

## Скорочення тепловтрат систем теплопостачання шляхом оптимізації їх геометричних моделей при проектуванні

Володимир Скочко<sup>2</sup>, Віталій Плоский<sup>1</sup>, Анна Гегер<sup>3</sup>, Людмила Скочко<sup>4</sup>

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітрофлотський, Київ, Україна, 03037

<sup>1</sup>ploskyivo@ukr.net, orcid.org/0000-0002-2632-8085

<sup>2</sup>vladimir.and.friends@gmail.com, orcid.org/0000-0002-1709-2621

<sup>3</sup>annageger@gmail.com, orcid.org/0000-0003-2299-3982

<sup>4</sup>milabondareva@gmail.com, orcid.org/0000-0001-7392-814X

**Анотація.** При прогнозуванні рівня ефективності функціонування системи теплопостачання, що проектується, необхідно визначити її основні техніко-економічні показники. Для цього потрібно проаналізувати весь життєвий цикл даної системи, а саме: процеси її проектування, монтажу, експлуатації та демонтажу.

На сьогоднішній день у більшості крупних міст Україні функціонують системи централізованого теплопостачання. Обладнання й інженерні мережі цих систем здебільшого є застарілими, а деякі фрагменти потребують систематичного ремонту або навіть повної заміни, в залежності від того, який із цих заходів є економічно більш виправданими. В будь-якому випадку, відновлення початкових (або достатніх для ефективного функціонування) показників інженерних систем потребує чималих капіталовкладень та трудовитрат співробітників обслуговуючих їх житлово-комунальних підприємств та будівельно-монтажних організацій. Відтак, чим більш компактними й менш протяжними є мережі теплопостачання, тим меншою стає ймовірність їх передчасної відмови й тим меншими є затрати на їх обслуговування, пов'язане з фізичним зносом окремих ділянок, обладнання та системи у цілому.

Окрім того, скорочення протяжності системи трубопроводів дає можливість знизити вартість будівельних матеріалів і будівельно-монтажних робіт. При цьому вартість проектування також стає меншою. Однак, не менш вагоме значення мають і показники втрат теплової енергії у трубопроводах системи



**Володимир Скочко**  
доцент кафедри  
архітектурних конструкцій  
к.т.н., доц.



**Віталій Плоский**  
професор кафедри  
архітектурних конструкцій  
д.т.н., проф.



**Анна Гегер**  
доцент кафедри архітектурних  
конструкцій, к.т.н.



**Людмила Скочко**  
асистент кафедри основ  
та фундаментів

теплопостачання в процесі експлуатування. Величина цих втрат значною мірою залежить від температури теплоносія, способу прокла-

дання трубопроводів та їх діаметрів (або інших параметрів форми перерізів), але найбільше від довжин відповідних ділянок системи.

Вочевидь, протяжність теплових мереж є одним із ключових факторів, що визначають загальну економічність системи теплопостачання, проте рівень її енергоефективності має формуватися також із урахуванням показників питомих тепловтрат.

В даній публікації приведено аналіз чинників, що мають формувати загальні принципи оптимізації системи теплопостачання, а також запропоновано математичні основи визначення геометричних параметрів цієї системи з урахуванням зазначених чинників.

**Ключові слова.** Формоутворення, дискретна геометрична модель, системи теплопостачання, теорія оптимізації, цільова функція, питоми тепловтрати.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Процес проектування енергоефективних систем теплопостачання має передбачати значне скорочення або мінімізацію витрат будівельних матеріалів, необхідних для їх зведення, затрат на подальшу експлуатацію, а також тепловтрат усіх ділянок трубопроводів із урахуванням способу їх прокладання та фізичних властивостей основних й ізоляційних будівельних матеріалів. Вирішення цієї задачі вимагає застосування інструментальної бази класичних методів оптимізації, що дозволяють обрати найкращий з усіх можливих варіантів конструкцій [5]. Загалом на мінімізацію тепловтрат можна вплинути двома шляхами:

1) за рахунок використання сучасного теплогенеруючого устаткування й інженерного обладнання (в тому числі котлів, альтернативних джерел енергії, автоматики й систем контролю) та впровадження заходів, спрямованих на підвищення ефективності роботи цього обладнання (в тому числі за рахунок використання спеціалізованого програмного забезпечення та оптимізації складу палива);

2) шляхом зменшення довжин ділянок прокладання трубопроводів (подавальних та зворотних) та підвищення їх теплоізоляційних властивостей.

Якщо перший шлях потребує впрова-

дження інноваційних технологій енергогенерації, то другий шлях може бути реалізовано виключно на основі застосування математичних засобів оптимізації геометричної моделі системи трубопроводів. Впровадження інструментів оптимізації найбільш доцільне на етапі створення проектної документації, а значить є найменш витратним і може дозволити упередити цілий ряд подальших проблем, пов'язаних із експлуатаційними затратами та фізичними втратами енергії на всіх подальших етапах життєвого циклу системи теплопостачання. Очевидно, що пошук шляхів вирішення даної проблеми є актуальною та важливою задачею.

## АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Переважає більшість задач оптимізації рішень з територіального планування районних мереж теплопостачання, що вирішується як вітчизняними так і закордонними вченими, опирається на шаблонне використання правил та методик скорочення енергоспоживання інженерних систем. При цьому враховуються загальні нормативні принципи побудови мереж теплопостачання, що передбачають певні геометричні обмеження щодо областей забудови, а також обмеження, пов'язані з необхідністю транспортного сполучення окремих будівель і споруд між собою, прокладанням інженерних комунікацій, врахування зон впливу об'єктів енергетики (котелень, теплогенераторних, ТЕС, ТЕЦ та ін.) й інших будівель та споруд, орієнтованих на здійснення виробничих процесів та які є джерелами теплопостачання. Особливістю усіх цих методик є те, що вони вимагають дотримання у більшій мірі конструктивних рішень, аніж інженерних й аналітичних засобів проектування та передбачають попереднє задання багатьох геометричних параметрів системи, які могли б бути оптимізованими [1, 2, 3, 4].

При проектуванні системи теплопостачання, одним із важливих інженерних завдань є підбір типу ізоляційних матеріалів та їх товщини на різних ділянках трубопроводів [6, 7, 8, 9, 10]. Зазвичай, обравши

найбільш прийнятний для конкретних кліматичних умов та способу прокладання трубопроводів ізоляційний матеріал, проектувальники розраховують його товщину, відштовхуючись від питомих тепловтрат або щільності теплового потоку на досліджуваних ділянках. Однак, можливим є й зворотний підхід, при якому проектувальник підраховує й оцінює величини тепловтрат, відштовхуючись від відомих параметрів теплоносія та теплоізоляції трубопроводів по всіх ділянках. У випадку, коли розрахункові тепловтрати перевищують допустимі, на відповідних ділянках приймаються більші товщини теплової ізоляції.

Отже, якщо задані температура внутрішньої поверхні ізоляційного шару  $t_{INT}$  (температура стінки труби, що ізолюється),  $^{\circ}\text{C}$ , а також температура зовнішньої поверхні  $t_{EXT}$ ,  $^{\circ}\text{C}$ , то щільність теплового потоку для різних типів геометричних параметрів трубопроводів визначатиметься так:

1) поверхнева щільність теплового потоку  $q$ ,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ , для одношарової плоскої стінки (якщо мова йде про одну з поверхонь трубопроводу з перерізом у формі багатогранника):

$$q = (t_{EXT} - t_{INT}) / R = (t_{EXT} - t_{INT}) \cdot \lambda / h; \quad (1)$$

2) поверхнева щільність теплового потоку  $q$ ,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ , для плоскої стінки з багатошаровою ізоляцією з  $n$  шарів:

$$q = (t_{EXT} - t_{INT}) / \sum_{i=1}^n R_i = (t_{EXT} - t_{INT}) / \sum_{i=1}^n (h_i / \lambda_i); \quad (2)$$

3) лінійна щільність теплового потоку  $q_l$ ,  $\text{Вт}/\text{м}$ , для одношарової ізоляції циліндричної стінки:

$$q_l = (t_{EXT} - t_{INT}) / R_l = 2 \cdot \pi \cdot (t_{EXT} - t_{INT}) \cdot \lambda / \ln(d_{EXT} / d_{INT}); \quad (3)$$

4) лінійна щільність теплового потоку  $q_l$ ,  $\text{Вт}/\text{м}$ , для багатошарової ізоляції циліндричної стінки з  $n$  шарів:

$$q_l = (t_{EXT} - t_{INT}) / \sum_{i=1}^n R_{li} = 2 \cdot \pi \cdot (t_{EXT} - t_{INT}) / \sum_{i=2}^n \frac{\ln(d_i / d_{i-1})}{\lambda}, \quad \text{де} \quad d_1 = d_{INT}, \quad d_n = d_{EXT}. \quad (4)$$

В формулах (1) – (4):  $R$  та  $R_i$  – це відповідно опори теплопередачі одношарової теплоізоляції та  $i$ -го шару багатошарової теплоізоляції плоскої стінки трубопроводу,  $(\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})/\text{Вт}$ ;  $R_l$  та  $R_{li}$  – опори теплопередачі одношарової теплоізоляції та  $i$ -го шару багатошарової теплоізоляції циліндричного трубопроводу,  $(\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C})/\text{Вт}$ ;  $\lambda$  та  $\lambda_i$  – теплопровідність одношарової теплоізоляції та  $i$ -го шару багатошарової теплоізоляції,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C})$ ;  $h$  та  $h_i$  – товщини одношарової теплоізоляції та  $i$ -го шару багатошарової теплоізоляції,  $\text{м}$ ;  $d_{INT}$  та  $d_{EXT}$  (від англ.: «*internal*» – внутрішній, «*external*» – зовнішній) – діаметри стінки труби, ізолюється, та зовнішньої грані ізоляційної оболонки;  $d_i$  – зовнішній діаметр  $i$ -го шару багатошарової теплоізоляції циліндричного трубопроводу.

З практичних міркувань, особливо коли мова йде про надземне прокладання трубопроводів, лінійну щільність теплового потоку  $q_l$ ,  $\text{Вт}/\text{м}$ , можна визначати відштовхуючи від температур теплоносія  $t_{HTA}$  та оточуючого повітря  $t_{AIR}$ :

1) для одношарової ізоляції циліндричної стінки:

$$q_l = (t_{AIR} - t_{HTA}) / (R_{AIR} + R_l + R_{HTA}) = (t_{AIR} - t_{HTA}) / \left( \frac{1}{\alpha_{AIR} \cdot \pi \cdot d_{EXT}} + \frac{\ln(d_{EXT} / d_{INT})}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} + \frac{1}{\alpha_{HTA} \cdot \pi \cdot d_{INT}} \right); \quad (5)$$

2) для багатошарової ізоляції циліндричної стінки з  $n$  шарів:

$$\begin{aligned}
 q_l &= (t_{AIR} - t_{HTA}) / (R_{AIR} + \sum_{i=1}^n R_{l_i} + R_{HTA}) = \\
 &= (t_{AIR} - t_{HTA}) / \left( \frac{1}{\alpha_{AIR} \cdot \pi \cdot d_{EXT}} + \right. \\
 &\left. + \sum_{i=2}^n \frac{\ln(d_i / d_{i-1})}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} + \frac{1}{\alpha_{HTA} \cdot \pi \cdot d_{INT}} \right), \quad (6) \\
 &\text{де } d_1 = d_{INT}, d_n = d_{EXT}.
 \end{aligned}$$

В формулах (5) і (6):  $R_{AIR}$  та  $R_{HTA}$  (від англ.: «air» – повітря, «heat transfer agent» – теплоносії) – це відповідно опори теплопередачі від поверхні утеплювача до оточуючого повітря та від теплоносія до стінки трубопроводу, що ізолюється,  $(\text{м} \cdot \text{°C})/\text{Вт}$ ;  $\alpha_{AIR}$  та  $\alpha_{HTA}$  – це відповідно коефіцієнти тепловіддачі від поверхні утеплювача до оточуючого повітря та від теплоносія до стінки трубопроводу, що ізолюється,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°C})$ .

Зазначимо, що при визначенні теплового потоку крізь ізольовані трубопроводи необхідно враховувати додаткові тепловтрати через фланцеві з'єднання шляхом збільшення номінальної довжини цих трубопроводів [10]. Також слід приймати до уваги зростання тепловтрат у формі збільшення теплового потоку через підвіски і опори трубопроводів. Такий тепловий потік також враховується за рахунок збільшення номінальної довжини тепломереж.

Відтак, загальний тепловий потік  $Q_\Sigma$ , Вт, крізь ізольовані трубопроводи системи теплопостачання можна визначити за формулою:

$$Q_\Sigma = q_l \cdot L_{NOM} = q_l \cdot (K_{SUP} \cdot L + \sum L_{ADD}), \quad (7)$$

де  $L$  та  $L_{NOM}$  – номінальна та розрахункова довжина трубопроводу;  $L_{ADD}$  (від англ.: «additional» – додаткова) – додаткова довжина ізольованого трубопроводу, що еквівалентна по тепловому потоку встановленим на трубопроводі арматурі й фланцевим з'єднанням;  $K_{SUP}$  (від англ.: «support» – опора) – коефіцієнт, який враховує збільшення тепловтрат через опори і підвіски.

Визначаючи за формою (7) величини теплового потоку по всіх ділянках

трубопроводів, можна оцінити загальні обсяги тепловтрати системи теплопостачання.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Очевидно, що процес мінімізації тепловтрат має передбачати мінімізацію сумарного теплового потоку по всіх  $r$  ділянках системи теплопостачання:

$$Q_\Sigma = \sum_{g=1}^r Q_g \Rightarrow \min. \quad (8)$$

Для цього необхідно оптимізувати геометричні параметри кожної ділянки трубопроводу, не порушуючи топологію системи (кількість сполучень у кожному вузлів системи, якщо розглядати її як геометричний неорієнтований граф). Так як геометричні параметри перерізів кожної ділянки трубопроводів визначаються на основі об'ємних витрат теплоносія за одиницю часу, то ці параметри доцільно прийняти сталими, щоб при оптимізації не порушити динаміку процесу теплопостачання й не призвести до її гідравлічного дисбалансу. Відтак, в якості параметрів варіювання варто приймати довжини усіх прямолінійних (або у достатній мірі прямолінійних) ділянок трубопроводів й як наслідок координати вузлів сполучення цих ділянок.

З точки зору диференціального числення [11, 12, 13, 14], оптимізація геометричних параметрів системи теплопостачання має базуватися на пошуку екстремумів цільової функції (7). У зв'язку з тим, що на різних ділянках системи відбуваються різні обсяги тепловтрат, здійснюватимемо мінімізацію функції (7) на основі локального аналізу її дискретної геометричної моделі у формі графа. Задамося умовою, що частина вершин такого графа відповідає вузлам (сполученням і розподільчим вузлам) ланок трубопроводу, положення яких може змінюватися у процесі оптимізації, а решта вершин відповідає вузлам сполучення системи теплопостачання з об'єктами теплогенерації та кінцевими споживачами теплової енергії, положення яких не може змінюватися. Тоді виконання умови (8)

можна буде забезпечити мінімізацією сум тепловтрат окремих ділянок трубопроводів, сполучених з усіма  $k$  вільними вузлами. Одержимо  $k$  рівнянь для  $k$  вільних вузлів:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{p_1} Q_{1,j} \Rightarrow \min_1, \\ \sum_{j=1}^{p_2} Q_{2,j} \Rightarrow \min_2, \\ \dots \\ \sum_{j=1}^{p_k} Q_{k,j} \Rightarrow \min_k. \end{array} \right. \quad (9)$$

Тут  $p_i$  – кількість вузлів, що сполучаються з  $i$ -м досліджуваним вузлом геометричної моделі системи тепlopостачання.

В даній роботі об'явимося двовимірною задачею, вважаючи, що прокладання усіх прямолинійних ділянок трубопроводів здійснюватиметься приблизно в одній площині.

Запишемо вираз для пошуку теплового потоку елементарної прямолинійної ділянки трубопроводу, що лежить між  $i$ -м та  $j$ -м вузлами відповідно до формули (7):

$$\begin{aligned} Q_{i,j} &= q_{l_{i,j}} \cdot \delta_{NOM_{i,j}} = \\ &= q_{l_{i,j}} \cdot (K_{SUP_{i,j}} \cdot \delta_{i,j} + \sum L_{ADD_{i,j}}). \end{aligned} \quad (10)$$

Тут  $\delta_{i,j}$  та  $\delta_{NOM_{i,j}}$  – номінальна та розрахункова довжина прямолинійної ділянки трубопроводу між  $i$ -м та  $j$ -м вузлами.

При цьому має виконуватися умова:

$$L = \sum_r \delta. \quad (11)$$

Використовуючи тотожність (10) можна записати величину теплового потоку по всіх  $n$  прямолинійних ділянках, сполучених у деякому  $i$ -му вузлі, як функцію  $\zeta_i(x_i, y_i)$ :

$$\begin{aligned} \zeta_i(x_i, y_i) &= \sum_{j=1}^n Q_{i,j} = \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot \delta_{NOM_{i,j}} = \\ &= \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot (K_{SUP_{i,j}} \cdot \delta_{i,j} + \sum L_{ADD_{i,j}}). \end{aligned} \quad (12)$$

Функція (12) представляє собою одну з  $k$

локальних цільових функцій, значення якої потребує мінімізації відносно координат  $i$ -го вузла досліджуваної дискретної моделі, оскільки усі довжини прямолинійних ланок трубопроводів є функціями від координат:

$$\delta_{i,j} = ((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2)^{1/2}, \quad (13)$$

а інші параметри прийняті сталими в даній постановці задачі.

Для того, щоб виконати необхідну умову існування екстремуму локальної функції  $\zeta_i(x_i, y_i)$  для кожного  $i$ -го вузла необхідно, щоб перші похідні по параметрам варіювання дорівнювали нулю:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial \zeta_i(x_i, y_i) / \partial x_i = 0, \\ \partial \zeta_i(x_i, y_i) / \partial y_i = 0. \end{array} \right. \quad (14)$$

Підставляючи до системи (14) розгорнуту форму функції (12), а також враховуючи вираз (13), одержимо наступні рівняння:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot (K_{SUP_{i,j}} \cdot \delta_{i,j} + \sum L_{ADD_{i,j}})}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\partial \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot (K_{SUP_{i,j}} \cdot \delta_{i,j} + \sum L_{ADD_{i,j}})}{\partial y_i} = 0, \end{array} \right. \quad (15)$$

а після спрощень і перетворень:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \cdot (x_i - x_j) / \delta_{i,j} = 0, \\ \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \cdot (y_i - y_j) / \delta_{i,j} = 0, \end{array} \right. \quad (16)$$

Відтак, складаючи рівняння (16) для кожного  $i$ -го вузла моделі, та розв'язуючи одержану систему з  $k$  рівнянь відносно координат цих вільних вузлів, одержимо таку конфігурацію системи, яка передбачатиме, що усі локальні тепловтрати приймають екстремальні значення.

Для виконання достатніх умов існування екстремуму необхідно, щоб, окрім умови (14), функція  $\zeta_i(x_i, y_i)$  була двічі неперервно диференційована, а також була додатньо або від'ємно визначена квадратична форма:

$$H_i(z_x, z_y) = \sum_{p,q=x_i,y_i} \frac{\partial^2 \zeta_i(x_i, y_i)}{\partial p \partial q} \cdot z_p \cdot z_q. \quad (17)$$

Якщо квадратична форма (17) додатньо визначена, то функція  $\zeta_i(x_i, y_i)$  має мінімум, а якщо від'ємно – функція  $\zeta_i(x_i, y_i)$  має максимум. Також, в даному випадку, квадратична форма (17) додатньо або від'ємно визначена тоді і тільки тоді, коли визначник

$$D_i(x_i, y_i) = \begin{vmatrix} \partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial x_i^2 & \partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial x_i \partial y_i \\ \partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial y_i \partial x_i & \partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial y_i^2 \end{vmatrix} \quad (18)$$

буде додатнім. Окрім того, квадратична форма (17) буде додатною, якщо:

$$\partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial x_i^2 > 0, \quad (19)$$

і навпаки – від'ємною, якщо:

$$\partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial x_i^2 < 0. \quad (20)$$

Для того, щоб з'ясувати, чи дійсно мінімальні значення прийматимуть функції  $\zeta_i(x_i, y_i)$  після розв'язання системи рівнянь типу (16), визначимо усі складові визначника (18). В результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} \partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial x_i^2 &= \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \times \\ &\times (1/\delta_{i,j} - (x_j - x_i)^2 / \delta_{i,j}^3) = \\ &= \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \cdot [\delta_{i,j}^2 - (x_j - x_i)^2] / \delta_{i,j}^3 = \\ &= \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \times \\ &\times [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 - (x_j - x_i)^2] / \delta_{i,j}^3 = \\ &= \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \cdot (y_j - y_i)^2 / \delta_{i,j}^3. \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогічно:

$$\begin{aligned} \partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial y_i^2 &= \\ &= \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \cdot (x_j - x_i)^2 / \delta_{i,j}^3, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial x_i \partial y_i &= \partial^2 \zeta_i(x_i, y_i) / \partial y_i \partial x_i = \\ &= - \sum_{j=1}^n q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} \cdot (x_j - x_i) \cdot (y_j - y_i) / \delta_{i,j}^3. \end{aligned} \quad (23)$$

Проаналізуємо вираз (21), незважаючи на знак сумації і прийняті постійними додатні величини  $q_l$  та  $K_{SUP}$ . Вираз (21) завжди буде додатною величиною, за умови, що не усі прямолінійні ділянки моделі, які сполучатимуться у досліджуваному вузлі, будуть паралельними між собою й перпендикулярними координатній осі  $Oy$  (однак, цей випадок ірраціональний та свідчить про виродженість фрагмента або всієї моделі, а тому малоімовірний). В такому випадку квадратична форма (17) повинна бути додатною, що свідчить про існування локально-го мінімуму в  $i$ -му вузлі.

Тому, після розв'язання системи рівнянь типу (16), необхідно, підставляючи чисельні значення до виразів (21) – (23), обчислити значення визначника (18), щоб переконатися, що значення функцій  $\zeta_i(x_i, y_i)$  в кожному вузлі дійсно мінімізоване.

Система (16) має високу нелінійність, а тому її розв'язання – це складна задача, що вимагає ітераційного числення. Таке числення пропонується здійснювати за наступним алгоритмом і відповідними міркуваннями.

1. Скласти початкову геометричну модель системи тепlopостачання, що матиме принципові й незмінні надалі топологічні ознаки (кількість та порядок вузлів-сполучень трубопроводів) та визначені крайові умови (кількість та точне положення нерухомих вузлів сполучення системи тепlopостачання з об'єктами теплогенерування та кінцевими споживачами теплової енергії) й початкові умови (початкові координати вільних вузлів системи тепlopостачання, величини теплових потоків  $q_l$  і коефіцієнти  $K_{SUP}$  на окремих прямолінійних ділянках трубопроводу) моделювання.

2. Визначити поточні довжини  $\delta_{i,j}$  усіх прямолінійних ділянок трубопроводу та розрахувати величини параметрів питомих тепловтрат, віднесених до довжин окремих ділянок, за формулою:

$$\aleph_{i,j} = q_{l_{i,j}} \cdot K_{SUP_{i,j}} / \delta_{i,j}. \quad (24)$$

3. Підставити значення тепловтрат по довжині (24) до системи рівнянь (16), складені для всіх  $k$  вільних вузлів:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (x_i - x_j) \cdot \aleph_{i,j} = 0, \\ \sum_{j=1}^n (y_i - y_j) \cdot \aleph_{i,j} = 0, \end{cases} \quad (25)$$

та розв'язати одержану лінійну систему відносно координат відповідних вузлів. Дане розв'язання представлятиме собою одне наближення (або один крок) ітераційного числення.

4. Після визначення поточних значень координат необхідно виконати оцінку величин абсолютних похибок  $\xi$  між попередніми й поточними їх значеннями, порівнюючи дані похибки із заздалегідь встановленим значенням  $\varepsilon$ , досягнення якого означитиме, що процес ітераційного числення можна завершувати.

5. Слід повторювати пункти 2 – 4 даного алгоритму до моменту досягнення заданої похибки ітераційного числення  $\varepsilon$ , після чого виконати перевірку умови додатності визначника (18) із урахуванням формул (21) – (23) для кожного вузла моделі.

Після визначення оптимальних координат вільних вузлів моделі стає можливою оцінка ефективності використання запропонованого підходу на основі порівняння обсягів витрат матеріальних ресурсів або тепловитрат до і після його застосування. Інакше кажучи, доцільно у відсоткових або абсолютних показниках визначати скорочення вартості спорудження тепломереж або кількості теплової енергії, що втрачаються при постачанні теплоносія.

Розглянемо особливості застосування наведеного вище алгоритму на прикладі

елементарної системи теплопостачання від однієї теплорозподільної станції до шести будівель, що є споживачами теплової енергії (Рис.1). Топологічна схема дискретної моделі теплопостачання включатиме в себе 7 базових вузлів (положення яких будуть незмінними) та 6 вільних вузлів (оптимальне положення яких необхідно віднайти в процесі ітераційного числення). Початкові координати усіх вузлів моделі, наведено у таблиці 1.

Для різних ділянок системи теплопостачання задані різні діаметри трубопроводів, щоб зімітувати різні показники об'ємних витрат теплоносія та різні питомі тепловтрати. Для спрощення розрахунків у даному прикладі знехтуємо зменшенням температури теплоносія у зворотному трубопроводі та по довжині, вважаючи його температуру аналогічною до початкової температури у подавальному трубопроводі й рівною 100 °С. Вважатимемо, що трубопроводи заданої системи розміщені на відкритому повітрі. Також вважатимемо, що дані щодо встановленої арматури та фланцевих з'єднань – відсутні, й  $L_{ADD} = 0$  для усіх ділянок. Відтак, коефіцієнти збільшення тепловтрат через опори і підвіски прийнято однаковими й рівними  $K_{SUP} = 1.25$  (згідно з [10]). Прийняті діаметри (зовнішні) та питомі лінійні тепловтрати наведено у таблиці 2.

Для того, щоб оцінити величини тепловтрат до і після оптимізації моделі, складемо цільові функції типу (12) як суми тепловтрат окремих ділянок трубопроводів, сполучених з 6-ма вільними вузлами. Одержимо:

$$\zeta_8(x_8, y_8) = 2 \cdot K_{SUP} \cdot (q_{l_{8,2}} \cdot \delta_{8,2} + q_{l_{8,3}} \cdot \delta_{8,3} + q_{l_{8,4}} \cdot \delta_{8,4} + q_{l_{8,9}} \cdot \delta_{8,9}), \quad (26)$$

$$\zeta_9(x_9, y_9) = 2 \cdot K_{SUP} \cdot (q_{l_{9,5}} \cdot \delta_{9,5} + q_{l_{9,8}} \cdot \delta_{9,8} + q_{l_{9,10}} \cdot \delta_{9,10}), \quad (27)$$

$$\zeta_{10}(x_{10}, y_{10}) = 2 \cdot K_{SUP} \cdot (q_{l_{10,1}} \cdot \delta_{10,1} + q_{l_{10,9}} \cdot \delta_{10,9} + q_{l_{10,12}} \cdot \delta_{10,12}), \quad (28)$$

$$\zeta_{11}(x_{11}, y_{11}) = 2 \cdot K_{SUP} \cdot (q_{l_{11,6}} \cdot \delta_{11,6} + q_{l_{11,12}} \cdot \delta_{11,12}), \quad (29)$$

$$\zeta_{12}(x_{12}, y_{12}) = 2 \cdot K_{SUP} \cdot (q_{l_{12,10}} \cdot \delta_{12,10} + q_{l_{12,11}} \cdot \delta_{12,11} + q_{l_{12,13}} \cdot \delta_{12,13}), \quad (30)$$

$$\zeta_{13}(x_{13}, y_{13}) = 2 \cdot K_{SUP} \cdot (q_{l_{13,7}} \cdot \delta_{13,7} + q_{l_{13,12}} \cdot \delta_{13,12}). \quad (31)$$

Коефіцієнт 2 у функціях (26) – (31) відображає подвоєння тепловтрат у зв'язку з наявністю подавального й зворотного трубопроводів з однаковими діаметрами та товщинами утеплення.

На основі функцій (26) – (31) побудуємо рівняння типу (25) для відповідних вузлів моделі:

$$(\aleph_{8,2} + \aleph_{8,3} + \aleph_{8,4} + \aleph_{8,9}) \cdot x_8 - \aleph_{8,2} \cdot x_2 - \aleph_{8,3} \cdot x_3 - \aleph_{8,4} \cdot x_4 - \aleph_{8,9} \cdot x_9 = 0, \quad (32)$$

$$(\aleph_{9,5} + \aleph_{9,8} + \aleph_{9,10}) \cdot x_9 - \aleph_{9,5} \cdot x_5 - \aleph_{9,8} \cdot x_8 - \aleph_{9,10} \cdot x_{10} = 0, \quad (33)$$

$$(\aleph_{10,1} + \aleph_{10,9} + \aleph_{10,12}) \cdot x_{10} - \aleph_{10,1} \cdot x_1 - \aleph_{10,9} \cdot x_9 - \aleph_{10,12} \cdot x_{12} = 0, \quad (34)$$

$$(\aleph_{11,6} + \aleph_{11,12}) \cdot x_{11} - \aleph_{11,6} \cdot x_6 - \aleph_{11,12} \cdot x_{12} = 0, \quad (35)$$

$$(\aleph_{12,10} + \aleph_{12,11} + \aleph_{12,13}) \cdot x_{12} - \aleph_{12,10} \cdot x_{10} - \aleph_{12,11} \cdot x_{11} - \aleph_{12,13} \cdot x_{13} = 0, \quad (36)$$

$$(\aleph_{13,7} + \aleph_{13,12}) \cdot x_{13} - \aleph_{13,7} \cdot x_7 - \aleph_{13,12} \cdot x_{12} = 0, \quad (37)$$

$$(\aleph_{8,2} + \aleph_{8,3} + \aleph_{8,4} + \aleph_{8,9}) \cdot y_8 - \aleph_{8,2} \cdot y_2 - \aleph_{8,3} \cdot y_3 - \aleph_{8,4} \cdot y_4 - \aleph_{8,9} \cdot y_9 = 0, \quad (38)$$

$$(\aleph_{9,5} + \aleph_{9,8} + \aleph_{9,10}) \cdot y_9 - \aleph_{9,5} \cdot y_5 - \aleph_{9,8} \cdot y_8 - \aleph_{9,10} \cdot y_{10} = 0, \quad (39)$$

$$(\aleph_{10,1} + \aleph_{10,9} + \aleph_{10,12}) \cdot y_{10} - \aleph_{10,1} \cdot y_1 - \aleph_{10,9} \cdot y_9 - \aleph_{10,12} \cdot y_{12} = 0, \quad (40)$$

$$(\aleph_{11,6} + \aleph_{11,12}) \cdot y_{11} - \aleph_{11,6} \cdot y_6 - \aleph_{11,12} \cdot y_{12} = 0, \quad (41)$$

$$(\aleph_{12,10} + \aleph_{12,11} + \aleph_{12,13}) \cdot y_{12} - \aleph_{12,10} \cdot y_{10} - \aleph_{12,11} \cdot y_{11} - \aleph_{12,13} \cdot y_{13} = 0, \quad (42)$$

$$(\aleph_{13,7} + \aleph_{13,12}) \cdot y_{13} - \aleph_{13,7} \cdot y_7 - \aleph_{13,12} \cdot y_{12} = 0. \quad (43)$$

Розраховуємо відношення питомих тепловтрат до довжин окремих ділянок  $\aleph_{ij}$ , за формулою (24), та визначаємо координати 6-ти вільних вузлів, розв'язуючи систему (32) – (43) шляхом циклічного ітераційного числення. Нехай очікувана величина відносної похибки ітераційного числення складає  $\varepsilon = 0.1 \text{ м} = 10 \text{ см}$ .

Табл. 1. Початкові координати усіх вузлів моделі

Table 1. The initial coordinates of all model nodes

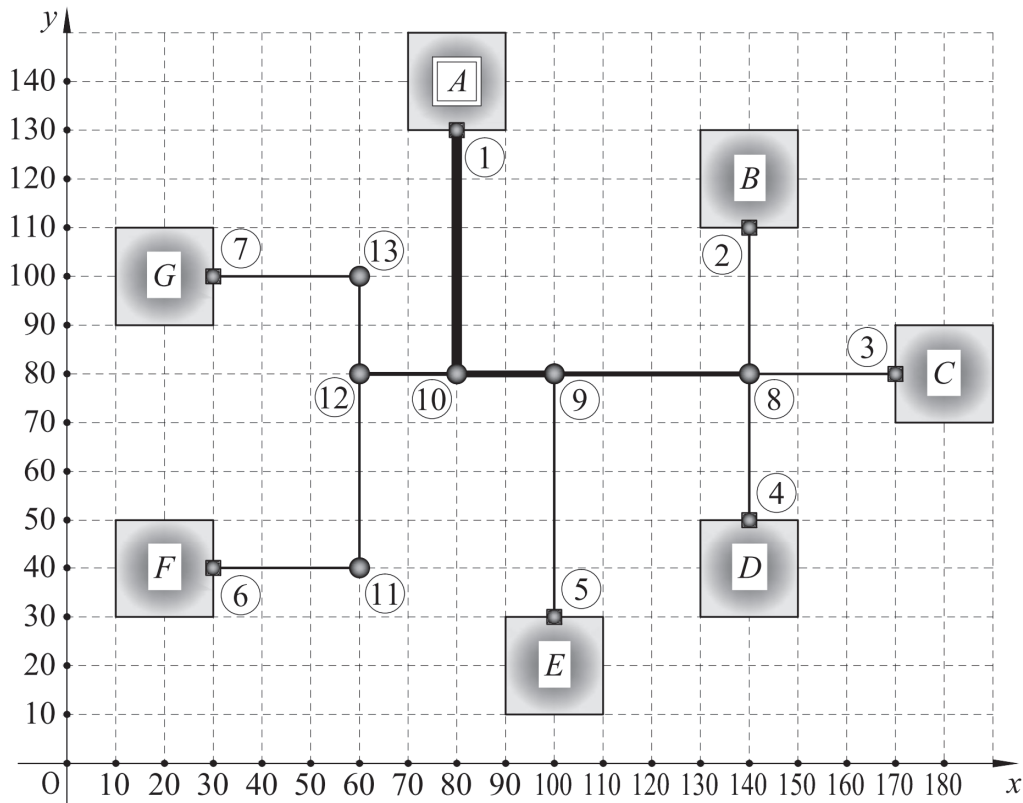
Координати вузлів, м	Номери вузлів, <i>i</i>												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x_i$ , м	80	140	170	140	100	30	30	140	100	80	60	60	60
$y_i$ , м	130	110	80	50	30	40	100	80	80	80	40	80	100

Табл. 2. Діаметри та питомі лінійні тепловтрати окремих ділянок трубопроводів

Table 2. Diameters and specific linear heat losses of individual sections of pipelines

Діаметри, м, та тепловтрати, Вт/м	Номери прямолінійних ділянок, <i>i-j</i>											
	1-10	2-8	3-8	4-8	5-9	6-11	7-13	8-9	9-10	10-12	11-12	12-13
$d_{ij}$ , мм	273	108	108	108	108	108	108	159	219	133	108	108
$q_{l_{ij}}$ , Вт/м	92	54	54	54	54	54	54	66	81	59	54	54





**Рис.1.** Модель системи тепlopостачання: *A* – теплорозподільна станція; *B*, *C*, *D*, *E*, *F* та *G* – позначення будівель, що є споживачами теплової енергії.

Умовні позначення: ——— – прямолінійні ділянки теплотрас; ● та ■ – вільні вузли дискретної моделі в початковому положенні та базові вузли під'єднання системи тепlopостачання до теплорозподільної станції й споживачів тепла (положення яких незмінні).

**Fig.1.** Model of the heat supply system: *A* – heat distribution station; *B*, *C*, *D*, *E*, *F* and *G* – buildings that are thermal energy consumers.

Symbols: ——— – straight sections of heating mains; ● and ■ – free nodes of the discrete model in the initial positions and the basic nodes of the system that connect heat supply system to the heat distribution station and heat consumers (the positions of which are unchangeable).

Координати вільних вузлів моделі на проміжних кроках ітераційного числення, а також показники відповідних абсолютних похибок між значеннями координат поточних і попередніх кроків, наведено у Табл. 3. Одержана в результаті оптимізації форма системи тепlopостачання показана на Рис. 2. Графік збіжності процесу ітераційного числення, показаний на Рис. 3, вказує на його стійкість.

Тепер необхідно переконатися у тому, що одержана конфігурація системи тепlopостачання забезпечує мінімальні тепловтрати, розрахувавши визначник (18) для кожного вільного вузла моделі. Результати відповідних розрахунків наведені в Табл. 4. Усі визначники додатні, а для вузлів 11 та

13 близькі до нуля, оскільки в процесі оптимізації вони опинилися на прямих відрізках, що свідчить про мінімальність їх довжини та тепловтрат (за умови, що діаметри труб й товщини утеплення однакові для суміжних з відповідними вузлами ділянок).

Звернемо увагу на те, що у зв'язку з однаковими питомими тепловтратами на ділянках трубопроводів 6-11 і 11-12, а також на ділянках 7-13 і 13-12, вузли 11 та 13 можуть бути вилучені з топологічної схеми оптимізованої моделі, оскільки після оптимізації ці вузли опиняються на прямих між вузлами 6 і 12 та 7 і 12 відповідно. Однак таке вилучення виправдане лише за умови, що не існує жодних обмежень щодо мінімальної кількості сполучень (вузлів) на

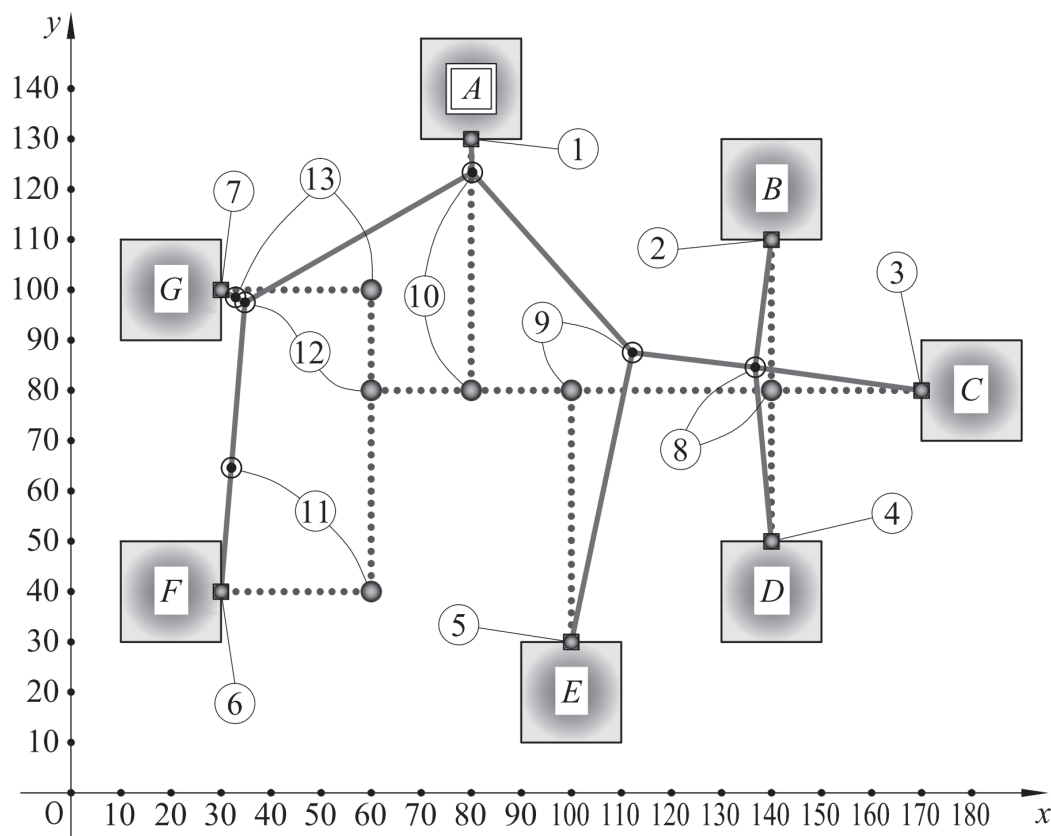
ділянках 6-12 та 7-12 (такі обмеження можуть бути пов'язані з технологією прокладання, або з прогнозованим температурним розширенням трубопроводів).

Маючи остаточні координати оптимізованої системи тепlopостачання можемо оцінити ефективність продемонстрованого підходу у відсоткових показниках.

Спочатку визначимо відсоток скорочення втрат теплової енергії  $\sigma_Q$  за формулою:

$$\sigma_Q = (Q_{\Sigma}^{(0)} - Q_{\Sigma}^{(N)}) \cdot 100\% / Q_{\Sigma}^{(0)}. \quad (44)$$

Тут  $Q_{\Sigma}$  – сумарні тепловтрати (тепловий потік) усіх ділянок системи тепlopостачання, що визначається за формулою (8); верхні індекси 0 та  $N$  – відповідають початковій геометричній конфігурації моделі та її конфігурації на остаточному ( $N$ -му) етапі ітераційного числення (коли  $\xi \leq \varepsilon$ ).



**Рис.2.** Оптимізована форма моделі системи тепlopостачання:  $A$  – теплорозподільна станція;  $B, C, D, E, F$  та  $G$  – позначення будівель, що є споживачами теплової енергії.

Умовні позначення: ——— – прямолінійні ділянки теплотрас після оптимізації моделі; ..... – прямолінійні ділянки теплотрас до оптимізації моделі; ● та ■ – вільні вузли дискретної моделі в початковому положенні та базові вузли під'єднання системи тепlopостачання до теплорозподільної станції й споживачів тепла (положення яких незмінні); ○ – вільні вузли, положення яких змінено після оптимізації моделі.

**Fig.2.** Optimized form of the heat supply system model:  $A$  – heat distribution station;  $B, C, D, E, F$  and  $G$  – buildings that are thermal energy consumers.

Symbols: ——— – straight sections of heating mains after optimizing the model; ..... – straight sections of heating mains before optimizing the model; ● and ■ – free nodes of the discrete model in the initial positions and the basic nodes of the system that connect heat supply system to the heat distribution station and heat consumers (the positions of which are unchangeable); ○ – free nodes whose position has changed after optimizing the model.

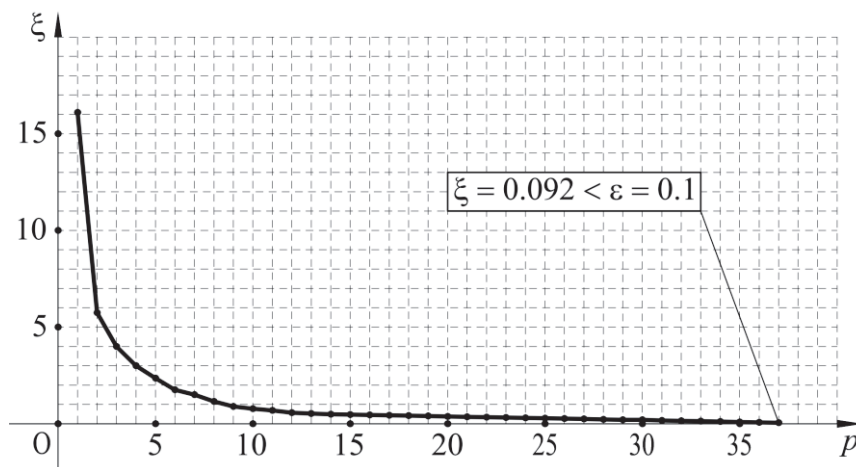
**Табл. 3.** Координати вільних вузлів моделі та абсолютні похибки на проміжних ітераціях  
**Table 3.** Coordinates of free nodes of the model and absolute errors at intermediate iterations

		Порядковий номер ітераційного числення, $p$									
		1	5	9	13	17	21	25	29	33	37
Координати вільних вузлів моделі ( $x_i, y_i$ )	$x_8$	138.073	137.227	137.153	137.04	136.947	136.878	136.83	136.797	136.776	136.762
	$x_9$	99.038	101.372	104.998	107.416	109.065	110.182	110.952	111.5	111.903	112.21
	$x_{10}$	82.878	81.076	81.06	80.714	80.508	80.389	80.316	80.266	80.23	80.203
	$x_{11}$	43.924	37.455	35.266	34.217	33.541	33.063	32.709	32.439	32.226	32.055
	$x_{12}$	62.488	47.395	42.288	39.84	38.264	37.148	36.323	35.691	35.195	34.796
	$x_{13}$	49.493	40.438	37.373	35.904	34.958	34.289	33.794	33.415	33.117	32.878
	$y_8$	79.755	81.665	83.044	83.631	83.91	84.102	84.263	84.401	84.52	84.622
	$y_9$	78.951	84.236	86.044	86.578	86.795	86.962	87.121	87.271	87.405	87.523
	$y_{10}$	91.678	103.55	110.293	114.51	117.313	119.28	120.721	121.813	122.663	123.342
	$y_{11}$	59.391	61.067	62.312	63.145	63.656	63.99	64.225	64.399	64.531	64.634
	$y_{12}$	85.247	89.157	92.064	94.009	95.2	95.983	96.533	96.937	97.244	97.485
	$y_{13}$	91.148	93.494	95.239	96.406	97.12	97.59	97.92	98.162	98.347	98.491
	Абсолютна похибка $\xi$ , м	16.076	2.334	0.88	0.503	0.341	0.247	0.185	0.143	0.114	0.092

**Табл. 4.** Результати перевірки

**Table 4.** Diameters and specific linear heat losses of individual sections of pipelines

Визначник (18) для вільних вузлів $\downarrow$	Номери вільних вузлів, $i$					
	8	9	10	11	12	13
$D$	96.998	33.832	147.717	$8.114 \cdot 10^{-11}$	349.113	$5.788 \cdot 10^{-8}$



**Рис.3.** Графік збіжності процесу ітераційного числення при оптимізації форми моделі системи тепlopостачання.

**Fig.3.** The schedule of the convergence of the iterative calculation process in optimizing the form of the heat supply system model.

Для досліджуваної моделі системи тепlopостачання сумарні тепловтрати визначатимуться за формулою:

$$Q_{\Sigma} = 2 \cdot K_{SUP} \cdot (q_{l_{1,10}} \cdot \delta_{1,10} + q_{l_{2,8}} \cdot \delta_{2,8} + q_{l_{3,8}} \cdot \delta_{3,8} + q_{l_{4,8}} \cdot \delta_{4,8} + q_{l_{5,9}} \cdot \delta_{5,9} + q_{l_{6,11}} \cdot \delta_{6,11} + q_{l_{7,13}} \cdot \delta_{7,13} + q_{l_{8,9}} \cdot \delta_{8,9} + q_{l_{9,10}} \cdot \delta_{9,10} + q_{l_{10,12}} \cdot \delta_{10,12} + q_{l_{11,12}} \cdot \delta_{11,12} + q_{l_{12,13}} \cdot \delta_{12,13}). \quad (45)$$

Для наведеного прикладу економія теплової енергії складе 8.02 кВт або 13.32 %. Окрім того, щоб оцінити економію матеріалів та трудовитрат, що можуть бути застосовані при будівництві й подальшій експлуатації оптимізованої моделі тепломережі, доцільно визначити відсоток зменшення її загальної протяжності за формулою:

$$\sigma_L = (L^{(0)} - L^{(N)}) \cdot 100\% / L^{(0)}. \quad (46)$$

Тут  $L$  – загальна довжина усіх трубопроводів системи тепlopостачання, що визначається за формулою (11) й для даного прикладу визначатиметься так:

$$L = 2 \cdot (\delta_{1,10} + \delta_{2,8} + \delta_{3,8} + \delta_{4,8} + \delta_{5,9} + \delta_{6,11} + \delta_{7,13} + \delta_{8,9} + \delta_{9,10} + \delta_{10,12} + \delta_{11,12} + \delta_{12,13}). \quad (47)$$

Відтак, для наведеного прикладу скорочення протяжності тепломережі складе 85.02 м або 10.9 %.

Можливі й інші підходи до оцінки ефективності застосування запропонованого підходу, зокрема на основі підрахунку зменшення обсягів будівельних матеріалів. З іншого боку, якщо метою оптимізації є скорочення кількості матеріалів, то й цільові функції необхідно будувати, спираючись на питомі витрати матеріалів, а не на лінійні тепловтрати.

## ВИСНОВКИ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Очевидно, що продемонстрований підхід та приклад оптимізації системи тепlopостачання є досить ідеалістичним на поточному етапі дослідження та не враховує цілий ряд містобудівних умов та обмежень, з якими на практиці стикаються інженери-проектувальники. До таких обмежень можна віднести границі розмежування земельних ділянок, присутність водойм, урвищ, гір і подібних топографічних особливостей рельєфу місцевості, наявність доріг і інших транспортних комунікацій, підземних і надземних інженерних мереж, тимчасових та захисних споруд різноманітного призначення тощо. Це може призводити до необхідності розміщення окремих вільних вузлів моделі системи тепlopостачання лише у строго визначених місцях та зонах, або навпаки – до неможливості їх розміщення у відповідних локаціях. Такі обмеження впливають і на топологічні особливості моделі, зокрема на порядок сполучення, кількість вільних вузлів і, як наслідок, на неможливість їх вилучення з топологічної схеми після оптимізації системи в цілому.

Вирішенням даної проблеми може стати застосування більш широкого підходу, що передбачає пошук умовних екстремумів цільових функцій з накладанням функціональних обмежень на окремі вузли моделі. Але й це може не дати повноцінного вирішення зазначеного питання у зв'язку з об'єктивними й суб'єктивними поглядами дозвільних інстанцій, співробітників організацій, що обслуговують житлово-комунальні господарства, працівників будівельно-монтажних організацій (які можуть ставити під сумнів надійність нетривіальних інженерних рішень), фахівців компанії-виробників інженерного обладнання, а також архітекторів та конструкторів, які мають дбати про благоустрій земельних ділянок та конструктивну надійність майбутньої забудови, максимально виключаючи ймовірність аварійних ситуацій на теплотрасах, що в свою чергу можуть спричинити замочування ґрунтових основ найближчих будівель та споруд й призвести до їх пошкодження.

Відтак у подальших дослідженнях доцільно вести пошук можливості ще більшої варіативності інструментарію для оптимі-

зації моделі системи теплопостачання, передбачаючи засоби внесення додаткових коректив до вже сформованої моделі [15, 16, 17, 18], що дасть змогу, зберігаючи мінімальні показники тепловтрат, локально змінювати положення окремих вільних вузлів (або ряду вільних вузлів) за рахунок перерозподілу величин питомих тепловтрат та інших параметрів прямолінійних ділянок тепломереж.

Загалом, запропонований підхід є раціональним з точки зору економії енергоресурсів та задає вектор для ґрунтовних подальших досліджень на основі вище викладених міркувань.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Мітрахович М. М., Герасимчук І. С. Методика розрахунку основних показників енергоефективності підприємства [Електронний ресурс]. *Наукоємні технології*. 2009. Вип.3. URL : [http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/nt/2009\\_3/20.pdf](http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/nt/2009_3/20.pdf)
2. Khosla Shristi, Singh S. K. Energy Efficient Buildings. *International Journal of Civil Engineering Research*. Delhi : Research India publications, 2014. Vol.5 (4). С. 361–366.
3. Білоцерківський О. Б. Використання економіко-математичного моделювання для оптимізації систем теплопостачання. *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Соціально-економічний розвиток країн: досвід та перспективи»*. 2014. Вип.2, С. 82–85.
4. Андреев С. Ю., Федоров А. П., Бондаренко А. И. Увеличение эффективности отпущенного тепла при оптимальном выборе количества жилых домов и полной реконструкции системы централизованного горячего водоснабжения квартала [Електронний ресурс]. *Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит*. 2014. Вип.8. С. 22–27. URL : <http://eee.khpi.edu.ua/article/view/28197>
5. Marti P. Theory of Structures: Fundamentals, Framed Structures, Plates and Shells. 2013. Vol.XVI, 679 p.
6. **Справочник проектировщика. Проектирование тепловых сетей**. Стройиздат, 1965. 359 с.
7. Алексахін О. О., Герасимова О. М. Приклади і розрахунки з теплопостачання та опалення. 2002. 206 с.
8. Шульга М. О., Алексахін О. О. Теплопостачання та гаряче водопостачання, 2004. 229 с.
9. Козин В. Е. и др. Теплоснабжение. 1980. 180 с.
10. Кузнецов Г. Ф., Бельский В. И., Горбачев В. П. и др. *Тепловая изоляция*. 1985. 421 с.

11. Benker H., *Mathematik-Problemlösungen mit MATHCAD und MATHCAD PRIME*. 2013. 303 p.
12. Narendra K., Amnasway A. A. *Stable Adaptive Systems*. 1988. 350 p.
13. Nishimura H., Hirai M., Kawai T., Kawata T., Shirakawa I., Omura K. Object Modelling by Distribution Function and a Method of Image Generation. *The Transactions of the Institute of Electronics and Communication Engineers of Japan*. 1985. Vol.J68D(4). 718 p.
14. **Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.**, Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. 1980. 976 с.
15. Kulikov P., Ploskiy O., Skochko V. The Principles of Discrete Modeling of Rod Constructions of Architectural Objects. *Motrol : Commission of Motorization and Energetics in Agriculture*. 2014. Vol. 16(8), P. 3–10.
16. Skochko V. Morphogenesis and correction of planar rod constructions with a small amount of free nodes. *Motrol : Commission of Motorization and Energetics in Agriculture*, Vol.17(8). P. 35–43.
17. **Плоский В. О., Скочко В. І.** Алгоритм управління параметрами в'язей сітчастих структур, на основі корегування величин скалярного потенціалу зовнішніх впливів. *Енергозбереження в будівництві та архітектурі*. 2014. Вип. 5. С. 224–230.
18. **Скочко В. І., Скочко Л. О.** Рівняння параметрів стану та положення в'язей сітчастих структур. *Основи і фундаменти*. 2013. Вип. 34. С. 47–57.
19. Cornell C.A. A First-Order Reliability Theory for Structural Design. *Solid Mechanics Division*. 2001. P. 56–64.
20. R.van Kleij. Display of Solid Models with Quadratic Surfaces. 1993. 167 p.

## REFERENCES

1. **Mitrakhovych M. M., Herasymchuk I. S. (2009)**. Metodyka rozrakhunku osnovnykh pokaznykh enerhoefektyvnosti pidpriemstva. Naukoiemni tekhnolohii, 3. URL : [http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/nt/2009\\_3/20.pdf](http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/nt/2009_3/20.pdf) (in Ukrainian).
2. **Khosla Shristi, Singh S. K. (2014)**. Energy Efficient Buildings. *International Journal of Civil Engineering Research*, 5(4), 361–366.
3. **Bilotserkivskiy O. B. (2014)**. Vykorystannia ekonomiko-matematichnoho modeliuвання dlia optymizatsii system teplopstachannia. *Materialy Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Sotsialno-ekonomichnyi rozvytok krain: dosvid ta perspektivu»*, 2, 82–85 (in Ukrainian).
4. **Andreev S. Yu., Fedorov A. P., Bondarenko A. I. (2014)**. Uvelichenie ehffektivnosti otpushchennogo tepla pri optimal'nom vybore kolichestva zhilykh domov i polnoj rekonstrukcii sistemy

- centralizovannogo goryachego vodosnabzheniya kvartala. *Energoberezhnie. Energetika. Ergoaudit*, 8, 22–27. URL : <http://eee.khpi.edu.ua/article/view/28197>
5. **Marti P. (2013).** Theory of Structures: Fundamentals, Framed Structures, Plates and Shells, *XVI*, 679.
  6. **Spravochnik proektirovshchika. Proek-tirovanie teplovyh setej (1965).** 359.
  7. **Aleksakhin O. O., Herasymova O. M. (2002).** Pryklady i rozrakhunky z teplopostachannia ta opalennia, 206.
  8. **Shulha M. O., Aleksakhin O. O. (2004).** Teplopostachannia ta hariache vodopostachannia. 229.
  9. **Kozin V. E. i dr. (1980).** Teplosnabzhenie, 180.
  10. **Kuznecov G. F., Bel'skij V. I., Gorbachev V. P. i dr. (1985).** Teplovaya izolyaciya, 421 (in Russian).
  11. **Benker H. (2013).** Mathematik-Problemlösungen mit MATHCAD und MATHCAD PRIME, 303.
  12. **Narendra K., Amnasway A. A. (1988).** Stable Adaptive Systems, 350.
  13. **Nishimura H., Hirai M., Kawai T., Kawata T., Shirakawa I., Omura K. (1985).** Object Modelling by Distribution Function and a Method of Image Generation. *The Transactions of the Institute of Electronics and Communication Engineers of Japan*, 68D(4), 718.
  14. **Bronshtejn I. N., Semendyaev K. A. (1980).** Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchihhsya vuzov, 976 (in Russian).
  15. **Kulikov P., Ploskiy O., Skochko V. (2014).** The Principles of Discrete Modeling of Rod Constructions of Architectural Objects. *Motrol : Commission of Motorization and Energetics in Agriculture*, 16(8), 3–10.
  16. **Skochko V. (2015).** Morphogenesis and correction of planar rod constructions with a small amount of free nodes. *Motrol : Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. Polish Academy of Sciences*, 17(8), 35–43.
  17. **Ploskyi V. O., Skochko V. I. (2014).** Alhorytm upravlinnia parametry viazei sitchastykh struktur, na osnovi korehuvannia velychyn skaliarnoho potentsialu zovnishnikh vplyviv. *Enerhozberezhennia v budivnytstvi ta arkhitekturi*, 5, 224–230 (in Ukrainian).
  18. **Skochko V. I. (2014).** Rivniannia parametriv stanu ta polozhennia viazi, shcho spoluchaie vilnyi ta zakripleniy vuzly sitchastoi struktury. Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia, 521–527 (in Ukrainian).
  19. **Cornell C.A. (2001).** A First-Order Reliability Theory for Structural Design. *Solid Mechanics Division*, 56-64.
  20. **R.van Kleij. (1993).** Display of Solid Models with Quadratic Surfaces, 167.

### Reduction of heat loss of heat supply systems by optimizing their geometric models

*Volodymyr Skochko, Vitalii Ploskyi,  
Anna Heher, Liudmyla Skochko*

**Summary.** When predicting the level of the heat supply system efficiency of the project, it is necessary to determine its basic technical and economic indicators. In order to do this, you need to analyze the entire life cycle of the system, namely: the processes of its design, installation, operation and disassembly.

There are centralized heat supply systems in the largest cities of Ukraine today. The equipment and engineering networks of these systems are mostly obsolete, and some fragments require systematic repair or full replacement, depending on which of these measures is economically more justified. In any case, the restoration of the initial (or sufficient for the effective functioning of) the indicators of engineering systems requires considerable investment and labor costs for employees of their housing and communal enterprises and construction and installation organizations. Therefore, the more compact and less extended are the heat supply networks, the less is the probability of their premature failure the less is the cost of their maintenance, associated with physical wear and tear of the plots, equipment and the system as a whole.

In addition, reducing the length of the pipeline system makes it possible to reduce the cost of building materials and construction and installation works. At the same time, the design cost also decreases.

However, the indicators of heat losses in pipelines of the heat supply system in the process of exploitation are no less important. The size of these losses largely depends on the temperature of the coolant, the method of laying the pipelines and their diameters (or other parameters of the cross-sectional shape), but more from the lengths of the corresponding sections of the system.

Obviously, the length of heat networks is one of the key factors determining the overall economy of the heat supply system, but the level of its energy efficiency should be also formed taking into account the specific heat losses.

This publication reveals the analysis of the factors, the general principles of optimization of the heat supply system should be formulated, and mathematical foundations for determining the geometric parameters of this system are suggested, taking into account these factors.

Keywords: discrete geometric model, heat supply systems, optimization theory.