протонів з іонами металу в кришталевій гратці; $U_{C,\sigma}$ – внутрішня енергія обумовлена взаємодією розчиненого водню з полем напружень в металі; U_σ – внутрішня енергія обумовлена дією на метал зовнішньої сили; τ_O – стала величина численно близька до періоду теплових коливань атомів ($\tau_O = 10^{-13}$ с). Як правило, величиною U_σ з-за її малості в розрахунках нехтують. З урахуванням деяких доповнень для практичних розрахунків використовують наступну формулу:

$$\tau = \tau_O \exp\{[U - \alpha\cdot(\sigma_P\cdot V/RT]/RT\},$$

де $\alpha = (\gamma \cdot \alpha_O \cdot C_O)$, а$[U_O - U_C] = U$; γ – структурно-чутливий коефіцієнт ($\gamma = \beta_K \cdot \Omega$); β_K – коефіцієнт концентрації напружень, рівний$(d/\delta_F)^{1/2}$; Ω– активаційний об'єм; R - універсальна газова стала; T – температура (в градусах Кельвина).

Значення параметрів U і α залежать від хімічного складу і структури сталі і можуть бути визначені експериментально. Так, для сталі 09Г2С величини U і α відповідно рівні 173 і 35 кДж/моль, а для сталі 17Г1С U = 124 кДж/моль, α = 27 кДж/моль.

На рис.6 наведені криві статичної і циклічної втомності сталей 09Г2С і 17Г1С в модельному середовищі NACE з сірководнем в складі. Порівнюючи значення статичної і циклічної довговічності зразків при σ_{max} = Const, отримуємо коефіцієнт втомленості:

$$K_{BT} = [lg\tau_{CT}(\sigma_{maxi})]/ [lg\tau_{Ц}(\sigma_{maxi})],$$

де $\tau_{CT}(\sigma_{maxi})$ і $\tau_{Ц}(\sigma_{maxi})$ – довговічність зразків відповідно при статичному і циклічному режимах навантаженні розтягувальним напруженням σ_{maxi}.

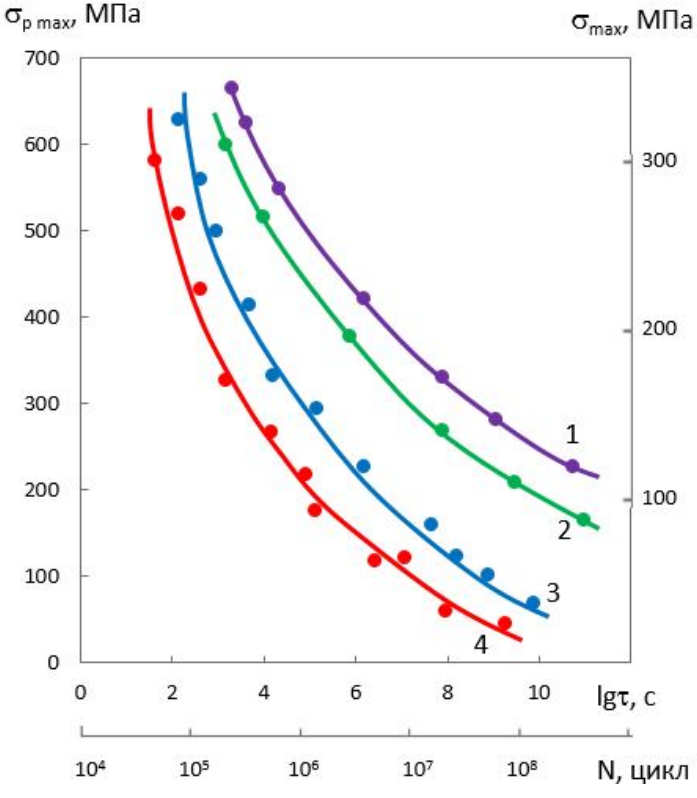


Рис. 6. Криві статичної і циклічної втомленості трубних сталей при випробуванні в середовищі NACE:2, 3 - сталь 17Г1С; 1, 4 - сталь 09Г2С

На рис. 7, де наведена залежність $K_{BT} = f(\sigma_{maxi})$ для сталі 09Г2С і 17Г1С при коефіцієнті асиметрії r = Const, вираз для K_{BT} має лінійний характер $K_{BT} = 1 + \lambda_O (1 - r)^m \cdot (\sigma_B - \sigma_{max})$, де λ_O – стала, яка залежить від хімічного складу і структури сталі (для сталі 09Г2С після термічної обробки – нормалізація - $\lambda_O = 0.001$ (1/МПа), для сталі 17Г1С - $\lambda_O = 0.001$ (1/МПа), r - коефіцієнт асиметрії, m=3.6 – показник степенів.

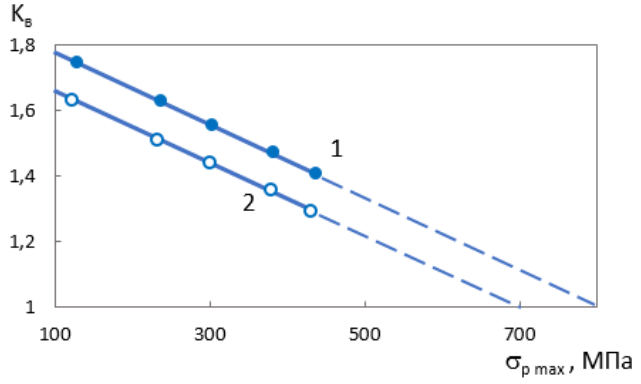


Рис. 7. Залежність коефіцієнта втомленості (K_{BT}) від σ_{Pmax}.
Позначення:---------- експериментальні результати; - - - - прогнозні дані;
1 – сталь 09Г2С; 2 – 17Г1С

Використовуючи отриману математичну модель спротиву трубних сталей втомним руйнуванням при змінних розтягувальних напруженнях у водному середовищі, яке містить сірководень, були проведені розрахунки часу зародження і розповсюдження тріщини (до злому) на сталях 09Г2С і 17Г1С при різних режимах навантаження в середовищі NACE, які наведені в порівнянні з експериментальними результатами (табл. 1).

Таблиця 1

Експериментальні і розрахункові значення терміну до руйнування зразків трубних сталей при різних режимах навантаження в середовищіNACE

Марка сталі	σ_{max}, МПа	$\tau_{РОЗР}$, с	$\tau_{ЕКСП}$, с	Частота навантаження, цикл/хв	Δ, %
09Г2С	560	2.72	2.68	100	1.5
	525	5.12	5.20	100	2.0
	490	9.44	8.96	100	3.5
	555	2.69	2.76	100	2.4
17Г1С	540	1.80	1.71	100	3.0
	510	2.72	2.77	100	5.5
	470	1.41	1.52	100	6.4
	500	1.49	1.61	100	6.1

Аналіз даних табл. 1 свідчить, що відхилення не перевищують 5-7%, що показує на адекватність розробленої математичної моделі фізико-

механічному стану деформованої сталі і можливості використання її для визначення значення руйнівного критичного напруження при заданому ресурсі роботи трубопровідної конструкції в сірководеньвмісному середовищі при змінному навантаженні. Так як запропонована модель враховує особливості будови металу і вмісту розчиненого водню, то дану модель можна використовувати для розрахунку і прогнозування ресурсу підвищення надійності і працездатності металоконструкцій на стадії проектних рішень і зведення нафтогазових споруд, які планується експлуатувати в сірководневих середовищах на родовищах України.

Висновки

1. Розроблений аналітичний метод розрахунку і прогнозування статичної водневої втомленості трубних сталей, призначених для експлуатації в корозійно-агресивних середовищах з вмістом сірководню. Математичні розрахунки добре корелюють з експериментальними результатами (відхилення не перевищують 5-7%), що допускається в інженерних прогнозних розрахунках.

2. Експериментальним шляхом досліджено швидкість росту тріщин в сталях 06Г2БА; побудовані графіки кривих росту тріщин і криві "навантаження-подовження" для компактних зразків із економно модифікованої сталі 06Г2БА з низькою швидкістю деформації (ЕНШД) в середовищі NACE і на повітрі під змінними напруженнями.

3. Вперше побудовані криві статичної і циклічної втомленості для трубних сталей 09Г2С і 17Г1С при випробуванні в середовищі NACE, що дозволяє розрахувати і спрогнозувати їх безаварійний залишковий робочий ресурс.

4. Вперше досліджено прискорений навколишнім середовищем ріст тріщини для трубної модифікованої сталі 06Г2БА в середовищі NACE та виконані розрахунки ресурсу трубних сталей на основі механіки пружно-пластичного руйнування.

5. Доведено експериментальними металографічними і механічними дослідженнями, що з ростом наводнення, яке відбувається в процесі тривалого терміну експлуатації трубної сталі 06Г2БА, різко зростає (в 2-3 рази) циклічна міцність, що сприяє подовженню робочого (безаварійного) ресурсу трубопроводів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Гумеров А.Г., Ямалеев Н.М., Журавлев Г.В.* Трещиностойкость метала труб нефтепроводов// М.: ООО"Недра-Бизнесцентр".-2001. -242 с.
2. Макаренко В.Д., Палий Р.В., Галиченко Е.Н. Физико-механические основы сероводородного разрушения промыслловых трубопроводов// Челябинск: Изд-во ЦНТИ. -2002.-412 с.
3. *Макаренко В.Д., Гачев С.И., Прохоров Н.Н.* Сварка и коррозия нефтегазопроводов Западной Сибири//Киев:Изд-во"Науковадумка".—1996.-549 с.
4. *Макаренко В.Д., Максимов С.Ю., Білик С.І. і ін.* Корозійні руйнування каналізаційних систем України//Київ:НУБіП України.-2021.-272 с.
5. *Самойленко М.І.* Функціональна надійність трубопроводів них транспортних систем // Харків: ХНАМП. -2009.-184 с.

6. *Седак В.С., Нестеренко С.В.* Анализ утечек газа и причин стресс коррозионного разрушения подземных трубопроводов // Науково-технічний збірник.- №10.-2013.-С. 182-188.
7. *Ориняк І.В., Різгонюк В.В.* Ресурс довговічність і надійність трубопроводів Огляд сучасних підходів і проблеми нормативного забезпечення в Україні//Нафтова і газова промисловість. -2003.-№4.-С. 54-57.
8. *Насонкіна Н.Г., Антоненко Є.Г., Тряківа А.С.* Аналіз пошкодженості водопроводів і каналізаційних мереж// Сучасне промислове та цивільне будівництво. - 2019.-Том15.-№1.-С. 23-34.
9. *Мешков Ю.Я.* О возможности устойчивогорнавновесия острых трещин при их зарождении в металлах// Металлофизика. -1989.—Вып.23.-С. 5-12.
10. *Писаренко Г.С.,Стрижало В.А.* Экспериментальные методы в механике деформируемого твердого тела// Киев:Наукова думка. -1986.-262 с.
11. *T. Kawakubo, M. Hishida.* Elastic-Plastic Fracture Mechanics Analysis on Environmentally Accelerated Crackinq of Stainless Steel in High Temperature Water// Journal of Engineering Materials and Technology.- 2005. –Vol.107.-pp. 240-245.
12. Методика з визначення параметрів тріщиностійкості ASTM E399-78 (для компактних зразків і зразків з центральним надрізом) // Journal of Engineering Materials and Technology.- 2005. –Vol.107.-pp. 107-116.

REFERENCES

1. *Gumerov A.G., Yamaleev N.M., Zhuravlev G.V.* Treshhy`nostojkost` metala trub nefteprovodov (Crack resistance of the metal of oil pipelines) // LCD "Nedra-By`znescentr".-2001. -242 s.
2. *Makarenko V.D., Paly`j R.V., Galy`chenko E.N.* Fy`zy`ko-mexany`chesky`e osnovы serovodorodnogo razrusheny`ya promыsllovыx truboprovodov (Physico-mechanical foundations of hydrogen sulfide destruction of industrial pipelines) // Chelyaby`nsk: Y`zd-vo CzNTY`. -2002.-412 s.
3. *Makarenko V.D., Gachev S.Y`., Proxorov N.N.* Svarka y` korrozy`ya neftegazoprovodov Zapadnoj Sy`by`ry` (Welding and corrosion of oil and gas pipelines in Western Siberia) //Ky`ev:Y`zd-vo"Naukovadumka".—1996.-549 s.
4. *Makarenko V.D., Maksy`mov S.Yu., Bily`k S.I. i in.* Korozijni rujnuvannya kanalizacijny`x sy`stem Ukrayiny`(Corrosive destruction of sewage systems of Ukraine) //Ky`yiv:NUBiP Ukrayiny`.-2021.-272 s.
5. *Samojlenko M.I.* Funkcional`na nadijnist` truboprovodiv ny`x transportny`x sy`stem (Functional reliability of pipelines of transport systems) // Xarkciv: XNAMP. -2009.-184 s.
6. *Sedak V.S., Nesterenko S.V.* Analy`z utechek gaza y` pry`chy`n stress korrozy`onnogo razrusheny`ya podzemnыx truboprovodov (Analysis of gas leaks and causes of stress corrosive destruction of underground pipelines) // Naukovo-texnichny`j zbirny`k.- #10.-2013.-S.182-188
7. *Ory`nyak I.V., Rizgonyuk V.V.* Resurs dovgovichnist` i nadijnist` truboprovodiv Oglyad suchasny`x pidxodiv i problemy` normaty`vnogo zabezpechennya v Ukrayini (Resource durability and reliability of pipelines Review of modern approaches and problems of regulatory support in Ukraine) //Naftova i gazova promy`slovist`. -2003.-#4.-S. 54-57.
8. *Nasonkina N.G., Antonenko Ye.G., Tryakiva A.S.* Analiz poshkodzhenosti vodoprovodiv i kanalizacijny`x merezh (Damage analysis of water pipes and sewage networks) // Suchasne promy`slove ta cy`vil`ne budivny`cztvo. -2019.-Tom15.-#1.-S. 23-34.
9. *Meshkov Yu.Ya.* O vozmozhnosty` ustojchy`vogornavnovesy`ya ostrыx treshhy`n pry` y`x zarozhdeny`y` v metallax (On the possibility of stable rock balance of sharp cracks during their genesis in metals) // Metallofy`zy`ka. -1989.—Vyp.23.-S. 5-12.
10. *Py`sarenko G.S., Stry`zhalo V.A.* Эkspery`mental`nыe metodы v mexany`ke deformy`ruemogo tverdogo tela (Experimental methods in the mechanics of a deformable solid) // Ky`ev:Naukova dumka. -1986.-262 s.
11. *T. Kawakubo, M. Hishida.* Elastic-Plastic Fracture Mechanics Analysis on Environmentally Accelerated Crackinq of Stainless Steel in High Temperature Water// Journal of Engineering Materials and Technology.- 2005. –Vol.107.-pp. 240-245.
12. Metody`ka z vy`znachennya parametriv trishhy`nostijkosti ASTM E399-78 (dlya kompaktny`x zrazkiv i zrazkiv z central`ny`m nadrizom) (ASTM E399-78 method for determining crack resistance parameters (for compact samples and samples with a central notch)) // Journal of Engineering Materials and Technology.- 2005. –Vol.107.-pp. 107-116.

Стаття надійшла 23.03.2023

Макаренко Ю.В., Савенко В.І., Горлач О.М., Задорожнікова І.В., Чигиринець О.Е., Победа С.С.

ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ РОСТУ ТРІЩИН ПІД ДІЄЮ СТАТИЧНИХ І ЦИКЛІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ТРУБНИХ СТАЛЕЙ В КОРОЗІЙНО-АГРЕСИВНОМУ СЕРЕДОВИЩІ NACE

Розроблений аналітичний метод розрахунку і прогнозування статичної водневої втомленості трубних сталей, призначених для експлуатації в корозійно-агресивних середовищах з вмістом сірководню. Математичні розрахунки добре корелюють з експериментальними результатами (відхилення не перевищують 5-7%), що допускається в інженерних прогнозних розрахунках.Експериментальним шляхом досліджено швидкість росту тріщин в сталях 06Г2БА; побудовані графіки кривих росту тріщин і криві “навантаження-подовження” для компактних зразків із економно модифікованої сталі 06Г2БА з низькою швидкістю деформації (ЕНШД) в середовищі NACE і на повітрі під змінними напруженнями. Вперше побудовані криві статичної і циклічної втомленості для трубних сталей 09Г2С і 17Г1С при випробуванні в середовищі NACE, що дозволяє розрахувати і спрогнозувати їх безаварійний залишковий робочий ресурс. Вперше досліджено прискорений навколишнім середовищем ріст тріщини для трубної модифікованої сталі 06Г2БА в середовищі NACE та виконані розрахунки ресурсу трубних сталей на основі механіки пружно-пластичного руйнування. Доказано експериментальними металографічними і механічними дослідженнями, що з ростом наводнення, яке відбувається в процесі тривалого терміну експлуатації трубної сталі 06Г2БА, різко зростає (в 2-3 рази) циклічна міцність, що сприяє подовженню робочого (безаварійного) ресурсу трубопроводів.

Ключові слова: труба, деформація, руйнування, тріщиностійкість, тріщини, пори, неметалеві включення.

Makarenko Yu.V., Savenko V.I., Gorlach O.M., Zadorozhnikova I.V., Chygyrynets’ O.E., Pobeda S.S.

RESEARCH OF THE KINETICS OF CRACK GROWTH UNDER THE ACTION OF STATIC AND CYCLIC LOADS OF PIPE STEEL IN A NACE CORROSION-AGGRESSIVE ENVIRONMENT

An analytical method for calculating and forecasting static hydrogen fatigue of pipe steels intended for operation in corrosive-aggressive environments containing hydrogen sulfide has been developed. Mathematical calculations correlate well with experimental results (deviations do not exceed 5-7%), which is allowed in engineering predictive calculations. The rate of crack growth in 06G2BA steels was investigated experimentally; graphs of crack growth curves and "load-elongation" curves for compact samples of economically modified steel 06G2BA with a low rate of deformation (ENSHD) in the NACE environment and in air under variable stresses are constructed. For the first time, static and cyclic fatigue curves for pipe steels 09Г2С and 17Г1С were constructed when tested in the NACE environment, which allows to calculate and predict their failure-free residual working life. For the first time, environment-accelerated crack growth for pipe-modified steel 06G2BA in the NACE environment was investigated, and calculations of the service life of pipe steels based on the mechanics of elastic-plastic failure were performed. It has been proven by experimental metallographic and mechanical studies that with the increase in flooding, which occurs during the long service life of the 06G2BA pipe steel, the cyclic strength increases sharply (by 2-3 times), which contributes to the extension of the working (failure-free) resource of the pipelines.

Key words: pipe, deformation, destruction, crack resistance, cracks, pores, non-metallic inclusions.

УДК 669.14 : 620.191.33
Макаренко Ю.В., Савенко В.І., Горлач О.М., Задорожнікова І.В., Чигиринець О.Е., Победа С.С. **Дослідження кінетики росту тріщин під дією статичних і циклічних навантажень трубних сталей в корозійно-агресивному середовищі NACE** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 520-532.
Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 12 назв.

UDC 669.14 : 620.191.33
Makarenko Yu.V., Savenko V.I., Gorlach O.M., Zadorozhnikova I.V., Chygyrynets' O.E., Pobeda S.S. **Research of the kinetics of crack growth under the action of static and cyclic loads of pipe steel in a NACE corrosion-aggressive environment** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific – Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 520-532.
Tabl. 1. Fig. 7. Ref. 12.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *магістерка університету Манітобо (м. Вінніпег, Канада) МАКАРЕНКО Юлія Валеріївна*
Тел.: +38(066) 747-67-90
E-mail: green555tree@gmail.com
ORCID ID:https://orcid.org/0000-0003-1252-4231

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор кафедри організації і управління будівництвом Київського національного університету будівництва і архітектури САВЕНКО Володимир Іванович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Тел.: +38(097)-970-66-59
E-mail: savenkoknuba@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1490-6730

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *аспірант Київського національного університету будівництва і архітектури ГОРЛАЧ Олександр Миколайович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Тел.: +38(044) 245 48 51
E-mail: savenkoknuba@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-1677-5137

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент кафедри будівництва та цивільної інженерії Луцького національного технічного університету, дійсний член Української академії наук, член-кореспондент Академії будівництва України ЗАДОРОЖНІКОВА Ірина Вікторівна*
Адреса робоча: *вул. Львівська, 75, м. Луцьк Волинська обл. 43018, Україна*
Тел.: +38(067)-1653389
E-mail: i.zadorozhnikov@lutsk-ntu.com.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-3652-7528

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *доктор хімічних наук, професор кафедри фізичної хімії Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Чигиринець Олена Едуардівна*
Адреса робоча: *КПІ ім. Ігоря Сікорського, пр. Перемоги, 37, корп. 4, Київ 03056*
Тел.: +38(044)-204-83-89
E-mail: o.chygyrynets@kpi.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-2506-7020

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *аспірант Київського національного університету будівництва і архітектури ПОБЕДА Сергій Сергійович*
Адреса робоча: *03037, Україна, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Тел.: +38(044) 245 48 51
E-mail: pobieda.s.s101@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-0510-4362

ЗМІСТ

Dzyuba A.P., Safronova I.A., Levitina L.D.
Numerical and experimental modeling of the behavior of flexible shell elements of structures 3

Lizunov P.P., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.
Influence of stiffness parameters on vibro-impact damper dynamics 21

Перельмутер А.В.
Удар падаючих уламків по залізобетонній плиті 36

Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М.
Постановка задачі моделювання зсувних процесів в пластичних ґрунтах 47

Hart E.L., Terokhin B.I.
Computer simulation of the stress-strain state of thin plates and cylindrical shells with a circular hole reinforced by an inclusion from functionally graded material 63

Сафронов О.В., Семон Б.Й., Неділько О.М., Горіна А.О.
Умови моделювання трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків в аеродинамічних трубах 81

Lizunov P.P., Lukianchenko O.O., Geraschenko O.V., Kostina O.V.
Dynamic stability of a hemispherical shell with shape imperfections 97

Іванченко Г.М., Гетун Г.В., Безклубенко І.С., Соломин А.В.
Особливості конструювання та розрахунків складних залізобетонних рам будівель 108

Гайдайчук В.В., Левківська Л.В., Лазарева М.В.
Прогнозування закритичної поведінки бурильних колон у горизонтальних свердловинах 118

Krivenko O.P., Lizunov P.P., Vorona Yu.V., Kalashnikov O.B.
A Method for Analysis of Nonlinear Deformation, Buckling, and Vibrations of Thin Elastic Shells of an Inhomogeneous Structure 131

Сидоренко Ю.М., Устименко П.Р., Пащин М.О., Міходуй О.Л.
Напружено-деформований стан пластини після ударної взаємодії з електродами різної форми 150

Mykhailovskyi D.V.
Modeling and calculation of panel buildings made of cross-laminated timber 164

Peleshko I.D., Yurchenko V.V.
Parametric optimization of bar structures with discrete and continuous design variables using improved gradient projection method 178

Maksimyuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Kozak O.V., Maksimyuk O.V.
Numerical analysis of the stressed-deformed state of a tubular element under thermal loading 199

Кришталь В.Ф., Янчевський І.В.
Обмеження на інтегральні міри напруженого стану в задачах топологічної оптимізації 207

Lizunov P.P., Nedin V.O.
Transmission shafts vibrations in transient rotating modes 229

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lazareva M.V.
Influence of polymer aggregate reinforcement on the dynamics of three-layer cylindrical structure of elliptical cross-section 238

Glyva V., Zaporozhets O., Levchenko L., Burdeina N., Nazarenko V.
Methodological foundations protective structures development for shielding electromagnetic and acoustic fields 245

Вабіщевич М.О., Фесун І.К.
Підходи щодо забезпечення стійкості до прогресуючого обвалення будівель та споруд. Сучасний стан та перспективи 256

Nuianzin O.M., Kozak A.A., Kostenko V.K., Kryshtal M.A., Nuianzin V.M., Nekora O.V.
The research of the fire resistance limits of a reinforced concrete slab according to the results of fire tests without mechanical load 264

Chovniuk Y.V., Cherednichenko P.P., Moskvitina A.S., Shyshyna M.O.
The fractal scale-invariant structure of a temporal hierarchy in the relaxation and energy dissipation processes in a visco-elastic/capillary-porous medium 277

Mishchuk Ye.O., Nazarenko I.I.
Analysis of the energy laws of material destruction 294

Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Liashko A.P., Pochka K.I., Korobko M.M.
Analysis of derrikingand slewing of the tower crane with consideration to driving mechanisms characteristics 316

Molodid O.S., Kovalchuk O.Yu., Skochko V.I., Plokhuta R.O., Molodid O.O., Musiiaka I.V.
Inspection of war-damaged buildings and structures by the example of urban settlement Borodianka 328

Палій О.М., Лук'янченко О.О., Козак А.А.
Порівняльний аналіз динамічної стійкості циліндричної і конічної оболонок при періодичному осьовому стисненні 344

Гайдайчук В.В., Мамедов А.М., Котенко К.Е.
Вплив геометричних параметрів і фізико-механічних властивостей внутрішнього несучого шару на динамічні перехідні процеси тришарової напівсферичної оболонки 353

Maksimyuk Yu.V., Pochka K.I., Abrashkevych Yu.D., Prystailo M.O., Polishchuk A.G.
Results of experimental research on the cutting of highly abrasive materials with abrasive reinforced circles 361

Openko P.V., Bychenkov V.V., Polischuk V.V., Pidhorodetskyi M.M., Salii A.G., Salii O.Y.
Development of mathematical models of process of change of the technical condition of samples of building technique is during realization of strategy of technical exploitation according to condition 375

Tonkacheiev H., Rashkivskyi V.P., Rudnieva I.M., Dubovyk I.V.
Investigation of labour intensity and duration of the assembly processes of structural covering blocks 395

Loveykin V.S., Palamarchuk D.A., Loveykin A.V., Romasevich Yu.O., Shalenko V.O.
Optimization of the force mode of range change in an articulated boom system with a geared sector at a fixed mode of crane rotation 404

Єгоров Є.А., Кучеренко О.Є., Реприцев О.В.
Скінченно-елементне моделювання контакту оболонкової структури з основою 421

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.
Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні 430

Стеблянко П.О., Дьомічев К.Е., Петров О.Д.
Вигин пластини з функціонально-неоднорідного матеріалу при наявності великих деформацій 447

Loveikin V.S., Mishchuk D.O., Romasevych Yu.O.
The movement mode optimization of the manipulator on the elastic base according to the criterion of the mean square value of the rate of change of the drive torque 457

Макаренко В.Д., Гоц В.І., Савенко В.І., Владимиров О.В., Макаренко Ю.В.
Експериментальні дослідження кінетики росту тріщин та несучої здатності трубних сталей підземних систем водовідведення 469

Жидкова Т.В., Глеба В.Ю., Гнатюк Л.Р., Жлобніцький А.В., Приймаченко О. В.
Пристосування підвальних приміщень будинків під укриття для цивільного населення 483

Пискунов С.О., Бахтаваршоєв Т.А., Самофал К.І.
Про використання критеріїв міцності анізотропних матеріалів 496

Ручківський В.В.
Взаємодія інженерних захисних конструкцій з грунтовою основою в умовах щільної міської забудови 507

Макаренко Ю.В., Савенко В.І., Горлач О.М., Задорожникова І.В., Чигиринець О.Е., Победа С.С.
Дослідження кінетики росту тріщин під дією статичних і циклічних навантажень трубних сталей в корозійно-агресивному середовищі NACE 520

Науково-технічний збірник
ОПІР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF STRUCTURES
Scientific-and-technical collected articles

Випуск 110

Головний редактор П.П.Лізунов

Підп. до друку 26.07.23. Формат 60x90 $^{1}/_{16}$. Папір друк №1.
Друк офсетний. Умовн. друк. арк.
Тираж 100.

КНУБА
м. Київ, Повітрофлотський пр., 31. 03037