

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

О. В. Горда

ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

*Конспект лекцій
для студентів спеціальностей
122 «Комп'ютерні науки»,
126 «Інформаційні системи і технології»
та 015.10 «Професійна освіта. Комп'ютерні технології»*

У двох частинах

Частина 1

Київ 2023

УДК 517(07)
Г67

Рецензент С. В. Цюцюра, д-р техн. наук, професор

*Затверджено на засіданні навчально-методичної ради
КНУБА, протокол № 2 від 27 жовтня 2022 року.*

Горда О. В.

Г67 Теорія прийняття рішень : конспект лекцій / О. В. Горда. –
Київ : КНУБА, 2023. – 120 с.

Містить теоретичний і довідковий матеріал, ілюстрований конкретними прикладами, контрольні запитання, список літератури. Розглянуто основні етапи вирішення задач прийняття рішень із використанням наявних математичних методів і алгоритмів.

Розглянуто багатокритеріальні задачі в умовах визначеності, пов'язані з ними проблеми й сучасні підходи та методи їх вирішення.

Призначено для студентів, які навчаються за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки», 126 «Інформаційні системи і технології», 015.10 «Професійна освіта. Комп'ютерні технології».

УДК 517(07)

© О. В. Горда, 2023
© КНУБА, 2023

Зміст

Вступ	5
Лекція 1. Основні поняття, принципи та класи задач теорії прийняття рішень	6
1.1. Теорія прийняття рішень, її роль і місце	6
1.2. Об'єкт і предмет дослідження теорії прийняття рішень	8
1.3. Класи процесів і задач прийняття рішень	10
1.4. Основні поняття теорії прийняття рішень	12
1.5. Основні принципи теорії прийняття рішень	14
1.6. Функції учасників у процесі прийняття рішень	16
Контрольні запитання	17
Лекція 2. Етапи та принципи прийняття рішень	18
2.1. Етапи прийняття рішень	18
2.2. Підходи та методи дослідження проблеми	22
2.3. Формулювання альтернатив	27
Контрольні запитання	30
Лекція 3. Функції вибору та формулювання задачі	31
3.1. Функція вибору	31
3.2. Постановка задачі прийняття рішення	34
3.3. Класифікація задач прийняття рішень	36
3.4. Огляд методів прийняття рішень	38
Контрольні запитання	43
Лекція 4. Методи оцінки альтернатив	44
4.1. Шкали оцінки ознак факторів	44
4.2. Вимоги до оцінок значень критеріїв	45
4.3. Нормування критеріїв	47
4.4. Методи визначення вагових коефіцієнтів	49
Контрольні запитання	53
Лекція 5. Методи формування узагальненого критерію	54
5.1. Основні методи скалярної оцінки альтернатив	54
5.2. Метод узагальненого показника (згортка)	55

5.3. Метод «витрати – ефект»	58
5.4. Метод цільового програмування	59
5.5. Метод головного показника	61
5.6. Метод послідовних поступок	63
5.7. Лексикографічний критерій	64
Контрольні запитання	66
 Лекція 6. Детерміновані моделі. Методи «м'якого» моделювання	67
6.1. Детерміновані моделі формування та вибору альтернатив рішень. Методологія «м'якого» моделювання	67
6.2. Когнітивні карти	68
6.3. Онтологічні моделі процесу прийняття рішень	74
6.3.1. Поняття онтології	74
6.3.2. Методологія створення отології та її математичний опис	77
Контрольні запитання	80
 Лекція 7. Поняття Парето-оптимальності	81
7.1. Визначення поняття Парето-оптимальності	81
7.2. Побудова дискретної Парето-оптимальної множини	84
7.3. Побудова неперервної Парето-оптимальної множини	85
7.4. Способи звуження множини Парето	88
7.5. Побудова діаграми Парето	97
Контрольні запитання	101
 Лекція 8. Метод аналізу ієрархій	102
8.1. Аналітична ієрархічна процедура Сааті	102
8.2. Переваги та перспективи МАІ	115
Контрольні запитання	116
 Список літератури	118

Вступ

Теорія прийняття рішень є міждисциплінарним курсом. Термін «прийняття рішень» зустрічається в різних наукових дисциплінах, таких як штучний інтелект, економіка, когнітивна психологія, політологія, дослідження операцій тощо.

Дисципліна «Теорія прийняття рішень» входить до навчальних планів усіх комп'ютерних, а також низки природничо-наукових і спрямованих на бізнес спеціальностей широкого профілю. Це викликано вимогами науково-технічного прогресу, у процесі якого людство йде шляхом використання все більш складних технічних та інформаційних засобів, а також використання складних природних об'єктів або систем.

Метою конспекту лекцій з дисципліни «Теорія прийняття рішень» є формування знань у студентів загальних принципів постановки та розв'язання задач прийняття рішень, а також використання математичних моделей і методів, аналізу, синтезу й оптимізації, що виникають у процесі прийняття рішень у різноманітних галузях людської діяльності.

У процесі вивчення дисципліни студенти повинні

знати:

основні положення теорії прийняття рішень; етапи процесу прийняття та реалізації управлінських рішень; методи й моделі прийняття рішень, що застосовуються в різних ситуаціях;

уміти:

здійснювати постановку проблеми; ідентифікувати середовище прийняття рішень; застосовувати методи прийняття рішень в умовах визначеності, невизначеності й ризику; приймати рішення на основі теорії корисності; розробляти та реалізувати моделі прийняття рішень.

Конспект лекцій складається з двох частин. У першій частині конспекту лекцій розглянуто методи прийняття рішень для багатокритеріальних задач в умовах визначеності. Детально розглянуто поняття Парето-оптимальної множини й методи її звуження.

В основу конспекту лекцій покладено основні роботи та публікації вітчизняних і зарубіжних авторів, де викладено теоретичні основи, методи й алгоритми прийняття рішень.

Лекція 1

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ, ПРИНЦИПИ ТА КЛАСИ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

1.1. Теорія прийняття рішень, її роль і місце

Процес прийняття рішення є основою будь-якої цілеспрямованої діяльності – у технічній галузі, економіці, соціальній сфері тощо. На початку теорія прийняття рішень (ТПР) вивчалася в рамках дисципліни «Дослідження операцій». Також елементи ТПР увійшли до складу такої галузі знань, як системний аналіз, який являє собою сукупність методів аналізу й дослідження систем, методик визначення та прийняття рішень під час проєктування, конструювання, керування складними системами різної природи і призначення.

Ключова особливість системного аналізу полягає в тому, що система розглядається в цілому з урахуванням того, що сукупність елементів системи не може приводити до появи нових властивостей (синергетичний ефект), що обумовлює принцип емерджентності (системи мають властивості, які не можна звести до суми властивостей складових їх підсистем). Проте для розуміння поведінки системи потрібні теоретичні знання з багатьох дисциплін, а для дослідження застосовуються не тільки формалізовані, а й неформальні процедури.

Сьогодні теорія прийняття рішень виділена як окрема дисципліна, тісно пов'язана з багатьма іншими дисциплінами в тому сенсі, що, з одного боку, вимагає хорошого рівня їх знань (вища та дискретна математика, теорія відношень, системний аналіз і т. д.), а з іншого – є їх невід'ємною частиною (теорія управління, моделювання систем тощо).

Для вирішення будь-якого конкретного завдання насамперед потрібно ознайомитися з об'єктом, який в ньому фігурує, виконати його аналіз, формалізувати інформаційний масив знань про об'єкт і сформулювати постановку завдання. Як ми бачимо, уже на перших етапах постановки завдання застосовуються методи системного аналізу й моделювання систем.

Характерні ознаки системного аналізу:

– стосовно логічних міркувань системний аналіз є допоміжним елементом;

– системний аналіз дає змогу виділити області, де приймаються логічні судження, і визначити значення кожного з можливих варіантів рішення;

– дані аналізу орієнтують на вибір відповідного рішення;

– якщо рішення приймаються стосовно системи, то часто потрібно враховувати фактори зовнішнього середовища, а якщо стосовно окремих елементів системи – взаємозв’язок елемента з іншими і спільну мету системи (тобто реалізовувати системний підхід);

– аналіз здійснюється за принципом «від загального до конкретного», тобто спочатку для всього комплексу проблем, а далі для окремих складових;

– першорядне значення мають фактори ефективності системи, а саме: час, вартість, якість роботи;

– використання комп’ютерної техніки на всіх стадіях аналізу проблеми і процесу прийняття відповідного рішення.

Як приклад можна навести перелік організаційно-технічних систем, де методи прийняття рішень відіграють важливу роль: прогнозування процесів у різних галузях; завдання управління (організацією, фінансами, трудовими ресурсами, учбовим процесом, транспортними потоками і т. д.); планування виробництва; організаційні завдання.

Математичним апаратом дисципліни є різноманітні методи прикладної математики: прогнозування, оптимізація, теорія ймовірностей, математична статистика й випадкові процеси, структурний аналіз тощо.

Багато задач вимагає застосування слабо структурованих підходів, які важко формалізувати. Зокрема, це знання фахівців (експертів), які спираються на досвід та інтуїцію.

Отже, дамо таке визначення:

теорія прийняття рішень – це прикладна міждисциплінарна наука, що заснована на методах математики, штучного інтелекту, статистики, економіки, менеджменту, психології і вивчає закономірності вибору шляхів вирішення різного роду завдань, а також способи пошуку найбільш вигідних рішень. ТПР обумовлена людською потребою спрощувати процедуру прийняття рішень і надавати рішенням більшу надійність.

1.2. Об'єкт і предмет дослідження теорії прийняття рішень

Об'єктом дослідження ТПР є ситуація прийняття рішень, або так звана проблемна ситуація (ПС).

Предметом дослідження ТПР виступають загальні закономірності вироблення рішень у проблемних ситуаціях, а також закономірності, властиві процесу моделювання основних елементів проблемної ситуації.

Основним призначенням ТПР є розробка для практики науково обґрунтованих рекомендацій з організації та технології побудови процедур підготовки і прийняття рішень у складних ситуаціях із застосуванням сучасних методів і засобів.

В основі сучасної ТПР лежить комплексна концепція прийняття рішень, яка вимагає врахування всіх істотних аспектів проблемної ситуації та інтеграції як логічного мислення й інтуїції людини, так і математичних і технічних засобів. Відповідно до цієї концепції прийняття рішення – це свідомий вибір із низки варіантів (альтернатив). Цей вибір виконує особа, яка приймає рішення, володіє правами вибору рішення й несе відповідальність за його наслідки. Потрібно зазначити, що рішення можуть прийматися як однією особою (у цьому випадку ми використовуватимемо термін ОПР), так і групою фахівців (ГОПР).

Суть концепції прийняття рішень полягає в тому, що спочатку ОПР (а в разі потреби і фахівці з проблем прийняття рішень) змістовно аналізує наявну технічну, соціальну, економічну або іншу проблему. За результатами цієї творчої логічної діяльності й на основі особистої інтуїції ОПР формулює мету, досягнення якої, на її думку, вирішить проблему. Детально розібравшись в суті мети і власних перевагах, ОПР формує способи її досягнення і приймає рішення про те, який з можливих способів, на її думку, найкращий, тобто здійснює обґрунтований вибір. Для вирішення проблеми ОПР може керуватися власними перевагами і стратегіями. Основна мета методів ТПР – максимально зменшити фактор суб'єктивності і прийняти максимально обґрунтоване рішення.

Перевагу того чи іншого результату операції оцінюють величиною спеціальної числової функції, яка називається критерієм. Оптимальним вважається такий варіант, який забезпечує оптимальне значення критерію або найкраще (компромісне) поєднання значень всіх критеріїв, якщо їх декілька.

Є коло завдань, для яких побудовано відпрацьовані математичні моделі, що дають змогу знаходити рішення без участі ОПР. Це завдання розподілу ресурсів, транспортні завдання, завдання масового обслуговування, управління запасами й низка інших.

Однак є багато завдань, які не вкладаються в рамки перерахованих розділів дослідження операцій. Насамперед це багатокритеріальні задачі, які вирішуються у складних ситуаціях. Таким чином, складними вважатимемо ситуації, які відрізняються наявністю декількох критеріїв, або дією невизначених факторів, або потребою у врахуванні думки кількох осіб, а також інші «нестандартні» ситуації. Саме такі задачі розглядає теорія прийняття рішень.

Також є задачі, які мають велику розмірність або слабо формалізуються. Цей клас задач входить до компетенції штучного інтелекту.

Одним із найважливіших вихідних положень ТПР є теза про те, що не існує абсолютно кращого рішення. Найкращим рішення може вважатися лише для цієї ОПР щодо поставлених перед нею цілей, тільки в цьому місці і на цей момент часу. Основне завдання ТПР полягає не в тому, щоб замінити людину в процесі вироблення рішення, а в тому, щоб допомогти їй розібратися в суті складної ситуації.

Наведемо декілька прикладів застосування теорії прийняття рішень, які розрізняються за характером об'єктів дослідження й методами вирішення:

- вибір кращого проєкту або товару. Тут об'єкти порівняння можуть оцінюватися за багатьма параметрами, тож потрібно розробити систему оцінювання кожного об'єкта й визначити правило порівняння. Для таких задач застосовуються класичні методи ТПР;

- аналіз результатів експерименту. Потрібно прийняти рішення, чи придатні наші результати вимірювань для подальшого використання в задачах дослідження й моделювання. У цьому випадку використовується теорія статистичних гіпотез;

- прийняття рішення про наявність захворювання за рентгеновським знімком або результатами аналізів. Для прийняття рішення застосовуються методи розпізнання образів (класифікатори);

- визначення вагових коефіцієнтів у процесі навчання нейромережі.

1.3. Класи процесів і задач прийняття рішень

За ступенем визначеності очікувані результати прийняття рішень можуть значно відрізнятися.

До 60-х років XX століття передбачалося, що є два класи процесів.

До *першого класу* належали процеси, які описуються динамічними системами, де майбутнє однозначно визначається минулим (детерміновані системи). Детерміновані системи – це системи, у яких усі дані і всі взаємозв'язки визначені точно й однозначно, а результат прийняття рішення може бути прораховано заздалегідь із потрібною точністю. На практиці детермінованим системам близькі системи з добре вивченими процесами, наприклад, у машинобудуванні, коли технічні характеристики машини можна досить точно прорахувати під час проєктування. Для прийняття рішень стосовно таких систем застосовують детерміновані методи.

Другий клас процесів – це процеси, де майбутнє не повністю залежить від минулого й визначається випадковими чинниками, наприклад зовнішніми впливами (імовірні або стохастичні системи). Системи з імовірнісною поведінкою – це системи, у яких частина параметрів або взаємозв'язків точно не визначена, але відомі ймовірнісні закони, яким вони підкоряються. Під час прийняття рішення про поведінку таких систем ми не можемо точно вказати, якими будуть результати, але можемо гарантовано визначити діапазон можливих значень і їх імовірності. Прикладом такої системи може бути робот, що пересувається по поверхні. Характеристики робота стосовно його пересування зазвичай відомі досить точно, а характеристики поверхні можуть бути описані тільки мовою теорії випадкових процесів, унаслідок чого і динаміка робота може бути описана лише стохастично. Для дослідження таких процесів застосовують імовірнісні методи. До цього класу задач належать більшість економічних і соціальних процесів. Також методи на основі ймовірнісних оцінок застосовуються до багатofакторних задач із метою зменшення їх розмірності, коли сукупність факторів враховується шляхом введення статистичних оцінок.

У 70-ті роки минулого століття стало зрозуміло, що є *третій клас* процесів, які формально описуються динамічними системами, проте їх поведінка може бути передбачена лише на невеликому інтервалі часу, що зумовило потребу переглянути погляди на принципову можливість

передбачуваності. 1963 року було введено термін «горизонт прогнозу», або «межа передбачуваності». Виявилося, що об'єкти, поведінку яких неможливо передбачити на досить тривалий час, можуть бути дуже простими. Було показано, що чутливість системи до початкових даних може вести до хаосу. Це явище отримало назву ефекту метелика (за оповіданням Рея Бредбері), який пов'язаний із тим, що малі причини можуть призводити до значних наслідків. Так, наприклад, незважаючи на вдосконалення математичних моделей, використання надпотужних комп'ютерів, розробку нових чисельних методів і вдосконалення систем наземного, повітряного й космічного моніторингу за станом погоди, не вдалося розробити ефективну методику середньострокового (на 2–3 тижні вперед) прогнозу для конкретних географічних точок земної поверхні. Горизонт прогнозу для стану океану експерти оцінюють у місяць. У цих випадках «помах метелика» в конкретній точці в певний момент часу може призвести до ураганів і зміни погоди у величезному регіоні. Економічні прогнози, які спираються на уявлення про хаос, стали сферою діяльності, що бурхливо розвивається, однак і вони не змогли передбачити, наприклад, фінансову кризу 2008 року.

Один із нових напрямів дослідження складних динамічних систем пов'язаний із прогнозом рідкісних катастрофічних подій. Виявилося, що самі різні катастрофічні події можуть розвиватися за своїми законами, наприклад: фондовий ринок і тектонічний розлом – незадовго перед катастрофою, в обох випадках є швидке катастрофічне зростання значень параметрів, на які накладаються прискорювальні коливання. Це так звані режими із загостренням, коли одна або кілька величин, що характеризують систему, за кінцевий час зростають до нескінченності. Проведений аналіз статистики катастроф ХХ століття показав, що статистика землетрусів, повеней, ураганів, біржових крахів, шкоди від витоку конфіденційної інформації та багатьох інших підпорядковується статечним розподілів. Для таких систем розроблені методи, що дають змогу враховувати ризики й невизначеності, наприклад теорія ігор.

Ще один із напрямів досліджень у сфері прогнозування складних динамічних систем пов'язаний із розробкою адаптивних методів (наприклад, фільтр Калмана), штучними нейронними мережами, нечіткими множинами й евристичними методами, які виявилися ефективним інструментом обробки інформації для опису систем, для яких традиційні методи прогнозування неефективні.

1.4. Основні поняття теорії прийняття рішень

Визначимо основні поняття й терміни ТПР, якими далі користуватимемося.

Порядок підготовки рішення (*регламент*) – це визначення порядку роботи і сфер відповідальності.

Цілі. Кожне рішення спрямоване на досягнення однієї або декількох цілей. Цілі можуть бути несуперечливими, а можуть протирічити одна одній. Наприклад, формулювання «максимум прибутку за мінімуму витрат», що часто зустрічається, внутрішньо суперечливе. Мінімум витрат дорівнює 0, коли робота не проводиться, але і прибуток тоді теж дорівнює 0. Якщо ж прибуток великий, то і витрати великі, оскільки й те, й інше пов'язане з обсягом виробництва. Можна або максимізувати прибуток з фіксованими витратами, або мінімізувати витрати із заданим прибутком, але неможливо добитися «максимального прибутку за мінімуму витрат».

Ресурси. Кожне рішення припускає використання тих чи інших ресурсів. Крім того, передбачається, що є достатньо фінансових коштів, матеріальних і кадрових ресурсів тощо. Під час практичної роботи над проектом рішення важливо весь час повторювати: «Чого ми хочемо досягти? Які ресурси ми готові використовувати для цього?».

Альтернативи. Варіанти дій прийнято називати альтернативами. Альтернативи – невід'ємна частина проблеми прийняття рішень: якщо нема з чого вибирати, то немає і вибору. Отже, для постановки задачі прийняття рішень потрібно мати хоча б дві альтернативи.

Альтернативи бувають незалежними і залежними. Незалежними є ті альтернативи, будь-які дії з якими не впливають на якість інших альтернатив. Якщо альтернатив залежні, то оцінки одних з них впливають на якість інших. Є різні типи залежності альтернатив. Найбільш простим і очевидним є безпосередня групова залежність: якщо розглядається хоча б одна альтернатива з групи, то треба розглядати і всю групу. Так, у плануванні розвитку міста рішення про збереження історичного центру обумовлює розгляд всіх варіантів його реалізації.

Завдання прийняття рішень істотно різняться також залежно від наявності альтернатив на момент вироблення політики і прийняття

рішень. Зустрічаються завдання, коли всі альтернативи вже задано, визначено й потрібно лише вибрати кращі з цієї множини.

Але є багато завдань іншого типу, де все альтернативи або їх значна частина з'являються після прийняття основних рішень.

Ризики і невизначеності. Багато рішень приймаються в умовах ризику, тобто за потенційної загрози втрат. Пов'язано це з різноманітними невизначеностями, що оточують нас. Крім негативних (небажаних) несподіванок, бувають і позитивні – ми називаємо їх успіхами. Менеджери намагаються застрахуватися від втрат і не пропустити успіх. «Максимум прибутку і мінімум ризику» – внутрішньо суперечливе формулювання. Зазвичай зі зростанням прибутку зростає і ризик – можливість багато або все втратити.

Критерії оцінки рішення. Критерій прийняття рішень – це функція, що виражає переваги особи, яка приймає рішення (ОПР), і визначає правило, за яким вибирається прийнятний або оптимальний варіант рішення. Кожному досліднику доводиться вирішувати, який із критеріїв для нього важливіший. У цьому йому може допомогти теорія корисності, добре розроблена в економіці (зокрема, так звана маржинальна корисність у теорії поведінки споживачів) і має розвинений математичний апарат.

Параметри – характеристики об'єкта дослідження, за якими приймається рішення.

Оцінки ефективності – співвідношення, що характеризує ступінь досягнення мети і приймає різні числові значення.

Математико-комп'ютерна підтримка прийняття рішення. На сьогодні для прийняття рішення використовуються різні комп'ютерні й математичні засоби. У пам'яті комп'ютерів зберігається багато інформації – цей процес організовано за допомогою баз даних та інших програмних продуктів, що дають змогу оперативно нею користуватися. Завдяки математичним моделям можна прораховувати наслідки тих чи інших рішень, прогнозувати розвиток подій. Методи експертних оцінок також вельми математизовані й використовують комп'ютери. Найбільш часто використовуються оптимізаційні моделі прийняття рішень. Їх загальний вигляд такий:

$$F(X) \rightarrow \max X \in A,$$

де X – параметр, який можна вибрати (керівний параметр). Він може мати різну природу – число, вектор, множина тощо. Мета – максимізувати цільову функцію $F(X)$, вибравши відповідний X . Водночас дослідник повинен враховувати обмеження $X \in A$ на можливі значення керівного параметра X – цей параметр повинен лежати в множині A .

Системний підхід до прийняття рішень. Йдеться про те, що треба розглядати проблему загалом, а не «висмикувати» для обговорення якусь одну рису, хоча й важливу. Так, під час прийняття рішення щодо масового житлового будівництва можна «висмикнути» рису – вартість квадратного метра в будинку. Тоді найбільш дешеві будинки – п'ятиповерхівки. Якщо ж поглянути системно, врахувати вартість транспортних і інженерних комунікацій (підвідних електроенергії, води, тепла тощо), то оптимальне рішення вже інше – дев'ятиповерхові будинки.

1.5. Основні принципи теорії прийняття рішень

Основою теорії прийняття рішень, як і будь-якої іншої теорії, є науковий підхід, який полягає в застосуванні наукових методів і методологій для аналізу й обґрунтування рішень, що приймаються. Науковий підхід базується на знанні об'єктивних закономірностей функціонування та розвитку системи, стосовно якої приймається рішення, об'єктивному врахуванні всіх особливостей і умов, за яких приймається рішення, і на використанні наукових методів аналізу та прогнозування наслідків.

До основних методів наукового підходу, що підвищують якість і обґрунтованість як процесу прийняття, так і самого рішення, належать:

- методи моделювання;
- методи прогнозування;
- методи системного аналізу;
- методи теорії прийняття рішень.

Впровадження наукової концепції до прийняття рішень можна навести у вигляді схеми (рис. 1.1).

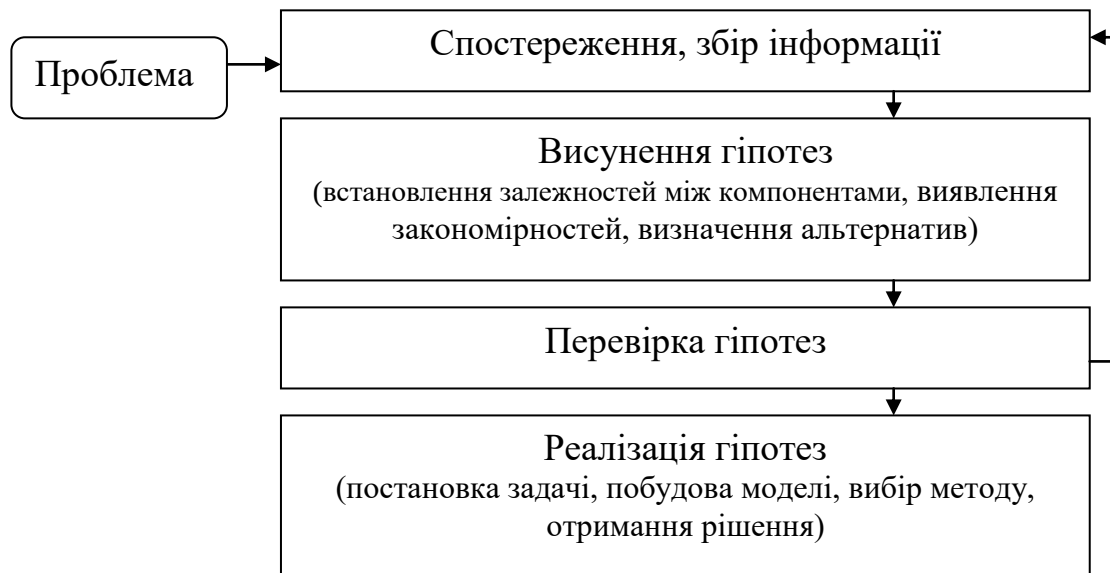


Рис. 1.1. Застосування наукового підходу до задач ТПР

Методи моделювання, прогнозування й системного аналізу розглядаються в окремих дисциплінах. Базовими елементами ТПР у межах наукового підходу є:

- система цілей;
- опис закономірностей процесу прийняття рішень;
- методи обґрунтування рішень;
- технологія прийняття рішень;
- практичні рекомендації.

У межах ТПР розроблено ряд типових (стандартних) постановок задач і науково обґрунтованих методів їх розв'язку. Важливим завданням теорії є приведення реальних практичних задач до стандартного вигляду шляхом визначення цілей, критеріїв і обмежень.

Як і будь-яка теорія, методологія ТПР базується на сукупності певних принципів і концепцій. Основні концепції і принципи та їх взаємозв'язок наведено на рис. 1.2.

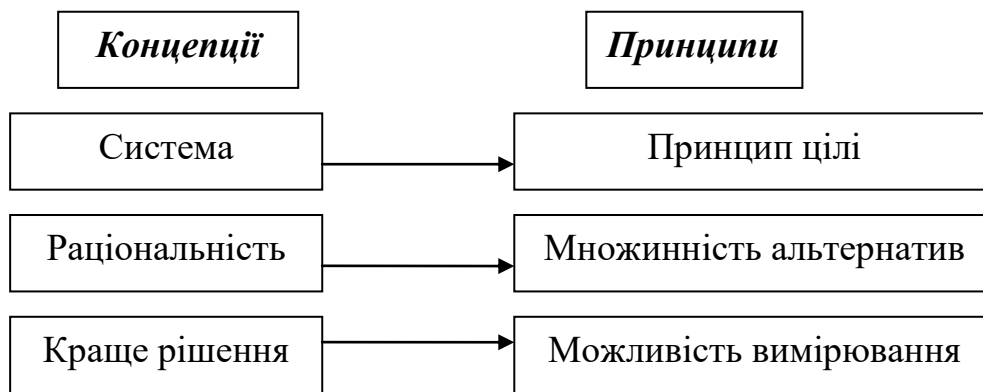


Рис. 1.2. Структура концепцій і принципів ТПР

Сутність концепцій і принципів розглянемо в наступних лекціях.

1.6. Функції учасників у процесі прийняття рішень

У процесі прийняття рішень ОПР можуть грати різні ролі. Для вирішення практичних завдань управління, зокрема задач прийняття рішень, ОПР постійно використовує аналіз і синтез, системний підхід і конкретно-формальні методи.

До основних функцій, що виконуються ОПР з організації розробки (прийняття) рішення, належать такі:

- управління процесом вироблення рішення;
- визначення задачі, участь в її конкретизації і виборі критеріїв оцінки ефективності рішення;
- остаточний вибір із наявних варіантів рішень і відповідальність за нього;
- організація реалізації розробленого рішення виконавцями.

У розробці складних рішень, що вимагають використання системного аналізу, беруть участь фахівці – системні аналітики (системотехніки).

Якщо рішення приймається однією особою, то ефективність рішення залежить від компетентності цієї особи.

Якщо рішення приймаються групою, члени якої формально мають рівні права (журі, комісія), то ці члени можуть мати різний рівень компетентності й різні переваги. Головним у діяльності такої групи є не тільки вироблення рішення, а й досягнення згоди для його прийняття. У разі прийняття складних рішень ГОПР призначається керівник групи.

Визначимо функції системних аналітиків і керівників у процесі вироблення рішень:

- системні аналітики:

- виявляють цілі, у тому числі за допомогою кількісних методів,
- складають перелік можливих цілей і подають його керівнику,
- визначають підходи до вирішення проблеми,
- виявляють і оцінюють альтернативи вирішення проблеми,
- встановлюють причинно-наслідкові зв'язки між факторами,
- виявляють тенденції змін у розвитку об'єктів,
- здійснюють вибір альтернатив і критеріїв оцінки,
- проводять потрібні розрахунки;

- керівник (ОПР):

- розглядає склад цілей (уточнює старі й оцінює нові),
- бере участь у постановці завдання, виборі способів вирішення,
- враховує об'єктивні і суб'єктивні чинники, що впливають на вирішення проблем,
- бере участь в оцінці ступеня ризику для прийняття рішення,
- розглядає дані аналізу,
- контролює своєчасність підготовки рішення.

У прийнятті складних (зазвичай стратегічних) рішень в їх підготовці іноді бере участь консультант із прийняття рішень. Його роль зводиться до розумної організації процесу прийняття рішень:

- допомоги ОПР і власнику проблеми у правильній постановці завдання;
- виявленні позицій активних груп;
- організації роботи з експертами. Консультант (або аналітик) зазвичай не вносить свої оцінки у прийняття рішень, він лише допомагає іншим зважити всі за і проти та виробити розумний компроміс

Контрольні запитання

1. Які особливості системного підходу (аналізу) потрібно враховувати для прийняття рішень?
2. У яких галузях наукової діяльності теорія прийняття рішень є невід'ємною складовою?
3. Які математичні дисципліни та методи лежать в основі ТПР?

4. Дайте визначення ТПР як дисципліни.
5. Що є об'єктом і предметом ТПР?
6. Яка основна концепція лежить в основі ТПР?
7. Визначте учасників процесу прийняття рішень та їх ролі.
8. Перерахуйте функції ОПР.
9. Визначте основні поняття прийняття рішень (цілі та ресурси).
10. Що таке альтернативи, які вони бувають?
11. Визначте вимоги до альтернатив.
12. Що потрібно враховувати в разі прийняття рішень в умовах невизначеності?
13. Що таке критерії та оцінки прийняття рішень?
14. Які основні класи процесів виділяють у ТПР?
15. Визначте основні напрями дослідження складних динамічних систем.

Лекція 2

ЕТАПИ ТА ПРИНЦИПИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

2.1. Етапи прийняття рішень

Залежно від того, на яких аспектах під час розгляду процесу прийняття рішення робиться акцент, цей процес можна структурувати на окремі етапи, керуючись різними принципами:

1. Виявлення й опис проблемної ситуації.
2. Аналіз проблеми.
3. Етап вироблення припущень (гіпотез).
4. Етап визначення цілей.
5. Вибір допустимих альтернатив.
6. Оцінка альтернатив з боку особи, яка приймає рішення.
7. Експериментальна перевірка альтернатив.
8. Вибір єдиного рішення.

Виходячи з наукової концепції стосовно ТПР у процесі прийняття рішення, можна виділити основні етапи, які наведено на рис. 2.1.

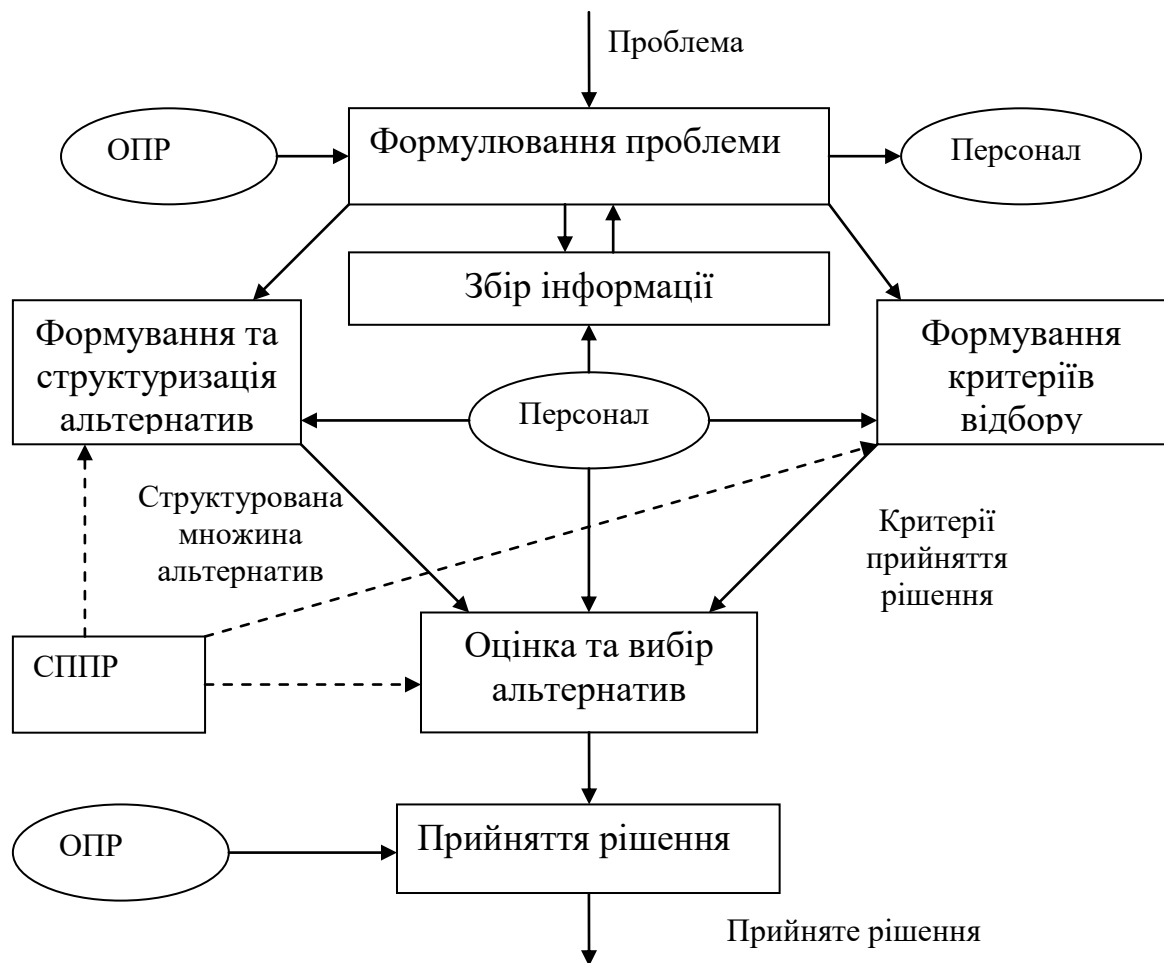


Рис. 2.1. Процес і основні етапи прийняття рішень

Проблема – це складне практичне або теоретичне питання, що вимагає вивчення й вирішення, це невідповідність бажаного (нормативного) і фактичного рівнів досягнення цілей. Гострота проблеми, можливості її ефективного вирішення залежать від конкретних умов, за яких вона виникла і вирішуватиметься.

Ситуація – це поєднання умов і обставин, за яких виникла проблема. Проблемну ситуацію характеризує терміновість, потреба у прийнятті рішень, місце в організації та ОПР.

Виявлення й опис проблемної ситуації надає вихідну інформацію для оцінки часу, який є в наявності для прийняття рішення, і величини ресурсів, потрібних для цього. Оцінка величини ресурсів, потрібних для реалізації прийнятого рішення, здійснюється на наступних етапах процесу прийняття рішення. Кінцевим результатом прийняття рішення на цьому етапі є складання загального списку проблем, що вимагають рішення, і короткий опис проблемної ситуації для окремих проблем.

Таким чином, етап постановки завдання повинен відповісти на питання: яку проблему і за яких умов потрібно вирішувати, коли потрібно її вирішувати, якими силами й засобами вирішуватиметься проблема.

Аналіз проблем, більш глибокий опис умов їх виникнення й розвитку здійснюється на етапі аналізу проблемної ситуації.

Важливим аспектом вивчення проблемної ситуації є класифікація проблем – розподіл на зовнішні і внутрішні. Кінцевим результатом робіт на цьому етапі вироблення рішення є виявлення так званих базових, кардинальних проблем із детальним описом умов їх виникнення й розвитку.

На етапі вироблення пропозицій (гіпотез) здійснюється розробка сценаріїв розвитку ситуації. Під сценарієм розуміється вербально-аналітичний опис наявного і прогнозованого станів об'єкта дослідження, варіантів розвитку проблемної ситуації. Виявляються й аналізуються сприятливі можливості, а також загрози, що криються в зовнішньому середовищі, внутрішні умови та можливості вирішення проблеми.

На етапі визначення цілей формулюються цілі вирішення базових, кардинальних проблем. Цілі повинні мати конкретні формулювання й кількісні характеристики, за якими можна буде судити про ступінь їх досягнення. Якщо цілі носять альтернативний характер, то вибирається набір цілей, який кладеться в основу подальших дій з пошуку найкращого варіанта вирішення.

Процес пошуку продуктивного варіанта рішення починається з виявлення й повного переліку альтернатив (варіантів рішень, що взаємно виключають одне одного). У реальних умовах зазвичай розглядаються два-три варіанти вирішення. Це обумовлено такими факторами: менша трудомісткість аналізу, менше шансів зробити грубу помилку. Однак і немає шансу прийняти найбільш продуктивне рішення. Серед них взагалі може не бути найкращого. З більшим набором варіантів рішень з'являється гарантія, що в їх числі є найкраще.

Далі починається вибір допустимих альтернатив. Важливо знайти такий спосіб відбору варіантів для ретельного розгляду, який забезпечив би виключення нераціональних варіантів. Альтернативи, виявлені на попередньому етапі, ніби пропускаються через фільтр різних обмежень (ресурсних, юридичних, соціальних тощо).

Завдання знаходження найкращого варіанта на цьому етапі поділяють на дві частини. Перше завдання полягає в тому, як із множини можливих варіантів відібрати допустимі (домінуючі, раціональні), а друге – як із порівняно невеликого числа допустимих варіантів вибрати найкращий.

На етапі попереднього вибору кращої альтернативи здійснюється детальний аналіз допустимих альтернатив з погляду досягнення поставлених цілей, витрат ресурсів, відповідності конкретним умовам реалізації альтернатив. Кінцевим результатом є винесення судження про переваги альтернатив. Ці дані системні аналітики надають особі, що приймає рішення із цієї проблеми.

Модель процесу прийняття рішень можна навести у вигляді алгоритму (рис. 2.2).

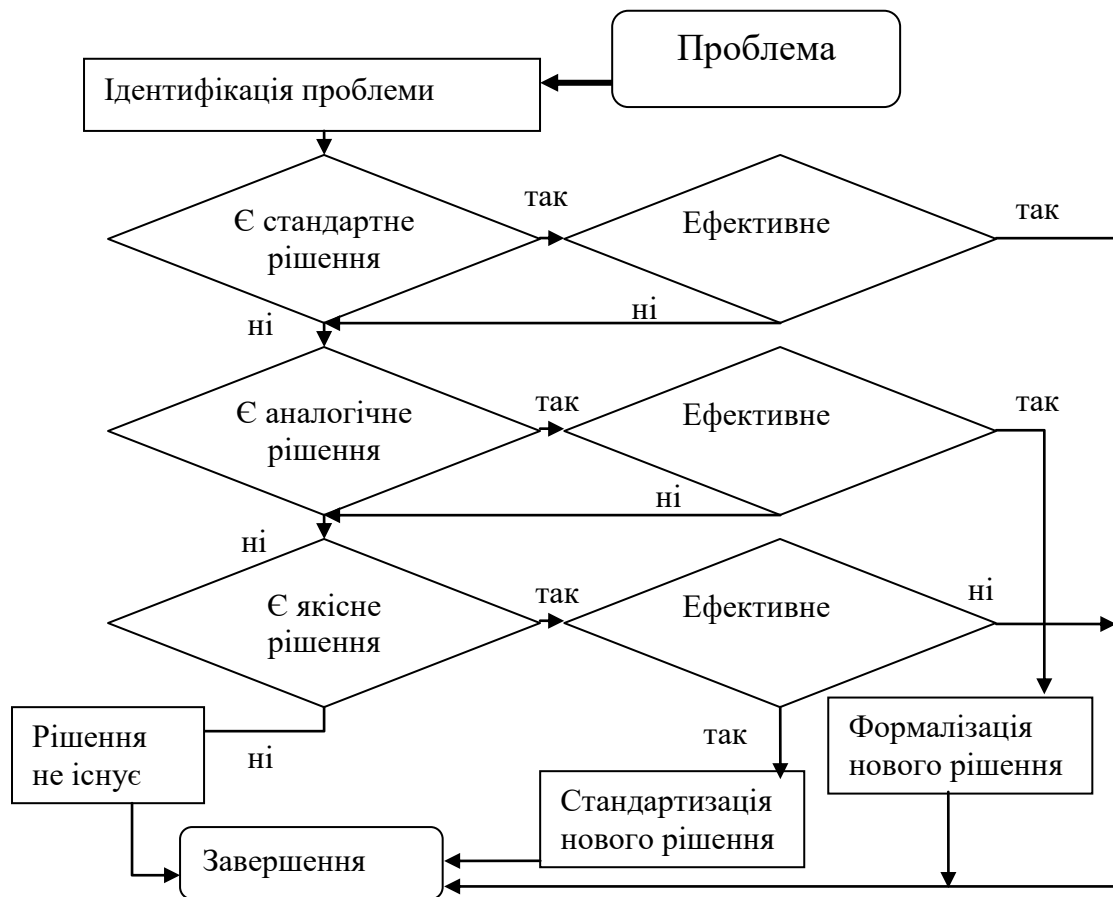


Рис. 2.2. Алгоритм процесу прийняття рішення

Дати точну оцінку в процесі рішення часто важко, навіть використовуючи найсучасніші методики, проте точність оцінювання багато в чому залежить від обсягу апріорної інформації про проблему.

Для прийняття рішень розробляються спеціальні системи підтримки прийняття рішень (СППР, Decision Support System, DSS) – це комп’ютерні автоматизовані системи, метою яких є допомога людям, що приймають рішення у складних умовах, із проведенням повного й об’єктивного аналізу предметної діяльності й альтернатив рішень.

2.2. Підходи та методи дослідження проблеми

У разі виникнення проблемної ситуації перед дослідником постає ціла низка питань:

- у чому сутність проблеми?
- з чого почати?
- яку інформацію, якої якості і з яких джерел та за які строки можна отримати?
- які ресурси і для чого можна задіяти?
- як оцінювати й порівнювати успіхи та невдачі? та ін.

Перш ніж приступати до вирішення проблем, їх слід уважно вивчити. Для початку проблема, що аналізується, повинна бути однозначно й чітко визначена. Проте визначення проблеми не повинно обмежуватися тільки її назвою, а й має давати її характеристику.

Далі потрібно проблему з усіх боків чітко обмежити: процесуально, предметно, просторово тощо. Обмеження проблеми важливо для її правильної оцінки, для визначення обсягу планування проекту, а також для визначення обсягу витрат на ліквідацію проблеми.

Під час дослідження проблеми керуються певними принципами й методами. Одним з основних принципів є принцип абстрагування, який полягає у виділенні лише основних характеристик об’єкта дослідження з погляду поставленої задачі. Цей принцип часто згадується як метод «**Бритва Оккама**». Монах-францисканець Вільям Оккам народився в Англії 1280 року, навчався в Оксфордському університеті. Його праці лежать в основі сучасних теорій наукових досліджень. Оккам відомий своїм афоризмом: «*Entia non multiplicanda praeter necessitatem*», що означає: «Сутності не слід примножувати без потреби». Це твердження,

яке отримало назву «бритви Оккама» (Occam's Razor), широко застосовується і в наші дні та має на увазі, що всі явища, якщо змога, повинні мати простий і впорядкований вигляд і треба дотримуватися суті проблеми.

Так, коли Наполеон запитав Лапласа, чому слово «Бог», яке постійно повторює Лагранж (італійський математик і астроном), жодного разу не фігурує в його роботах, Лаплас просто відповів, що в цій гіпотезі в ньому немає жодної потреби.

Деревоподібна діаграма, або «дерево проблем». «Дерево проблем» – це структурована, побудована за ієрархічним принципом сукупність проблем (розподілених за рівнями, ранжируваних), на вирішення яких може бути спрямована діяльність ОПР. У такій схемі повинні бути виділені генеральна проблема («вершина дерева»), підлеглі їй підпроблеми (часткові проблеми) першого, другого і наступних рівнів («гілки дерева проблем») (рис. 2.3.).

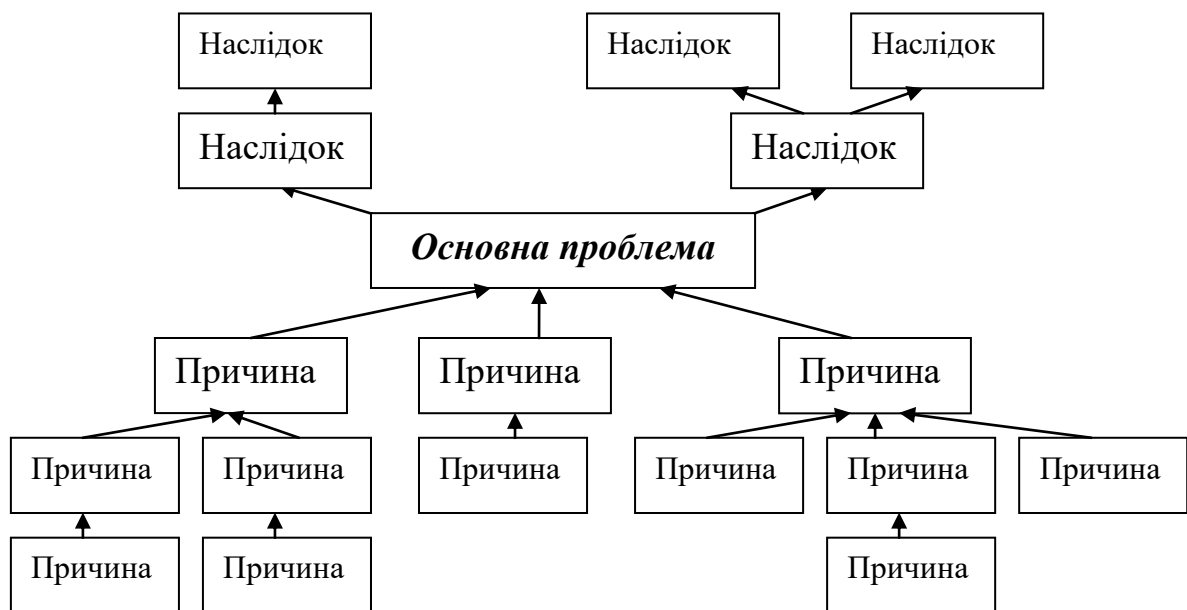


Рис. 2.3. «Дерево проблем»

«Дерево проблем» пов'язує між собою головну проблему, на вирішення якої спрямований проєкт загалом, із частковими проблемами, з вирішення яких складається підсумковий результат. Проблема вищого порядку відповідає «вершині дерева». Нижні яруси «дерева проблем»

утворюють локальні цілі (завдання), за допомогою яких забезпечується досягнення цілей верхнього рівня (рис. 2.3).



Рис. 2.3 Приклад «дерева проблеми» вживання алкоголю серед молоді

Для виявлення причин проблеми часто застосовують **INI-аналіз** (INI – ні-так аналіз). Результати аналізу надаються у вигляді таблиці (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Таблиця результатів INI-аналізу

Ознака	Запитання	Причина	Не причина
Об'єкт	Що?	Об'єкт 1	Об'єкт 2
Процес	Як?	Непов'язані процеси	Пов'язані процеси
Місце	Де?	Місце 1 (фірма, координати і т. д.)	Місце 2
Час	Коли?	Проміжок часу	Проміжок часу
Початок	З якого часу?	Дата	Дата
Розмір	Наскільки?	Кількість або %	Кількість або %
Обладнання	Яке?	Назва	Назва
Працівник	Хто?	Посада	Посада

Методика Л. Планкета і Г. Хейла

Для дослідження проблеми пропонується методика аналізу типу причина – наслідок запропонована Л. Планкетом і Г. Хейлом, яка складається з таких кроків:

1. Формулювання проблеми: виявлення об'єкта, підрозділу або людини, що створює труднощі, виявлення наслідків, які потрібно усунути.

2. Опис проблеми. Це опис рекомендується проводити у вигляді відповідей на запитання: що? (який дефект і на якому об'єкті він помічений?); де? (де територіально розташований об'єкт з поміченим дефектом?); коли? (у який календарний час і на якому етапі життєвого циклу об'єкта було помічено дефект?); наскільки? (яка частина об'єкта дефектна і яка тенденція?).

3. Виявлення відмінностей, що викликають проблему. Потрібно порівняти області, порушені і не порушені змінами рівнів.

4. Виявлення змін, що відповідають різним станам об'єкта.

5. Виявлення ймовірних причин. Виявлені зміни в об'єкті зіставляються з різними станами об'єкта. Причину проблеми можна виявити, відповівши на запитання «Яким чином ця зміна саме в поєднанні з будь-якою відмінністю могла створити цю проблему?».

6. Перевірка найбільш імовірних причин. Процес перевірки полягає в тому, щоб кожен з можливих причин з'єднати з кожною одиницею інформації у визначенні проблеми.

7. Підтвердження найбільш вірогідної причини. Це підтвердження полягає в усуненні дії цієї причини й перевірці стану об'єкта.

Приклад

Формулювання проблеми: на тлі негативних наслідків економічної кризи недостатня теоретична підготовка із застосуванням сучасних технологій з управління персоналом керівників і спеціалістів управління персоналом ІТ-компанії.

Опис проблеми:

– Що? – Потреба в навчанні всіх керівників організації вмінню керувати людьми, тому що управління персоналом охоплює і пов'язує воедино всі бізнес-процеси організації, а управління людськими ресурсами здійснюють усі менеджери компанії, що мають підлеглих.

– Де? – Сфера управління персоналом.

- Коли? – 2020 рік.
- На скільки? – На цей час в організації працює близько 50 фахівців і керівників, які забезпечують функцію управління персоналом. Відповідно до поставлених функціональних завдань у сфері управління персоналом потрібно ввести в практику нові технології щодо оцінки персоналу, його мотивації, розвитку, адаптації та організації внутрішньої PR-компанії. Перепідготовку та підвищення кваліфікації керівників і фахівців у 2020 році пройшли 20 осіб.

Опис порівняльних факторів:

- Що? – У компанії склалася одна з найкращих систем підготовки й підвищення кваліфікації персоналу, де використовуються власні корпоративні ресурси: навчальні центри, співпраця з освітніми установами, створені спеціалізовані структури – корпоративний центр розвитку професійного навчання персоналу.
- Де? – Сфера управління персоналом.
- Коли? – 2019 рік.
- На скільки? – Перепідготовку та підвищення кваліфікації керівників і фахівців в 2019 пройшли 30 осіб і т. д.

Усі дані можна навести в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Результати аналізу проблеми

<i>Питання</i>	<i>Опис проблеми</i>	<i>Порівняльні фактори</i>	<i>Виявлення різниці</i>	<i>Виявлення наслідків</i>	<i>Імовірні причини</i>
Що?					
Де?					
Коли?					
На скільки?					

Важливим кроком аналізу проблеми є визначення всіх факторів, які впливають на її вирішення. Оскільки реальне життя досить багатогранне, то таких факторів може бути значна кількість і всі їх врахувати часто просто неможливо. Тому під час формулювання проблеми всю множину факторів потрібно поділити на первинні (ті, що є найбільш суттєвими для цієї проблеми і мають значний вплив на

систему, з якою пов'язана проблема) і другорядні (які менш суттєві для цієї проблеми або їх вплив на систему, що досліджується, незначний).

Для визначення факторів застосовується метод факторного аналізу, основою якого є перевірка статистичної гіпотези про рівність математичних сподівань на різних рівнях фактора. Перевірка гіпотези виконується порівнянням факторної та залишкової дисперсій.

Факторний аналіз полягає в отриманні на основі статистичних даних аналітичної залежності, що відображає ступінь впливу факторів і зміни їх значень на планові або фактичні показники, які характеризують ситуацію.

Факторний аналіз вирішує завдання визначення:

1) чинників, потрібних для виявлення всіх істотних залежностей, що впливають на розвиток ситуації;

2) коефіцієнтів (званих іноді навантаженнями), що характеризують вплив кожного з виявлених факторів на показники, що відображають стан і розвиток ситуації.

Факторний аналіз дає змогу на основі обробки статистичної інформації класифікувати фактори: суттєві і не дуже, основні і неосновні, внутрішні і зовнішні.

За результатами обробки статистичних даних може встановлюватися потреба в деталізації або укрупненні факторів.

Детально метод факторного аналізу розглядається в дисципліні «Математична статистика».

2.3. Формулювання альтернатив

Якість рішення значною мірою залежить від здатності ОПР виявити всі можливі альтернативи. Не можна вибрати конкретну альтернативу, якщо її не було виявлено й розглянуто. Удосконалення здатності ОПР розширити можливий спектр альтернатив вирішення проблеми доступними способами підвищує імовірність прийняття ефективного рішення.

Під час формулювання та вибору альтернатив потрібно керуватися певними принципами:

- її можна виконати (потрібно визначати як часові, так і матеріальні та нематеріальні ресурси);

- рішення є прийнятним;
- альтернатива має певну міру ризику в разі її вибору.

Також під час формулювання альтернатив дотримуються таких правил:

- усі можливі відомі рішення потрібно порівнювати й зіставляти;
- перелік усіх можливих рішень слід перевіряти на повноту і в разі потреби поповнювати.

Для формулювання альтернатив слід чітко визначити, від яких дій, факторів або параметрів залежить реалізація альтернативи.

Наприклад, програміст розширив сферу своєї діяльності і для цього йому потрібно встановити нові програмні засоби, що висувають певні вимоги до комп'ютера. Тоді процес прийняття рішень схематично надається у вигляді, наведеному на рис. 2.4.

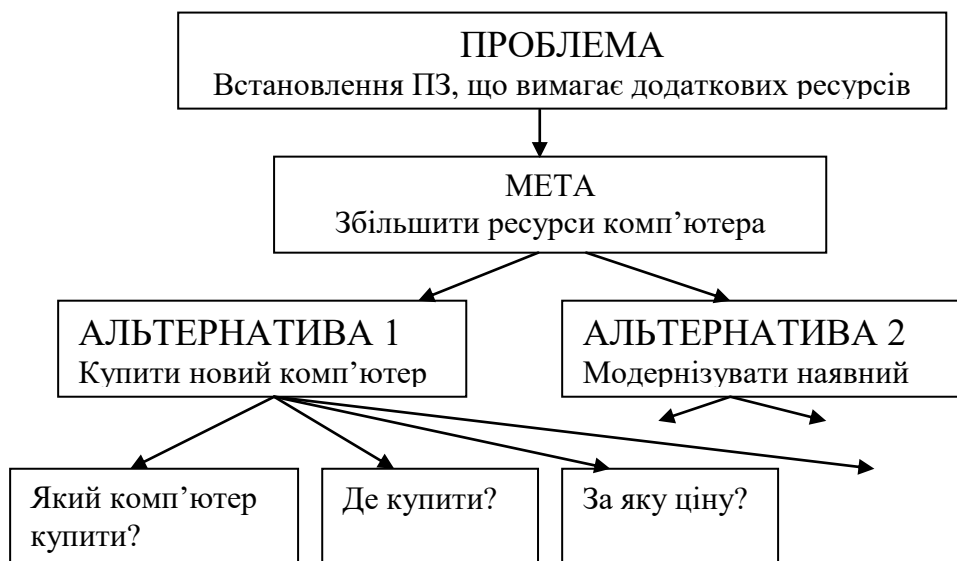


Рис. 2.4. «Дерево прийняття» рішень програмістом

Для розробки множини альтернатив застосовуються спеціальні методи. Розглянемо декілька з них.

Метод асоціацій і аналогій. Щоб дослідити ситуацію і отримати нове її розуміння, корисно розглянути аналогічні обставини або ситуації. До цих методів належать метод фокальних об'єктів і метод гірлянд випадкових асоціацій.

Метод фокальних об'єктів полягає в перенесенні ознак випадково вибраних об'єктів на об'єкт дослідження, який лежить ніби у фокусі переносу і тому називається фокальним. Цей метод дає хороші результати під час пошуку нових модифікацій відомих систем.

Метод генерування випадкових асоціацій можна подати у вигляді алгоритму – задається початкова інформація: A – список об'єктів; B – список ознак; C – матриця зв'язків A і B , де :

$$C_{ij} = \begin{cases} 1 & i - \text{й об'єкт має } j - \text{ту ознаку,} \\ 0 & \text{у протилежному випадку.} \end{cases}$$

Робота алгоритму полягає у випадковому виборі об'єкта зі списку A та всіх його ознак зі списку B . Як результат виходить випадкова асоціація «об'єкт – ознаки». Далі зі списку A відбираються всі об'єкти, що мають ознаки B . На кожній ітерації алгоритму виводиться чергова випадкова асоціація «об'єкт – ознаки – випадкова ознака». Результатом є гірлянда асоціацій довжини k . Послідовність об'єктів у гірлянді характерна тим, що сусідні об'єкти мають загальну ознаку.

Метод примусових зв'язків. Цей метод засновано на встановленні взаємовідношень між, на перший погляд, не пов'язаними один з одним об'єктами або ідеями, але ступінь свободи обмежено характеристиками цих об'єктів, які зазвичай вибираються довільно.

Морфологічний аналіз – це систематичне виведення всіх можливих рішень зі структури поставленої проблеми. Морфологія – дослідження форми або структури об'єкта. Метод було розроблено швейцарським астрономом Ф. Цвіккі, основні етапи його застосування наведено нижче.

1. Точне формулювання проблеми, що розв'язується.
2. Точне визначення класу досліджуваних властивостей і виявлення основних параметрів, від яких залежить вирішення проблеми. Вивчення зазначених параметрів.
3. Виявлення й вивчення всіх незалежних і незвідних властивостей, якими володіє кожний із параметрів. Отримання матриці, що має n рядків, по одному рядку для кожного параметра. Число елементів в рядку m визначається числом властивостей відповідного параметра.
4. Якщо в кожному рядку матриці виділити по одному елементу і їх з'єднати, то отримаємо ланцюжки – варіанти вирішення проблеми.

5. Система матриць утворює морфологічний ящик.

6. Важливою вимогою застосування цього методу є те, що тільки після побудови всіх можливих ланцюжків допустима оцінка окремого рішення.

7. Заключний крок – вибір найбільш бажаних рішень.

Метод «мозкового штурму» – колективне вироблення ідей, де кожний учасник групи висловлює свої ідей. Під час сеансу мозкової атаки відбувається ланцюгова реакція, коли одна ідея породжує інші, що приводить до інтелектуального вибуху.

Уперше цей метод було представлено 1948 року рекламним менеджером Алексом Ф. Осборном у книзі «Ваша творча сила» (Your Creative Power). Впроваджуючи метод мозкового штурму у своєму рекламному агентстві, він визначив такі базові принципи:

Правило 1. Генерувати якнайбільше ідей під час сеансу.

Правило 2. Заборонено критикувати ідеї.

Правило 3. Шалені й амбітні ідеї вітаються.

Правило 4. Учасникам рекомендується розвивати чужі ідеї.

Контрольні запитання

1. Визначте основні етапи процесу прийняття рішень.
2. Що таке проблема і ситуація? Які виділяють типи проблем?
3. Що має охоплювати постановка завдання?
4. Які завдання вирішуються на етапі формулювання гіпотез?
5. Що є результатом етапу визначення цілей?
6. Які основні завдання етапу відшукування кращого рішення?
7. Опишіть алгоритм процесу прийняття рішень.
8. У чому полягає принцип абстрагування?
9. Що являє собою «дерево проблем»? Наведіть приклади.
10. У чому сутність методики Планкета – Хейла?
11. Що таке факторний аналіз?
12. Перерахуйте основні принципи формування альтернатив.
13. Які методи застосовують для розробки альтернатив?
14. З яких етапів складається морфологічний аналіз?

Лекція 3

ФУНКЦІЇ ВИБОРУ ТА ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ

3.1. Функція вибору

Після формування множини альтернативних рішень їх потрібно впорядкувати. Найкращим методом структуризації альтернатив був би той метод, завдяки якому на довільній множині альтернатив можна було б визначати кращі альтернативи.

Нехай:

A – множина заданих альтернатив,

X – будь-яка її підмножина,

Z – підмножина кращих альтернатив: $Z \subset X \subseteq A$.

Визначення. Функцією вибору C називається відображення, яке кожній альтернативі $X \subset A$ ставить у відповідність підмножину $Y \subset X$:

$$C: X \rightarrow Y, \text{ або } Y = C(X), C(X \subseteq X).$$

Визначення функції вибору ґрунтується на аксіомі вибору: для будь-якого сімейства X непустих множин існує функція f , яка кожній множині сімейства зіставляє один з елементів цієї множини. Функція f називається функцією вибору для заданого сімейства.

Функція вибору має задовольняти умові:

$$\forall Z \subseteq X : x \in C(X) \cap Z \Rightarrow x \in C(Z).$$

Ця умова відповідає вибору «серед кращих» альтернатив. Інакше кажучи, вибір у конкретній ситуації кращих альтернатив із підмножини Z множини X , для якої задано функцію вибору, дасть у підсумку підмножину кращих у множині X альтернатив $C(X) \cap Z$, які водночас належать підмножині Z .

На рис. 3.1 наведено геометричну інтерпретацію функції вибору.

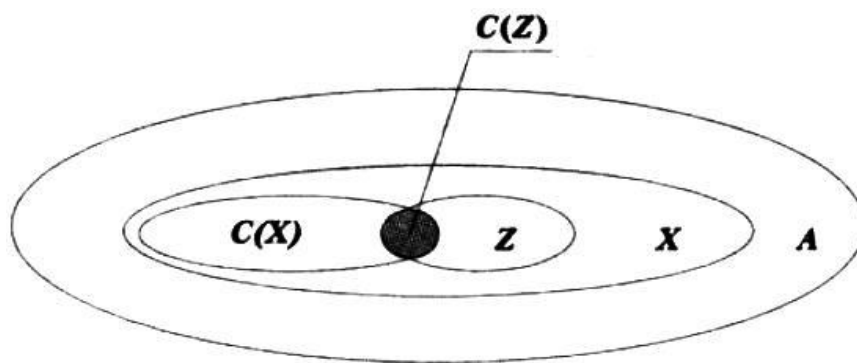


Рис. 3.1. Геометрична інтерпретація функції вибору

Якщо $C(Z) = \emptyset$, то формально вважається, що виникла ситуація відмови від вибору.

Вважається, що на множині A є дві функції вибору:

$$C_+(X)_R = \{x \in X \mid (\forall y \in X): y \bar{R} x\},$$

$$C^+(X)_R = \{x \in X \mid (\forall y \in X): y R x\},$$

які дають змогу визначити, які елементи не належать або належать заданій множині.

Наприклад, у математичній статистиці для перевірки гіпотези висувається основна гіпотеза H_0 , яка полягає в рівності математичних сподівань або дисперсій, і альтернативна гіпотеза H_1 , яка полягає в запереченні, наприклад їх нерівності.

Функція вибору може задаватися декількома способами. Зазвичай вирішальне правило відповідає значенню *max* або *min*:

$$C(X) = \left\{x \in X \mid f(x) = \max_{x \in X} f(x)\right\} \text{ або } C(X) = \left\{x \in X \mid f(x) = \min_{x \in X} f(x)\right\}.$$

Іншим випадком вибору найкращих варіантів є завдання деякого порогового значення c^* для цільової функції:

$$C(X) = \{x \in X \mid f(x) \geq c^*\} \text{ або } C(X) = \{x \in X \mid f(x) \leq c^*\}.$$

Іноді функцією вибору називаються функції дещо більш загального вигляду, що допускають залежність від параметрів. Зокрема, функція вибору може розглядатися як параметрично залежна від тієї структури даних S , на основі якої відбувається вибір: $C(X; S)$. Наприклад, як S може виступати відношення переваги особи, що приймає рішення, або набір переваг усіх членів колективу. Ще одна можливість параметризації функції вибору – залежність від параметра

$X : X = X(r)$. Отже, функція вибору перетворюється у функцію $\Phi(r) = C(X(r))$. Остання вистава зустрічається в теорії споживчого попиту.

Прототипом абстрактної функції вибору стала функція споживацького вибору (попиту), яка у простій формі визначається таким чином. Нехай споживач може придбати будь-які з n продуктів у будь-яких кількостях за цінами $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, і нехай він купує набір продуктів $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, виходячи з оптимізації своєї функції корисності $U(x)$ з обмеженим бюджетом I . Тоді допустимою множиною його вибору є $X(p, I) = \{x \in R^n \mid p \cdot x \leq I\}$, а вибором – множина всіх факторів, що максимізує функцію корисності:

$$\Phi(p, I) = \arg \max_{x \in X(p, I)} U(x).$$

Сучасну тематику досліджень функції вибору можна поділити на три сфери:

- 1) властивості функцій вибору і їх взаємозв'язку;
- 2) механізми породження функції вибору;
- 3) застосування функції вибору.

До «внутрішніх» завдань теорії функції вибору належать питання утворення складних функцій з декількох вихідних і, навпаки, питання «розкладання» заданих функцій вибору на більш прості. Такі завдання, як і завдання характеристики механізмів вибору в термінах функції вибору, зустрічаються, зокрема, під час вивчення методів колективного прийняття рішень та ігрової взаємодії учасників групи. Функції вибору можуть бути засобом опису й аналізу поведінки індивідів і систем, що взаємодіють. Основна сфера застосування функцій вибору – теоретичні моделі цілеспрямованої поведінки в соціальних, економічних та інших системах.

У цьому курсі розглядатимемо третю групу завдань, а саме застосування функції вибору до конкретних прикладних задач прийняття рішення, де як функція вибору виступатимуть критерії прийняття рішення.

3.2. Постановка задачі прийняття рішення

У задачі прийняття рішення назовемо пару (Ω, P) , де Ω – множина варіантів (альтернатив), P – принцип оптимальності.

Рішенням задачі є множина $X \in P : \Omega$, що виходить відповідно до принципу оптимальності P . Відсутність хоча б одного з елементів (Ω, P) позбавляє завдання сенсу. Математичним виразом принципу оптимальності P слугує функція вибору C_P , яка з усіма підмножинами $X \subseteq \Omega$ належить $C_P(X)$. Завдання прийняття рішення різняться залежно від інформації про множину Ω і принципу оптимальності P :

- 1) загальна задача прийняття рішення: Ω , P – невідомі, які потрібно отримати в процесі самого рішення;
- 2) завдання з відомими Ω називається завданням вибору;
- 3) завдання, у якому Ω , P відомі, називається загальним завданням оптимальності.

Також треба брати до уваги таке:

- індивідуальна ОНР визначає критерій вибору,
- групова ОНР виробляє принцип узгодження групового вибору.

Для індивідуальної ОНР загальна постановка задачі прийняття рішення записується у вигляді:

$$IOPR = \langle S_0, T, Q | S, A, B, Y, f, K, Y^* \rangle.$$

Зліва від вертикальної риски розташовані вихідні дані завдання прийняття рішення, праворуч – невідомі: T – час для прийняття, S_0 – проблемна ситуація, Q – ресурси; S – множина альтернативних ситуацій, що доповнюють ситуацію до повної групи взаємовиключних, незалежних або гіпотетичних ситуацій, причому сума ймовірностей їх виникнення дорівнює 1; A – множина цілей, B – множина обмежень для прийняття рішень; Y – множина альтернативних варіантів рішень, з яких має бути вибрано єдине оптимальне рішення Y^* ; $f = f(A, S, Y)$ – функція переваги для оцінки рішень; K – критерій вибору рішення Y^* .

Вербальне формулювання завдання прийняття рішень індивідуальною ОНР: в умовах проблемної ситуації S_0 , наявного часу T і ресурсів Q потрібно додатково визначити ситуацію множиною альтернативних ситуацій S , сформулювати множину цілей A , обмежень

B , альтернативних рішень Y , зробити оцінку функції переваг f і знайти оптимальне рішення Y^* з множини Y , керуючись критерієм K .

Для **групової ОПР** (ГОПР) загальна постановка задачі прийняття рішення має вигляд, наведений на рис. 3.2, де $F(f) = F(f_1, f_2, \dots, f_d)$ – функція групової переваги, що залежить від індивідуальних переваг осіб, які входять до ГОПР; L – принцип узгодження індивідуальних переваг (наприклад, принцип більшості).

Вербальне формулювання завдання прийняття рішень груповою ОПР: в умовах проблемної ситуації S_0 , наявного часу T і ресурсів Q потрібно додатково визначити ситуацію множиною альтернативних ситуацій S , сформулювати множину цілей A , обмежень B , альтернативних рішень Y , зробити оцінку функції групової переваги $F(f)$ і знайти оптимальне рішення Y^* з множини Y , керуючись принципом узгодження L .

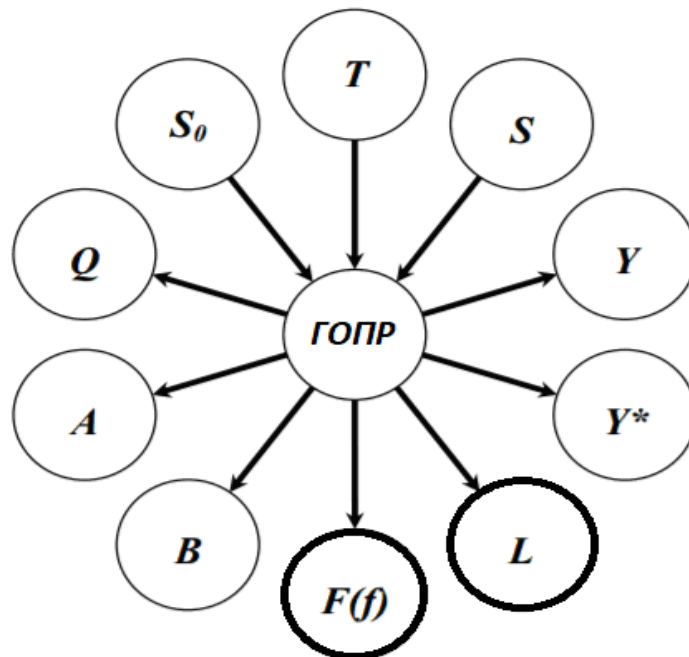


Рис. 3.2. Постановка завдання прийняття рішень для групової ОПР

Отже, задача прийняття рішень у випадку ГОПР, на відміну від випадку ОПР, містить ще другу підзадачу, а саме оцінку узгодженості думок кожного члена групи.

3.3. Класифікація задач прийняття рішень

Розглянемо традиційні класифікації задач ТПР:

1. За видом відображення f . Відображення множини альтернатив і критеріїв може мати детермінований характер, імовірнісний або невизначений вид, відповідно до якого завдання прийняття рішень можна розділити на завдання в умовах ризику і завдання в умовах невизначеності.

2. За потужністю множини критеріїв. Множина критеріїв вибору може містити один елемент або декілька. Відповідно до цього завдання прийняття рішень можна розділити на завдання зі скалярним критерієм і завдання з векторним критерієм (багатокритеріальне прийняття рішень). Методи прийняття рішень для однокритеріальних задач розглядалися в дисципліні «Дослідження операцій». У рамках дисципліни «ТПР» головну увагу буде приділено саме багатокритеріальним задачам.

3. Тип системи переваги експерта. Уподобання можуть формуватися однією особою або колективом, залежно від цього завдання прийняття рішень можна класифікувати як завдання індивідуального прийняття рішень і завдання колективного прийняття рішень.

Також задачі прийняття рішень класифікують за характером апріорної інформації:

- прийняття рішень в умовах повної визначеності;
- прийняття рішень в умовах ризиків;
- прийняття рішень в умовах невизначеності.

Задача *прийняття рішень в умовах визначеності*. До цього класу належать задачі, для вирішення яких є достатня й достовірна кількісна інформація. У цьому випадку з успіхом застосовуються методи математичного програмування, суть яких полягає в знаходженні оптимальних рішень на базі математичної моделі реального об'єкта. Основні умови застосовності методів математичного програмування такі:

1. Завдання має бути добре формалізоване, існує адекватна математична модель реального об'єкта.

2. Існує деяка єдина цільова функція (критерій оптимізації), що дає змогу судити про якість розглянутих альтернативних варіантів.

3. Є можливість кількісної оцінки значень цільової функції.

4. Завдання має певні ступені свободи (ресурси оптимізації), інакше кажучи, деякі параметри функціонування системи, які можна довільно змінювати в деяких межах з метою поліпшення значень цільової функції.

Задача в *умовах ризику*. У тих випадках, коли можливі результати можна описати за допомогою деякого ймовірнісного розподілу, отримуємо завдання прийняття рішень в умовах ризику. Для побудови розподілу ймовірностей потрібно або мати в розпорядженні статистичні дані, або залучати експертів. Зазвичай для вирішення завдань цього типу застосовуються методи теорії одновимірної або багатовимірної корисності. Ці завдання займають місце на межі між завданнями прийняття рішень в умовах визначеності та невизначеності. Для вирішення цих завдань використовується вся доступна інформація (кількісна та якісна).

Задача в *умовах невизначеності*. Ці завдання мають місце тоді, коли інформація, потрібна для прийняття рішень, є неточною, неповною. Не кількісні, а формальні моделі досліджуваної системи або занадто складні, або відсутні. У таких випадках для вирішення завдання зазвичай залучаються експерти. На відміну від підходу, прийнятого в експертних системах, для вирішення ЗПР знання експертів зазвичай виражені у вигляді деяких кількісних даних, званих уподобаннями.

Слід зазначити, що однією з умов існування завдання прийняття рішень є наявність декількох допустимих альтернатив, з яких слід вибрати в деякому сенсі кращу. За наявності однієї альтернативи, що задовольняє фіксованим умовам або обмеженням, завдання прийняття рішень не має місця.

Задача прийняття рішень називається тривіальною, якщо вона характеризується виключно одним критерієм і до всіх альтернатив приписані конкретні числові оцінки відповідно до значень зазначеного критерію.

Але вона перестає бути тривіальною навіть за умови наявності одного критерію, якщо кожній альтернативі відповідає не точна оцінка, а інтервал можливих оцінок або розподіл значень для зазначеного критерію.

Нетривіальною вважається задача за наявності декількох критеріїв прийняття рішень незалежно від виду відображення множини альтернатив у множині критеріальних оцінок їх наслідків.

3.4. Огляд методів прийняття рішень

Для аналізу й вироблення пропозицій у ТПР використовуються різні методи. Це можуть бути:

- інформаційний пошук,
- рішення задач оптимізації,
- обробка експертних оцінок,
- інтелектуальний аналіз даних,
- міркування на основі прецедентів,
- імітаційне моделювання,
- еволюційні обчислення й генетичні алгоритми,
- нейронні мережі,
- ситуаційний аналіз,
- когнітивне моделювання,
- методи геоінформатики й інші.

Якщо в основі роботи системи підтримки прийняття рішень (СППР) лежать методи штучного інтелекту, то говорять про інтелектуальну СППР, або ІСППР. Якщо рішення проблем пов'язане з просторовими даними і може бути відображене на електронних картах, то говорять про ГІС-орієнтовану СППР.

Є багато класифікацій методів прийняття рішень, заснованих на різних підставах. З погляду застосування для різних об'єктів і етапів дослідження виділяються три класи методів:

1) загальнонаукові – методи логічного й евристичного характеру (спостереження, експеримент, аналіз, синтез, індукція і дедукція, колективна генерація ідей, експертні оцінки тощо);

2) інтернаукові методи, що не мають всеосяжного характеру, але застосовні для аналізу широкого кола об'єктів з різних сфер діяльності (екстраполяція, інтерполяція, статистика, моделювання та ін.),

3) специфічні наукові – методи, що застосовуються для одного об'єкта або галузі знання.

Із загальнометодологічних позицій процес вироблення рішень принципово може здійснюватися на основі двох підходів:

1) від фактів до узагальнення. ОПР спочатку спостерігає факти, виявляє, збирає і систематизує їх, щоб зрозуміти й оцінити проблему. Потім виводить узагальнення щодо реальної поведінки об'єкта управління. У цьому випадку перехід від фактів до узагальнень здійснюється за допомогою індукції;

2) від гіпотези до фактів (метод дедукції). Використовуючи метод дедукції, ОПР, яка приймає рішення, висуває гіпотезу щодо причин виникнення тієї чи іншої проблеми. Потім ця гіпотеза перевіряється систематичним і багаторазовим вивченням відповідних факторів.

Індуктивний і дедуктивний методи не протистоять, а взаємодоповнюють один одного. Сформульовані дедуктивним методом гіпотези слугують ОПР для збору й систематизації емпіричних даних. Зі свого боку, відоме уявлення про факти, реальні процеси є передумовою для формулювання гіпотез.

Методи, які можуть бути використані для вироблення управлінських рішень, за ознакою формалізації використовуваного апарату, можна поділити на три основні класи (рис. 3.3).

Формальні методи поділяються на статистичні і математичні.

Статистичні методи обробки кількісної інформації дають змогу виявити закономірності розвитку та взаємозв'язки характеристик об'єктів за допомогою апарату математичної статистики. Використання статистичних методів допускається для прийняття рішень на період, що не перевищує тривалості еволюційного циклу того чи іншого об'єкта аналізу. Вважають, що статистичні методи можуть використовуватися переважно в короткостроковому (рік) і середньостроковому (3–5 років) інтервалі часу, хоча для великомасштабних об'єктів вони можуть застосовуватися і на більші інтервали часу (10–15 років).

Класичні математичні методи побудовані на використанні математичних алгоритмів. Їхні недоліки полягають у спрощенні дійсності, оскільки визначення параметрів моделі має бути орієнтоване на забезпечення можливості отримання рішень, тому отримані рішення можуть втрачати практичну цінність.

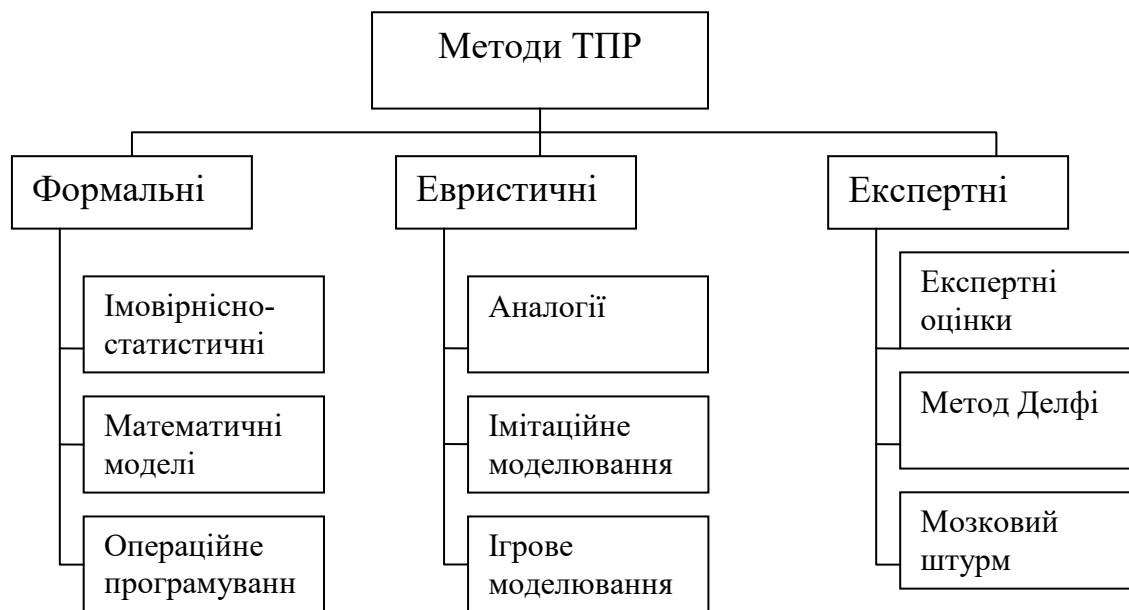


Рис. 3.3. Методи ТПР

Евристичні методи – це методи аналогій, методи імітаційного моделювання.

Методи аналогій спрямовані на те, щоб виявити схожість у закономірності розвитку різних процесів і на цій підставі будувати прогнози.

Серед методів аналізу перспектив розвитку все більшого значення набуває імітаційне моделювання. За допомогою імітації можуть бути знайдені задовільні вирішення складних проблем, тоді як класичні оптимізаційні моделі дають змогу отримати оптимальні рішення тільки для завдань із простою структурою.

Імітаційне моделювання тісно пов'язане з теорією ігор. Головна перевага ігор полягає в тому, що вони ділять проблему на малі частини, де кожна з них вирішується певним спеціалістом, причому одночасно між гравцями існує взаємозалежність. Таким чином, завдяки іграм можна об'єднати зусилля фахівців із різних галузей науки і практики, сприяючи формуванню міждисциплінарного підходу до проблеми.

Метод ігор доречний у таких галузях, де проблеми слабо структуровані і не можна нехтувати науково-технічними, соціальними та психологічними факторами, які не піддаються кількісному вираженню, а із застосуванням інших методів можуть бути просто невраховані.

Методи експертних оцінок належать до найчастіше застосовуваних. Вважається, що в дослідженні складних об'єктів

експертні оцінки є обов'язковим інструментом аналізу. Метод експертних оцінок, що базується на використанні знань, думок, досвіду фахівців (експертів) для вирішення широкого кола питань, застосовується, коли формальні методи неспроможні дати відповіді на поставлене запитання, оскільки не повністю зрозумілі не лише залежності між процесами та явищами, а іноді й сутність самої проблеми. У поєднанні зі статистичними методами й методами моделювання цей метод дає високі результати. Він розвивається і здійснюється через додавання його до інших методів і підходів із широким використанням комп'ютерного моделювання.

Прийняття рішень стосовно систем різного типу складності часто пов'язане зі значними труднощами, що обумовлені такими факторами, як неповна інформація, швидка зміна зовнішніх факторів та їх вплив на систему, велика розмірність математичної моделі. Сьогодні використання математичних методів у поєднанні з інтелектуальними системами комп'ютерної підтримки дає змогу знайти розв'язок для таких задач, не вдаючись до надмірних спрощень. До таких підходів належить застосування мережних методів і моделей, методів теорії нечітких множин, нейронних і гібридних мереж.

Вибір методу значною мірою залежить від типу поставленої задачі та від кількості і якості доступної інформації. Дані, потрібні для здійснення обґрунтованого вибору, можна розділити на чотири категорії:

- інформація про альтернативні варіанти,
- інформація про критерії вибору,
- інформація про переваги,
- інформація про оточення завдань.

Деякі методи ТПР розглядаються в інших дисциплінах: «Математичні методи дослідження операцій», «Математична статистика та ймовірності процеси», «Моделювання систем».

Щодо предметної сфери, типу задачі й апіорної інформації найбільш вдалою вважається класифікація методів прийняття рішення, запропонована авторами Л. І. Лукичевою і Д. Н. Єгоричевим (табл. 3.1).

Класифікація методів прийняття рішень

Ознака	Група методів
Задіяний розділ наукових дисциплін	Методи на основі положень: – оптимального (математичного) програмування; – теорії управління запасами; – теорії дослідження операцій; – теорії масового обслуговування і тощо
Зміст і тип одержуваної експертної інформації	Методи, які: – не потребують експертної інформації; – потребують інформацію про переваги альтернатив. Методи, що вимагають (якісну, кількісну) інформацію: – про переваги на множині критеріїв; – про переваги на множині критеріїв і про наслідки
Етап процесу розробки і прийняття рішення	Методи, які використовуються на етапі: – діагностики; – формулювання обмежень і критеріїв ПР; – виявлення альтернатив; – оцінки альтернатив; – остаточного вибору рішення; – впровадження рішення
Тип умов прийняття рішень	Методи, які використовуються для прийняття рішень: – в умовах визначеності; – в умовах ризику; – в умовах невизначеності; – в умовах конфлікту
Сфера діяльності ОПР	Методи для прийняття рішень: – у сфері фінансів. – у сфері маркетингу; – в управлінні персоналом; – у сфері управління виробництвом; – у галузі управління якістю тощо

Контрольні запитання

1. Дайте визначення функції вибору. Яка основна вимога висувається до функції вибору?
2. Які розрізняють типи функції вибору? Які ви знаєте способи задання функції вибору?
3. Дайте визначення функції споживацького вибору.
4. Які існують напрями дослідження й використання функції вибору?
5. Які дві основні компоненти складають постановку задачі ТПР?
6. Як класифікуються задачі ТПР основними складовими множинами їх постановки?
7. Наведіть приклади формалізованої постановки задачі прийняття рішення для випадку ОПР і ГОПР.
8. У чому полягає основна відмінність постановки задачі прийняття рішень для ОПР і ГОПР?
9. Перерахуйте традиційні класифікаційні ознаки задач ТПР.
10. Як класифікують задачі ТПР за характером апріорної інформації?
11. Які задачі належать до задач в умовах визначеності?
12. Який тип задач є задачами в умовах невизначеності?
13. Які задачі належать до задач в умовах ризиків?
14. Які три основні класи методів виділяють стосовно об'єктів і етапів дослідження?
15. Які основні підходи використовують для вирішення завдань прийняття рішень?
16. Наведіть загальну класифікацію методів ТПР.
17. Які методи прийняття рішень належать до формальних?
18. Які методи ТПР називають евристичними?
19. Що таке методи експертних оцінок? У яких випадках доцільне їх застосування?
20. Які ви знаєте сучасні інтелектуальні методи прийняття рішень? У яких випадках їх використання є доцільним?
21. Що таке гібридні мережі?
22. Наведіть приклади застосування теорії нечіткого виводу в задачах прийняття рішень.

Лекція 4

МЕТОДИ ОЦІНКИ АЛЬТЕРНАТИВ

4.1. Шкали оцінки ознак факторів

Для того щоб вибрати відповідну альтернативу із заданої множини альтернатив, їх потрібно оцінити. Перед оцінкою повинні бути:

- визначені цілі і встановлені відповідно до них реальні критерії рішень;
- добре зрозумілі проблеми й контекст рішень;
- ідентифіковані альтернативи, з яких буде зроблено вибір.

Для визначення оцінки слід виділити основні фактори й параметри об'єкта дослідження, тобто набір характерних ознак, визначити характер цих ознак (за якою шкалою вони оцінюються).

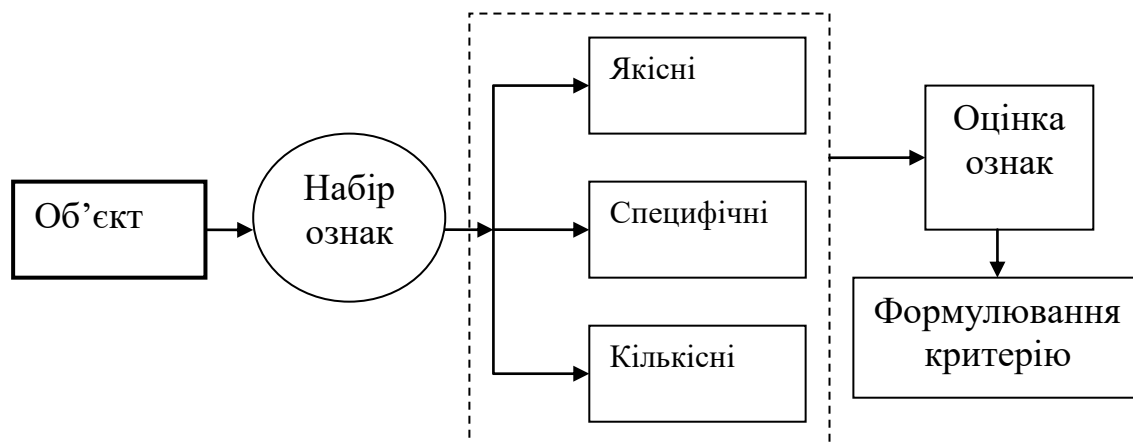


Рис. 4.1. Ознаки для оцінки альтернатив

Зазвичай кількісні ознаки завжди є більш інформативними, ніж якісні. Стосовно кількісної ознаки можна сказати, що об'єкт її або має, або ні, кількісні ознаки – це ознаки, які виражаються числами, а їх можна порівнювати й виконувати з ними інші дії.

Для оцінки ознаки потрібно визначити відповідну шкалу вимірювання – систему позначень, що дає змогу поставити відповідно до об'єкта деяку ознаку для подальшого її використання. Розглянемо основні шкали вимірювання за порядком збільшення їх можливостей.

Номінальна шкала застосовується для позначення належності до деякого класу. За нею можна встановити відношення еквівалентності

між об'єктами, але вона не дає змоги встановити перевагу між ними (наприклад, номер групи або курсу).

Порядкова (рангова) шкала застосовується для визначення порядку об'єктів за однією або декілька ознаками (наприклад, номер за рейтингом або місце у змаганнях).

Метрична шкала є найбільш досконалою, виражається в числах і має такі різновиди:

- **шкала інтервалів** – описує ознаки у вигляді різниці;
- **шкала відношень** – дає змогу визначати відношення і часто застосовується для відносних оцінок у фізиці, математиці і т. д.;
- **абсолютна шкала** – описує ознаку однозначно одним числом і вважається найбільш досконалою.

Для кожного параметра, за яким проводиться оцінювання, або для кожної альтернативи потрібно визначити оцінку. Оцінка параметра може бути результатом вимірювань чи обчислень або визначатись експертом.

Для порівняння декількох об'єктів за сукупністю ознак потрібно вивести векторну оцінку або векторний показник ефективності системи або альтернативи.

Для визначення показника ефективності системи залежно від вирішального правила розрізняють:

- евристичний показник – за векторним показником виводиться скалярне значення на основі здорового глузду;
- аксіоматичний підходи – скалярний показник визначається з використанням додаткової інформації про компоненти векторного показника.

4.2. Вимоги до оцінок значень критеріїв

Критерій (грец. κριτήριον – «здатність розрізнення, засіб судження, мірило») – ознака, підстава, правило прийняття рішення щодо оцінки чогось відповідно до висунутих вимог. У теорії прийняття рішень для оцінки альтернатив і вибору кращої з них складаються критерії оптимальності, на основі яких виконується порівняння.

Як було зазначено раніше, задачі ТПР поділяють на:

- однокритеріальні;
- багатокритеріальні.

Для багатокритеріальних задач постають питання стосовно застосування сукупності критеріїв:

- чи можна і як звести множину критерії до отримання остаточної оцінки;
- у якій послідовності потрібно застосовувати критерії для отримання оптимального рішення.

Для відповіді на перше і друге запитання у ТПР розроблено спеціальні методи виведення інтегрального критерію. Що стосується другого питання, то для побудови впорядкованої послідовності критеріїв їм призначаються вагові коефіцієнти (коефіцієнти важливості) і встановлюється правило для ранжування.

Критерій K як деяка функція залежить від параметрів або факторів, що є параметрами об'єкта дослідження. Ці параметри можуть бути розмірними величинами і мати різні розмірності або сильно відрізнятися значеннями. Навіть для однокритеріальних задач параметри краще надавати в нормованому вигляді, $K \in [0,1]$.

Що стосується багатокритеріальних задач, то всі частинні критерії, на підставі яких виводиться узагальнений критерій, повинні задовольняти вимозі однорідності, яка полягає в тому, що їх значення, по-перше, також мають бути в нормованій формі, а по-друге, вони повинні надавати однакову оцінку. Якщо деякі частинні критерії надають максимальну оцінку, а інші – мінімальну, то всіх їх слід привести до одного виду.

Приклад. Потрібно визначити рейтинг студента за результатами навчального року, і ми будемо його оцінювати за середнім балом, присутністю на заняттях і науковою роботою, яка містить тези конференцій, наявністю статей і участю в конкурсах студентських робіт. Кожний показник має свій діапазон значень і розмірність:

- середній бал (СБ) – кількість балів, $СБ \in [0,100]$;
- присутність (Р) – кількість пропущених занять протягом навчального року, $Р \in [0,250]$;
- наукова робота – кількість відповідних робіт: Тк – тези конференцій, Ст – статті, Кр – конкурсні роботи. Як правило, кількість робіт не перевищує однозначного числа.

Рейтингову оцінку можна було б вивести як суму окремих показників і вважати кращим того студента, який має найвищу оцінку.

Але тут виникають дві проблеми. По-перше, якщо краща оцінка за середнім балом становить максимум, а за відвідуванням – мінімум і їх сума може дати кращу оцінку для студента, який погано навчається і має багато пропусків, то оцінку присутності потрібно привести також до максимуму, наприклад, визначати не за пропущеними заняттями, а, навпаки, за кількістю відвідувань. Якщо б нашу оцінку присутності було надано в нормованому вигляді, то привести її до максимуму можна було б відніманням від одиниці:

$$1 - \min \Rightarrow \max .$$

По-друге, діапазони оцінок значно відрізняються і оцінка наукової роботи може просто «розчинитися» серед інших оцінок. Це також є аргументом для надання показників у нормованій формі.

4.3. Нормування критеріїв

Під час вибору формули нормування критеріїв потрібно пам'ятати, що вона має відповідати поняттю міри – бути адитивною, додатно визначеною функцією.

Для приведення часткових оцінок p_i до безрозмірних величин p_i^* часто використовують такі формули:

$$1) \quad p_i^* = \begin{cases} \frac{p_{\max} - p_i}{p_{\max} - p_{\min}} & (4.1) \\ \frac{p_i - p_{\min}}{p_{\max} - p_{\min}} & (4.2) \end{cases}$$

У разі зведення показника до безрозмірного вигляду слід враховувати, що:

- для випадку (4.1) змінюється порядок оцінок, найбільша оцінка стає найменшою і, навпаки, менша оцінка стає більшою, тож кращою може бути мінімальна оцінка;
- для випадку (4.2) порядок оцінок не змінюється.

За такою оцінкою вибір кращої альтернативи виконуватиметься за критерієм: максимальне значення оцінки: $Z(P) = \max_j P_j$.

$$2) \quad p_i^* = \begin{cases} \frac{p_i}{p_{\max}} & (4.3) \\ \frac{p_i}{P_{\text{задане}}} & (4.4) \end{cases}$$

Оцінка за формулою (4.3) не змінюватиме порядку, а для оцінки за формулою (4.4) порядок залежатиме від значення $P_{\text{задане}}$.

Існує і багато інших, досить екзотичних методів нормування оцінок, але очевидно, що застосування нормованих оцінок значно покращує можливість їх порівняння.

Приклад. Потрібно визначити кращого студента за даними, наведеними в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

№	Прізвище	Середній бал за 100-бальною шкалою S		Кількість пропущених занять Z	
		абс. зн.	норм. зн.	абс. зн.	норм. зн.
1	Іванчук	74	0	0	1
2	Сидорчук	95	1	4	0
3	Дорошенко	87	0,62	3	0,25

$$S_{\max} = 95, S_{\min} = 74,$$

$$s_1 = \frac{74 - 74}{95 - 74} = 0,$$

$$s_2 = \frac{95 - 74}{95 - 74} = 1,$$

$$s_3 = \frac{87 - 74}{95 - 74} = 0,62;$$

$$Z_{\max} = 4, Z_{\min} = 0$$

$$z_1 = \frac{4 - 0}{4 - 0} = 1, \quad K_1 = 1$$

$$z_2 = \frac{4 - 4}{4 - 0} = 0, \quad K_2 = 1$$

$$z_3 = \frac{4 - 3}{4 - 0} = 0,25, \quad K_3 = 0,87,$$

де $K_i, i = 1, 2, 3$ – результуюча оцінка.

Щоб досягти однорідності частинних оцінок, для нормування оцінки балів застосуємо формулу (4.1), а для відвідування – формулу (4.2), тоді кращими в обох випадках будуть максимальні оцінки.

Ми отримали випадок, коли два студенти мають однакові оцінки, причому один із студентів має найнижчий рівень знань. Мабуть, доцільно вважати кращим того студента, у якого вищий рівень знань. Показники, за якими порівнювали студентів, не є рівноцінними, тому для підвищення ефективності оцінки потрібно для кожної частинної оцінки або критерію визначити ваговий коефіцієнт $g_i, i \in [0, 1], \sum_i g_i = 1$, який виражав би ступінь значущості.

Якщо для оцінки успішності взяти ваговий коефіцієнт $g_1 = 0,6$, а для відвідування – $g_2 = 0,4$, то отримаємо такі оцінки студентів:

$$K_1 = 0 \cdot 0,6 + 1 \cdot 0,4 = 0,4, \quad K_2 = 1 \cdot 0,6 + 0 \cdot 0,4 = 0,6,$$

$$K_3 = 0,62 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 = 0,472.$$

Отримані оцінки можна вважати більш справедливими.

Але у випадку, коли потрібно оцінити роботу студентів, отримані оцінки можуть не зовсім правильно відображати ситуацію. Так, у студента Іванчука за успішністю оцінка становить 0, але за національною шкалою його оцінка «добре». Щоб отримати точнішу оцінку абсолютної успішності, як мінімальну і максимальну оцінки доцільно взяти значення $s_{\min} = 60$, $s_{\max} = 100$.

Знайдемо нові оцінки успішності:

$$s_1 = \frac{74 - 60}{100 - 60} = 0,350, \quad s_2 = \frac{95 - 60}{100 - 60} = 0,875, \quad s_3 = \frac{87 - 60}{100 - 60} = 0,675.$$

Тоді комплексні оцінки становитимуть:

$$K_1 = 0,350 \cdot 0,6 + 1 \cdot 0,4 = 0,61, \quad K_2 = 0,875 \cdot 0,6 + 0 \cdot 0,4 = 0,525,$$

$$K_3 = 0,675 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 = 0,475.$$

Згідно зі встановленими правилами оцінювання, на перше місце виходить студент, що отримав нижчі бали, але не має пропусків. Якщо змінити вагові коефіцієнти: $g_1 = 0,7$, $g_2 = 0,3$, то отримаємо:

$$K_1 = 0,350 \cdot 0,7 + 1 \cdot 0,3 = 0,545, \quad K_2 = 0,875 \cdot 0,7 + 0 \cdot 0,3 = 0,6125,$$

$$K_3 = 0,675 \cdot 0,7 + 0,25 \cdot 0,3 = 0,5425.$$

Очевидно, що і для отримання оцінки відвідування також доцільно було би встановити діапазон допустимих значень для уникнення оцінок із нульовими значеннями.

4.4. Методи визначення вагових коефіцієнтів

Отже, часто потрібно враховувати, що параметри системи або альтернативи можуть розрізнятися за ступенем своєї важливості. Для врахування цього параметра вводяться вагові коефіцієнти. Вагові коефіцієнти g_i повинні задовольняти умові:

$$\sum_{i=1}^n g_i = 1.$$

У зв'язку з цим виникає питання: як вибирати чисельні значення вагових коефіцієнтів? Отримати відповідь на нього можна, якщо є додаткова інформація про важливість часткових критеріїв оптимальності. Наприклад, складається таблиця, де для кожного критерію визначається оцінка результату за умови його застосування і без нього. За різницями цих показників визначають степінь значущості критерію. Також, значення g_i вибирають, виходячи з аналізу світового рівня розвитку відповідної галузі, з вимог до проєктованого об'єкта і з наявних можливостей реалізації цих вимог. Однак дослідження показують, що людині (експерту) важко безпосередньо призначати критеріям коректні чисельні ваги, тому потрібні спеціальні процедури.

Можна сказати, що ваги критеріїв – найтонше місце у проблемі критеріального аналізу. Найчастіше ваги призначають, виходячи з інтуїтивного уявлення про порівняльну важливість критеріїв.

Метод попарних порівнянь. У разі застосування методу попарних порівнянь складається квадратна обернено симетрична матриця, рядками і стовпчиками якої є оцінки за кожним параметром або критерієм $k_{i,j}$, а на головній діагоналі стоять 1.

Оцінки $k_{i,j}$ можна визначати різними способами.

1. Класичний метод попарних порівнянь:

$$k_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{критерій } i \text{ переважає критерій } j \\ 0 & \text{критерій } i \text{ менш важливий, ніж критерій } j, \\ 0,5 & \text{критерії } i \text{ та } j \text{ рівнозначні} \end{cases}$$

$$k_{i,j} + k_{j,i} = 1.$$

Тоді вагові коефіцієнти визначаються за формулою:

$$g_i = \frac{k_i}{k_C} = \frac{\sum_{j=1}^n k_{i,j}}{\sum_{i=1}^n k_i},$$

де k_i – рівень значущості i -го критерію; k_C – сумарний рівень значущості.

2. Для порівняння критеріїв Сааті було запропоновано шкалу відносної переваги (табл. 4.2).

Числова шкала відносної переваги

№	Якісна оцінка відносної переваги	Кількісна оцінка відносної переваги
	однакові за значущістю	1
	слабка перевага	2
	середній ступінь переваги	3
	перевага вище за середню	4
	помірно сильніша перевага	5
	сильна перевага	6
	значно сильніша перевага	7
	значно-значно сильніша перевага	8
	абсолютна перевага	9

За заданою шкалою заповнюється обернено симетрична матриця попарних порівнянь.

	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
П ₁	1	2	3	4
П ₂	1/2	1	2	1
П ₃	2/3	1/2	1	1/2
П ₄	1/4	1	2	1

Рис. 4.2. Приклад матриці попарного порівняння критеріїв

У прикладі, наведеному на рис. 4.2, критерій 1 трохи кращий, ніж критерій 2, і оцінка переваги має значення 2, відповідно 2-й критерій стосовно 1-го має оцінку 1/2, 2-й і 4-й критерії рівні за своєю значущістю, тому їх порівняльні оцінки дорівнюють 1, критерій 1 переважає критерій 4 вище за середній.

Для визначення вагових коефіцієнтів застосовується така формула:

$$g_i = \frac{C_i}{C_C} = \frac{(k_{i,1} \cdot k_{i,2} \cdot \dots \cdot k_{i,n})^{1/n}}{\sum_{i=1}^n C_C}.$$

Методи на основі ранжування. Для методів багатокритеріальної оптимізації істотним є початкове впорядкування критеріїв. Іноді їх порядок очевидний («гаманець або життя») або загальновизнаний (як порядок букв в алфавіті), але буває, що це питання не просте і для його вирішення експерти дають різні послідовності упорядкування критеріїв.

1. Метод Черчмена – Акоффа. Згідно із цим методом для кожного критерію визначається бал за такими правилами:

- 1) кожному i -му критерію призначається бал – число $b_i \geq 0$;
- 2) якщо критерій K_i переважає критерій K_j , то $b_i > b_j$, якщо вони рівноцінні, то $b_i = b_j$;
- 3) оцінка $b_i + b_j$ відповідає сумісному впливу критеріїв K_i, K_j .

Критерій K_1 вважається найбільш суттєвим, і йому приписується 100 балів, іншим критеріям приписуються значення від 100 до 0 відповідно до їх значущості. Далі оцінки коригуються таким чином, щоб

$$b_i > \sum_{j=i+1}^n b_j.$$

Вагові коефіцієнти визначаються як:

$$g_i = \frac{b_i}{\sum_i b_i}.$$

У випадку, коли кількість критеріїв понад 20, їх доцільно розбити за ступенем важливості на групи, де для кожної групи визначається свій ваговий коефіцієнт значущості.

Визначення вагових коефіцієнтів групою експертів

1. Метод ранжування. У разі застосування цього підходу складається таблиця оцінок або балів, виставлених усіма експертами (табл. 4.3).

Для визначення вагового коефіцієнту застосовується така формула:

$$G_j = \frac{\sum_{i=1}^n g_{i,j}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m g_{i,j}},$$

де $g_{i,j}$ – оцінка (бал), поставлена i -м експертом; n – кількість експертів; m – кількість показників для оцінювання.

Таблиця коефіцієнтів важливості

Експерт	E ₁	E ₂	...	E _n	Сума балів	Ваговий коефіцієнт
Показник						
П ₁						
П ₂						
...						
П _m						
					Σ	Σ

2. Метод попарного порівняння. Згідно із цим методом, вагові коефіцієнти визначаються за формулою:

$$g_j = \frac{\sum_{i=1}^n F_{i,j}}{n},$$

де $F_{i,j} = \frac{k_{i,j}}{C}$ – частота надання переваги i -м експертом j -му об'єкту;

$C = \frac{m(m-1)}{2}$ – загальне число суджень одного експерта, пов'язане з кількістю об'єктів експертизи.

У методах експертних оцінок після визначення вагових коефіцієнтів визначається оцінка узгодженості думок членів експертної групи – коефіцієнт конкордації. Визначення коефіцієнта конкордації буде розглянуто далі в темі «Експертні оцінки».

Контрольні запитання

1. Які виділяють типи ознак для оцінки альтернатив?
2. Які типи шкал використовують для оцінки ознак і альтернатив?
3. Яку шкалу оцінювання називають абсолютною?
4. Який тип оцінки є кращим і чому?
5. Які способи нормування значень критеріїв ви знаєте?
6. Дайте визначення поняттю «критерій».
7. Які формули нормування значень не змінюють порядку оцінки, а які змінюють?
8. Яка основна вимога висувається до значень оцінок частинних критеріїв багатокритеріальної задачі?

9. Наведіть приклад, коли потрібно нормування значень оцінок частинних критеріїв.
10. Що називається ваговим коефіцієнтом критерію?
11. Які є проблеми визначення вагових коефіцієнтів критеріїв?
12. Що таке класичний метод попарних порівнянь визначення вагових коефіцієнтів?
13. Який підхід для визначення вагових коефіцієнтів запропоновано Сааті?
14. У чому полягає метод ранжування для визначення вагових коефіцієнтів?
15. Які методи на основі ранжування ви знаєте?
16. Який підхід пропонують для визначення вагових коефіцієнтів у разі великої кількості частинних критеріїв?
17. Як називається коефіцієнт, що визначає міру узгодженості думок експертів?

Лекція 5

МЕТОДИ ФОРМУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО КРИТЕРІЮ

5.1. Основні методи скалярної оцінки альтернатив

У багатокритеріальних задачах виникає потреба в об'єктивній оцінці важливості узагальненого критерію. Для цього застосовують такі підходи:

– $f(x) = \sum_{i=1}^n g_i f_i(x)$ – адитивний критерій, де g_i – ваговий коефіцієнт відповідного частинного критерію, $g_i f_i(x) = F_i$ – значення часткового критерію;

– $f(x) = \prod_{i=1}^n f_i^{g_i}(x)$ – мультиплікативний критерій;

– $f_i(x) = \frac{F_i(x)}{F^0(x)}$ – нормований критерій, де $F^0(x)$ – нормувальний множник.

Розглянемо деякі евристичні методи визначення оцінки. Вважатимемо, що об'єкт оцінюється за заданою множиною показників і оцінки виставляються за порядком зростання (більша оцінка є кращою). Якщо оцінка виставлятиметься за протилежним порядком, то критерій вибору *max* змінюється на *min* і навпаки.

5.2. Метод узагальненого показника (згортка)

Метод базується на адитивному критерії. Якщо компоненти векторного показника однорідні (абсолютне зменшення одного компонента компенсується сумарним абсолютним збільшенням інших), то узагальнену оцінку можна обчислити таким чином:

$$P = \sum_{i=1}^n g_i p_i,$$

де g_i – коефіцієнт відносної важливості i -го показника (ваговий коефіцієнт), p_i – значення i -го показника, n – кількість частинних показників (довжина вектора).

Якщо всі показники однаково важливі, то оцінка ефективності може бути обчислена як проста сума часткових показників: $P = \sum_{i=1}^n p_i$.

У такому спрощеному випадку цю оцінку називають оцінкою рівномірної оптимізації.

Приклад. Приклад [В. П. Корячко, В. М. Курейчик, І. П. Норенков. Теоретичні основи САПР]. Переносний автомат для забивання сталевих дюбелів у бетонні стіни складається з корпусу з магазином, що містить запас дюбелів, спускового механізму із зарядами і стовбура. Потрібно визначити основні конструктивні параметри автомата – довжину ствола L і число дюбелів – N за таких вихідних даних:

число дюбелів, $N \geq 12$;

маса одного дюбеля із зарядом дорівнює 50 г ($m = 50$ г);

маса стовбура – 1,6 кг/м;

маса корпусу – 2 кг.

За фіксованої величини заряду і заданої маси дюбеля швидкість V викидання пов'язана з довжиною ствола L співвідношенням $V = k\sqrt{L}$, де $k = 150$. Мінімально допустима швидкість $V_{\min} = 100$ м/с. Маса

автомата не повинна перевищувати 6 кг. Частинними критеріями є швидкість викидання і число дюбелів, що містяться в магазині. Вибір цих критеріїв пояснюється тим, що чим вище V , тим надійніше дюбеля проникають у бетонні стіни будь-якої марки, а чим більше N , тим зручніше працювати. На думку експертів, обидва критерії – V і N – мають однакову важливість.

Введемо позначення

$F_1(N, L) = k\sqrt{L}$ – перший критерій – швидкість,

$F_2(N, L) = N$ – другий критерій – кількість дюбелів.

Сформулюємо задачу багатокритеріальної оптимізації:
 $\max F = \max(F_1, F_2)$ з такими обмеженнями: $N \geq 12$; $V \geq 12$;
 $1,6L + 0,05N + 2 \leq 6$.

Побудуємо область допустимих рішень D і критеріальний простір та визначимо компромісну криву (рис. 5.1).

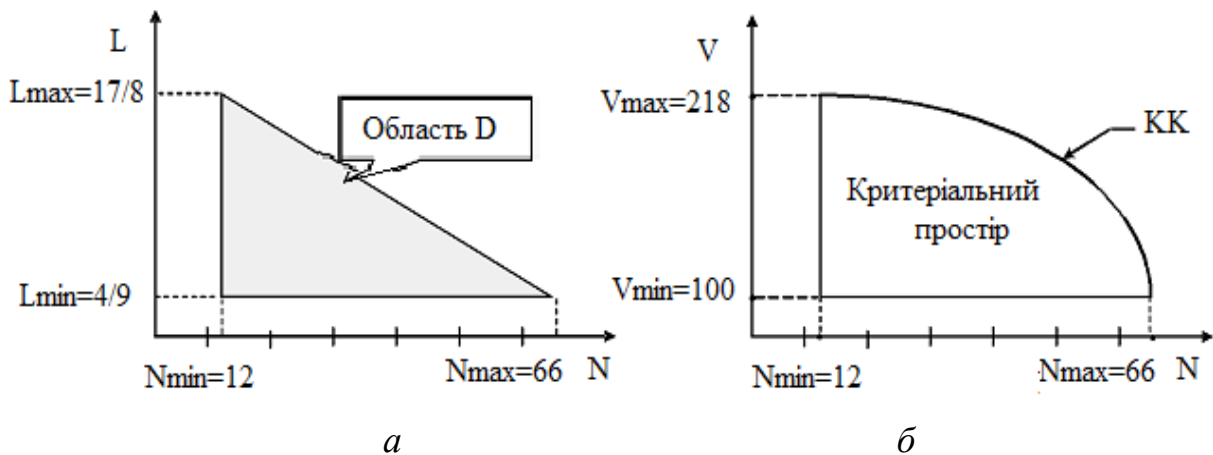


Рис. 5.1. Графічна схема критеріального простору (а)
та компромісної кривої (б)

Для визначення оптимальних значень параметрів застосуємо адитивний критерій: $f(X) = \sum_{i=1}^n g_i f_i(X)$.

Оскільки критерії мають однакову важливість, вагові коефіцієнти можна взяти рівними одиниці. Як нормувальні дільники візьмемо максимальні значення критеріїв, що досягаються в області існування проектних рішень (область D). Для визначення нормувальних дільників використовуватимемо рівняння балансу (масу автомата). Знайдемо

$N_{\max}$ за умови, що $V_{\min} = 100$ м/с. Визначаємо довжину ствола, що відповідає мінімальній швидкості: $L = \left(\frac{V_{\min}}{k}\right)^2$, і підставляємо в рівняння балансу. Отримаємо $V_{\max} = 219$ м/с. За результатами матимемо таку задачу оптимізації:

$$f(L, N) = \frac{k\sqrt{L}}{V_{\max}} + \frac{N}{N_{\max}} = \frac{k\sqrt{L}}{219} + \frac{N}{66}$$

з обмеженням: $6L + 0,05N + 2 \leq 6$.

Оскільки функція $f(L, N)$ монотонно зростає, то нерівність в обмеженні можна замінити на рівність $6L + 0,05N + 2 = 6L + 0,05N + 2$.

Для знаходження максимуму застосуємо метод множників Лагранжа, отримаємо таку задачу безумовної оптимізації:

$$\Phi(L, N, \lambda) = \frac{k\sqrt{L}}{V_{\max}} + \frac{N}{N_{\max}} + \lambda(1,6L + 0,05N - 4).$$

Знайдемо частинні похідні і прирівняємо їх до нуля:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L} = \frac{k}{V_{\max}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{L}} + 1,6\lambda = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial N} = \frac{1}{N_{\max}} + 0,05\lambda = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 1,6L + 0,05N - 4 = 0.$$

Розв'язавши отриману систему рівнянь, матимемо такі значення:

$$\lambda = -\frac{1}{0,05N_{\max}} = -\frac{4}{13} = -0,308, \quad N_{opt} = 64,$$

$$V_{opt} = -\frac{k^2}{2V_{\max} \cdot 1,6\lambda} = 106, \quad L_{opt} = \left(\frac{0,05N_{\max} \cdot k}{2 \cdot 1,6 \cdot V_{\max}}\right)^2 = 0,499.$$

Аддитивний критерій має ряд недоліків:

- В адитивному критерії може відбуватися взаємна компенсація часткових критеріїв. Це означає, що значне зменшення одного з них може бути покрито зростанням іншого критерію. Для ослаблення цього недоліку слід вводити обмеження на мінімальні значення частинних критеріїв і їх вагових коефіцієнтів.

- Суму оцінок засновано на такому неявному постулаті – «низька оцінка за одним критерієм може бути компенсована високою оцінкою за іншим». Однак цей постулат вірний не завжди. Наприклад, нехай якість оператора введення текстів оцінюється за двома критеріями: 1) швидкість введення (символів на хвилину) і 2) середня кількість помилок на сторінку тексту. Очевидно, що погіршення якості введення (збільшення кількості помилок) не може бути компенсовано збільшенням швидкості введення.

Мультиплікативний критерій перетворюється в адитивний шляхом логарифмування цільової функції, причому напрям критерію зберігається. Незважаючи на слабкі сторони, узагальнений адитивний критерій дасть змогу в певних випадках успішно вирішувати багатокритеріальні задачі й отримувати корисні результати.

5.3. Метод «витрати – ефект»

Оцінка береться на основі мультиплікативного критерію. Якщо деякі часткові показники бажано збільшити, а інші зменшити, то оцінка визначається за такою формулою:

$$P = \prod_{i=1}^m p_i / \prod_{j=m+1}^n p_j \rightarrow \max,$$

де в чисельнику стоять показники, значення яких бажано збільшити (прибуток), а в знаменнику – показники, значення яких бажано зменшити (витрати).

Приклад. Знаходження «білого шуму». На вхід RC-фільтра з імпульсною характеристикою $h(\tau) = \gamma e^{-\gamma\tau}$ – надходить адитивна суміш: прямокутний імпульс $s(t)$ плюс «білий шум» $n(t)$ (рис. 5.2, 5.3).

Потрібно знайти таке значення γ , щоб відношення сигнал/шум було максимальним, тобто ми бажаємо, щоб значення сигналу було максимальним, а рівень шуму – мінімальним, γ – смуга пропускання RC-фільтра:

$$F_1(\gamma) = A(1 - e^{-\gamma T}) \rightarrow \max \text{ – максимальний рівень сигналу,}$$

$$F_2(\gamma) = \sqrt{N\gamma/2} \rightarrow \min \text{ – мінімальний рівень шуму,}$$

де A , N , T – константи і критерії мають однакову розмірність. Знайти оптимальну смугу пропускання γ , якщо справедливий принцип відносної компенсації частинних критеріїв. Критерій матиме вигляд:

$$F(\gamma) = \frac{A(1 - e^{-\gamma T})}{\sqrt{\frac{N\gamma}{2}}} \rightarrow \max_{\gamma}.$$

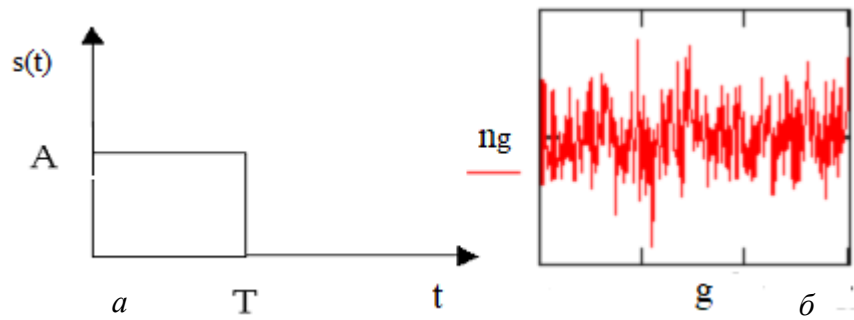


Рис. 5.2: a – сигнал $s(t)$; $б$ – шум $n(t)$

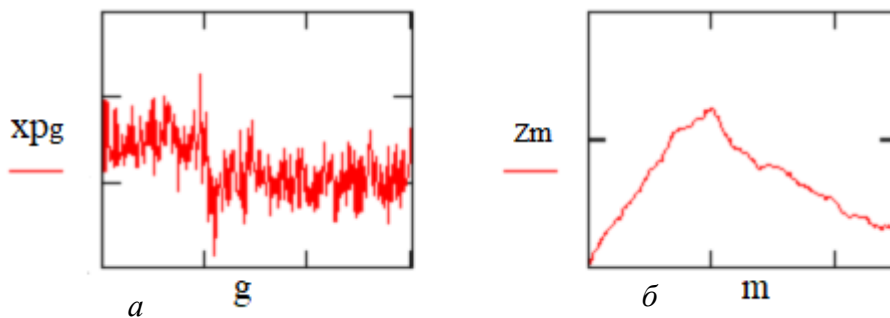


Рис. 5.3: a – сигнал плюс шум; $б$ – відфільтрований сигнал

5.4. Метод цільового програмування

Зміст оцінки – це відстань від «ідеальної точки» у просторі оцінок:

$$P = \sum_{i=1}^n g_i (p_i - P_{i0})^2,$$

де P_{i0} – «ідеальне» значення оцінки з погляду ОПР, g_i – коефіцієнт відносної важливості i -го показника (ваговий коефіцієнт). Як ідеальну точку можна взяти точку екстремуму. Кращою буде та оцінка, значення якої є меншим.

Оцінка цільового програмування базується на статистичній оцінці розсіювання, яка визначається дисперсією або середньоквадратичним відхиленням.

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad \sigma = \sqrt{D},$$

де $\bar{x}$ – середнє вибіркве.

Приклад. Нехай є часткові критерії:

$$F_1(X) = -3x_1 + 2x_2, \quad F_2(X) = 4x_1 + 3x_2, \quad F_3(X) = 2x_1 - 5x_2,$$

які потрібно максимізувати. Область D задається нерівностями:

$$-x_1 - 3x_2 + 18 \geq 0, \quad -2x_1 - x_2 + 10 \geq 0, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

Лінійна функція $F_1(X)$ досягає максимального значення $a_1 = 12$ у точці $X_1 = (0,6)$, $F_2(X) - a_2 = 24$ у точці $X_2 = (3,4)$, а $F_3(X) - a_3 = 10$ у точці $X_3 = (5,0)$. За методом ідеальної точки складемо функцію:

$$\begin{aligned} f(X) &= (12 - (-3x_1 + 2x_2))^2 + (24 - (4x_1 + 3x_2))^2 + (10 - (2x_1 - 5x_2))^2 = \\ &= 29x_1^2 + 38x_2^2 - 8x_1x_2 - 160x_1 - 92x_2 + 820. \end{aligned}$$

Таким чином, отримаємо таку оптимізаційну задачу:

$$f(X) = 29x_1^2 + 38x_2^2 - 8x_1x_2 - 160x_1 - 92x_2 + 820 \rightarrow \min,$$

$$-x_1 - 3x_2 + 18 \geq 0,$$

$$-2x_1 - x_2 + 10 \geq 0,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

Знайдемо максимум функції. Для цього запишемо частинні похідні і прирівняємо їх до нуля:

$$\begin{cases} 29x_1 - 4x_2 = 80 \\ -4x_1 + 38x_2 = 46 \end{cases}.$$

Розв'язком системи є значення $x_1 = 2,97$, $x_2 = 1,52$.

Перевіримо, чи належить отриманий розв'язок області D . У нашому випадку це справджується, отже, у точці $x_1 = 2,97$, $x_2 = 1,52$ функція досягає оптимального значення, а значення критеріїв становлять: $F_1(X_{opt}) = 5,87$, $F_2(X_{opt}) = 16,44$, $F_3(X_{opt}) = 1,66$. Векторний критерій дорівнюватиме:

$$F(X_{opt}) = \sum_{i=1}^3 F_i(X_{opt}) = 5,87 + 16,44 + 1,66 = 23,97.$$

5.5. Метод головного показника

Якщо ОПР вважає, що ефект досяжний через збільшення значення одного (головного) показника, а інші показники мають значення не менше за відповідне задане значення, то загальну оцінку можна визначити за головним показником. Кращою буде максимальна оцінка.

Завдання оптимізації в цьому випадку можна сформулювати таким чином. Спочатку потрібно визначити головний критерій $F_1(X)$. Після цього для інших критеріїв вводиться система контрольних показників. Тобто для кожного критерію потрібно задати умову, що він не повинен перевищувати деяку задану величину або бути меншим за неї. Після цього вирішується задача однокритеріальної умовної оптимізації, за умов, що кожен частковий критерій, крім головного критерію, перевищуватиме задане контрольне значення або дорівнюватиме йому:

$$\begin{cases} F_1(X) \rightarrow \max & x_i \in X, \\ F_i(X) \geq t_i & i = \overline{2, n}. \end{cases}$$

До основних недоліків методу належать:

- 1) надмірне спрощення структури завдань;
- 2) не завжди можна виділити яскраво виражений головний критерій, іноді це зробити важко або взагалі не можна;
- 3) можливість втрати ефекту сукупного впливу декількох другорядних критеріїв;
- 4) обмеження для інших критеріїв повинні бути обґрунтованими, а не взяті абияк;
- 5) можливість отримання неефективних рішень;
- 6) навіть якщо є критерій, який набагато важливіший за будь-який інший, то не факт, що в сумі інші критерії не виявляться досить значущими. Особливо це може проявлятися в задачах, де n велике.

Приклад. Нехай передбачається, що потрібно організувати рекламну компанію з просування нового товару. Для цього можуть бути використані альтернативи A_1, A_2, A_3, A_4 . Критерії оптимальності – мінімум витрат на рекламу, максимум частки ринку й обсягу продажів у перебігу заданого періоду часу.

Введемо позначення:

- F_1 – реклама;

- F_2 – частка ринку;
- F_3 – обсяг продажів.

Вихідні дані запишемо у вигляді таблиці (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

Вхідні дані для рекламної компанії

	F_1 – реклама (ум. од.)	F_2 – частка ринку (%)	F_3 – обсяг продажу (ум. од.)
A_1	8	35	50
A_2	4	15	60
A_3	6	25	70
A_4	7	30	75

Спочатку потрібно провести нормування критеріїв. Як головний критерій виберемо критерій F_1 – витрати на рекламу, а критерії F_2 , F_3 перетворимо в обмеження. Тому для нормування ми можемо обмежитися тільки критеріями F_2 , F_3 . Для другого критерію мінімальне значення буде 15, а максимальне – 35. Для третього – 50 і 75 відповідно. Як приклад, можна порахувати нормоване значення другого критерію для першої альтернативи:

$$F_2^{norm}(A_1) = \frac{35-15}{35-15} = 1.$$

Переведемо значення в умовні одиниці, для цього позначимо максимальні значення як 1, а мінімальні – 0. Виберемо таке обмеження, що частинні критерії повинні бути не менше за 0,7, помножені на їх максимальне значення (табл. 5.2):

Таблиця 5.2

Нормовані вхідні дані для рекламної компанії

	F_1	F_2	F_3
A_1	8	1	0
A_2	4	0	0,4
A_3	6	0,5	0,8
A_4	7	0,75	1

Отже, кращою буде альтернатива A_4 .

5.6. Метод послідовних поступок

Зустрічаються випадки, коли користувач для отримання остаточної оцінки за декількома частинними критеріями готовий на деяке зниження величин важливіших критеріїв, щоб підвищити величину менш важливих. У таких ситуаціях можна скористатися методом поступок.

Відповідно до цього методу локальні критерії попередньо ранжують за важливістю. Потім шукають оптимальне рішення за найбільш важливим критерієм. На наступному кроці шукають рішення, що є найкращим за наступним за важливістю критерієм, причому допускається втрата у значенні першого критерію не більше ніж на деяку обумовлену величину, тобто робиться поступка за першим критерієм. На третьому кроці оптимізується рішення за третім критерієм, за заданих поступок за першим і другим і т. д., поки не буде розглянуто останній за важливістю критерій.

Для вирішення багатокритеріальних задач методом послідовних поступок спочатку потрібно визначити важливість окремих критеріїв, тобто розташувати частинні критерії за порядком убудування важливості. Таким чином, головним вважається критерій F_1 , менш важливим – F_2 і т. д. Мінімізується перший за важливістю критерій і визначається його найменше значення F_{1opt} . Потім призначається величина допустимого зниження поступки $\Delta_1 \geq 0$ критерію F_1 і шукається найменше значення критерію F_2 за умови, що значення F_1 має бути не більше ніж $F_{1opt} \pm \Delta_1$ (+ – для min, – – для max). Потім знову призначається поступка $\Delta_2 \geq 0$, але вже за другим критерієм, яка разом із першою використовується для знаходження оптимального значення F_3 і т. д. Нарешті мінімізується останній за важливістю критерій F_m за умови, що значення кожного критерію F_i з $m-1$ попередніх не повинні перевищувати відповідну величину $F_{iopt} \pm \Delta_i$. Отримане в підсумку рішення вважається оптимальним.

Приклад. Нехай в області $D = \{0, 4\}$ задано два критерії:

$$F_1(x) = (x-1)^2 + 1, \quad F_2(x) = (x-2)^2 + 2,$$

які потрібно мінімізувати. Нехай критерій F_1 важливіший за критерій F_2 .

Відповідно до алгоритму мінімізуємо перший за важливістю критерій і визначаємо його найменше значення $F_{1\min}$. Сформулюємо задачу оптимізації:

$$F_1(x) = (x-1)^2 + 1 \rightarrow \min, x \in [0, 4].$$

Мінімум першого критерію досягається в точці $x_{1opt} = 1$ і $F_1(x_{1opt} - 1)$.

Визначимо для критерію F_1 величину поступки $\Delta_1 = 0,1$ і знайдемо найменше значення критерію F_2 за умови, що значення F_1 має бути не більше ніж $F_{1\min} + \Delta_1$. Таким чином, ми отримали задачу оптимізації:

$$F_2(x) = (x-2)^2 + 2 \rightarrow \min$$

з обмеженнями $x \in [0, 4], (x-1)^2 + 1 \leq 1$.

Для отримання розв'язку скористаємося методом множників Лагранжа. За результатами отримаємо безумовну задачу оптимізації:

$$\Phi(x, \lambda) = (x-2)^2 + 2 + \lambda(x-1)^2 - 0,1.$$

Знайдемо частинні похідні і прирівняємо їх до нуля:

$$\begin{cases} (x-2) + \lambda(x-1) = 0; \\ (x-1)^2 - 0,1 = 0. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, отримаємо $x_{opt} = 1,32$.

5.7. Лексикографічний критерій

Крайнім випадком є ситуація, у якій різниця між впорядкованими критеріями настільки велика, що наступний у ряду критерій розглядається тільки в тому випадку, коли не вдається знайти відповідь за старшими критеріями і про поступки взагалі не йдеться. У цій ситуації вибір досить часто закінчується на першому ж кроці, а до останнього критерію справа зазвичай не доходить (точніше він використовується в тому рідкісному екзотичному випадку, коли прийняті раніше критерії не виділили єдиної альтернативи). Такий вибір отримав назву лексикографічного впорядкування альтернатив, оскільки цей метод використовується для упорядкування слів у різних словниках (перевага визначається алфавітним рангом чергової літери у слові).

Найчастіше задача з таким жорстким упорядкуванням частинних критеріїв за важливістю виникає в разі послідовного введення додаткових критеріїв до звичайних скалярних задач оптимізації, які можуть мати не єдиний розв'язок.

Оптимізаційну задачу зі строго впорядкованими за важливістю критеріями називають лексикографічною.

Постановка детермінованої лексикографічної задачі оптимізації

Нехай є стратегія X_1 , якій відповідає вектор значень частинних критеріїв $F = (F_1(X_1), F_2(X_1), \dots, F_m(X_1))$, причому всі частинні критерії строго впорядковані за важливістю $F_1 \succ F_2 \succ \dots \succ F_m$. Для порівняння стратегій насамперед використовується критерій F_1 , і кращою вважається та стратегія, для якої значення цього критерію менше / більше, якщо знаходять $\min / \max$. Якщо значення першого критерію для обох стратегій виявляються рівними, то застосовується другий критерій F_2 і перевага віддається тій стратегії, для якої його значення краще, якщо за другим критерієм не можна виділити кращу стратегію, залучається третій, і далі до F_m .

Якщо значення кожного окремого критерію для розглянутих стратегій виявляються рівними, то ці стратегії вважаються еквівалентними, тобто рівноцінними в сенсі векторного критерію F .

Таким чином, стратегія X_1 не гірше за стратегію X_2 $\left(X_1 \overset{lex}{\leq} X_2 \right)$,

якщо виконується умова:

$$F_i(X_1) < F_i(X_2), F_i(X_1) = F_i(X_2), i = 1, 2, \dots, m-1; \\ F_m(X_1) < F_m(X_2).$$

Стратегії X_1 і X_2 еквівалентні ($X_1 \sim X_2$), якщо: $F(X_1) = F(X_2)$.

Визначення. Оптимальною називається така стратегія X^* , яка не гірше за будь-яку іншу стратегію X .

Це визначення аналогічно визначенню оптимальних стратегій у звичайних скалярних задачах з єдиним критерієм.

Зауваження. Лексикографічне упорядкування часто використовується для встановлення правил старшинства, пріоритету тощо. Дуже багато прикладів можна знайти у спорті: досить згадати

визначення переможців у змаганнях з хокею, футболу, у шахових турнірах тощо. Наприклад:

- 1) перше місце посідає команда, яка набрала найбільшу кількість очок;
- 2) якщо однакова кількість очок, то чемпіоном буде збірна, що має кращий результат (за очками) у зустрічах між цими командами;
- 3) різниця між забитими і пропущеними шайбами;
- 4) відношення забитих шайб до пропущених;
- 5) за буллитами;
- 6) підкидається монета.

Приклад. Упорядкувати банки для іпотеки за групою критеріїв «Постійні витрати» з урахуванням їх важливості, заданої за порядковою шкалою. Розв’язок наведено в табл. 5.3.

Таблиця 5.3

Оцінка банків за критерієм «Постійні витрати»

Банк	Середня ставка кредиту (%)	Щорічне страхування (%)	Штраф за прострочку (%)	Ранг
GeMoney	5,53	0,70	2,00	1
DeltaCredit	9,50	0,56	1,00	2
Північний	9,63	1,00	0,50	3
СоцБанк	10,00	0,70	0,50	4
УкрСіб	10,25	0,40	3,00	5
КМБ	10,25	0,90	0,16	6
ЮніКредіт	10,45	0,70	0,20	7

Контрольні запитання

1. Які ви знаєте основні методи виведення оцінки в багатокритеріальних задачах?
2. Який узагальнений критерій називається адитивним? Наведіть приклад.
3. Який узагальнений критерій називається нормованим? Наведіть приклад.
4. Дайте визначення методу узагальненого показника. Наведіть приклад.

5. Як визначається критерій «витрати – ефект». У яких випадках доцільне його використання?
6. У чому полягає сутність методу цільового програмування?
7. Що таке метод головного показника? Наведіть приклад.
8. У чому полягає сутність методу послідовних поступок?
9. Наведіть приклад застосування методу послідовних поступок.
10. Що таке лексикографічний метод? Наведіть приклад.
11. Сформулюйте постановку лексикографічної задачі.
12. Наведіть приклад застосування лексикографічного критерію.

Лекція 6

ДЕТЕРМІНОВАНІ МОДЕЛІ. МЕТОДОЛОГІЯ «М'ЯКОГО» МОДЕЛЮВАННЯ

6.1. Детерміновані моделі формування та вибору альтернативних рішень. Методологія «м'якого» моделювання

Розгляд методів формування і вибору альтернатив рішення почнемо зі статичних детермінованих моделей, тобто таких моделей, де вихідні дані й результати моделювання вважаються відомими точно, а фактор часу не враховується. Такі моделі історично з'явилися раніше за інші та зберегли своє значення дотепер.

У практиці прийняття рішень часто виникають ситуації, коли поведінка осіб, що приймають рішення, не регламентована жорстко (наприклад, під час обговорення проблемних ситуацій). У цьому випадку ми маємо справу із системами, які прийнято називати «м'якими».

Під «м'якою» системою зазвичай розуміють складну систему: або зовсім не структуровану, або слабо структуровану систему соціального типу, у якій головну роль відіграють взаємини між елементами. Методологія їх опису і прийняття рішень істотно відрізняється від традиційних, де об'єкт розглядається в чітких системних термінах (структура – функції, цілі – засоби – оптимізація).

Методи опису й аналізу «м'яких» систем (ММС) були розроблені такими вченими, як Черчмен (C.W. Churchman). Акофф (R.L. Ackoff), Чекленд (P.B. Checkland).

Методологія «м'яких» систем призначена для виявлення різних поглядів і поступового досягнення взаєморозуміння. Саме в цьому полягає її принципова відмінність від традиційного жорсткого підходу, що дає змогу говорити про становлення нової системної парадигми. Тому ММС можна трактувати як процес навчання колективному прийняттю рішень.

Розробка таких підходів обумовлена потребою в методах і засобах, орієнтованих на обробку й аналіз семантики доступних інформаційних матеріалів, для вирішення задач підтримки прийняття рішень.

Розвиток методології «м'яких» систем спонукав створення адекватних методів і засобів підтримки їх моделювання. Нижче розглянуто два такі інструменти – когнітивні карти й онтології.

6.2. Когнітивні карти

Одним із важливих інструментів графічного моделювання «м'яких» систем є так звані когнітивні карти (КК).

Когнітивна карта (Cognitive Map від *cognitio* – «знання, пізнання») як інструмент методології когнітивного моделювання, призначений для аналізу і прийняття рішень у непередбачених ситуаціях, була запропонована Аксельродом (R. Axelrod). Вона заснована на моделюванні суб'єктивних уявлень експертів про ситуацію і охоплює:

- методологію структуризації ситуації;
- модель подання знань експерта у вигляді знакового орієнтованого графа (когнітивної карти) $CM = \{F, W\}$, де F – множина факторів ситуації; W – множина дуг, що означають причинно-наслідкові зв'язки між факторами ситуації, методи аналізу ситуації.

Когнітивні карти належать до того самого класу систем уявлення знань, що і фрейми. Таким чином, когнітивну карту можна розуміти як схематичний, спрощений опис картини світу індивіда, точніше, її фрагмента, що стосується цієї проблемної ситуації. Тому з побудови когнітивних карт можна починати дослідження й моделювання складних

слабо структурованих систем для знаходження альтернатив рішення і його прийняття.

Когнітивну карту можна подати у вигляді графа, що містить множину вершин, кожна з яких відповідає одному фактору або елементу картини світу індивіда. Позначена дуга, що зв'язує вершини A і B , відповідає причинно-наслідковому зв'язку $A \Rightarrow B$, де A – причина, B – наслідок.

Зв'язок $A \Rightarrow B$ називається позитивним (позначається знаком «+»), якщо збільшення A веде до збільшення (посилення) B , а зменшення A веде до зменшення B за інших рівних умов. Знак «-» над дугою означає, що зв'язок негативний, тобто за інших рівних умов збільшення A призводить до зменшення (гальмування) B і зменшення A веде до збільшення B . У ряді випадків когнітивної карті можна, крім знака, вказувати відносну ступінь впливу одного фактора на інший у вигляді числової оцінки (наприклад, у діапазоні від +1 до 1).

Причинно-наслідкові зв'язки можна також відображати у вигляді матриці ваг G , що демонструє вплив кожного фактора на всі інші.

Розглянемо приклади когнітивних карт.

Приклад 1. Розглянемо когнітивну карту, яка дає змогу судити про шляхи досягнення задоволеністю життям і приймати відповідні рішення стосовно його покращення (рис. 2.1). Для її побудови складемо таблицю факторів (табл. 6.1).

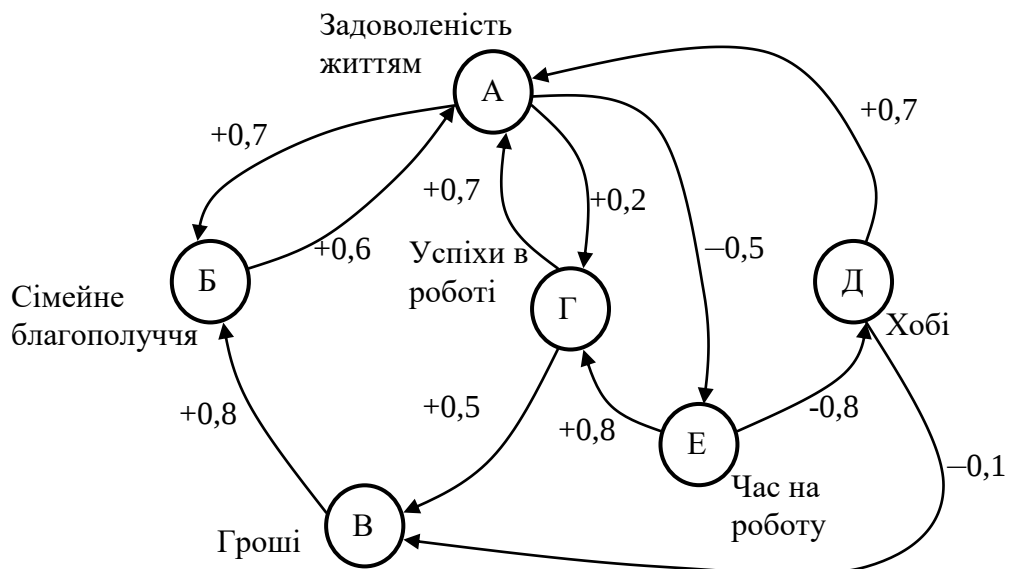


Рис. 6.1. Когнітивна карта задоволеністю життям

Фактори взаємного впливу на задоволеність життям

№	Назва фактора	А	Б	В	Г	Д	Е
А	Задоволеність життям		+		+	+	
Б	Сімейне благополуччя	+		+			
В	Гроші				+	-	
Г	Успіх у роботі	+					+
Д	Хобі						-
Е	Час на роботу	+					

Отже, будемо вважати, що в житті є три істотні цінності – сім'я, робота й хобі. Також будемо вважати, що весь продуктивний час присвячений або роботі, або хобі (це не означає, що немає часу на сім'ю). Що на цій карті роблять гроші, думаю, пояснювати не треба. Основні зв'язки тривіальні, але кілька зв'язків вимагають пояснень.

Негативний вплив задоволеності життям на роботу в психології називається пароксизмом достатку (недарма гроші не входять до списку цінностей) – коли людині добре, то вона працює продуктивніше (+0,2 до успіхів у роботі), але намагається працювати менше (-0,5 до часу роботи).

Усі ваги дуг належать до відсотків зміни. Наприклад, якщо працювати на 10 % більше, то хобі буде присвячено на 8 % менше часу і на 8 % зростуть успіхи в роботі. Ці зміни підвищують заробітки на 4 % ($= 8 \% * 0,5$) і підвищують задоволеність життям на 11,2 % ($= 8 \% * 0,7 + 8 \% * 0,7$). Цей розрахунок легко автоматизувати, наприклад, у середовищі Excel. Результати розрахунку 18 кроків цієї моделі у вигляді графіка наведено на рис. 6.2.

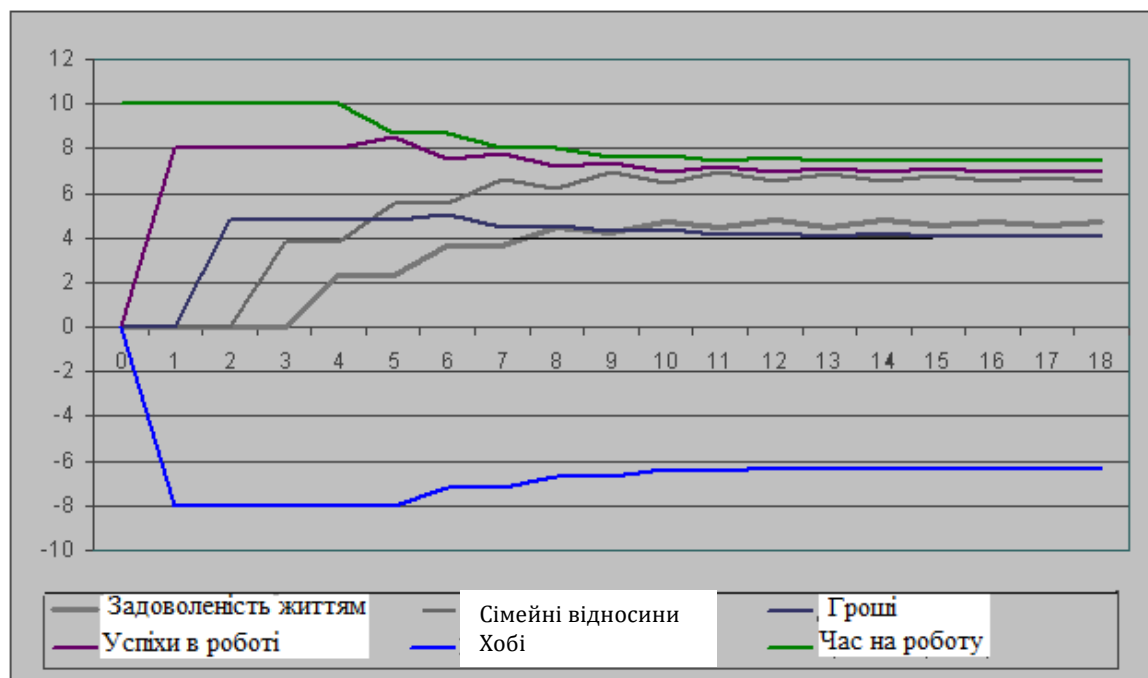


Рис. 6.2. Результати розрахунку

Приклад 2. Когнітивна карта процесу дистанційного навчання з погляду студента-заочника. Матрицю зв'язків, що описує зв'язок між факторами цієї моделі, наведено в табл. 6.2. Карту (рис. 6.3) побудовано за результатами опитування декількох груп студентів.

Таблиця 6.2

Фактори системи дистанційного навчання

№	Назва фактора	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Професійний успіх		—	—						
2	Комфортність навчання	+								
3	Якість освіти	+								
4	Вільний графік		+	+						
5	Система дистанційного навчання		+	+	+		+	+	+	+
6	Особисте спілкування з викладачем		—	—						
7	Територіальна незалежність		+			+				
8	Вибір вишу		+	+		+				
9	Особисте спілкування зі студентами			—						

де $w_{i,j}$ – вага дуги між i -м і j -м концептами, k – номер шляху з концепту i до концепту j $R_{ij}^k = \{\ell_0, \dots, \ell_{mk}\}$;

- вплив кожного концепту на систему. Вплив i -го концепту на систему визначається таким чином:

$$M_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V_{ij};$$

- вплив системи на i -й концепт:

$$N_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V_{ji}.$$

У динамічному аналізі зміна значень фактора в часі під впливом інших факторів задається рівнянням:

$$v_i(t+1) = v_i(t) + \sum_{j=1}^n w_{ij} p_j(t),$$

де $w_{i,j}$ – вага дуги між i -м і j -м концептами, $p_j(t)$ – значення імпульсу у концепті j .

Слід зазначити, що когнітивна карта відображає лише факт наявності впливів факторів один на одного. Вона не відображає ні детального характеру цих впливів, ні динаміки зміни впливів залежно від зміни ситуації, ні тимчасових змін самих факторів. Облік всіх цих обставин вимагає переходу на наступний рівень структуризації інформації, відображеній у когнітивній карті, тобто до когнітивної моделі.

Когнітивне моделювання – це засіб виявлення економічних, політичних і соціальних закономірностей для прийняття рішень щодо запобігання негативних тенденцій, отримання теоретичних і практичних знань про проблему та формулювання на цій основі практичних висновків.

Для отримання когнітивної моделі подамо когнітивну карту W у вигляді квадратної n -матриці. Позначимо $P(t)$ – n -вектор значень факторів, що визначають поточний стан системи, де t – дискретний час. Тоді в найпростішому випадку когнітивну модель об'єкта буде наведено у вигляді лінійного різницевого рівняння:

$$P(t+1) = P(t) + W \cdot P(t) + \xi(t),$$

де $\xi(t)$ – n - вектор випадкових перешкод.

Аналіз матриці ваг W дає змогу судити про стійкість процесу, описаного когнітивною картою. Для цього потрібно проаналізувати власні числа матриці W , і якщо всі вони лежать усередині одиничного кола на комплексній площині, то система стійка, якщо ж хоча б одне власне число виявляється за модулем більше за одиницю, то система нестійка, що може в деяких випадках трактуватися як її здатність до саморозвитку.

Когнітивне моделювання ґрунтується на сценарному підході. Сценарій – сукупність тенденцій, що характеризують ситуацію в поточний момент, бажаних цілей розвитку, комплексу заходів, які впливають на розвиток ситуації, і системи спостережуваних параметрів (факторів), які ілюструють поведінку процесів.

Сценарій може моделюватися за трьома основними напрямками:

1. Прогноз розвитку ситуації без будь-якого впливу на процеси в ситуації – ситуація розвивається сама по собі.
2. Прогноз розвитку ситуації за умови реалізації вибраного комплексу рішень (дій, що управляють) – пряме завдання.
3. Синтез комплексу рішень для досягнення відповідної зміни стану ситуації – зворотна задача.

Зауважимо, що створення когнітивних карт може розглядатися, зокрема, як початковий етап моделювання складної системи – етап осмислення проблемної ситуації. Конкретніші, зокрема, кількісні результати можна отримати з використанням інших методів, які будуть розглянуті в наступних лекціях.

Сьогодні набули широкого застосування так звані гібридні когнітивні методи, які полягають у поєднанні когнітивних карт і, наприклад, методу аналізу ієрархій Сааті або нечітких множин.

6. 3. Онтологічні моделі процесу прийняття рішень

6.3.1. *Поняття онтології*

Значним кроком у розвитку методології моделювання слабо структурованих систем стала поява й широке поширення методів онтологічного моделювання, викликане швидким розвитком систем штучного інтелекту. Зокрема, на використанні онтологій започатковано створення нового покоління Інтернету – Semantic Web.

Слово «онтологія» має два значення:

- філософська дисципліна, яка вивчає найбільш загальні характеристики буття і сутностей;
- структура, що описує значення елементів деякої системи.

В основі онтологічної методології лежить об'єктно-орієнтований підхід, за якого предметну прикладну область подано у вигляді сукупності об'єктів, які взаємодіють між собою за допомогою семантичного пов'язування висловлювань, тверджень і суджень.

Неформально онтологія являє собою деякий опис погляду на світ стосовно конкретної сфери інтересів. Цей опис складається з термінів і правил використання цих термінів, що обмежують їх значення в рамках конкретної сфери.

Структурно онтологія – це система, що складається з набору понять і набору тверджень про ці поняття, на основі яких можна описувати класи, відношення, функції та індивіди. Основними компонентами онтології можуть бути:

- класи (або поняття);
- відношення (або властивості, атрибути);
- функції;
- аксіоми;
- екземпляри (або індивіди).

Класи або поняття використовуються в широкому сенсі. Поняттям може бути будь-яка сутність, про яку може бути надано будь-яку інформацію. Класи – це абстрактні групи, колекції або набори об'єктів. До них можуть належать екземпляри, інші класи або ж їх поєднання. Класи в онтологіях зазвичай організовані в таксономії – ієрархічну класифікацію понять за відношенням включення. Наприклад, класи «бакалавр» і «магістрант» є підкласами класу «студент», який, зі свого боку, входить до класу «учні».

Відношення являють собою тип взаємодії між поняттями предметної області. Формально n -ні відношення визначаються як підмножина добутку n множин:

$$R \subseteq C_1 \times C_2 \times \dots \times C_n.$$

Приклад бінарного відношення – відношення «частина – ціле». Відношення теж можуть бути організовані в таксономії за включенням.

Функції – це спеціальний випадок відношень, у яких n -й елемент однозначно визначається $n-1$ попередніми елементами. Формально функції визначаються таким чином:

$$F : C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_{n-1} \rightarrow C_n.$$

Прикладами функціональних відношень є відношення «бути викладачем для множини учнів» або «оцінка за виконане завдання», яка обчислюється залежно від правильності відповідей на запитання, часу виконання й наявності підказок.

Аксіоми використовуються, щоб записати очевидні висловлювання, які завжди правдиві. Вони можуть бути додані до онтології для різних цілей: наприклад, для визначення комплексних обмежень на значення атрибутів, аргументи відношень, для перевірки коректності інформації, описаної в онтології, або для виведення нової інформації. Як приклад того, що в рамках онтологій розуміється під аксіомами, можна навести таке положення і його формальний запис мовою числення предикатів першого порядку: співробітник, який є завідувачем кафедри, працює на кафедрі. Вводяться змінні E (співробітник) і P (завідувач кафедри). Тоді аксіома записується в такий спосіб:

Forall (E,P) Employee(E) and Head-Of-Chair(E,P) => Works-At-Chair(E,P).

Потреба в розробці онтологій виникає з низки причин:

- аналіз знань про предметну область;
- спільне використання людьми або програмними агентами загального розуміння структури інформації;
- можливість повторного використання знань у предметній області;
- уявлення припущень з предметної області в явному вигляді;
- відділення знань у предметній області від оперативних знань.

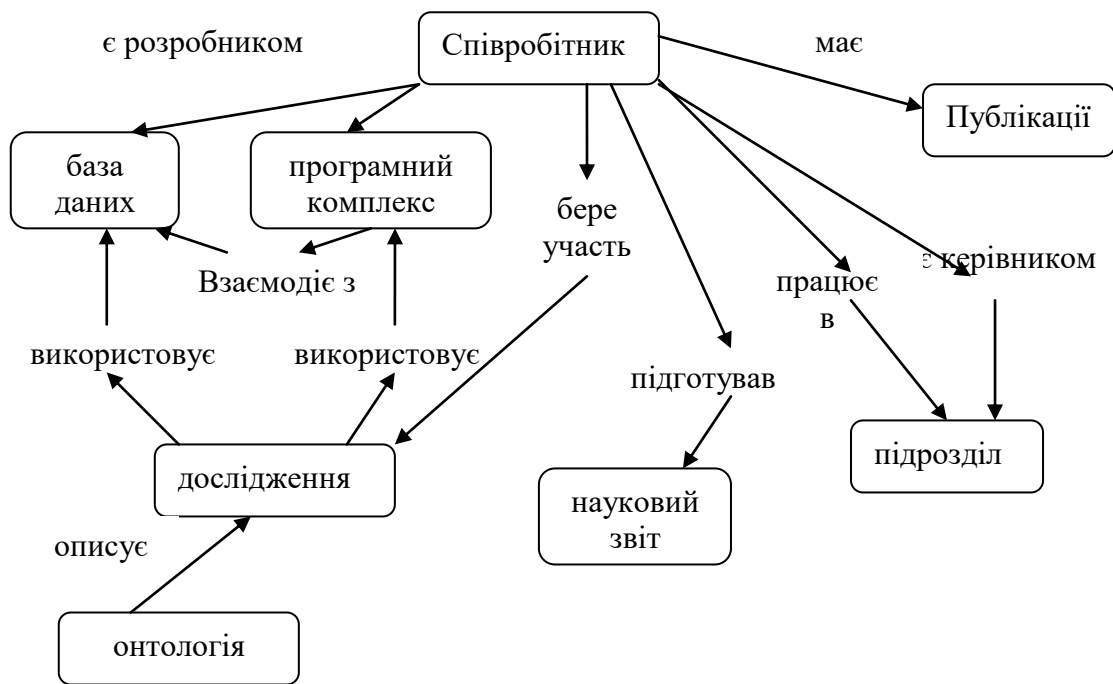


Рис. 6.4. Приклад онтології

Графічно онтологію може бути подано у вигляді стратифікованого графа, де чітко визначені рівні ієрархії. Простий приклад онтології у графічному вигляді наведено на рис. 6.4.

6.3.2. Методологія створення онтологій та її математичний опис

Практична розробка онтології включає:

- визначення класів в онтології;
- розташування класів у таксономічну ієрархію (підклас – надклас);
- визначення слотів (гніздо, роз’єм) і опис їх допустимих значень;
- заповнення значень слотів екземплярів.

Після цього можна створити базу знань, визначивши окремі екземпляри цих класів, увівши в певний слот значення й додаткові обмеження для слота.

Є деякі фундаментальні правила розробки онтології:

- єдиного правильного способу моделювання предметної області немає;
- завжди є життєздатні альтернативи. Краще рішення майже завжди залежить від передбачуваного застосування й очікуваних розширень;

- розробка онтології – це обов’язково ітеративний процес;
- поняття в онтології повинні бути близькі до об’єктів (фізичних або логічних) і відношень предметної області. Імовіріше, це іменники (об’єкти) або дієслова (відношення) у пропозиціях, які описують предметну область.

Схема формальної моделі тематичної онтології описується четвіркою:

$$O = \langle X, R, F, A(D, Rs) \rangle,$$

де X – множина концептів; $X = \{X_i\}$, $i = \overline{1, n}$ – кінцева множина концептів (понять), задана в операційному середовищі прийняття рішень; $R = \{R_k\}$, $k = \overline{1, m}$, $R = X_1 \times \dots \times X_n$ – кінцева множина семантично значущих властивостей (відношень) між концептами онтології. Вони визначають тип взаємодії між поняттями. У загальному випадку відношення поділяють на загальнозначущі (з яких виділяють, як правило, відношення часткового порядку) і конкретні відношення заданої онтології; $F : X \times R$ – скінченна множина функцій інтерпретації, заданих на концептах і/або відношеннях.

Окремим випадком завдання множини функцій інтерпретації F є глосарій, складений для множини понять X . Визначення поняття X_i в загальному випадку охоплює підмножину понять $\{x_{i-1}\}$, через які вони визначаються, відношення, що зв’язує X_i $\{x_{i-1}\}$, і множину атрибутів (ознак), X_i .

A – скінченна множина аксіом, які використовуються для запису завжди істинних висловлювань (визначень і обмежень) – тавтологій у термінах заданої онтології; D – множина додаткових визначень концептів (понять); Rs – множина обмежень, що визначають певні властивості концептів онтології і можуть трактуватися як критерії, які визначають область дії понятійних структур (концепти, поняття, висловлювання, твердження) визначеної тематики – $Rs : Rs \subset R$.

Надалі, під час формування онтологій для задач прийняття рішень визначатимемо множину обмежень Rs як таку, що дає змогу виділити з множини концептів X підмножину альтернатив $A = \{a_{ij}\}$, $j = \overline{1, n}$, причому $a_{ij} \cap a_{ik} \neq \emptyset$, $j \neq k$. Усі елементи кожної множини повинні мати властивість певної переваги, завдяки чому на етапах вирішення задач СППР можна здійснити вибір відповідної альтернативи.

Одним з елементів задачі прийняття рішень є критерій, за яким особа, що приймає рішення (ОПР), вибирає ту чи іншу альтернативу з множини можливих альтернатив. В онтологічному представленні критерії становлять певну підмножину множини властивостей R . Таксономічна структура онтології забезпечує виділення певної множини альтернатив, які визначають деякі задачі вибору.

Математично такі задачі описуються набором альтернатив, для кожної з яких задаються значення певних показників (критеріїв). Розв'язком такої задачі вважається альтернатива, яка має найкращі (за сукупністю) значення критеріїв, які в загальному випадку розрізняються за важливістю. Властивості об'єктів онтології можуть бути використані як критерії, відповідно до яких вибирають ту чи іншу альтернативу з множини можливих альтернатив на всіх етапах вирішення задачі. Кожний з елементів онтології, яка використовується в задачі прийняття рішень, має певний набір критеріїв (властивостей).

Зазвичай у процесі ухвалення рішення виділяють три етапи: пошук інформації: постановка задачі, побудова множини альтернатив, вибір найкращої альтернативи.

Деяку множину критеріїв можна подати у вигляді деякої оціночної функції C , що приймає значення на заданій множині оцінок O_c , або у вигляді правила, за яким вибирається «найкраща» альтернатива, $C : A \rightarrow O_c$. Водночас «найкраща» альтернатива відповідає максимальному або мінімальному значенню оціночної функції залежно від сутності критерію.

Для двох альтернатив можна задати відношення строгої переваги, що позначається $A_i \succ A_k$ і означає, що з двох альтернатив СППР віддає перевагу альтернативі A_i . Зазвичай якщо задано оцінну функцію C , то відношення переваги породжує відношення переваги $C(A_i) \succ C(A_k)$. Якщо O_c задані на множині дійсних чисел R , то відношення переваг еквівалентно умові $C(A_i) \geq C(A_k)$.

У більшості практичних задач ухвалення рішення альтернативи оцінюються не за одним, а за декількома критеріями. Так, для економічної оцінки проекту критеріями є економічна ефективність, вартість, реалізація. У багатокритеріальній задачі є множина з критеріїв $\{C_i\}$, таких що $C_i : A \rightarrow O_{c_i}$. Тут $\{O_{c_i}\}$ – множина значень функції.

Таким чином, задача багатокритеріального прийняття рішення визначається множиною можливих рішень, векторним критерієм і відношенням переваг на множині. Мета вирішення задачі – пошук «оптимальної» в деякому сенсі альтернативи або групи альтернатив з урахуванням відношення переваг на основі векторного критерію. Усе це дає змогу дійти до такого висновку – завдяки доданню онтологічних моделей до задач прийняття рішень можна досить ефективно застосовувати метод аналізу ієрархій як систематичну процедуру для ієрархічного представлення елементів, що визначають суть будь-якої проблеми. Онтологічне моделювання забезпечує декомпозицію судження проблеми на простіші складові частини й подальшу обробку послідовності суджень на основі використання властивості певної переваги. Унаслідок цього може бути виражено відносний ступінь (інтенсивність) взаємодії елементів в ієрархії. Ці судження потім виражаються чисельно. Слід відзначити, що отримані в такий спосіб значення є оцінками у шкалі відношень і відповідають так званим жорстким оцінкам.

Для створення онтологій розроблено багато мовних і програмних засобів. З них відзначимо тільки так звані редактори онтологій. Основна функція будь-якого редактора онтологій полягає в підтримці процесу формалізації знань і поданні онтології як специфікації (точного й повного опису). Одним із найбільш популярних редакторів онтологій є Protege (protege.stanford.edu), що є вільно поширюваним.

Приклад онтології для підтримки прийняття рішення під час створення проєкту можна подивитись у статті за посиланням http://www.ssc.smr.ru/media/ipuss_conf/15/5_12.pdf.

Контрольні запитання

1. Для яких систем доцільно використовувати методи «м'яких» оцінок ?
2. Дайте визначення поняттю «когнітивна карта». Наведіть приклад КК.
3. Які компоненти входять до складу когнітивної карти?
4. Які ви знаєте способи подання когнітивних карт?
5. Які типи зв'язків використовують у когнітивних картах?
6. Яким вимогам повинні задовольняти вагові коефіцієнти дуг когнітивної карти і як вони визначаються?
7. Які виділяють типи аналізу моделей у вигляді КК?

8. У чому полягає статичний аналіз когнітивної карти?
9. Що охоплює динамічний аналіз моделі у вигляді КК?
10. Що складає основу когнітивного моделювання?
11. Дайте визначення поняттю «онтологія».
12. Перерахуйте основні структурні елементи онтології.
13. З якою метою створюються й використовуються онтології?
14. Які є графічні способи подання онтологій та їх особливості?
Наведіть приклад графічного подання онтології.
15. З яких кроків складається процес розробки онтології?
16. Які ви знаєте правила розробки й подання онтологій?
17. Як формально можна описати онтологію?
18. Що передбачає задача прийняття рішень на основі онтології?

Лекція 7

ПОНЯТТЯ ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНОСТІ

7.1. Визначення поняття Парето-оптимальності

Аксіоматичні методи. У випадках, коли неможна виконати згортку часткових критеріїв, використовують аксіоматичні методи, основою яких є поняття Парето-оптимальності.

Оптимальність за Парето – такий стан системи, за якого значення кожного часткового показника, що її характеризує, не може бути покращено без погіршення інших.

Таким чином, за словами самого Парето, «будь-яка зміна, яка нікому не приносить збитків, а деяким людям приносить користь (за їх власною оцінкою), є поліпшенням». Отже, визнається право на всі зміни, які не приносять нікому додаткової шкоди.

Множину станів системи, оптимальних за Парето, називають «множиною Парето», «множиною альтернатив, оптимальних у сенсі Парето» або «множиною Парето-оптимальних альтернатив». Використовуються також терміни «компромісні» альтернативи.

Приклад. Нехай кожна операція a має дві числові характеристики $E(a)$, $r(a)$ (наприклад, ефективність і ризик); для відшукування кращої стратегії E прагнуть збільшити, а r – зменшити.

Є кілька способів постановки таких оптимізаційних задач. Розглянемо подібну задачу в загальному вигляді. Нехай A – деяка множина операцій, а різні операції обов'язково розрізняються хоча б однією характеристикою.

Будемо говорити, що операція a домінує над операцією b , і позначати $a > b$, якщо $E(a) \geq E(b)$ і $r(a) \leq r(b)$ і хоча б одна з цих нерівностей є строгою. При цьому операція a називається *домінуючою*, а операція b – *домінованою*. Очевидно, що жодна домінована операція не може бути визнана найкращою. Отже, найкращу операцію треба шукати серед домінуючих операцій. Множина недомінуючих операцій називається множиною (областю) Парето або множиною оптимальності за Парето.

Для множини Парето справедливим є твердження: кожна з характеристик E , r є однозначною функцією іншої, тобто на множині Парето за однією характеристикою однієї операції можна однозначно визначити іншу.

Розглянемо аналіз фінансових рішень в умовах часткової невизначеності. Кожна операція характеризується середнім очікуваним ризиків $\bar{R}$ і середнім очікуваним доходом $\bar{Q}$. Якщо ввести прямокутну систему координат, на осі абсцис якої відкладати значення $\bar{R}$, а на осі ординат – значення $\bar{Q}$, то кожній операції буде відповідати точка $(\bar{R}, \bar{Q})$ на координатній площині. Чим вище ця точка на площині, тим більш прибутковою є операція; чим правіше точка, тим більш ризикована операція. Отже, для пошуку недомінуючих операцій (множини Парето) потрібно вибирати точки вище й лівіше.

Правило вибору. Множина точок оптимальних за Парето лежить між точками оптимуму, отриманими під час вирішення задачі математичного програмування для кожного окремого критерію. У літературі множину точок, оптимальних за Парето, як правило, позначають буквою P ($P \subset D$, D – множина, на якій задана цільова функція).

Визначення. Множину векторних оцінок, які відповідають множині ефективних точок, називають областю **компромісів** (переговорною множиною), або множиною Парето в області критеріїв. Будемо позначати її Y_p .

Визначення. Множину векторних оцінок, які відповідають множині неефективних точок (домінованих рішень), називають областю згоди Y_C .

В області Y_C немає протиріччя між частинними критеріями оптимальності, тому що кожную точку області D може бути змінено таким чином, що одночасно поліпшаться всі часткові критерії.

Якщо область критеріїв складається тільки з області згоди Y_C , то існує єдина точка $X_{opt} \in D$, у якій усі частинні критерії узгоджені між собою в тому сенсі, що під час руху до точки X_{opt} усі частинні критерії одночасно поліпшуються й досягають оптимуму в т. X_{opt} . Таку точку називають оптимальним рішенням (рис. 7.1, а).

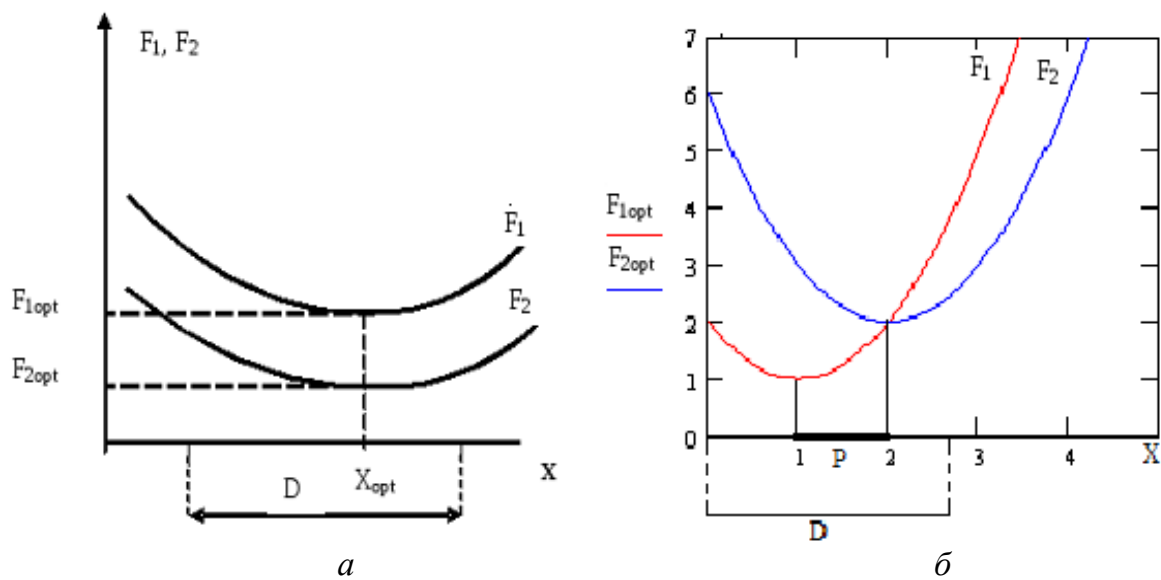


Рис. 7.1. Графічна схема критеріїв:
а – без протиріччя; б – з протиріччям

Однак така ситуація зустрічається вкрай рідко. Найбільш типовим є випадок, коли частинні критерії є суперечливими і мінімум за кожним із них досягається в різних точках. У такому випадку зменшення одного частинного критерію призводить до збільшення інших (рис. 7.1, б).

Оптимальність за Парето означає, що не можна далі поліпшувати значення одного критерію, не погіршуючи водночас хоча б один із решти.

7.2. Побудова дискретної Парето-оптимальної множини

Проілюструємо прийом виділення Парето-рішень на прикладі завдання з двома критеріями F_1 і F_2 (обидва потрібно максимізувати). Множина D складається з 11 можливих рішень. Кожному рішенню відповідають певні значення показників F_1 і F_2 . Нехай є такі векторні оцінки:

$$\begin{aligned} F(X_1) &= (2; 4), F(X_2) = (3; 5), F(X_3) = (3; 3), F(X_4) = (5; 2), \\ F(X_5) &= (4; 3), F(X_6) = (1; 3), F(X_7) = (2; 3), F(X_8) = (3; 2), \\ F(X_9) &= (2; 2), F(X_{10}) = (3; 1), F(X_{11}) = (2; 1). \end{aligned}$$

Векторні оцінки результатів зазначимо точками координатної площини (по осі абсцис відкладаємо значення критерію F_1 , а по осі ординат – значення критерію F_2) (рис. 7.2).

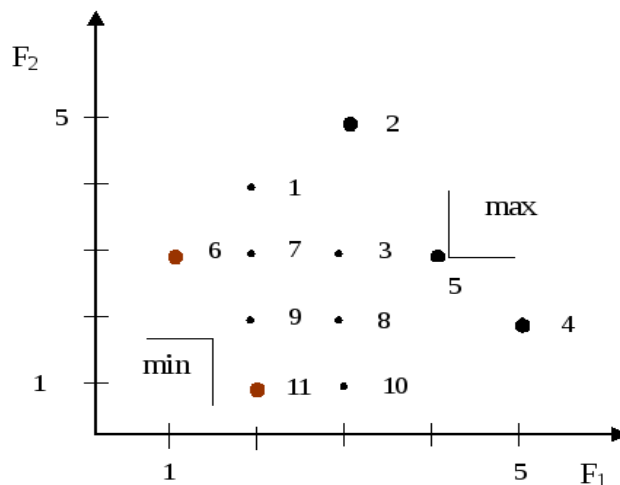


Рис. 7.2. Множина області можливих рішень

Використовуємо принцип оптимальності за Парето для виділення ефективних рішень. Рішення X_1 витісняється рішенням X_2 , рішення X_2 краще за рішення X_3 , X_7 , X_8 , X_9 , X_{10} і X_{11} . Рішення X_4 за першим критерієм краще за рішення X_5 , а за другим – навпаки, тобто маємо рішення, що не можна покращити і т. д. Після проведеного аналізу в нас лишилося три рішення X_2 , X_4 , X_5 , які оптимальні за Парето.

Коли з множини можливих рішень виділені ефективні, то далі можна визначати правило вибору з них одного кращого. Серед

знайдених кращих рішень X_4 краще за критерієм F_1 , а рішення X_2 – за критерієм F_2 . Задача ОПР – вибрати варіант, кращий і «прийнятний» за обома критеріями.

Зауваження 1. Точка Y_1 вибирається у множині допустимих Y_D рішень лише в тому випадку, коли будь-яка інша точка Y_2 із цієї множини має хоча б за однією координатою значення більше ніж Y_1 (критерії мінімізуються).

Зауваження 2. Для визначення ефективних точок використовують правило «куточка». Куточок виду « $\perp$ » використовується для визначення компромісних точок у критеріальному просторі, коли критерії максимізуються, а куточок « ∇ » – коли критерії мінімізуються.

7.3. Побудова неперервної Парето-оптимальної множини

Якщо множина допустимих рішень є неперервною, їх векторні оцінки «заповнюють» деяку область Y_D на площині і виходить «картинка», подібна зображеній на рис. 7.3. У цьому випадку множина Парето-оптимальних оцінок (червона лінія) являє собою нижню праву частину межі Y_D , або, образно кажучи, її «південно-західну» межу. Якщо критерії максимізуються – «північно-східну» межу.

Зауваження. У разі неопуклої області її Парето-оптимальна межа може мати більш «екзотичний» вигляд, наприклад, складатися з окремих ліній і/або точок. Для цього прикладу (критерії максимізуються) це правий пік (рис. 7.4).

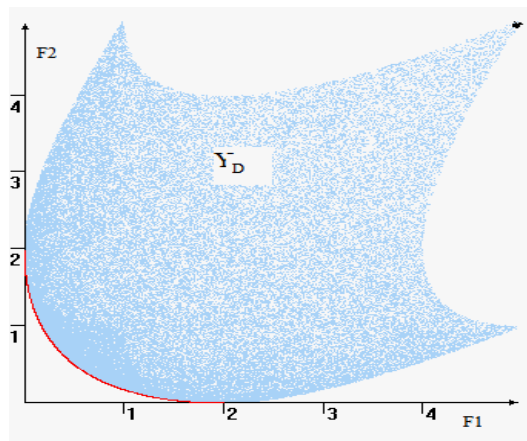


Рис. 7.3. Простір оцінок Y_D і компромісна крива (червоний колір)

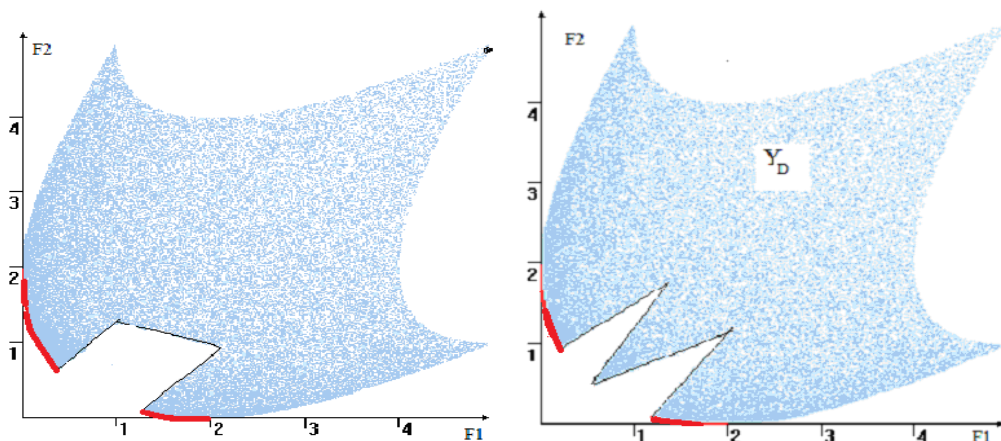


Рис. 7.4. Приклади КК

Особливий інтерес для практики викликає випадок існування двох критеріїв. У цьому випадку множина Парето-оптимальних точок являє собою одномірний багатовид на площині і допускає графічне подання.

Визначення. Множину точок Парето у двомірному просторі критеріїв називають компромісною кривою.

Компромісна крива (КК) строго монотонно спадає в такому сенсі. Нехай Y_1 і Y_2 – довільні точки, що належать КК. Позначимо їх координати $Y_1(y_1, y_2)$ і $Y_2(y_3, y_4)$, якщо $y_1 < y_3$, то $y_2 > y_4$. Таким чином, КК не містить ні горизонтальних, ні вертикальних відрізків і її рівняння можна подати в такому вигляді: $F_2 = u(F_1)$ і $F_1 = v(F_2)$.

Аналітичний розрахунок компромісних кривих. Якщо функції $F_1(X)$ і $F_2(X)$ мають похідні, то можна спробувати знайти геометричне місце точок дотику поверхонь: $F_1(X) = b_1$, $F_2(X) = b_2$.

У таких точках $\text{grad}F_1 = -\lambda \text{grad}F_2$, $\lambda \in [-\infty, 0]$.

Якщо частина кривої за $\lambda \geq 0$ належить множині D , то вона належить і множині Парето P . Частина КК в цьому випадку визначається параметричними рівняннями:

$$F_1 = F_1(\phi_1(x), \dots, \phi_n(x)), F_2 = F_2(\phi_1(\lambda), \dots, \phi_n(\lambda)), \lambda \geq 0.$$

Приклад. У квадраті $D = \{-1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1\}$ задано два критерії:

$$F_1(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2,$$

$$F_2(x_1, x_2) = (1 + x_1)^2 + (x_2 - 1)^2,$$

які бажано мінімізувати.

1. Знаходимо мінімуми функцій F_1 і F_2 . Абсолютні мінімуми знаходяться в точках $(0, 0)$ і $(-1, 1)$ і належать D .

2. Знаходимо частинні похідні:

$$\frac{\partial F_1}{\partial x_1} = 8x_1, \quad \frac{\partial F_2}{\partial x_1} = 2(x_1 + 1), \quad \frac{\partial F_2}{\partial x_2} = 2(x_2 - 1), \quad \frac{\partial F_1}{\partial x_2} = 2x_2$$

і складаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 4x_1 = -\lambda(x_1 + 1) \\ x_2 = -\lambda(x_2 - 1) \end{cases}.$$

Звідси отримаємо параметричне рівняння кривої у просторі:

$$x_1 = -\frac{\lambda}{\lambda + 4}, \quad x_2 = \frac{\lambda}{\lambda + 1}.$$

Розв'яжемо рівняння стосовно параметра λ :

$$\lambda = -\frac{4x_1}{x_1 + 1}, \quad \lambda = -\frac{4x_2}{x_2 - 1}.$$

Прирівнявши праві частини і розв'язавши рівняння стосовно x_2 ,

отримаємо рівняння кривої Парето: $x_2 = \frac{4x_1}{3x_1 - 1}$.

Параметричне рівняння КК матиме такий вигляд:

$$F_1(\lambda) = 4\left(\frac{\lambda}{4 + \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{1 + \lambda}\right)^2, \quad F_2(\lambda) = \left(-\frac{\lambda}{4 + \lambda} + 1\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{1 + \lambda}\right)^2.$$

Побудуємо графіки кривих Парето в області D і просторі критеріїв (рис. 7.5).

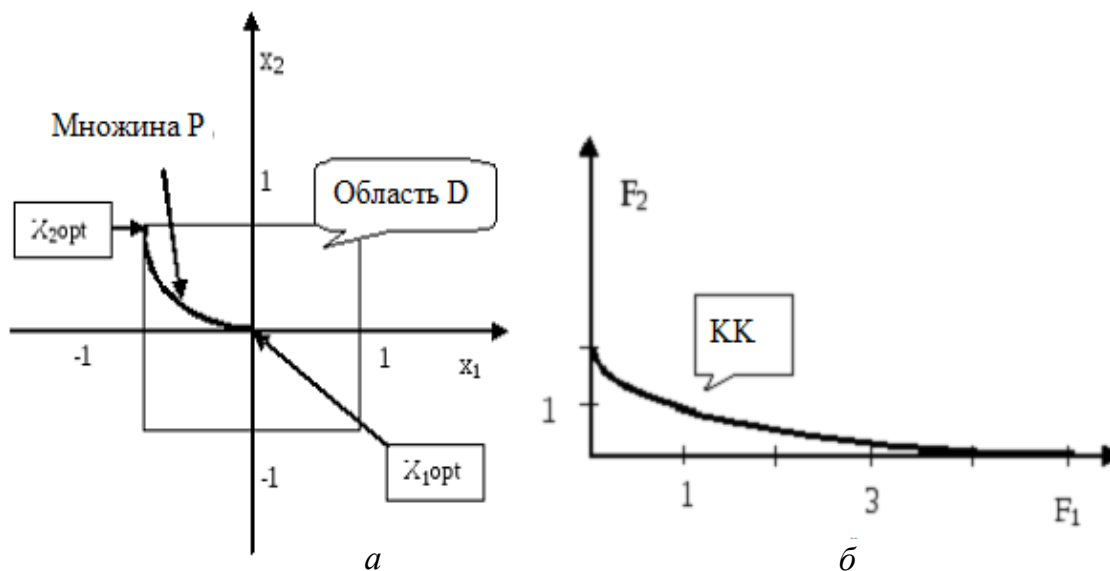


Рис. 7.5. Область D та множина $P(a)$, компромісна крива ($\bar{b}$)

На рис. 7.5 можна побачити закономірність зміни КК: F_1 зростає від 0 до 5, а F_2 спадає від 2 до 0.

7.4. Способи звуження множини Парето

Виділення множини Парето багатокритеріальної задачі оптимізації часто не є задовільним рішенням. Це пов'язано з тим, що за досить великої вихідної множини варіантів множина Парето виявляється неприпустимо великою для того, щоб ОПР здійснила б вибір самостійно. Таким чином, виділення множини Парето можна розглядати лише як попередній етап оптимізації.

Для вибору однієї оптимальної стратегії з множини ефективних рішень у кожній конкретній багатокритеріальній задачі потрібно використовувати додаткову інформацію про мету операції, тобто ту інформацію, яка із завданням векторного критерію залишилася неформалізованою і тому невикористаною.

Найбільш логічним і послідовним є шлях побудови бінарного відношення переваги, сильнішого за Парето, що дає змогу звужити множину варіантів до прийнятних з погляду ОПР розмірів.

Загальна методика дослідження задач прийняття рішення на основі множини Парето для багатокритеріальних задач може бути реалізована в рамках одного з таких підходів.

Перший підхід. Для заданої багатокритеріальної задачі оптимізації знаходиться множина її Парето-оптимальних рішень, а вибір конкретного оптимального варіанта з багатьох Парето-оптимальних надається ОПР.

Другий підхід. Як було сказано вище, звуження множини Парето-оптимальних результатів (в ідеалі – до одного) здійснюється за допомогою деяких формалізованих процедур, що полегшує остаточний результат для ОПР, наприклад, можна використовувати раніше розглянуті методи: згортку, метод поступок, «ідеальної точки». Застосування цих методів можливе лише за наявності додаткової інформації про критерії або властивості оптимального рішення.

Розглянемо деякі найпростіші способи звуження Парето-оптимальної множини для багатокритеріальної задачі оптимізації, акцентуючи увагу на потребу в додатковій інформації.

Визначення верхньої межі критеріїв. Нехай додаткова інформація про оптимальний результат $X_{opt} \in D$ має вигляд:

$$F_i(X_{opt}) \leq C_i, \quad i = \overline{1, m}.$$

Число C_i розглядається тут як верхня межа за i -м критерієм.

Відзначимо, що визначення верхньої межі за критеріями не може бути «вилучено» з математичної моделі задачі прийняття рішення; набір обмежень $(C_1, C_2, \dots, C_m)$ надає додаткову інформацію, отриману від ОПР.

Приклад. Вибір місця роботи.

Припустимо, що належить вибрати місце роботи з дев'яти варіантів, зазначених у табл. 7.1. Як основні критерії взяті: зарплата Z , тривалість відпустки D , час поїздки на роботу B . Із змісту завдання випливає, що критерії Z і D слід максимізувати, а критерій B – мінімізувати. Який варіант є оптимальним?

Варіанти вибору місця роботи

Варіанти	Критерій		
	зарплата, З (грн)	тривалість відпустки, Д (дні)	час поїздки, В (хв)
1	900	20	60
2	500	30	20
3	700	36	40
4	800	40	50
5	400	60	15
6	600	30	10
7	900	35	60
8	600	24	10
9	650	35	40

Розв'язок. Виділимо спочатку Парето-оптимальні варіанти. Відкидаючи доміновані за Парето варіанти {1, 2, 8, 9}, отримуємо Парето-оптимальну множину: {3, 4, 5, 6, 7}.

У разі відсутності інформації про відносну важливість розглянутих критеріїв, а також про будь-які додаткові властивості оптимального рішення подальше звуження Парето-оптимальної множини зробити не можна. Тоді формальний аналіз закінчується зазначенням Парето-оптимальної множини і остаточний вибір оптимального варіанта здійснюється ОПР з цих п'яти варіантів на основі якихось додаткових міркувань.

Розглянемо тепер інший підхід, який призводить до звуження Парето-оптимальної множини на основі додаткової інформації, отриманої від ОПР.

Визначимо нижні межі критеріїв. Накладемо, наприклад, такі обмеження на оптимальне рішення:

- зарплата – не менше ніж 600 гривень;
- тривалість відпустки – не менше ніж 30 днів;
- час поїздки – не більше ніж 40 хвилин.

Варіанти, що задовольняють цим додатковим обмеженням: {3, 6, 9}, з них оптимальними за Парето є варіанти 3 і 6. Залишається зробити остаточний вибір між варіантами 3 і 6. Його можна виконати декількома способами:

а) **метод головного показника** (субоптимізація). Нехай як виділений (головний, найважливіший) критерій виступає критерій зарплата; обмеження тривалість відпустки – не менше ніж 30 днів, час поїздки – не більше ніж 40 хвилин. Відкинемо варіанти, які не задовольняють даним обмеженням; залишаються варіанти: {2, 3, 5, 6, 9}. З них максимальну зарплату має варіант 3. Цей варіант і буде оптимальним за критерієм головного показника;

б) **лексикографічна оптимізація**. Впорядкуємо критерії за відносною важливістю. Наприклад, у такий спосіб: найважливіший критерій – зарплата, наступний за ним за важливістю час поїздки, найменш важливий – тривалість відпустки. Максимальне значення за критерієм З мають варіанти 1 і 7. Далі порівнюємо ці варіанти за другим за важливістю критерієм В. Оскільки час поїздки для цих варіантів однаковий, переходимо до третього критерію Д; за критерієм тривалість відпустки кращим є варіант 7, який і є тут оптимальним;

в) **методи ЕЛЕКТРА**. Група методів (ЕЛЕКТРА 1, ЕЛЕКТРА 2, ЕЛЕКТРА 3) запропонована професором Б. Руа (Франція) для вибору кращих альтернатив у багатокритеріальних задачах. Вважається, що для кожного критерію визначений ваговий коефіцієнт – число, що характеризує його важливість.

Для вирішення задачі виконуються такі кроки:

- 1) на підставі заданих оцінок двох альтернатив підраховуються значення двох індексів: згоди і незгоди. Ці індекси визначають згоду і незгоду з гіпотезою, що альтернатива X_1 перевершує альтернативу X_2 ;
- 2) задаються рівні згоди і незгоди, з якими порівнюються підраховані індекси кожної пари альтернатив. Якщо індекс згоди вищий за заданий рівень, а індекс незгоди – нижчий, одна з альтернатив перевершує іншу. Інакше альтернативи неможна порівняти;
- 3) із множини альтернатив видаляються доміновані. Ті, що залишилися, утворюють перше ядро. Альтернативи, що входять до

ядра, можуть бути або еквівалентними або такими, що не порівнюються;

- 4) вводяться «слабші» значення рівнів згоди і незгоди (менший за значенням рівень згоди і більший рівень незгоди), за яких виділяються ядра з меншою кількістю альтернатив;
- 5) до останнього ядра входять найкращі альтернативи. Послідовність ядер визначає впорядкованість альтернатив якості.

Методи ЕЛЕКТРА відрізняються тим, що індекси згоди і незгоди будуються по-різному.

Розглянемо метод ЕЛЕКТРА 1:

- множина критеріїв розбивається на три підмножини:
 - P_{xy}^+ – критерії, за якими X_1 перевершує X_2 ;
 - P_{xy}^- – критерії, за якими X_1 і X_2 мають однакові оцінки;
 - P_{xy}^0 – критерії, за якими X_2 перевершує X_1 .
- формулюється індекс згоди з гіпотезою про перевагу X_1 над X_2 як відношення суми ваг критеріїв підмножин P_{xy}^+ , P_{xy}^- до загальної суми ваг:

$$C_{XY} = \frac{\sum_{i \in P_{XY}^+, P_{XY}^-} w_i}{\sum_{i \in P} w_i}; \quad (7.1)$$

- індекс незгоди з гіпотезою про перевагу X_1 над X_2 визначається на основі самого «суперечливого» критерію – критерію, за яким X_2 найбільшою мірою перевершує X_1 . Щоб врахувати можливу різницю довжин шкал критеріїв, різницю оцінок X_2 та X_1 відносять до довжини найбільшої шкали:

$$d_{XY} = \max_{i \in P_{XY}^-} \left| \frac{l_Y^i - l_X^i}{L_i} \right|, \quad (7.2)$$

де l_X^i , l_Y^i – оцінка альтернатив X_1 і X_2 за i -м критерієм, L_i – довжина шкали i -го критерію;

- будуються матриці згоди і незгоди, якщо альтернативи порівняти не вдалося, то вони вважаються такими, що не порівнюються;
- встановлюється певний поріг C і вважається, що варіант X_1 перевершує X_2 тільки в тому випадку, коли деяка функція (називається індексом згоди) задовольняє умові: $C_{XU} > C$.

Такий підхід має істотний недолік – неоднозначність визначення вагових коефіцієнтів. У таких випадках можна залучати експерта. Також бувають ситуації, коли ОПР повідомляє інформацію про критерії якісного типу.

Приклад. Порівняння конкурентоспроможності 5 фірм.

Оцінка конкурентоспроможності починається з визначення мети дослідження:

– якщо потрібно визначити місце товару серед аналогічних, то достатньо провести їх пряме порівняння за найважливішими параметрами;

– якщо метою дослідження є оцінка перспектив збуту товару на конкретному ринку, то в аналізі має використовуватися інформація, що містить відомості про продукти, які вийдуть на ринок у перспективі, а також відомості про зміну стандартів і законодавства, дані динаміки споживчого попиту.

Незалежно від цілей дослідження основою оцінки конкурентоспроможності є вивчення ринкових умов, яке має проводитися від початку розробки нової продукції до реалізації.

Завдання полягає у виділенні тієї групи факторів, що впливають на формування попиту в певному секторі ринку:

- розглядаються зміни у вимогах постійних замовників продукції;
- аналізуються напрями розвитку аналогічних розробок;
- розглядаються сфери можливого використання продукції;
- аналізується коло постійних покупців.

На конкурентоспроможність фірм, що займаються продажем комп'ютерів і деталей для комплектування до них, впливають такі параметри: якість, надійність, стабільність роботи, присутність на ринку, тобто популярність фірми, ціна деталей для комплектування й багато інших.

Проведемо оцінку конкурентоспроможності фірм методом ЕЛЕКТРА І на основі даних, наведених у таблиці 7.2.

Таблиця 7.2

Оцінки показників фірм

№	Показник конкурентоспроможності	Оцінка в балах					Вага
		A	B	C	D	E	
1	Кваліфікація персоналу	19	19	14	19	19	13
2	Рекламна стратегія	20	11	5	20	11	18
3	Присутність фірми на ринку	13	10	10	6	16	7
4	Якість продукції	20	20	15	20	18	20
5	Ціна	14	20	13	17	8	20
6	Покупна спроможність споживача	17	10	7	17	10	16
7	Величина фірми	20	13	11	16	16	10
8	Імідж фірми	20	15	8	18	15	15
9	Сервісне обслуговування	18	16	16	18	16	12
10	Асортимент	20	20	10	20	13	19

Розрахуємо індекси згоди і незгоди. Для цього спочатку потрібно порівняти оцінки в балах для різних конфігурацій фірм.

Переважальні фактори позначимо «+», рівноцінні – «=», інші – «-» і занесемо результати до таблиці (табл. 7.3).

Таблиця 7.3

Порівняння конфігурацій фірм

Фактори	Показники конкурентоспроможності									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AB	=	+	+	=	-	+	+	+	+	=
BA	=	-	-	=	+	-	-	-	-	=
AC	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
CA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
AD	=	=	+	=	-	=	+	+	=	=
DA	=	=	-	=	+	=	-	-	=	=
AE	=	+	-	+	+	+	+	+	+	+
EA	=	-	+	-	-	-	-	-	-	-
BC	+	+	=	+	+	+	+	+	=	+
CB	-	-	=	-	-	-	-	-	=	-
BD	=	-	+	=	+	-	-	-	-	=
DB	=	+	-	=	-	+	+	+	+	=
BF	=	=	-	+	+	=	-	=	=	+
FB	=	=	+	-	-	=	+	=	=	-
CD	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-

Фактори	Показники конкурентоспроможності									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DC	+	+	—	+	+	+	+	+	+	+
CF	—	—	—	—	+	—	—	—	=	—
FC	+	+	+	+	—	+	+	+	=	+
DF	=	+	—	+	+	+	=	+	+	+
FD	=	—	+	—	—	—	=	—	—	—

Для побудови матриць згоди і незгоди складемо таблицю важливості підмножин P_{xy}^+ , $P_{xy}^=$, P_{xy}^- для кожного варіанта (фірми) (табл. 7.4). Так, фірма A є кращою за фірму B за показниками (2, 3, 6, 7, 8, 9). Сума відповідних вагових коефіцієнтів становить 78. Вона є кращою за фірму C за всіма показниками, отже, відповідна сума становить 150.

Аналогічно ми визначаємо суми вагових коефіцієнтів попарного порівняння фірм, спираючись на табл. 7.3 і значення вагових коефіцієнтів відповідних критеріїв, які зазначено в останньому стовпчику в табл. 7.2.

Розрахуємо індекси згоди і незгоди за формулами 7.1, 7.2.

Для розрахунку індексу незгоди встановимо $L = 20$.

Загальна сума ваг: $\sum_{i \in P} w_i = 150$.

Таблиця 7.4

Фрагмент таблиці порівняння підмножин P_{xy}^+ , $P_{xy}^=$, P_{xy}^-

	A	B	C	D	E
A, P^+	*	78	150	32	130
A, $P^=$	*	52	0	98	13
A, P^-	*	20	0	20	7
	150	150	150		
B, P^+	20	*	131	27	59
B, $P^=$	52	*	19	52	74
B, P^-	78	*	0	71	17
	150	150	150		

Побудуємо матриці згоди і незгоди (табл. 7.5, табл. 7.6).

Таблиця 7.5

Матриця згоди

	A	B	C	D	E
A	–	0,8666667	1	0,8666667	0,9533333
B	0,48	–	1	0,5266667	0,8866667
C	0	0,1266667	–	0,0466667	0,2133333
D	0,7866667	0,82	0,9533333	–	0,9533333
E	0,1333333	0,6066667	0,8666667	0,2	–

Таблиця 7.6

Матриця незгоди

	A	B	C	D	E
A	–	0,30	0,00	0,15	0,15
B	0,45	–	0,00	0,45	0,30
C	0,75	0,50	–	0,75	0,35
D	0,35	0,20	0,20	–	0,50
E	0,45	0,60	0,25	0,45	–

Відповідно до правил про індекси згоди і незгоди як порогові значення для ЕЛЕКТРА 1 задаємо $c_1 = 0,126$ і $d_1 = 0,4$ і знайдемо значення переваги однієї фірми над іншою (табл. 7.7).

Таблиця 7.7

Переваги варіантів

	A	B	C	D	E
A	–	+	+	+	+
B	–	–	+	–	+
C	–	–	–	–	+
D	+	+	+	–	–
E	–	–	+	–	–

Отже, найбільш конкурентоспроможною буде фірма А, тому що вона має найбільшу кількість переваг.

Оскільки метод вимагає багато розрахунків і подання їх у табличному вигляді, то для його реалізації доцільно використовувати Microsoft Excel або спеціалізовані програми.

7.5. Побудова діаграми Парето

У бізнес-аналізі часто будують діаграму Парето, яка показуватиме нерівномірність розподілу ресурсів, прибутку, витрат тощо з метою зручної інтерпретації даних. Діаграма Парето дає змогу розподілити зусилля для вирішення проблем, що виникають, і встановити основні фактори, з яких потрібно починати діяти з метою подолання проблем, що виникають. Розрізняють два види діаграм Парето – за наслідками і за причинами.

Діаграма Парето за наслідками діяльності. Ця діаграма призначена для виявлення головної проблеми й відображає такі небажані результати діяльності:

- щодо якості – дефекти, поломки, помилки, відмови, рекламації, ремонти, повернення продукції;
- щодо собівартості – обсяг втрат, витрати;
- щодо термінів постачання – брак запасів, помилки у складанні рахунків, зрив термінів постачання;
- щодо безпеки – нещасні випадки, трагічні помилки, аварії.

Діаграма Парето за причинами. Ця діаграма відображає причини проблем, що виникають у виробництві, і використовується для виявлення головної з них:

- щодо виконавця роботи – зміна, бригада, вік, досвід роботи, кваліфікація, індивідуальні характеристики;
- щодо обладнання – верстати, агрегати, інструменти, оснащення, організація використання, моделі, штампи;
- щодо сировини – виробник, вид сировини, завод-постачальник, партія;
- щодо методу роботи – умови виробництва, замовлення-наряди, прийоми роботи, послідовність операцій;
- щодо вимірів – точність, вірність і повторюваність (уміння дати однакову вказівку в таких вимірах того самого значення), стабільність (повторюваність протягом тривалого періоду), спільна точність, тобто разом із точністю приладів і таруванням приладу, тип вимірювального приладу (аналоговий чи цифровий).

Побудова діаграми Парето складається з таких кроків:

Крок 1. Передбачається, що є результати всіх попередніх кроків щодо вирішення проблем: формулювання й постановка проблеми, аналіз її, збирання відповідних даних і фіксація їх у контрольних листках. Для побудови діаграми потрібно розробити бланк таблиці, куди заносять:

- типи (ознаки) випадків, фактів (дані найкраще розташовувати у спадному порядку – на початку таблиці тип події, має найбільшу кількість повторень, наприкінці таблиці – найменший);
- кількість появи (повторень) кожного типу;
- накопичену суму числа кожного типу (із щораз більшим підсумком: до попереднього типу додається наступний);
- відсоток числа за кожною ознакою в загальній сумі;
- накопичений відсоток (із щораз більшим результатом).

У таблиці слід підрахувати загальну суму кількості випадків за всіма типами (ознаками).

Крок 2. Далі потрібно накреслити одну горизонтальну та дві вертикальні осі.

1. Вертикальні осі:

– ліва вісь з інтервалами від 0 до загальної суми кількості виявлених випадків;

– права вісь з інтервалами від 0 до 100.

2. Горизонтальна вісь. Інтервали на ній мають бути однакові та відповідати числу типів (ознак), зазначених у таблиці.

Крок 3. Потім будується стовпчикова діаграма за значеннями типів (ознак) випадків і кумулятивна крива (крива Парето). На вертикалях, що відповідають правим кінцям кожного інтервалу на горизонтальній осі, наносяться точки накопичених сум (результатів чи відсотків) і з'єднуються між собою відрізками прямих.

Крок 4. На діаграмі розташовуються всі позначення й написи.

1. Написи щодо діаграми (назва, розмітка числових значень на осях, найменування контрольованого виробу (події), ім'я укладача діаграми).

2. Написи стосовно даних (період збору інформації, об'єкт дослідження й місце його проведення, загальна кількість об'єктів контролю).

Приклад. Виробнича компанія хоче визначити, які проблеми є для неї найбільш серйозними і вимагають термінового вирішення. Серед

проблем були виділені основні і другорядні (інші) та розташовані в таблиці за спаданням (табл. 7.8).

Таблиця 7.8

Вихідні дані

№	Проблема	Кількість випадків	Частка в загальній кількості випадків
1	Дефекти виробу	38	45
2	Порушення термінів	13	15
3	Відхилення від стандарту	12	14
4	Пошкодження під час пакування і транспортування	7	8
5	Інші	15	18
	Σ	85	100

Для побудови діаграми Парето (будується за накопиченими значеннями причин) додамо колонки накопиченої суми значень (щораз більший результат кількості випадків) і накопиченого відсотка (табл. 7.9).

Таблиця 7.9

Результати за накопиченням

№	Проблема	Кількість випадків	Накопичена сума	Накопичений відсоток
1.	Дефекти	38	38	45
2.	Порушення термінів	13	51	60
3.	Відхилення від стандарту	12	63	74
4.	Пошкодження під час пакування і транспортування	7	70	82
5.	Інші	15	85	100
	Усього	85		

За даними таблиці 7.8 збудуємо кумулятивну криву – діаграму Парето (рис. 7.6). Для цього накреслимо 3 основні осі для побудови графіка. Горизонтальна вісь – для самих проблем, вертикальна вісь зліва

призначена для кількості випадків кожного типу проблем, вертикальна вісь праворуч – для позначення відсотків, що показують частку в загальній сумі накопичених значень. Ця вісь слугує для забезпечення інтерпретації діаграми за допомогою відсоткових співвідношень. Верхня межа вертикальної осі зліва визначається загальною сумою зібраних даних, у прикладі це 85.

Проведемо пунктирну пряму від 80 % відсоткової осі на лінію накопичених значень. Там, де ця пряма перетинає діаграму, на горизонтальній осі визначаємо, яка частина відповідає цьому значенню.

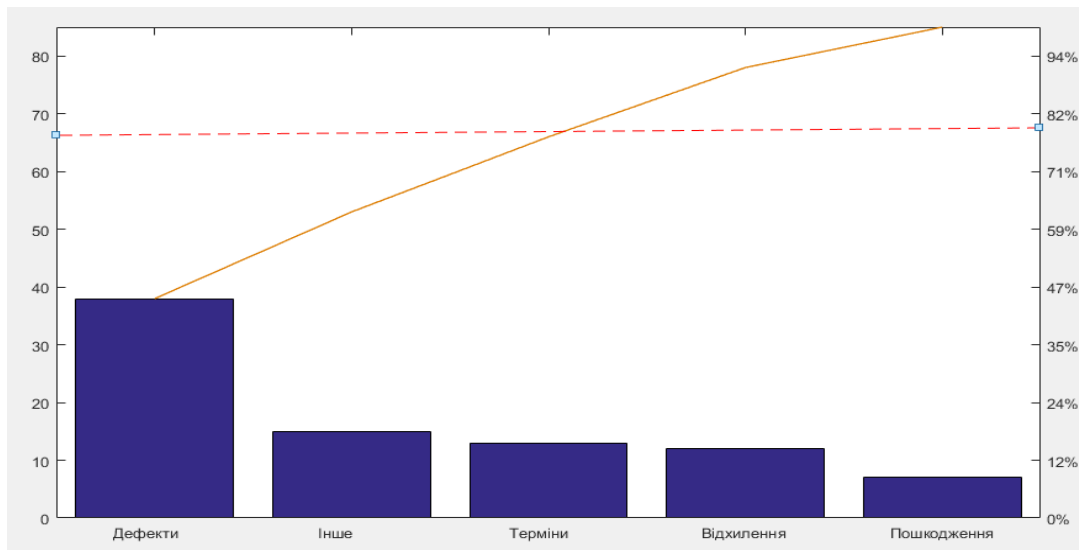


Рис. 7.6. Діаграма Парето

Для побудови діаграми можна скористатися стандартною функцією середовища Matlab – ***pareto (val, name)***, яка має такі значення: **val** – вектор значень; **name** – символьний рядок, що складається з підписів відповідних значень.

Якщо для кожної причини визначити вартість, то можна отримати діаграму, яка відображає відповідні втрати.

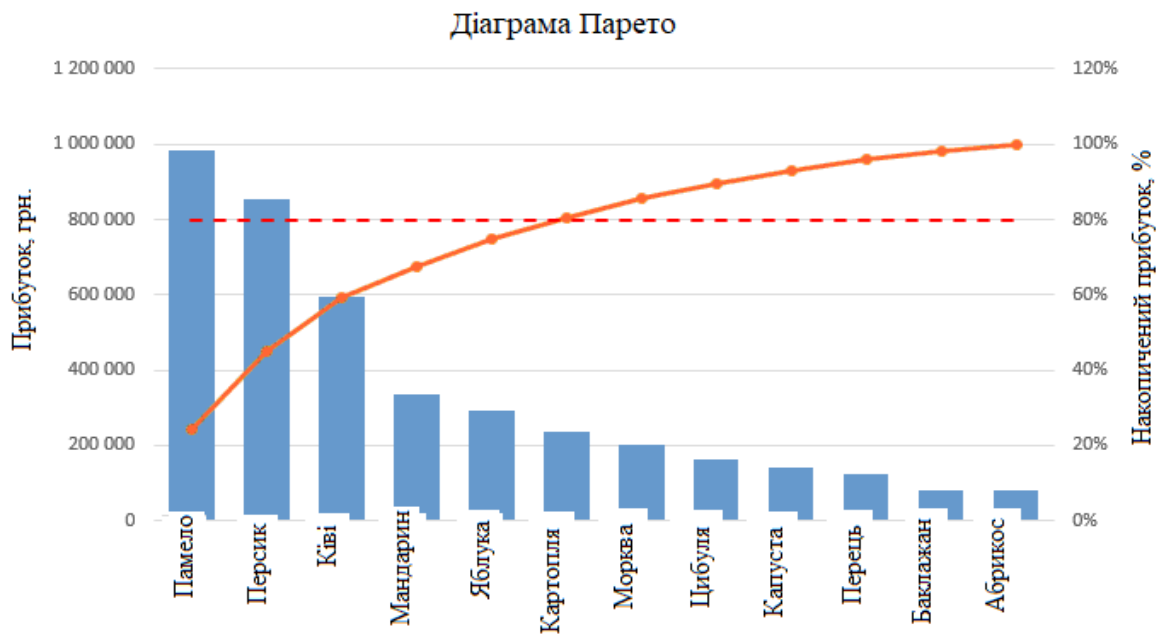


Рис. 7.7. Парето-діаграма прибутку від продажу овочевої продукції

За допомогою діаграми Парето зручно показувати, наприклад, які товари або клієнти приносять найбільший прибуток (рис. 7.7):

- кожен синій стовпчик гістограми є прибутком за товаром в абсолютних одиницях і відкладається по лівій осі;
- помаранчевий графік являє собою накопичений відсоток прибутку (тобто частку прибутку з наростаючим підсумком);
- на умовній межі у 80 % креслять порогову горизонтальну лінію для наочності. Усі товари лівіше точки перетину цієї лінії з графіком накопиченого прибутку приносять нам 80 % грошей, усі товари правіше – решту 20 %.

Контрольні запитання

1. До якого класу методів належать задачі оптимальності за Парето?
2. Дайте визначення поняттю «Парето-оптимальність».
3. Які операції називаються домінуючими і домінованими? Наведіть приклад.
4. Сформулюйте постановку задачі Парето-оптимальності.
5. Які множини називають областю компромісів і областю згоди?
6. За яким алгоритмом та правилами вирішується задача Парето-оптимальності для дискретних випадків?

7. Які є особливості побудови неперервної Парето-оптимальної множини?
8. Як аналітично можна побудувати компромісну криву для неперервної багатокритеріальної задачі?
9. Які ви знаєте способи звуження Парето-оптимальної множини?
10. Наведіть приклад застосування методу згортки для розв'язання задачі прийняття рішень на Парето-оптимальній множині.
11. У чому полягає сутність методів ЕЛЕКТРА і чим вони розрізняються?
12. Опишіть алгоритм методу ЕЛЕКТРА І.
13. Що таке діаграма Парето і як вона будується?
14. Які типи Парето-діаграм ви знаєте?
15. Наведіть приклад діаграми Парето.

Лекція 8

МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

8.1. Аналітична ієрархічна процедура Сааті

Метод аналізу ієрархій (МАІ) – математичний інструмент системного підходу до складних проблем прийняття рішень. МАІ не нав'язує особі, що приймає рішення (ОПР), будь-якого «правильного» рішення, а надає їй нагоду в інтерактивному режимі знайти такий варіант (альтернативу), який найкращим чином узгоджується з її розумінням суті проблеми й вимогами до її вирішення.

На початку 1970 року американський математик Томас Сааті розробив процедуру підтримки прийняття рішень, яку назвав *Analitic hierarchy process* (АНР). Цей метод належить до класу критеріальних і посідає особливе місце завдяки тому, що він отримав виключно широке поширення й активно застосовується дотепер, особливо у США. Із цієї причини він заслуговує докладного опису в окремому розділі. Не слід вважати, що його популярність пояснюється якимись важливими перевагами цього методу порівняно з іншими.

Хоч метод і вимагає певного обсягу обчислень, він добре алгоритмізований, тому його легко автоматизувати. На основі цього

методу розроблені досить серйозні системи підтримки прийняття рішень, наприклад Expert choice.

За цим методом вибір пріоритетних рішень здійснюється за допомогою парних порівнянь. Припустимо, що ми маємо три камені. Спробуємо оцінити їх вагу. Скажімо, *A* важчий за *B*, а *B* важчий за *C*. Аналогічно можна порівняти відносну важливість будь-яких кількісно невизначених факторів.

Для подання оцінок у кількісному виразі Т. Сааті вводить шкалу парних порівнянь, яку було наведено в лекції 4 (табл. 4.2).

Згідно з цією шкалою нас не цікавитиме відсутність фізичних чи об'єктивних одиниць виміру. Основною перевагою цього методу є те, що він є безрозмірним і не виникає проблем у приведенні до однакових одиниць виміру.

На 1-му етапі за допомогою принципу декомпозиції виявляються найбільш важливі елементи проблеми з їх взаємозв'язками, проблема формулюється у вигляді повної ієрархії або мережі.

Етап 1. Побудова ієрархічної структури (рис. 8.1).

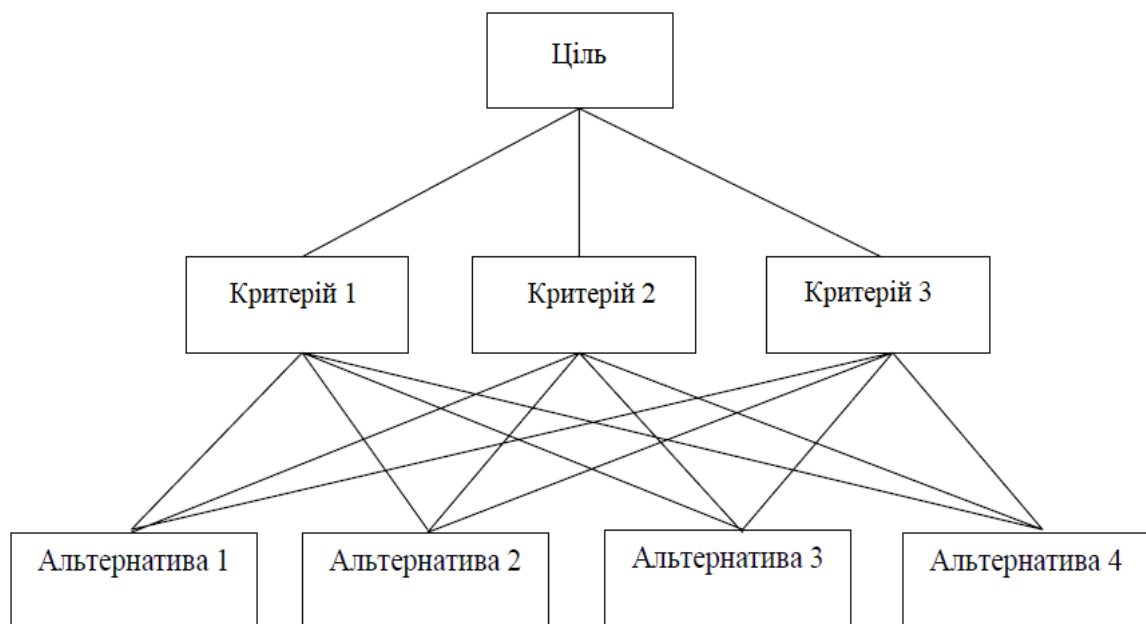


Рис. 8.1. Дерево ієрархій

Етап 2. На цьому етапі – етапі порівняльних суджень – виявляються пріоритети елементів завдання.

Етап 3 – етап синтезу: отримана інформація використовується для вироблення рішення й оцінки його якості.

Будь-який з етапів також може бути ієрархією, тоді результати одного етапу є вхідними даними для наступного і т. д.

Ієрархія вважається повною, якщо будь-який елемент заданого рівня функціонує як критерій для всіх елементів нижчого рівня.

У методі аналізу ієрархій елементи завдання порівнюються попарно за їх впливом («ваги», або «інтенсивності») на загальну для них характеристику. Проведемо парні порівняння, що призводять до матричної форми. Порівнюючи набір складових проблеми один з одним, отримуємо таку квадратну матрицю:

a_{11}	a_{12}	a_{13}	$\dots$	a_{1n}
a_{21}	a_{22}	a_{23}	$\dots$	a_{2n}
a_{31}	a_{32}	a_{33}	$\dots$	a_{3n}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	$\dots$	a_{nn}

Ця матриця має властивості зворотної симетричності: $a_{ij} = 1/a_{ji}$.

Нехай $A_1, A_2, \dots, A_n$ – множина з n елементів і $w_1, w_2, \dots, w_n$ – відповідно їх ваги, або інтенсивності. З використанням методу аналізу ієрархій вага, або інтенсивність, кожного елемента порівнюється з вагою, або інтенсивністю, будь-якого іншого елемента множини за загальною для них властивістю або цілі. Порівняння ваг можна надати у вигляді квадратної таблиці, у якій числа можуть бути розташовані таким чином:

w_1/w_1	w_1/w_2	w_1/w_3	$\dots$	w_1/w_n
w_2/w_1	w_2/w_2		$\dots$	w_2/w_n
w_3/w_1	w_3/w_2	w_3/w_3	$\dots$	w_3/w_n
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
w_n/w_1	w_n/w_2	w_n/w_3	$\dots$	w_n/w_n

Якщо $w_1, w_2, \dots, w_n$ невідомі заздалегідь, то попарні порівняння елементів виконуються з використанням суб'єктивних суджень, які оцінюються чисельно за деякою шкалою, а слідом за цим вирішується проблема знаходження компонента w .

Для фіксації результату порівняння пари альтернатив може використовуватися шкала, запропонована автором методу (табл. 4.2).

Значення 2, 4, 6, 8 використовуються для позначення проміжної між перерахованими значеннями ступеня переваги.

Якщо елемент i важливіший за елемент j , то у клітку заноситься позитивне ціле (від 1 до 9); в іншому випадку – зворотне число (дріб). Відносна важливість будь-якого елемента, що порівнюється із самим собою, дорівнює 1; тому діагональ матриці (елементи від лівого верхнього кута до нижнього правого) містить тільки одиниці. Симетричні клітини заповнюються зворотними величинами, а саме, якщо елемент A сприймається як «злегка більш важливий» (3 на шкалі) щодо елемента B , то вважаємо, що елемент B «злегка менш важливий» ($1/3$ на шкалі) щодо елемента A .

Коли проблеми зазначено ієрархічно, складається матриця для порівняння відносної важливості критеріїв на другому рівні за відповідним елементом загальної мети на першому рівні. Подібні матриці повинні бути побудовані для парних порівнянь кожного варіанта альтернативи на кожному рівні стосовно критеріїв попереднього вищого рівня.

Після побудови матриць оцінок потрібно перевірити їх узгодженість.

Теорема. Позитивна обернено симетрична квадратна матриця A узгоджена тоді і тільки тоді, коли $\lambda_{\max} = n$ (λ_i – власні числа).

Таким чином, для оцінки однорідності суджень експерта можна використовувати відхилення величини максимального власного значення $\lambda_{\max}$ від порядку матриці n .

Узгодженість судження оцінюється індексом однорідності (індексом узгодженості) або відношенням однорідності (відношенням узгодженості) відповідно до таких формул:

$$IO = IU = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}, \quad BO = BU = \frac{IO}{M(IO)},$$

де $M(IO)$ – середнє значення (математичне сподівання) індексу однорідності випадковим чином складеної матриці парних порівнянь, засноване на експериментальних даних. Значення вибирається з таблиці (табл. 8.1), вхідним параметром для вибору є розмірність матриці.

Таблиця 8.1

**Середнє значення індексу однорідності
залежно від порядку матриці**

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$M(IO)$	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51

Як допустиме вважається значення $BO \leq 0,10$. Якщо для матриці парних порівнянь $BO > 0,1$, то це свідчить про істотне порушення логіки суджень, допущене експертом під час заповнення матриці, тому експерту пропонується переглянути дані, використані для побудови матриці, щоб поліпшити однорідність.

Приклад. Нехай перед нами стоїть питання стосовно вибору роботи. Для вибору роботи нас цікавить:

- скільки *грошей* зароблятимемо;
- наскільки *цікаво* цим займатися;
- чи буде час на *власне життя*;
- *кар'єрні* перспективи;
- чи буде час бувати на *природі* або бачити сонце й дерева раз на рік;
- наскільки близька *культура* колег, сусідів та інших людей.

При цьому можливі такі альтернативи:

- нічого не міняти;
- переїхати до столиці;
- переїхати за кордон;
- зайнятися фрілансом чи якимось підприємництвом.

Відповідно до методу аналізу ієрархій, спочатку будується дерево ієрархій (рис. 8.2).

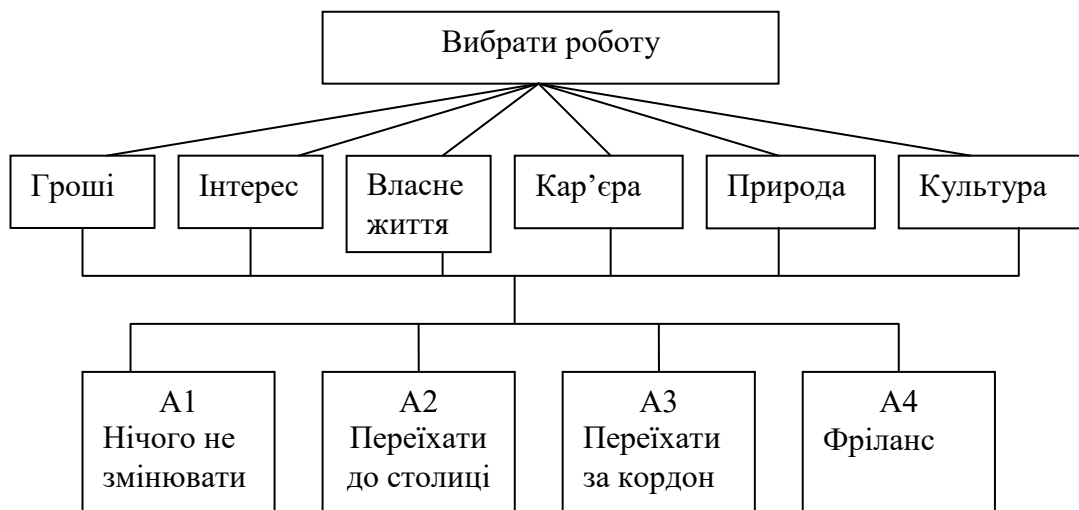


Рис. 8.2. Дерево ієрархій пошуку роботи

Далі, використовуючи шкалу Сааті, побудуємо матрицю оцінок критеріїв. Наприклад, що для нас важливіше: інтерес чи гроші? Інтерес важливіший, але не сказати, що дуже сильно. Якщо максимальна оцінка 9 до 1, то можна оцінити пріоритети як 5 до 1.

Чи, наприклад, що важливіше: гроші або наявність часу для життя, хобі? Чи готові ми заради додаткових грошей працювати у вихідні чи стояти по дві години у пробках? Оцінимо значимість цих критеріїв як 1 до 7. Продовжуючи цей процес, отримаємо матрицю оцінок критеріїв, наведену в табл. 8.2.

Таблиця 8.2

Матриця оцінок критеріїв

	Гроші	Інтерес	Життя	Кар'єра	Природа	Культура
Гроші	1	1/5	1/7	3	1/3	1/5
Інтерес	5	1	1/3	7	3	1
Життя	7	3	1	5	3	3
Кар'єра	1/3	1/7	1/5	1	1/3	1
Природа	3	1/3	1/3	3	1	1
Культура	5	1	1/3	1	1	1

Очевидно, що по діагоналі завжди будуть одиниці. Також очевидно, що всі оцінки будуть обернено симетричні щодо головної

діагоналі. Наприклад, якщо ми оцінюємо значущість «інтерес – гроші» як 5 до 1, то значущість «гроші – інтерес» буде 1 до 5.

Визначимо IO та BO для нашої матриці. Матриця має розмірність 6×6 ($n = 6$). Для цього потрібно знайти власні числа. Оцінку якості матриці виконуватимемо за такою схемою:

- 1) знайдемо середнє геометричне для кожного рядка нашої матриці:

$$a_i = \sqrt[6]{\prod_{j=1}^6 w_{ij}}, i = \overline{1,6}, a_1 = \sqrt[6]{1 \cdot 1/5 \cdot 1/7 \cdot 3 \cdot 1/3 \cdot 1/5} = 0,423,$$

$$a_2 = 1,809, a_3 = 3,133, a_4 = 0,383, a_5 = 1, a_6 = 1,089;$$

- 2) обчислимо суму середніх геометричних: $s = \sum_{i=1}^6 a_i = 7,836;$

- 3) обчислимо значення компонентів нормалізованого вектора

$$\text{пріоритетів: } НВП_i = \frac{a_i}{s};$$

$$НВП_1 = \frac{0,423}{7,836} = 0,054, НВП_2 = 0,231, НВП_3 = 0,4,$$

$$НВП_4 = 0,049, НВП_5 = 0,128, НВП_6 = 0,139.$$

Видно, що найбільш важливим є 3-й критерій – власне життя;

- 4) перевіримо узгодженість локальних пріоритетів шляхом розрахунку трьох характеристик:

4.1) власного числа матриці (сума добутків суми елементів стовпчика на відповідне значення нормалізованого вектора пріоритетів):

$$\lambda_{\max} = \sum_{j=1}^6 \left(\sum_{i=1}^6 a_{i,j} \cdot НВП_i \right) = 6,483;$$

$$4.2) \text{ індексу узгодженості: } IU = IO = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = 0,097;$$

$$4.3) \text{ відношення узгодженості: } BU = \frac{IU}{M(IO)} = \frac{0,097}{1,24} = 0,078.$$

Отримане значення $BU < 0,1$, отже, можна вважати, що наші оцінки є узгодженими.

На наступному кроці потрібно побудувати оціночні матриці попарного порівняння альтернатив за кожним критерієм. Для їх побудови знову скористаємося шкалою Сааті (рис. 8.3, рис. 8.4).

Гроші					Інтерес				
	A1	A2	A3	A4		A1	A2	A3	A4
A1	1	1/7	1/7	1/3	A1	1	7	9	5
A2	7	1	1	1	A2	1/7	1	1	1/3
A3	7	1	1	1	A3	1/9	1	1	1/3
A4	3	1	1	1	A4	1/5	3	3	1

Рис. 8.3. Матриці оцінок для попарних порівнянь

Власне життя					Кар'єра				
	A1	A2	A3	A4		A1	A2	A3	A4
A1	1	7	1	1/3	A1	1	1	7	1
A2	1/7	1	1/3	1/5	A2	1	1	3	1
A3	1	3	1	1	A3	1/7	1/3	1	1
A4	3	5	1	1	A4	1	1	1	1

Природа					Культура				
	A1	A2	A3	A4		A1	A2	A3	A4
A1	1	5	1/3	1/9	A1	1	1/3	1/7	3
A2	1/5	1	1/7	1/9	A2	3	1	3	1
A3	3	7	1	1/5	A3	7	1/3	1	1/5
A4	9	9	5	1	A4	1/3	1	5	1

Рис. 8.4. Матриці оцінок для попарних порівнянь

Після чого обчислюємо компоненти власних векторів і перевіряємо узгодженість кожної матриці за попереднім алгоритмом. Якщо матриці узгоджені, то складаємо матрицю з власних векторів для альтернатив за кожним критерієм. Обчислення виконуються відповідно до третього кроку нашого алгоритму (табл. 8.3).

Матриця власних векторів альтернатив

	Гроші	Інтерес	Життя	Кар'єра	Природа	Культура
A1	0,059	0,671	0,256	0,369	0,096	0,143
A2	0,335	0,074	0,065	0,298	0,035	0,402
A3	0,335	0,070	0,272	0,106	0,210	0,192
A4	1,271	0,185	0,407	0,227	0,659	0,264

Отримана матриця (табл. 8.2) множиться на нормований власний вектор матриці попарних оцінок критеріїв (табл. 8.3):

$$\begin{vmatrix} 0,059 & 0,671 & 0,256 & 0,369 & 0,096 & 0,143 \\ 0,335 & 0,074 & 0,065 & 0,298 & 0,035 & 0,402 \\ 0,335 & 0,070 & 0,272 & 0,106 & 0,210 & 0,192 \\ 1,271 & 0,185 & 0,407 & 0,227 & 0,659 & 0,264 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0,054 \\ 0,231 \\ 0,400 \\ 0,049 \\ 0,128 \\ 0,139 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,310 \\ 0,136 \\ 0,202 \\ 0,352 \end{vmatrix}$$

Серед отриманих значень вибираємо максимальне, воно відповідає кращій альтернативі. Для нашої задачі це четверта альтернатива A4 – фріланс.

У розглянутому прикладі ми мали справу з простим дворівневим деревом ієрархій, але на практиці зустрічаються більш складні задачі. Наприклад, Сааті у своїй книзі розглядав приклад трирівневого дерева ієрархій, але принцип відшукування кращого рішення той самий, лише значно збільшується кількість обчислень. Зрозуміло, що задачі зі значною величиною висоти ієрархічного дерева вимагають виконання великої кількості математичних операцій, серед яких є нетривіальні (наприклад, обчислення власних чисел), тому недоцільно переобтяжувати задачу.

Приклад (із книги Т. Сааті). Розглянемо загальне благополуччя індивідуума – вищий рівень ієрархії. На цей рівень здебільшого впливають дитячі, юнацькі й дорослі враження. Факторами розвитку та

зрілості, і це позначається на благополуччі, можуть бути як вплив батька і матері окремо, так і їх спільний вплив як батьків, соціально-економічний фон, відносини з братами і сестрами, група ровесників, шкільне навчання, релігійний статус тощо.

На перераховані вище фактори, які становлять другий рівень ієрархії, впливають відповідні критерії. Наприклад, вплив батька може бути розбито на категорії, як-от його темперамент, строгість, турбота і прихильність.

Відносини з братами і сестрами можна далі характеризувати їх кількістю, різницею у віці, простором. Моделювання впливу і ролі ровесників забезпечує яскравішу картину впливу друзів, навчання у школі та вчителів.

Як альтернативну основу опису для другого рівня можна додати почуття власної гідності, впевненість у майбутньому, адаптованість до нових людей і нових обставин тощо, які впливають або перебувають під впливом розташованих вище елементів.

Більш повна основа психологічної передісторії може на кожному рівні містити кілька сотень елементів, вибраних експертами й розташованих таким чином, щоб отримати максимальне розуміння індивідуума.

Розглянемо обмежений випадок, де індивідуум, що досліджується, відчуває, що впевненість у собі підірвана й соціальна пристосовність ослаблена заборонами в дитинстві. Йому ставлять запитання тільки про дитячі враження і просять попарно встановити зв'язок між такими елементами на кожному рівні. За результатами опитування були виявлені основні фактори, що впливають на загальне благополуччя, і зв'язки між ними, а також степінь їх впливу.

На основі отриманих даних побудоване дерево ієрархій, де основна мета – загальне благополуччя (ЗБ).

Перший рівень ієрархії: Д – почуття власної гідності; У – почуття впевненості в майбутньому; А – здатність адаптуватися до інших.

Другий рівень ієрархії: П – явна прихильність, виявлена стосовно суб'єкта; Е – ідеї строгості, етики; Н – дійсне покарання дитини; Л – підкреслення особистої пристосовності до інших.

Третій рівень ієрархії: М – вплив матері; О – вплив батька; Р – вплив обох батьків. Це альтернативи впливу стосовно формування особистих якостей (факторів).

Відповідне дерево ієрархій наведено на рис. 8.3.

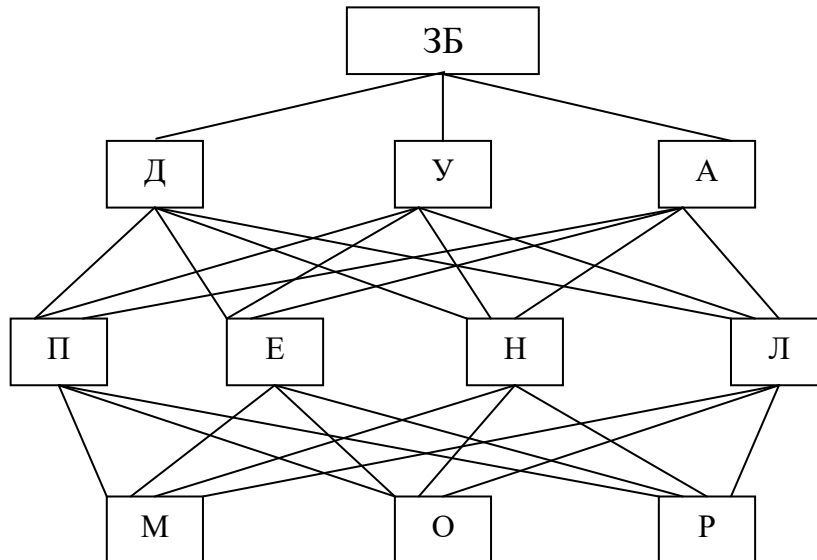


Рис. 8.3. Трирівневе дерево ієрархій «задоволеності індивідуума»

Також на кожному рівні за кожним критерієм побудовані оціночні матриці. Для кожної матриці визначені власні вектори й показники якості оцінок.

$$ЗБ = \begin{array}{c|ccc} & Д & У & А \\ \hline Д & 1 & 6 & 4 \\ У & 1/6 & 1 & 3 \\ А & 1/4 & 1/3 & 1 \end{array}$$

$$V_{ЗБ} = (0,701; 0,193; 0,106), \quad \lambda_{\max} = 3,26,$$

$$IO = 0,07, \quad BU = 0,12;$$

		Π	Ε	Η	Λ
	Π	1	6	6	3
Δ	= Ε	1/6	1	4	3
	Η	1/6	1/4	1	1/2
	Λ	1/3	1/3	2	1

$$V_{\Delta} = (0,604; 0,213; 0,064; 0,119)$$

$$\lambda_{\max} = 4,35, IO = 0,12,$$

$$BY = 0,13$$

		Π	Ε	Η	Λ
	Π	1	6	6	3
Υ	= Ε	1/6	1	4	3
	Η	1/6	1/4	1	1/2
	Λ	1/3	1/3	2	1

$$V_{\Upsilon} = (0,604; 0,213; 0,064; 0,119)$$

$$\lambda_{\max} = 4,35, IO = 0,12,$$

$$BY = 0,13$$

		Π	Ε	Η	Λ
	Π	1	1/5	1/3	1
Α	= Ε	5	1	4	1/5
	Η	3	1/4	1	1/4
	Λ	1	5	4	1

$$V_A = (0,127; 0,281; 0,120; 0,463)$$

$$\lambda_{\max} = 5,42, IO = 0,47$$

$$BY = 0,52$$

		Μ	Ο	Ρ
	Μ	1	9	4
Π	= Ο	1/9	1	8
	Ρ	1/4	1/8	1

$$V_{\Pi} = (0,721; 0,210; 0,069)$$

$$\lambda_{\max} = 4, IO = 0,33, BY = 0,57$$

		Μ	Ο	Ρ
	Μ	1	1	1
Ε	= Ο	1	1	1
	Ρ	1	1	1

$$V_E = (0,333; 0,333; 0,333)$$

$$\lambda_{\max} = 3, IO = 0, BY = 0$$

		Μ	Ο	Ρ
	Μ	1	9	6
Η	= Ο	1/9	1	1/4
	Ρ	1/6	4	1

$$V_H = (0,713; 0,061; 0,176)$$

$$\lambda_{\max} = 3,11, IO = 0,06,$$

$$BY = 0,1$$

		Μ	Ο	Ρ
	Μ	1	5	5
=	Ο	1/5	1	1/3
Λ	Ρ	1/5	3	1

$$V_{\Lambda} = (0,701; 0,097; 0,202)$$

$$\lambda_{\max} = 3,14, IO = 0,07,$$

$$BY = 0,12$$

Виконаємо ієрархічний синтез:

$$\begin{pmatrix} 0,721 & 0,333 & 0,713 & 0,701 \\ 0,210 & 0,333 & 0,061 & 0,097 \\ 0,069 & 0,333 & 0,176 & 0,202 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,604 & 0,604 & 0,127 \\ 0,213 & 0,213 & 0,281 \\ 0,064 & 0,064 & 0,120 \\ 0,119 & 0,119 & 0,463 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 0,701 \\ 0,193 \\ 0,106 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,635 \\ 0,208 \\ 0,156 \end{pmatrix}.$$

За отриманими результатами індивідууму порадили більше спілкуватися з батьком з метою врівноваження впливу батьків.

У наведеному прикладі деякі матриці неузгоджені, що впливає на якість оцінки. У такій ситуації виконується повторний аналіз або опитування з метою досягнення задовільних показників узгодженості. Однак слід розуміти, що людині в цій ситуації не можна було повторно ставити ті самі запитання доти, доки всі матриці не стали б однорідними.

Після рішення задачі синтезу ієрархії оцінюється однорідність усієї ієрархії за допомогою підсумовування показників однорідності всіх рівнів, наведених шляхом зважування до першого ієрархічному рівня.

Нехай IU_1 – індекс узгодженості першого рівня;
 $IU_{21}, IU_{22}, IU_{23}$ – індекси узгодженості другого рівня;
 $IU_{31}, IU_{32}, IU_{33}, IU_{34}$ – індекси узгодженості третього рівня. Тоді індекс однорідності ієрархії можна визначити таким чином:

$$\begin{aligned}
IO_I &= IO_1 + V_{3B}^T \cdot \begin{pmatrix} IO_{21} \\ IO_{22} \\ IO_{23} \end{pmatrix} + V_{3B}^T \cdot (V_D \quad V_Y \quad V_A)^T \cdot \begin{pmatrix} IO_{31} \\ IO_{32} \\ IO_{33} \\ IO_{34} \end{pmatrix} = \\
&= 0,07 + (0,701 \quad 0,193 \quad 0,106) \cdot \begin{pmatrix} 0,12 \\ 0,12 \\ 0,12 \end{pmatrix} + (0,701 \quad 0,193 \quad 0,106) \times \\
&\times \begin{pmatrix} 0,604 & 0,213 & 0,064 & 0,119 \\ 0,604 & 0,213 & 0,064 & 0,119 \\ 0,127 & 0,281 & 0,120 & 0,463 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,33 \\ 0,00 \\ 0,06 \\ 0,07 \end{pmatrix} = 0,42
\end{aligned}$$

Для оцінки відношення однорідності використовують такий вираз:

$$BY = \frac{IO_I}{M(IO_I)},$$

де

$$\begin{aligned}
M(IO_I) &= M(IO_1) + V_{3B}^T \cdot \begin{pmatrix} M(IO_{21}) \\ M(IO_{22}) \\ M(IO_{23}) \end{pmatrix} + V_{3B}^T \cdot (V_D \quad V_Y \quad V_A)^T \cdot \begin{pmatrix} M(IO_{31}) \\ M(IO_{32}) \\ M(IO_{33}) \\ M(IO_{34}) \end{pmatrix} = \\
&= 0,58 + (0,701 \quad 0,193 \quad 0,106) \cdot \begin{pmatrix} 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \end{pmatrix} + (0,701 \quad 0,193 \quad 0,106) \times \\
&\times \begin{pmatrix} 0,604 & 0,213 & 0,064 & 0,119 \\ 0,604 & 0,213 & 0,064 & 0,119 \\ 0,127 & 0,281 & 0,120 & 0,463 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,58 \\ 0,58 \\ 0,58 \\ 0,58 \end{pmatrix} = 2,06. \\
BY &= \frac{IO_I}{M(IO_I)} = \frac{0,42}{2,06} = 0,20.
\end{aligned}$$

Головним завданням у застосуванні методу аналізу ієрархій Сааті є побудова якісної моделі задачі, а саме:

- визначення альтернатив і критеріїв їх оцінки та побудова дерева ієрархій;
- правильне визначення оціночних матриць.

Отримання рішення на основі коректно заданих вихідних даних є вже суто технічним завданням, для вирішення якого створено багато автоматизованих систем.

8.2. Переваги та перспективи МАІ

Основне застосування методу – підтримка прийняття рішень у вигляді ієрархічної композиції задачі. Розглянемо можливості методу.

1. Метод дає змогу провести аналіз проблеми. При цьому проблема прийняття рішення подається у вигляді ієрархічно упорядкованих:

- а) головної мети (головного критерію) рейтингування можливих рішень;
- б) кількох груп (рівнів) однотипних факторів, що так чи інакше впливають на рейтинг;
- в) групи можливих рішень;
- г) системи зв'язків, що вказують на взаємний вплив факторів і рішень.

2. Метод дає змогу оцінити суперечливість даних і мінімізувати її.

Із цією метою в методі аналізу ієрархій розроблено процедури узгодження. Зокрема, є можливість визначати найбільш суперечливі дані, завдяки чому можна виявити найменш зрозумілі ділянки проблеми й організувати ретельніше вибіркове її обмірковування.

3. Метод дає змогу провести синтез проблеми ухвалення рішення.

Після того як проведено аналіз проблеми й зібрано дані за всіма кластерами, за спеціальним алгоритмом розраховується підсумковий рейтинг – набір пріоритетів альтернативних рішень, що дає змогу підтримувати прийняття рішень. Наприклад, приймається рішення із найбільшим пріоритетом. Крім того, за цим методом можна побудувати

рейтинги груп факторів і в подальшому оцінювати важливість кожного фактора.

4. Метод дає змогу оцінити важливість обліку кожного рішення й важливість обліку кожного фактора, що впливає на пріоритети рішень.

Відповідно до формулювання завдання прийняття рішення величина пріоритету безпосередньо пов'язана з оптимальністю рішення. Тому рішення з низькими пріоритетами відкидаються як несуттєві. Як зазначено вище, метод дає змогу оцінювати пріоритети факторів. Тому, якщо за винятком деякого фактора пріоритети рішень змінюються незначно, такий фактор можна вважати несуттєвим для задачі.

5. Метод дає змогу оцінити стійкість прийнятого рішення.

Рішення, що приймається, можна вважати обґрунтованим лише за умови, що неточність даних або неточність структури моделі ситуації прийняття рішення не впливають істотно на рейтинг альтернативних рішень.

До недоліків методу можна віднести ступінь об'єктивності вихідних даних, але в силу своєї простоти і зрозумілості МАІ знайшов широке застосування в різноманітних сферах діяльності, від технічних і управлінських задач до банківської справи та медицини.

На сьогодні існує ряд модифікацій методу, які полягають у його поєднанні з іншими підходами та методами. Наприклад, він широко застосовується в експертних системах і системах нечіткого виводу.

Контрольні запитання

1. У чому полягає сутність методу аналізу ієрархій?
2. Ким і коли було запропоновано МАІ?
3. Який принцип лежить в основі методу Сааті?
4. На основі чого в методі Сааті визначаються оцінки критеріїв і альтернатив?
5. Який математичний апарат лежить в основі процедури парних порівнянь?
6. За яким принципом будуються оціночні матриці парних порівнянь?

7. Яким вимогам повинна задовольняти оціночна матриця?
8. Як визначається узгодженість оцінок критеріїв і альтернатив?
9. Як визначається середнє значення індексу однорідності?
10. У якому випадку значення відношення однорідності є прийнятним?
11. З яких етапів складається алгоритм методу Сааті?
12. У чому полягає перший етап МАІ?
13. Які основні проблеми пов'язані з виконанням першого етапу МАІ?
14. У чому полягає другий етап МАІ?
15. Які дії виконуються на третьому етапі МАІ?
16. Як визначаються компоненти власного вектора оціночної матриці?
17. Які висновки можна зробити за значеннями компонентів власного вектора?
18. Як визначається максимальне значення власного числа оціночної матриці?
19. На основі якої процедури визначаються результуючі оцінки альтернатив?
20. Як виконується процедура Сааті для багаторівневого дерева ієрархій?
21. У чому полягає побудова моделі МАІ?
22. Які основні переваги МАІ ви можете назвати?
23. Які недоліки, на вашу думку, має метод аналізу ієрархій?

Список літератури

1. Коряшкіна Л. С. Моделі й методи прийняття рішень : навч. посібник. – Дніпропетровськ : НГУ, 2014. – 300 с.
2. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 256 с.
3. Волошин О. Ф. Моделі та методи прийняття рішень : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О. Ф. Волошин, С. О. Машенко. – 2-ге вид., перероб. та допов. – Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 336 с.
4. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
5. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория вычисления и приложения. Пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1992. – 504 с.
6. Дмитриенко В. Д. Введение в теорию и методы принятия решений : учеб. пособие / В. Д. Дмитриенко, В. А. Кравец, С. Ю. Леонов. – Харьков : Нац. техн. ун-т «Харьк. политехн. ин-т», 2008. – 141 с.
7. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. Пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1989. – 316 с.

Навчальне видання

ГОРДА Олена Володимирівна

ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Конспект лекцій

У двох частинах

Частина 1

Редагування та коректура *Т. В. Івченко*

Комп'ютерне верстання *Т. І. Кукарєвої*

Підписано до друку 04.09.2023. Формат 60 x 84 ^{1/16}

Ум. друк. арк. 6,97. Обл.-вид. арк. 7,5.

Електронний документ. Вид. № 13/І-23.

Видавець і виготовлювач

Київський національний університет будівництва і архітектури

Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03680

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002