

УДК 515.2

Підгорний Олексій Леонтійович

Доктор технічних наук, професор

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

**МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ТОРСОВИХ ПОВЕРХОНЬ В ЯКОСТІ
ВІДБИВАЧІВ СОНЯЧНИХ ПРОМЕНІВ (ПРОДОВЖЕННЯ)**

Анотація. В статті продовжено розгляд теоретичних питань утворення торсових поверхонь і їх властивостей, корисних для використання цих поверхонь в якості відбивачів сонячних променів.

Ключові слова: торсові поверхні; властивості; обкатка площиною; ребро звороту; лінії перерізу; побудова; твірні дійсні; уявні

Постановка проблеми.

В публікації [1] дано обґрунтування доцільності використання торсових поверхонь в якості відбивачів сонячних променів в геліотехніці як нерухомих або рухомих концентраторів. Для цього розглянуто ряд тверджень про види фокальних фігур конгруенції нормалей відбиваючих торсових поверхонь, конгруенцій відбитих променів, особливостей ортотомік (поверхонь фронту хвилі) при відбитті від торсової поверхні.

Розглянуто також утворення сезонного тілесного кута ефективності для певної частини року та граничних висот сонцестояння.

Орієнтація на використання груп торсів 4-го класу потребує продовжити деталізацію їх властивостей та конструктивну реалізацію, розпочаті в [2].

Аналіз останніх публікацій.

В публікації [3] відома властивість множини променів залишатись нормальними конгруенціями при будь-якій кількості відбиттів та заломлень (теорема Мальюса-Дюпена [4]) поширена на явища відбиття, заломлення і дифрагування та їх комбінації при всіх видах джерел падаючих променів: точкових власних і невластивих, лінійних (прямі і криві), площинних та поверхневих.

Цей результат слід використати при застосуванні торсових поверхонь відбиття та таких окремих випадків як відбиваюча площина, гранна поверхня, поєднання торсової та косої поверхні.

В двоїстих способах моделювання торсів обкатка площиною двох геометричних фігур 2-го порядку (криві, нерозгортні поверхні) та отриманням огинаючої множини стичних площин ребра звороту як результату взаємного перетину двох поверхонь 2-го порядку в [2] перевага віддана обкатці площиною двох

кривих 2-го порядку і огинаючій стичних площин ребра звороту як лінії перетину двох конічних поверхонь.

Слід продовжити розгляд способів побудови торсових поверхонь при обкатці площиною і двоїстих ім. побудов з використанням ребер звороту.

Побудова потоків відбитих променів від різних поверхонь ведеться з використанням розшарування конгруенцій нормалей відбиваючих поверхонь на прості поверхні нормалей: плоскі пучки, конічні поверхні, гіпери та інші з наступним утворенням поверхонь відбитих променів. Для відбиваючих нерозгортних поверхонь 2-го порядку на цій основі виникло розшарування конгруенцій вздовж ліній перерізів з отриманням лінійчатих поверхонь відбитих променів 3-4 порядків. При цьому враховано, що дотичні площини вздовж ліній перерізів утворюють конічні поверхні. Це дозволило звести побудови для ряду поверхонь до побудов для перерізів конічних поверхонь при вирішенні задач світлотехніки та акустики [5,6].

Інші можливості розшарування і використання нормальних конгруенцій виникли про поєднання хвильового і променевого трактувань розповсюдження світлових і звукових коливань при різних їх джерелах. При цьому кожна ланка відбитих променів є плоским пучком або конгруенцією нормалей. В площині виникають наступні зв'язки множин нормалей [3 ,рис.1]. Відбиваюча крива є геометричним місцем для даного моменту однопараметричної множини центрів сфер як точок відбиття. Дві вітки огинаючих g_0 і g_1 цих сфер є фронтом падаючої і відбитих хвиль. Падаючі промені є множина нормалей лінії g_0 , відбиті промені – множина нормалей лінії g_1 . Нормалі g є бісектрисами кутів між падаючими та відбитими променями, що проходять через кожний центр сфери.

При відбитті в просторі відбиваюча поверхня є геометричним місцем двопараметричної множини центрів сфер. Огинаючі поверхні Σ_0 і Σ_1 множини

сфер задають конгруенції падаючих променів як нормалей до Σ_0 і відбитих променів як нормалей до Σ_1 . Бісектриси кожної пари падаючий-відбитий промінь створюють конгруенцію нормалей відбиваючої поверхні. Доцільно використовувати взаємозв'язок трьох розглянутих видів конгруенцій нормалей. При розгляді множин сонячних променів фронт падаючої хвилі в площині є пряма, а в просторі площина, перпендикулярні сонячним променям. Особливості побудов в цьому випадку розглянуті в статті [7].

Формулювання мети і задач статті.

Метою статті є подальший розвиток способів конструювання торсів 4-го класу для використання їх як відбивачів потоку сонячних променів і отримання концентраторів.

Задачі статті. Розглянути способи побудови перерізів всіх видів торсів 4-го класу як результату перетину пучків дотичних до кривих 2-го порядку, наявність і кількість подвійних точок і точок звороту. Визначити області дійсних і уявних твірних в площинах кривих обкатки.

Основна частина

При отриманні ребра звороту як результату перетину двох конусів 2-го порядку використовується пучок січних площин з віссю, що проходить через їх вершини. В кожній площині пучка твірні конусів у взаємному перетині дають точки ребра звороту. Дотичні площини вздовж цих твірних перетинаються по твірних торса. На площині перерізу Π сліди дотичних площин дають дотичні до основ конусів. Вони перетинаються в точках лінії перерізу торса [2, рис.5]. Виникає ситуація, передбачена в узагальненому способі побудови плоских алгебраїчних кривих порядку u як результату перетину двох пучків порядків k і l ліній порядків p і q , при $[m,n]$ значній відповідності пучків за формулою [8]:

$$u = m p l + n q k$$

У випадку побудови ребра звороту торса T_4^8 (рис.1) лінії пучків є дотичні прямі до кривих 2-го порядку як основ конусів, тобто $p=1, q=1$. Порядки пучків, дотичних $k=2, l=2$, тому що через зовнішню точку проходить по 2 прямі пучка. Слід кожної січної площини перетинає кожну лінію основ конусів в 2 точках, що дає в загальному випадку $[2,2]$ -значну відповідність пучків дотичних: $m=2, n=2$. Точка G сліду лінії вершин розташовується довільно. У зв'язку з цим:

$$u = 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 = 8$$

Це результат для торса T_4^8 . На рис.1,а показана схема побудови точки A лінії перерізу торса на основі перетину пучків, дотичних до лінії основ.

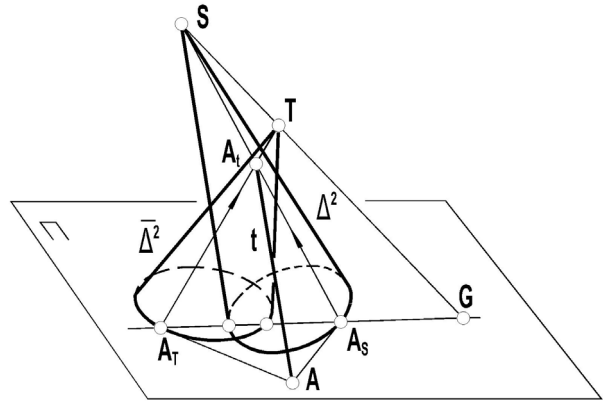


Рисунок 1а - Схема побудови точки A лінії перерізу торса на основі перетину пучків, дотичних до лінії основ.

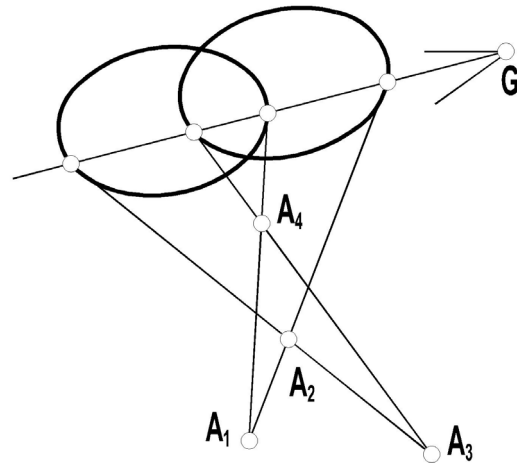


Рисунок 1 б – Перетин відповідних дотичних в площині Π .

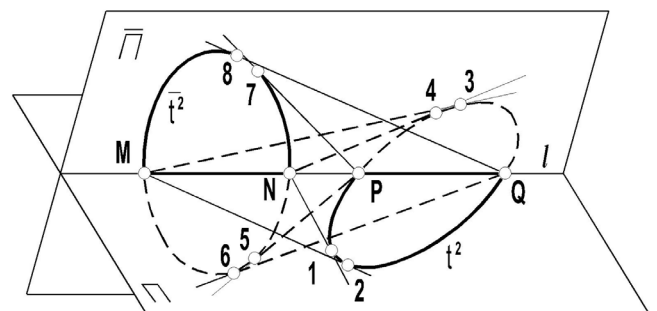


Рисунок 2 – Твірні торса.

Для торса T_4^7 конуси мають спільну дотичну площину, а пучки дотичних спільну дотичну, яка не враховується в складі лінії перетину:

$$u = (2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2) - 1 = 7$$

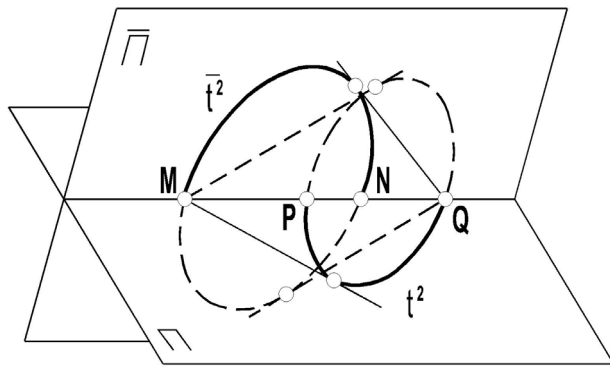


Рисунок 3 – Наявність по дві дійсних твірних і дві уявних в площинах Π і $\bar{\Pi}$ при частковому накладенні відрізків MN і PQ .

Для торса T_4^6 вершина одного конуса знаходиться на твірній іншого. Це приводить до того, що точка G знаходиться на основі одного з конусів і відповідність стає $[1, 2]$ значною:

$$u = 1 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 = 6$$

Для торса T_4^5 конуси мають спільну дотичну площину і вершина одного належить твірній другого. G знаходиться на основі одного з конусів. Тому зберігається $[1,2]$ значність, але не враховується спільна дотична до основ:

$$u = (1 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2) - 1 = 5$$

Для торса T_4^4 конуси мають спільну твірну, на якій розташовуються вершини. Це приводить до $[1,1]$ -значної відповідності пучків:

$$u = 1 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \cdot 2 = 4$$

Неважко відтворити побудови ліній перерізу торсів у випадках $T_4^7, T_4^6, T_4^5, T_4^4$.

На рис.2, який відповідає рис.6 статті [2] показано для торса T_4^8 таке розташування кривих обкатки між собою та відносно лінії перетину площин Π і $\bar{\Pi}$, яке дає в загальному випадку максимальну кількість дійсних твірних в цих площинах. Так, через дві точки перетину M і N кривої \bar{t}^2 можна в площині Π провести по дві дійсні дотичні до кривої t^2 , якщо вона розташована поза відрізком MN . Вони проходять через точки дотику 1,2,3,4.

Аналогічна можливість існує і для площини $\bar{\Pi}$, в якій крива \bar{t}^2 розташована поза відрізком PQ , який утворює крива \bar{t}^2 на лінії l . Отже, максимальна кількість дійсних твірних для торса T_4^8 в площинах обкатки рівна $4 + 4 = 8$.

Часткове накладання відрізків MN і PQ створює ситуацію появи уявних твірних на площинах Π і $\bar{\Pi}$.

На рис.3 показано, що через точки M і Q проходить по 2 дійсні твірні в точки 3 і 1 та 6 і 8 та дві уявні, тому що вони знаходяться усередині еліпсів t^2 і \bar{t}^2 .

Таблиця 1.

Вид торса	Варіанти	Схеми розташування точок перетину M і N, P і Q кривих t^2 і \bar{t}^2 на лінії перетину площин Π і $\bar{\Pi}$	Кількість твірних в площинах кривих обкатки			
			дійсних		уявних	
			в Π	в $\bar{\Pi}$	в Π	в $\bar{\Pi}$
1. T_4^8	a		4	4	0	0
	б		2	2	2	2
	в		2	2	0	0
	г		0	0	2	2
	д		4	0	0	4
	e		0	4	4	0
	ж		0	0	0	0

В наведеній таблиці для першого виду торса T_4^8 показано, 7 схем варіантів. Рисункам 2 і 3 відповідають рядки 1,а і 1,б. В останньому не існує пар точок M, N і P, Q і всі твірні уявні.

В рядках зафіксовано стан кожної пари точок: ϵ , немає, утворюють відрізок, співпадають. Варіанти виникають при врахуванні взаємного положення існуючих пар або окремих точок.

Для торсів T_4^7 виникає 2 варіанти: 2а і 2б.

Для торсів T_4^6 - 6 варіантів: 3а, 3б, 3в, 3г, 3д і 3е.

Для торсів T_4^5 - 2 варіанти: 4а і 4б.

Для торсів T_3^4 існує тільки один варіант по одній дійсній твірній в площинах Π і $\bar{\Pi}$, бо існування торса передбачає стани $M \equiv N$ і $P \equiv Q$.

На завершення слід визначити наступне. Відомо, що двоїсті фігури розгортка поверхня та її ребро

звороту мають порядок і клас, величини яких міняються місцями [9]. Тобто, ряд розглянутих торсів $T_4^8, T_4^7, T_4^6, T_4^5, T_3^4$ мають відповідно ребра звороту $t_4^8, t_4^7, t_4^6, t_4^5, t_3^4$. Крім того, при обкатці площиною двох кривих 2-го порядку криві обкатки t^2 і \bar{t}^2 , як відзначалось, ϵ подвійними. Це треба враховувати при аналізі перерізів торсів. Наприклад, в торсі T_4^6 площина перетинає подвійні лінії в максимум 4 точках і ребро звороту максимум в 4 точках. Це означає, що лінія перерізу торсової поверхні має не більше 4 подвійних точок та 4 точок звороту. Взаємне положення січної площини подвійних кривих і ребра звороту може дати і уявні точки, що треба враховувати при аналізі форми лінії перерізу торса.

Стаття надійшла в редколегію 06.04.17

Література

1. Підгорний О.Л. *Можливості використання торсових поверхонь в якості відбивачів сонячних променів.* // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2008. Вип. 80. – С. 11-15.
2. Обухова В.С. *Конструктивні способи утворення алгебраїчних торсів 4-го класу.* / Обухова В.С., Підгорний О.Л. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Вип.4, т.11.-Мелітополь:ТДАТА 2000.-122с.
3. Підгорний О.Л. *Моделювання ланцюжків прямих, відбитих, заломлених та дифрагуючих випромінювань на основі об'єднання хвильового та променевого трактувань розповсюдження коливань.* // Геометричне та комп'ютерне моделювання., Харків, 2004, Випуск 4, стор.20-31.
4. Malus E. *Memoire sur L'Optie Journal de L'Ecole Polytechnique public parle...84. Paris 1808.*
5. Подгорный А.Л. *Поверхности отражённых лучей* // Прикладная геометрия и инженерная графика. Вип. 20. – К.; Будівельник, 1975. – С.13 -16.
6. Козак Ю.В., *Исследование отражающих поверхностей высших порядков в приложении к акустическому расчету помещений. Тези доповідей наукової кримської конференції, Сімферополь, 2005, С.9-12.*
7. Підгорний О.Л. *Відбиття від ортомолекули при паралельних падаючих променях/ Підгорний О.Л., Дворецкий О.Т.* // Праці ТДАТА. 2002.-Вип.4. том15.-С.9-15.
8. Обухова В.С. *Синтетические способы построения алгебраических кривых.* // Прикладная геометрия и инженерная графика. Вип. 11. –К.; Будівельник, 1970. –С.32-39.
9. Pascal E. *Repertorio di matematiche superiori. II.-Milano.1900.*

Подгорный Алексей Леонтьевич

Доктор технических наук, профессор

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТОРСОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В КАЧЕСТВЕ ОТРАЖАТЕЛЕЙ СОЛНЕЧНЫХ ЛУЧЕЙ (ПРОДОЛЖЕНИЕ).

Аннотация. В статье продолжено рассмотрение теоретических вопросов образования торсовых поверхностей и их свойств, полезных для использования этих поверхностей в качестве отражателей солнечных лучей.

Ключевые слова: торсовые поверхности; свойства; обкатка плоскостью; ребро возврата; линии сечения; построение; образующие действительные; мнимые

Podgorny Oleksiy L.

Full Doctor, Professor

POSSIBILITIES OF TORSE SURFACES IMPLEMENTATION AS SURFACES, THAT REFLECT SOLAR RAYS (CONTINUATION).

Abstract. In the article was continued consideration of theoretical issues of build of torse surfaces and their properties that can be used as solar rays reflectors.

Keywords: torse surfaces; properties; rolling by plane; cuspidal edge; cutting line; actual and imaginary generatrix