

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

РОЗРАХУНОК ПЛОСКИХ СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНИХ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ

Методичні вказівки
до виконання розрахунково-графічної роботи
для студентів спеціальності 073 «Менеджмент»
освітньої програми «Менеджмент організацій і адміністрування»

Київ 2023

УДК 624.01/07
Р64

Укладачі: І.Д. Кара, канд. техн. наук, доцент;
Г.А. Затилюк, д-р філософії;
Р.Л. Стригун, канд. техн. наук

Рецензент О.В. Костіна, канд. техн. наук, доцент

Відповідальний за випуск П. П. Лізунов, д-р техн. наук,
професор

*Затверджено на засіданні кафедри будівельної механіки,
протокол №7 від 1 березня 2023 року.*

В авторській редакції.

Розрахунок плоских статично визначуваних стержневих
Р64 систем : методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної
роботи / уклад.: І.Д. Кара, Г.А. Затилюк, Р.Л. Стригун. – Київ :
КНУБА, 2023. – 28 с.

Містять короткі теоретичні відомості, методичні вказівки,
приклад індивідуального завдання та розрахунку статично
визначуваних стержневих систем: ферми, балки та простих рам.

Призначено для студентів спеціальності 073 «Менеджмент»
освітньої програми «Менеджмент організацій і адміністрування».

Загальні положення	4
Короткі теоретичні відомості	5
Приклад індивідуального завдання	13
Приклад виконання розрахунково-графічної роботи	15
Розрахунок ферми	15
Розрахунок балки на двох опорах	17
Розрахунок консольної рами	19
Розрахунок балкової рами	22
Список літератури	26

Загальні положення

Для розв'язання складних спеціалізованих задач та практичних проблем, які виникають в процесі функціонування будівельних організацій, керівники та менеджери повинні мати необхідні знання зі сфери будівельного виробництва та методів розрахунку інженерних конструкцій. Будівельна механіка є базовою дисципліною в сфері проектування споруд. Вона розробляє методи розрахунку інженерних конструкцій і споруд на міцність, жорсткість і стійкість. Знання, отримані у процесі вивчення цієї дисципліни, майбутні управлінці можуть використовувати у подальшому проходженні курсів будівельних конструкцій та в майбутній практичній діяльності.

Методичні вказівки розроблені для допомоги здобувачам освітньої програми «Менеджмент організацій і адміністрування» при виконанні розрахунково-графічної роботи. Необхідний теоретичний матеріал також виствітлений в навчальній літературі [1-4]. Методичні вказівки складаються з: коротких теоретичних відомостей, прикладу індивідуального завдання та прикладу розрахунку статично визначуваних стержневих систем.

Розрахунково-графічна робота оформляється здобувачем охайно з однієї сторони аркуша формату А4. Титульний лист є першим аркушем роботи. Після титульного листа вкладається видане завдання, після чого робота скріплюється.

КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Під час розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість реальну будівлю приводять до її спрощеного вигляду шляхом ігнорування менш важливих факторів. Така схема є **розрахунковою схемою** споруди.

У процесі експлуатації на інженерну споруду діють зовнішні навантаження і впливи, що спричиняє деформацію їх елементів та виникнення переміщень.

Сила є фізичною величиною, яка визначає кількісну міру механічної взаємодії тіл між собою. В Міжнародній системі одиниць СІ сила вимірюється в ньютонах – $1H$ ($1кH=10^3H$). Сукупність сил, що діють на тіло, є системою сил (рис. 1).

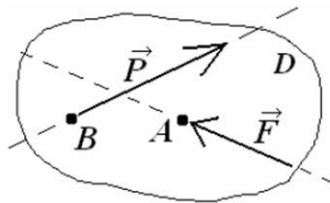


Рис. 1

Оскільки сила є векторною величиною, то на площині її визначають: модуль (абсолютна величина), напрямок та лінія дії. Для аналітичного визначення сили спочатку необхідно обрати систему координат, в якій будуть задаватись проєкції сили. Зазвичай використовують декартову систему координат з взаємно перпендикулярними осями x та y в площині. Проєкцією сили на вісь є добуток модуля сили на косинус направляючого кута до відповідної осі (рис. 2).

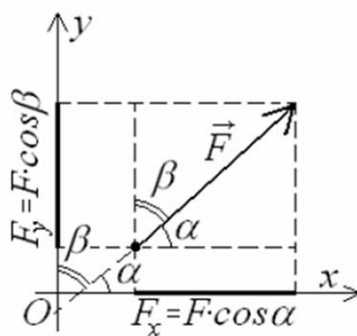


Рис. 2

Рівномірно розподілене навантаження – суцільне навантаження постійної інтенсивності, прикладене на певній довжині конструкції (рис. 3). Такий вид навантаження має розмірність сили, віднесеної до довжини:

$H/м$ ($кH/м$).

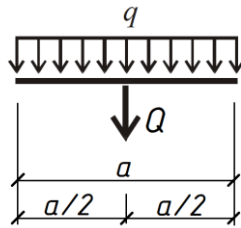


Рис. 3

Рівнодійна рівномірно розподіленого навантаження Q (рис. 3) дорівнює добутку інтенсивності навантаження q на відстань a , по якій воно розподіляється:

$$Q = q \cdot a. \quad (1)$$

Момент сили відносно точки – це добуток модуля сили на плече. **Плече** – це найменша відстань від точки, відносно якої визначають момент, до лінії дії сили.

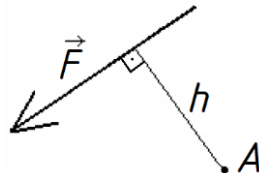


Рис. 4

Момент сили $\vec{F}$ відносно точки A :

$$M_A(\vec{F}) = \pm F \cdot h, \quad (2)$$

де h – плече від т. A до лінії дії сили $\vec{F}$ (рис. 4).

Складаючи рівняння суми моментів відносно точки (центра моменту), приймають момент сили додатним, якщо сила намагається повернути тіло в напрямі руху годинникової стрілки, а від'ємним – проти обертання годинникової стрілки; або навпаки.

Момент сили має розмірність добутку одиниці сили на одиницю довжини – $H \cdot m$ ($кН \cdot м$). Якщо силу $\vec{F}$ переміщувати вздовж лінії її дії, то її момент відносно точки A буде залишатися незмінним. Якщо лінія дії сили $\vec{F}$ проходить через точку A – момент сили відносно цієї точки дорівнюватиме нулю.

Статичний розрахунок споруди полягає у визначенні сил, які виникають в її елементах під впливом прикладених до цієї споруди зовнішніх навантажень. Його можна поділити на два етапи:

1) визначення реакцій у в'язях, зокрема опорних реакцій (зовнішня задача);

2) визначення внутрішніх зусиль: згинальних моментів, поперечних та поздовжніх зусиль, які виникають в елементах споруди в процесі їх деформування (внутрішня задача).

Конструктивними елементами розрахункових схем є диски та з'єднувальні пристрої. **Диск** – це частина розрахункової схеми, геометрична незмінюваність якої заздалегідь задана або доведена. Вся система також може бути диском, якщо вона напевно є геометрично незмінюваною. **З'єднувальний пристрій** (з'єднання) – це елемент розрахункової схеми, який певним чином обмежує взаємне переміщення дисків, що з'єднуються цим пристроєм, зменшуючи ступінь вільності схеми. У плоских розрахункових схемах використовуються такі типи з'єднань: кінематична в'язь, простий циліндричний шарнір, муфта і проста припайка. Якщо з'єднувальний пристрій приєднує систему чи її елемент до диска «земля», тоді він має назву **опорний пристрій** (опора).

Кінематична в'язь C_1 (рис. 5а) – це з'єднувальний пристрій, який приєднує два диски і унеможливорює поступальне переміщення одного диска відносно іншого вздовж осі в'язі. Таке з'єднання дозволяє взаємний поворот Δ_1 дисків та взаємне лінійне переміщення Δ_2 по нормалі до осі в'язі, усуваючи один ступінь вільності. У кінематичній в'язі виникає реакція (реактивна сила) R , лінія дії якої проходить через точки шарнірного приєднання в'язі до дисків (рис. 5б).

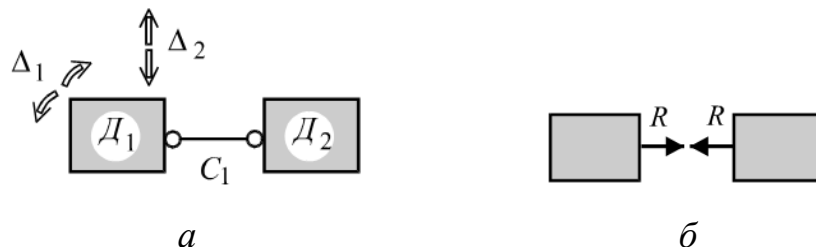


Рис. 5

Опорним пристроєм, який відповідає кінематичній в'язі, є **шарнірно-рухома опора** (рис. 6а,б,в) в якій виникає опорна реакція R_A (рис. 6г).

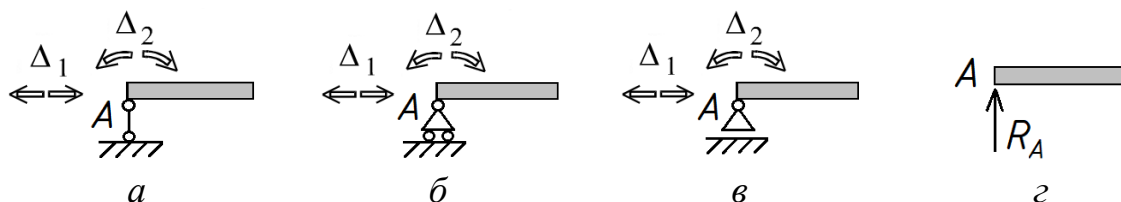


Рис. 6

Простий циліндричний шарнір $Ш_1$ (рис. 7а) – це з'єднання двох дисків, яке перешкоджає взаємним поступальним переміщенням цих дисків, допускаючи їх взаємний поворот Δ відносно осі, що проходить через центр шарніра. Цей пристрій зменшує кількість ступенів вільності на два. В шарнірі виникає реакція R , лінія дії якої проходить через центр пристрою, але має заздалегідь невідомий напрямок (рис. 7б). Тому при виконанні розрахунків її зазвичай замінюють на дві складові: горизонтальну H і вертикальну V (рис. 7в).

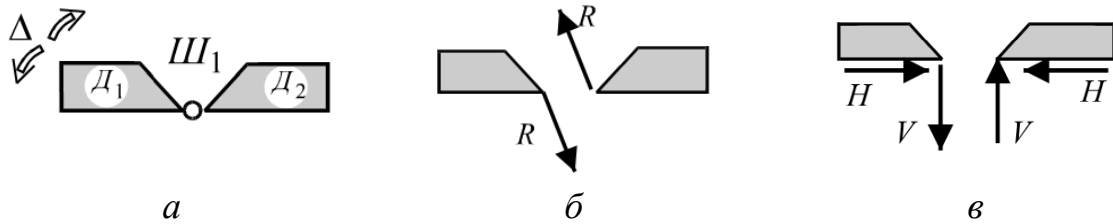


Рис. 7

Еквівалентною до простого шарніра є **шарнірно-нерухома опора** (рис. 8а,б,в,г). В цій опорі також виникає реакція, яка може бути замінена на горизонтальну і вертикальну компоненти: H_B і V_B (рис. 8д).

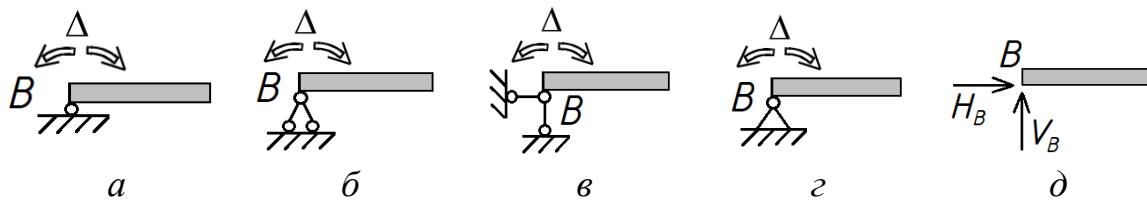


Рис. 8

Муфта M_1 (рис. 9а) – це пристрій, що з'єднує два диски і дозволяє поступальне переміщення Δ вздовж фіксованої прямої. Це з'єднання усуває два ступені вільності. В муфті виникає реакція R , лінія дії якої є перпендикулярною до можливого переміщення та проходить з ексцентриситетом e відносно центра K муфти (рис. 9б). В аналітичних розрахунках цю реакцію представляють як дві складові: реакцію R_K та реактивний момент M_K , які прикладені до центра з'єднання (рис. 9в).

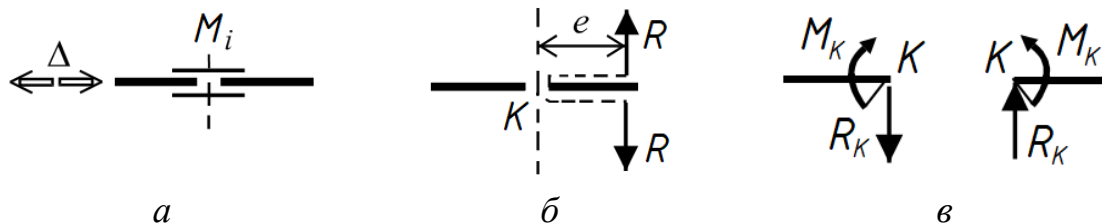


Рис. 9

Повзун (рис. 10а) є опорним пристроєм, який еквівалентний до муфти. Опорна реакція в повзуні аналогічно представляється як зосереджена сила та реактивний момент (рис. 10б).



Рис. 10

Проста припайка Π_i (рис. 11а) – це з'єднання двох дисків, яке унеможливує їх взаємні лінійні та кутові переміщення. Цей пристрій зменшує кількість ступенів вільності на три. Реакція R в припайці має заздалегідь невідомі лінію дії та ексцентриситет e відносно центра припайки O (рис. 11б). Тому її для зручності розкладають на три частини, які прикладені в центрі з'єднувального пристрою: горизонтальну реакцію H_O , вертикальну реакцію V_O та реактивний момент M_O (рис. 11в).

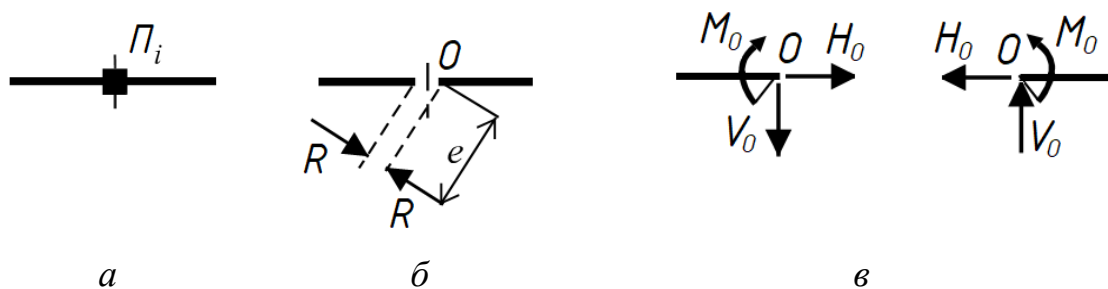


Рис. 11

Опорним пристроєм, ідентичним до простої припайки, є **жорстке затиснення** (рис. 12а), реакцію в якому також зручно замінити на дві взаємно перпендикулярні сили та реактивний момент (рис. 12б).

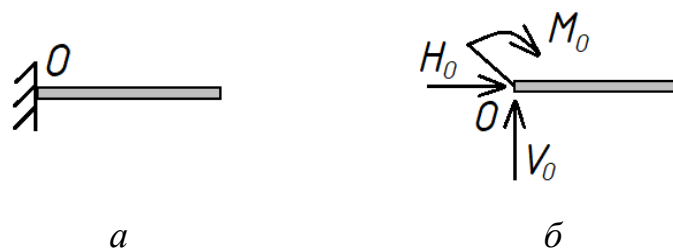


Рис. 12

Для визначення опорних реакцій та зусиль взаємодії дисків в площині можна скласти три незалежні рівняння рівноваги. Якщо плоска система сил знаходиться в рівновазі, то алгебраїчна сума проєкцій всіх сил на дві взаємно перпендикулярні осі та алгебраїчна сума моментів усіх сил відносно будь-якої точки на площині мають дорівнювати нулю:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \\ \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \\ \sum_{i=1}^n M_K(F_i) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Під час розв'язання деяких задач буває доцільно замінити одне або два рівняння проєкцій сил на осі рівняннями моментів відносно точки:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \\ \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n M_K(F_i) = 0. \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n M_K(F_i) = 0. \end{cases}$$

У випадку використання останньої системи всі три точки A , B і K не повинні лежати на одній прямій.

Будівельна механіка у вузькому розумінні розглядає **стержневі системи** – механічні системи, які складені зі стержнів. До таких систем належать, зокрема, ферми, балки та рами.

Ферма є стержневою конструкцією, яка складається із прямолінійних стержнів, з'єднаних між собою у вузлах наскрізними шарнірами (рис. 13).

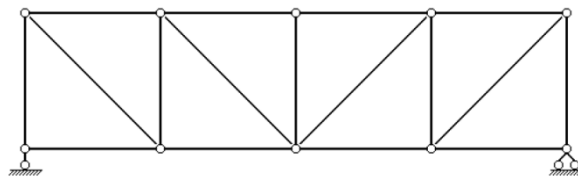


Рис. 13

Навантаження на ферми прикладається лише у вузлах, в результаті чого в стержнях ферм виникають лише поздовжні зусилля. Найпоширенішими способами для визначення цих зусиль є: **спосіб вирізання вузлів**, при якому замкненим перерізом відділяється від ферми один вузол, та **спосіб наскрізних перерізів**, який дозволяє відділити довільну частину ферми.

Балка – це стержнева конструкція, довжина якої набагато більша за ширину та висоту і яка працює переважно на згин (рис. 14а,б).



Рис. 14

Конструкція, яка складається з прямолінійних стержнів, які у всіх або деяких вузлах жорстко поєднуються, між собою є **рамою** (рис. 15а,б).

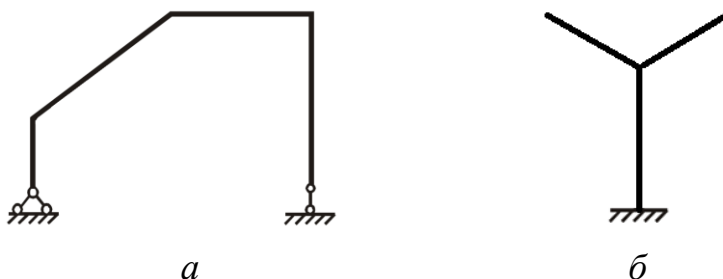


Рис. 15

В перерізах балки та рами виникають внутрішні зусилля: згинальний момент M , поперечне зусилля Q і подовжнє зусилля N . Зазвичай на балку діє лише вертикальне навантаження, тому подовжні зусилля в ній є нульовими. Графік розподілу зусилля по довжині стержня має назву **епюра** внутрішнього зусилля.

Згинальний момент M в перерізі k дорівнює алгебраїчній сумі моментів усіх сил, що діють на конструкцію по один бік від перерізу, відносно центру перерізу:

$$M_k = \sum M_k^{лів} \text{ або } M_k = \sum M_k^{прав}.$$

Поперечне зусилля Q в перерізі k дорівнює сумі проєкцій всіх сил, які прикладені до системи з одного боку від перерізу, на нормаль n до осі стержня, через який проходить переріз:

$$Q_k = \sum F_{nk}^{лів} \text{ або } Q_k = \sum F_{nk}^{прав}.$$

Поздовжнє зусилля N в перерізі k визначається як сума проєкцій всіх сил, які діють на конструкцію по один бік від перерізу, на дотичну s до осі стержня в перерізі:

$$N_k = \sum F_{sk}^{лів} \text{ або } N_k = \sum F_{sk}^{прав}.$$

Значення внутрішніх зусиль на епюрах слід відкладати перпендикулярно до осі стержня, якому належить переріз. Ординати на епюрі згинальних моментів відкладаються з боку розтягнутих волокон.

Поперечне зусилля вважається додатним, якщо намагається повернути стержень в напрямі руху годинникової стрілки. Якщо сумарне поздовжнє зусилля викликає розтяг стержня у перерізі, тоді воно вважається додатним. Значення на епюрах N і Q можна відкладати з будь-якого боку стержня із позначенням у кружечках знаків зусиль на кожному елементі. Штрихуються епюри тонкими лініями перпендикулярно осям стержнів.

Після побудови епюр необхідно виконати їх перевірки. **Перевірка рівноваги вирізаних вузлів** рами полягає в перевірці виконання умов рівноваги частин системи, отриманих проведенням перерізів, розташованих на нескінченно малих відстанях від точок з'єднання стержнів. **Перевірка відповідності між епюрами M і Q** виконується для балок і рам. Вона полягає у визначенні значень поперечних зусиль, використовуючи значення епюри згинальних моментів: значення зусилля Q дорівнює тангенсу кута нахилу епюри M до осі стержня. На ділянках, де епюра моментів має прямолінійний характер, поперечне зусилля є додатним, якщо поворот від осі стержня до епюри M відбувається в напрямі обертання годинникової стрілки. Для виконання цієї перевірки на ділянках, де епюра моментів змінюється за криволінійним законом, необхідно розглядати рівновагу вирізаного елемента системи з прикладеним навантаженням, моментами на кінцях та невідомими поперечними зусиллями. У випадку, якщо епюра Q на ділянці змінює знак, в цьому перерізі епюра моментів повинна мати екстремум.

Для визначення переміщення необхідно створити допоміжний стан системи, прибравши зовнішнє навантаження та приклавши узагальнену силу, яка відповідає переміщенню: горизонтальному зсуву відповідає одинична горизонтальна сила; вертикальному прогину – одинична вертикальна сила. В рамних системах переважають деформації згину, тому достатньо побудувати лише одиничну епюру згинальних моментів M_1 та обчислити переміщення Δ_{IP} за спрощеною формулою Максвелла-Мора:

$$\Delta_{IP} = \sum \int_l \frac{M_1 \cdot M}{EI} dx, \quad (4)$$

де l – довжина ділянки інтегрування.

ПРИКЛАД ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

(лицева сторона завдання)

1												
		Обчислити горизонтальний зсув т.К										
d, м	h, м	a, м	b, м	c, м	l1, м	l2, м	h1, м	F, кН	M, кНм	q, кН/м	P1, кН	n
2	2	4	2	6	2	5	3	5	4	3	8	<u>2</u>
<u>4</u>	<u>5</u>	5	3	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	3	6	6	10	3
2	4	<u>6</u>	<u>4</u>	4	6	4	7	9	5	8	12	4
5	5	2	5	3	3	2	4	<u>7</u>	<u>9</u>	4	14	2
2	3	3	7	4	2	1	5	1	7	<u>2</u>	<u>5</u>	3

Підкреслені значення в таблиці визначають дані, які задає викладач кожному студенту для подальших розрахунків.

(зворотна сторона завдання)

СКЛАД РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Розрахунок ферми

1. Виконати кінематичний аналіз.
2. Визначити опорні реакції та обчислити зусилля у позначених стержнях.

Розрахунок балки на двох опорах

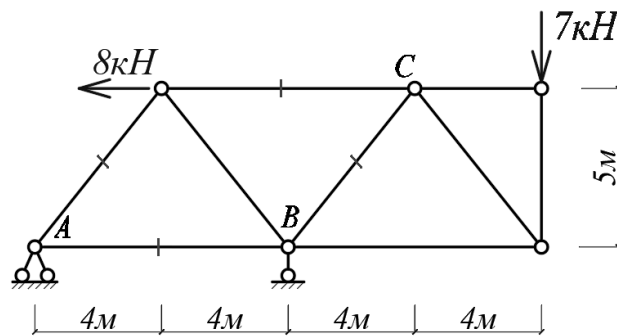
1. Виконати кінематичний аналіз.
2. Визначити опорні реакції.
3. Побудувати епюри внутрішніх зусиль: згинальних моментів та поперечних зусиль.
4. Виконати перевірку відповідності між епюрами M і Q .

Розрахунок рам

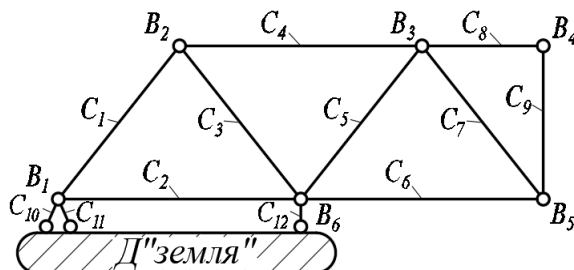
1. Виконати кінематичний аналіз.
2. Визначити опорні реакції.
3. Побудувати епюри внутрішніх зусиль: згинальних моментів, поперечних та поздовжніх зусиль.
4. Виконати перевірки епюр.
4. Для балкової рами:
 - створити одиничний стан, що відповідає переміщенню, яке потрібно знайти;
 - побудувати епюру згинальних моментів в допоміжному стані;
 - обчислити задане переміщення за формулою Максвелла-Мора.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Розрахунок ферми



1. Кінематичний аналіз.



1.1 Кількісний етап:

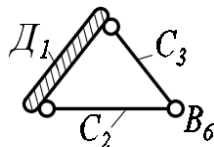
$$B = 0, C = 3.$$

$$\Gamma = 2 \cdot B - C = 2 \cdot 6 - 12 = 0.$$

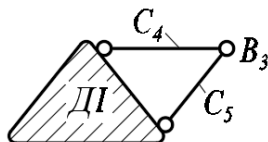
Система має мінімально необхідну кількість в'язей.

1.2 Якісний етап:

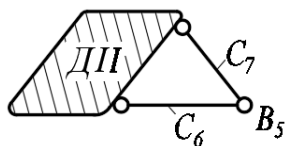
Представимо стержень C_1 як диск D_1 :



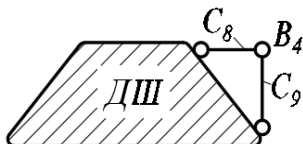
$$\frac{D_1 + B_6}{C_2, C_3} = D I \text{ (спосіб «діад»);}$$



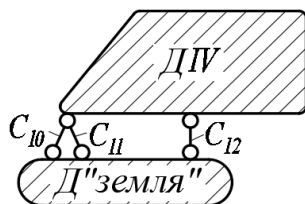
$$\frac{D I + B_3}{C_4, C_5} = D II \text{ (спосіб «діад»);}$$



$$\frac{D II + B_5}{C_6, C_7} = D III \text{ (спосіб «діад»);}$$



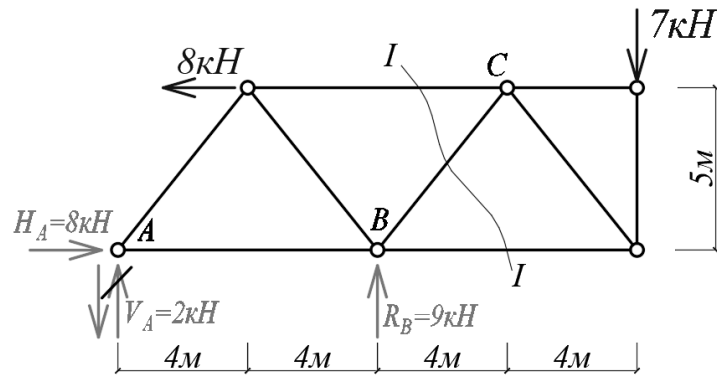
$$\frac{D III + B_4}{C_8, C_9} = D IV \text{ (спосіб «діад»);}$$



$$\frac{D IV + D "земля"}{C_{10}, C_{11}, C_{12}} = D IV \text{ (спосіб Шухова).}$$

Висновок: система геометрично незмінювана, статично визначувана.

2. Визначення опорних реакцій.



$$\sum F_x = 0: H_A - 8 = 0; H_A = 8kH.$$

$$\sum M_A = 0: -8 \cdot 5 + 7 \cdot 16 - R_B \cdot 8 = 0; R_B = \frac{72}{8} = 9kH.$$

$$\sum F_y = 0: V_A - 7 + 9 = 0; V_A = -2kH.$$

Перевірка:

$$\sum M_C = -8 \cdot 5 - 2 \cdot 12 + 9 \cdot 4 + 7 \cdot 4 = 64 - 64 = 0.$$

3. Визначення зусиль в позначених стержнях.

Виконаємо переріз I-I і розглянемо праву частину:

$$\sum M_B = 0: -R_4 \cdot 5 + 7 \cdot 8 = 0;$$

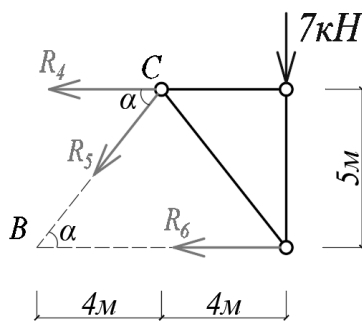
$$R_4 = \frac{56}{5} = 11,2kH.$$

$$\alpha = \arctg \frac{5}{4} = 51,34^\circ$$

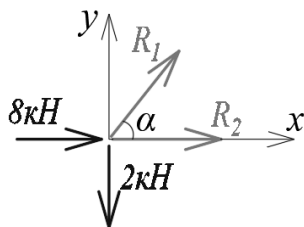
$$\cos \alpha = 0,6247; \sin \alpha = 0,7809.$$

$$\sum F_y = 0: -R_5 \cdot \sin \alpha - 7 = 0;$$

$$R_5 = -\frac{7}{0,7809} = -8,964kH.$$



Виріжемо вузол A:



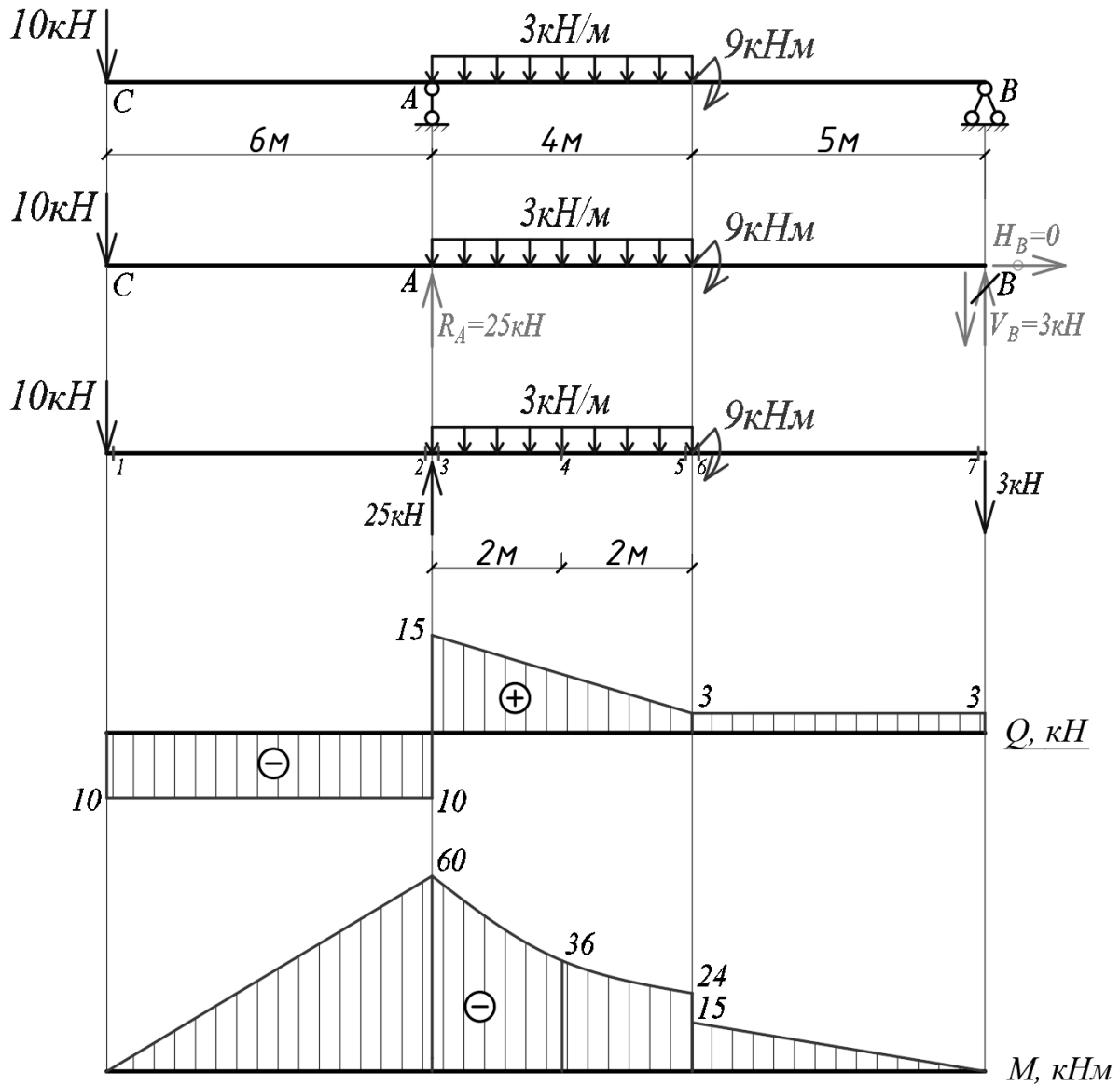
$$\sum F_y = 0: -2 + R_1 \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$R_1 = \frac{2}{0,7809} = 2,561kH.$$

$$\sum F_x = 0: 8 + R_2 + 2,561 \cdot \cos \alpha = 0;$$

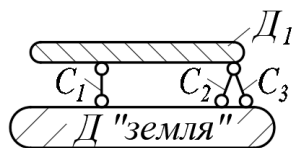
$$R_2 = -9,6kH.$$

Розрахунок балки на двох опорах



1. Кінематичний аналіз.

1.1 Кількісний етап:



$$D = 2, B = 0, П = 0, Ш = 0, C = 3.$$

$$\Gamma = 3 \cdot D + 2 \cdot B - 3 \cdot П - 2 \cdot Ш - C - 3 =$$

$$= 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 3 - 3 = 6 - 6 = 0.$$

Система має мінімально необхідну кількість в'язей.

1.2 Якісний етап:

$$\frac{D_1 + D \text{ "земля"}}{C_1, C_2, C_3} = D I \text{ (спосіб Шухова).}$$

Висновок: система геометрично незмінювана, статично визначувана.

2. Визначення опорних реакцій.

$$\sum F_x = 0: H_B = 0.$$

$$\sum M_A = 0: -10 \cdot 6 + (3 \cdot 4) \cdot 2 + 9 - V_B \cdot 9 = 0; R_B = -\frac{27}{9} = -3 \text{ кН}.$$

$$\sum F_y = 0: -10 + R_A - (3 \cdot 4) - 3 = 0; R_A = 25 \text{ кН}.$$

Перевірка:

$$\sum M_C = -25 \cdot 6 + (3 \cdot 4) \cdot 8 + 9 + 3 \cdot 15 = 150 - 150 = 0.$$

3. Побудова епюр внутрішніх зусиль.

$$Q_1 = -10 \text{ кН},$$

$$M_1 = 0,$$

$$Q_2 = -10 \text{ кН},$$

$$M_2^{лів} = -10 \cdot 6 = -60 \text{ кНм},$$

$$Q_3 = -10 + 25 = +15 \text{ кН},$$

$$M_3^{лів} = -10 \cdot 6 = -60 \text{ кНм},$$

$$Q_5 = -10 + 25 - (3 \cdot 4) = +3 \text{ кН},$$

$$M_4^{лів} = -10 \cdot 8 + 25 \cdot 2 - (3 \cdot 2) \cdot 1 =$$

$$= -36 \text{ кНм},$$

$$Q_6 = +3 \text{ кН},$$

$$M_5^{лів} = -10 \cdot 10 + 25 \cdot 4 - (3 \cdot 4) \cdot 2 =$$

$$= -24 \text{ кНм},$$

$$Q_7 = +3 \text{ кН}.$$

$$M_6^{лів} = -24 + 9 = -15 \text{ кНм},$$

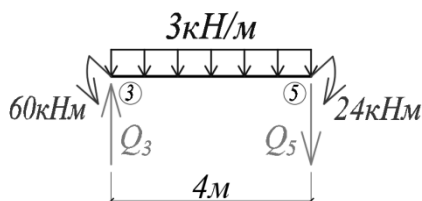
$$M_7 = 0.$$

4. Перевірка відповідності між епюрами M і Q .

$$Q_{1-2} = -\frac{60-0}{6} = -10 \text{ кН};$$

$$Q_{6-7} = +\frac{15-0}{5} = +3 \text{ кН};$$

Q_{3-5} :



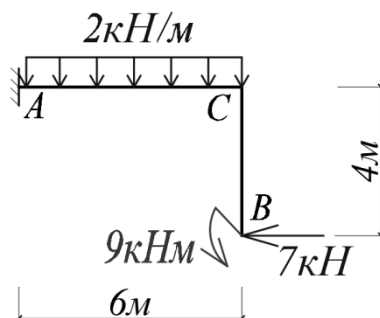
$$\sum M_3 = 0: -60 + (3 \cdot 4) \cdot 2 + Q_5 \cdot 4 + 24 = 0;$$

$$Q_5 = +\frac{12}{4} = +3 \text{ кН}.$$

$$\sum M_5 = 0: -60 + Q_3 \cdot 4 - (3 \cdot 4) \cdot 2 + 24 = 0;$$

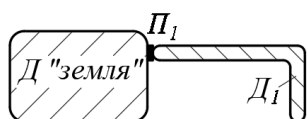
$$Q_3 = +\frac{60}{4} = +15 \text{ кН}.$$

Розрахунок консольної рами



1. Кінематичний аналіз.

1.1 Кількісний етап:



$$D = 2, B = 0, П = 1, Ш = 0, C = 0.$$

$$\Gamma = 3 \cdot D + 2 \cdot B - 3 \cdot П - 2 \cdot Ш - C - 3 =$$

$$= 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 - 3 = 6 - 6 = 0.$$

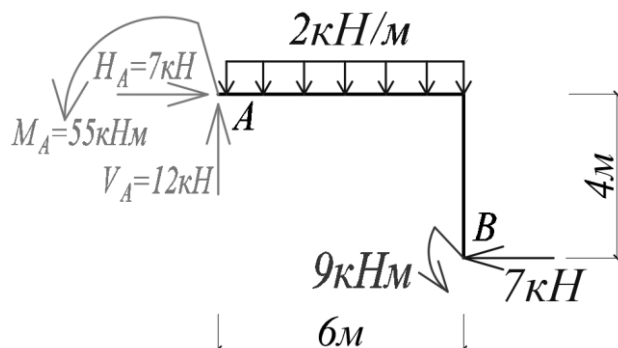
Система має мінімально необхідну кількість в'язей.

1.2 Якісний етап:

$$\frac{D_1 + D \text{ "земля"}}{П_1} = D I \text{ (спосіб припайки).}$$

Висновок: система геометрично незмінювана, статично визначувана.

2. Визначення опорних реакцій.



$$\sum F_x = 0: H_A - 7 = 0; H_A = 7kH.$$

$$\sum F_y = 0: V_A - (2 \cdot 6) = 0;$$

$$V_A = 12kH.$$

$$\sum M_A = 0:$$

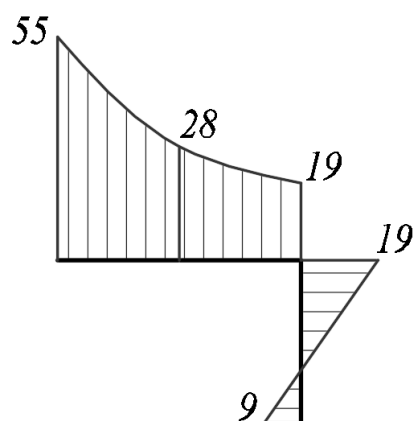
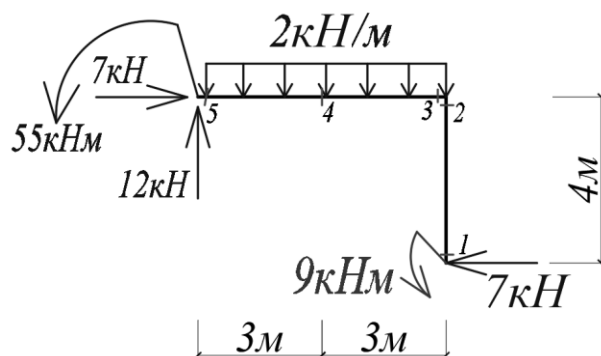
$$-M_A + (2 \cdot 6) \cdot 3 + 7 \cdot 4 - 9 = 0;$$

$$M_A = 55kHm.$$

Перевірка:

$$\sum M_B = -55 + 7 \cdot 4 + 12 \cdot 6 - (2 \cdot 6) \cdot 3 - 9 = 100 - 100 = 0.$$

3. Побудова епюр внутрішніх зусиль.



$$M_1^{ниж} = -9 \text{ кНм},$$

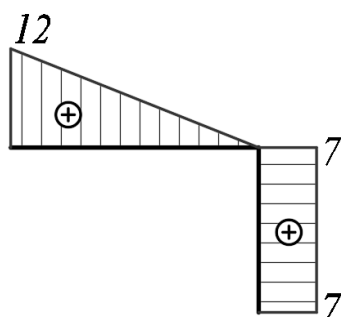
$$M_2^{ниж} = -9 + 7 \cdot 4 = +19 \text{ кНм},$$

$$M_3^{прав} = -9 + 7 \cdot 4 = +19 \text{ кНм},$$

$$M_4^{прав} = -9 + 7 \cdot 4 + (2 \cdot 3) \cdot 1,5 = +28 \text{ кНм},$$

$$M_5^{прав} = -9 + 7 \cdot 4 + (2 \cdot 6) \cdot 3 = +55 \text{ кНм}.$$

M, кНм



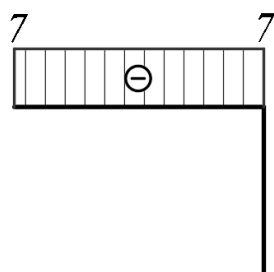
$$Q_1 = +7 \text{ кН},$$

$$Q_2 = +7 \text{ кН},$$

$$Q_3 = 0;$$

$$Q_5 = +(2 \cdot 6) = +12 \text{ кН}.$$

Q, кН



$$N_1 = 0,$$

$$N_2 = 0,$$

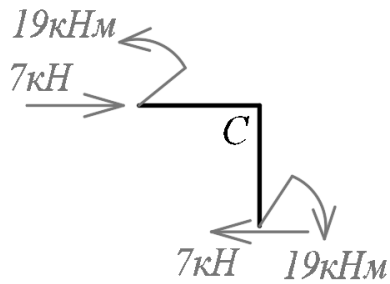
$$N_3 = -7 \text{ кН},$$

$$N_5 = -7 \text{ кН}.$$

N, кН

4. Перевірка рівноваги вирізаних вузлів рами.

Вузол C:



$$\sum F_x = 7 - 7 = 0,$$

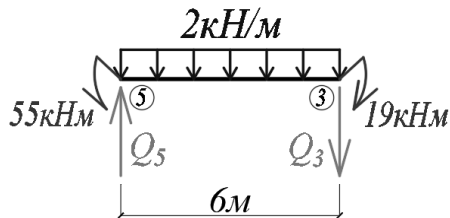
$$\sum F_y = 0,$$

$$\sum M_C = -19 + 19 = 0.$$

5. Перевірка відповідності між епюрами M і Q.

$$Q_{1-2} = + \frac{19 - (-9)}{4} = +7 \text{ кН};$$

Q_{3-5} :



$$\sum M_5 = 0:$$

$$-55 + (2 \cdot 6) \cdot 3 + Q_3 \cdot 6 + 19 = 0;$$

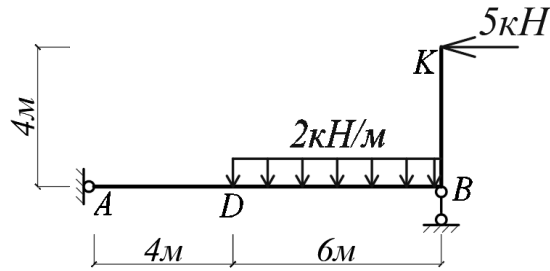
$$Q_3 = \frac{55 - 55}{6} = 0.$$

$$\sum M_3 = 0:$$

$$-55 + Q_5 \cdot 6 - (2 \cdot 6) \cdot 3 + 19 = 0;$$

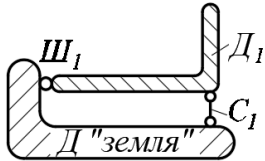
$$Q_2 = + \frac{72}{6} = +12 \text{ кН}.$$

Розрахунок балкової рами



1. Кінематичний аналіз.

1.1 Кількісний етап:



$$D = 2, B = 0, П = 0, Ш = 1, C = 1.$$

$$\Gamma = 3 \cdot D + 2 \cdot B - 3 \cdot П - 2 \cdot Ш - C - 3 =$$

$$= 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 - 1 - 3 = 6 - 6 = 0.$$

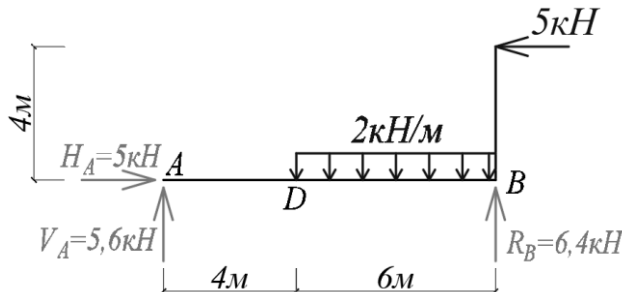
Система має мінімально необхідну кількість в'язей.

1.2 Якісний етап:

$$\frac{D_1 + D_{\text{"земля"}}}{Ш_1, C_1} = D I \text{ (спосіб Полонсо).}$$

Висновок: система геометрично незмінювана, статично визначувана.

2. Визначення опорних реакцій.



$$\sum F_x = 0: H_A - 5 = 0; H_A = 5кН.$$

$$\sum M_A = 0:$$

$$(2 \cdot 6) \cdot 7 - 5 \cdot 4 - R_B \cdot 10 = 0;$$

$$R_B = \frac{64}{10} = 6,4кН.$$

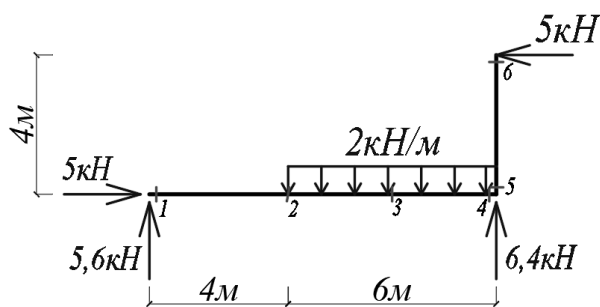
$$\sum F_y = 0: V_A - (2 \cdot 6) + 6,4 = 0;$$

$$V_A = 5,6кН.$$

Перевірка:

$$\sum M_D = 5,6 \cdot 4 + (2 \cdot 6) \cdot 3 - 6,4 \cdot 6 - 5 \cdot 4 = 58,4 - 58,4 = 0.$$

3. Побудова епюр внутрішніх зусиль.



$$M_1 = 0,$$

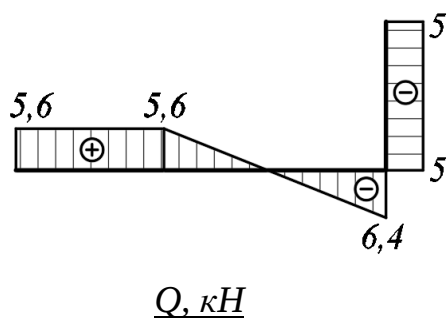
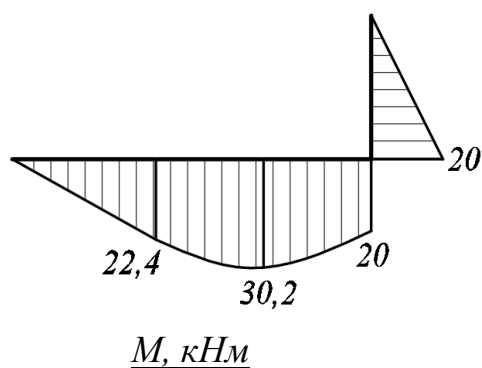
$$M_2^{лів} = +5,6 \cdot 4 = +22,4 \text{ кНм},$$

$$M_3^{лів} = +5,6 \cdot 7 - (2 \cdot 3) \cdot 1,5 = +30,2 \text{ кНм},$$

$$M_4^{лів} = +5,6 \cdot 10 - (2 \cdot 6) \cdot 3 = +20 \text{ кНм},$$

$$M_6 = 0,$$

$$M_5^{єрх} = -5 \cdot 4 = -20 \text{ кНм}.$$



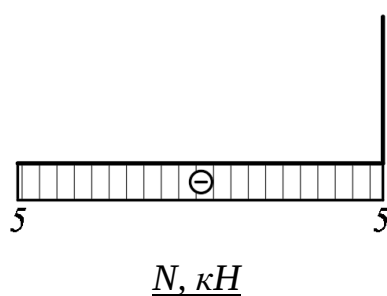
$$Q_1 = +5,6 \text{ кН},$$

$$Q_2 = +5,6 \text{ кН},$$

$$Q_4 = +5,6 - (2 \cdot 6) = -6,4 \text{ кН},$$

$$Q_6 = -5 \text{ кН},$$

$$Q_5 = -5 \text{ кН}.$$



$$N_1 = -5 \text{ кН},$$

$$N_2 = -5 \text{ кН},$$

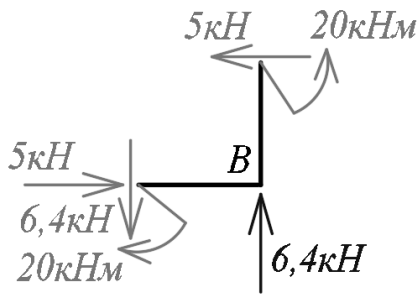
$$N_4 = -5 \text{ кН},$$

$$N_6 = 0,$$

$$N_5 = 0.$$

4. Перевірка рівноваги вирізаних вузлів рами.

Вузол B:



$$\sum F_x = 5 - 5 = 0,$$

$$\sum F_y = -6.4 + 6.4 = 0,$$

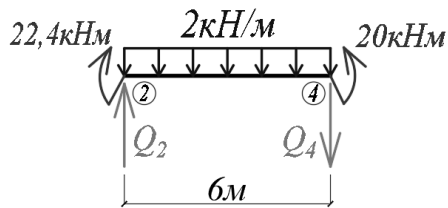
$$\sum M_B = 20 - 20 = 0.$$

5. Перевірка відповідності між епюрами M і Q.

$$Q_{1-2} = + \frac{22.4 - 0}{4} = +5.6 \text{ кН};$$

$$Q_{5-6} = - \frac{20 - 0}{4} = -5 \text{ кН};$$

Q_{2-4} :



$$\sum M_2 = 0:$$

$$22.4 + (2 \cdot 6) \cdot 3 + Q_4 \cdot 6 - 20 = 0;$$

$$Q_4 = - \frac{38.4}{6} = -6.4 \text{ кН}.$$

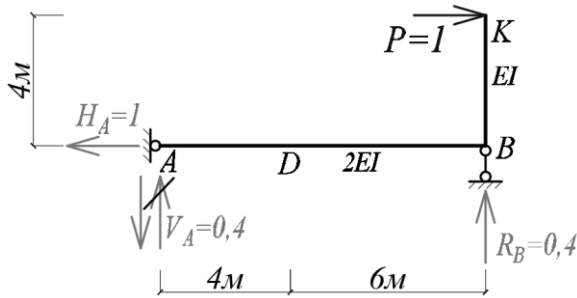
$$\sum M_4 = 0:$$

$$22.4 - (2 \cdot 6) \cdot 3 + Q_2 \cdot 6 - 20 = 0;$$

$$Q_2 = + \frac{33.6}{6} = +5.6 \text{ кН}.$$

6. Обчислення заданого переміщення (горизонтальний зсув т.К).

Створимо допоміжний стан, що відповідає шуканому переміщенню:



$$\sum F_x = 0: -H_A + 1 = 0; H_A = 1.$$

$$\sum M_A = 0: 1 \cdot 4 - R_B \cdot 10 = 0;$$

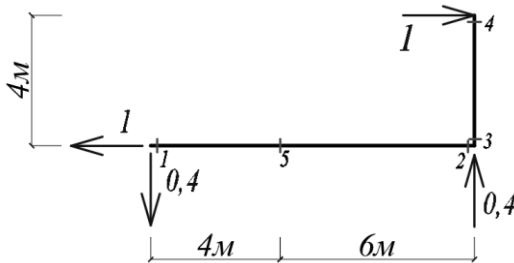
$$R_B = \frac{4}{10} = 0,4.$$

$$\sum F_y = 0: V_A + 0,4 = 0; V_A = -0,4.$$

Перевірка:

$$\sum M_D = -0,4 \cdot 4 - 0,4 \cdot 6 + 1 \cdot 4 = 4 - 4 = 0.$$

Будуємо епюру моментів M_1 в одиничному стані:



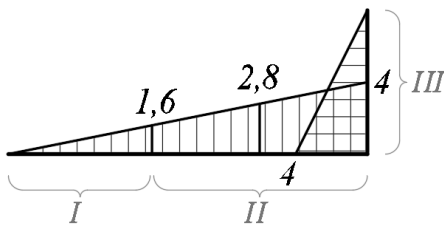
$$M_1 = 0,$$

$$M_2^{лів} = -0,4 \cdot 10 = -4м,$$

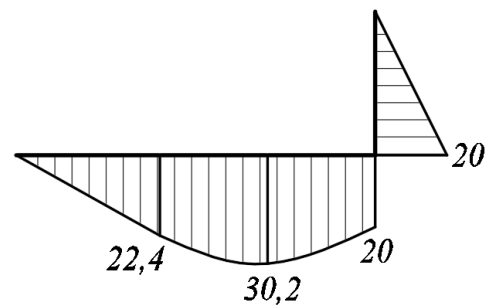
$$M_4 = 0,$$

$$M_3^{вєрх} = +1 \cdot 4 = +4м,$$

$$M_5^{лів} = -0,4 \cdot 4 = -1,6м.$$



$\underline{M_1, м}$



$\underline{M, κНм}$

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \sum \int \frac{M_1 \cdot M}{EI} dx = -\frac{1}{2EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 22,4 \right) + \\ &+ \frac{1}{2EI} \frac{6}{6} (-1,6 \cdot 22,4 - 4 \cdot 2,8 \cdot 30,2 - 4 \cdot 20) - \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 20 \right) = \\ &+ \frac{1}{EI} (-23,893 - 227,04 - 106,667) = \frac{1}{EI} (-357,6). \end{aligned}$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А.* Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання: підручник / В.А. Баженов, А.В. Перельмутер, О.В. Шишов. – К.: ПАТ «ВІПОЛ», 2013. – 896 с.
2. *Баженов В.А.* Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування: навч. посібник / В.А. Баженов, Г.М. Іванченко, О.В. Шишов, С.О. Пискунов. – К.: Каравела, 2013. – 439 с.
3. *Розрахунок статично визначуваних стержневих систем: методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт / Уклад.: Ю.В. Ворона, І.Д. Кара.* – Київ: КНУБА, 2020. – 28 с.
4. *Розрахунок тришарнірної арки і статично визначуваних рам: методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи / Уклад.: І.Д. Кара, О.В. Костіна.* – Київ: КНУБА, 2022. – 32 с.

Для нотаток

Навчально-методичне видання

РОЗРАХУНОК ПЛОСКИХ СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНИХ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ

Методичні вказівки
до виконання розрахунково-графічної роботи
для студентів спеціальності 073 «Менеджмент»
освітньої програми «Менеджмент організацій і адміністрування»

Укладачі: **Кара Ірина Дмитрівна,**
Затилюк Герман Анатолійович,
Стригун Руслан Леонідович

Комп'ютерне верстання *А.П. Селівестрової*

Підписано до друку 20.12. 2023. Формат 60 × 84 ¹/₁₆.

Ум. друк. арк. 1,63. Обл.-вид. арк. 1,75.

Електронний документ. Вид. № 132/III-23

Видавець і виготовлювач

Київський національний університет будівництва і архітектури

Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03037

Свідомство про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002