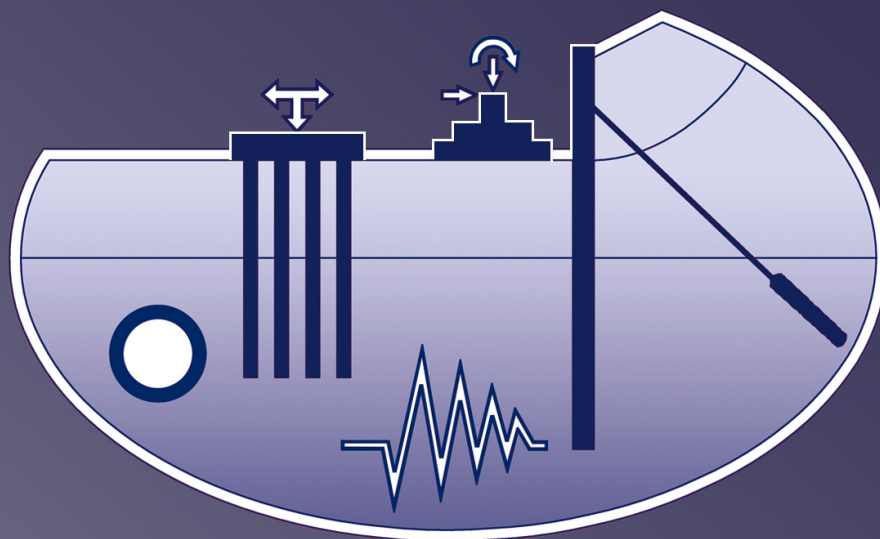


DOI:10.32347/0475-1132.51.2025

ISSN 0475-1132 (PRINT)

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА  
І АРХІТЕКТУРИ

KYIV NATIONAL UNIVERSITY  
OF CONSTRUCTION AND  
ARCHITECTURE



ОСНОВИ ТА  
ФУНДАМЕНТИ

BASES AND  
FOUNDATIONS

НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ  
ЗБІРНИК

SCIENTIFIC AND TECHNICAL  
JOURNAL

ВИПУСК

51

ISSUE

2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

# **ОСНОВИ ТА ФУНДАМЕНТИ**

Науково-технічний збірник

**ВИПУСК 51**

Заснований 1968 року

За редакцією Ігоря Бойка

КИЇВ 2025

Науково-технічний збірник «**Основи та фундаменти**». Випуск 51. За загальною редакцією Ігоря Бойка. К.: КНУБА, 2025. 100 с. DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025

У збірнику опубліковано матеріали доповідей XI української конференції механіки ґрунтів і геотехніки та статті, присвячені актуальним питанням геотехніки, наведено результати досліджень взаємодії елементів системи «основа – фундамент – надземні конструкції», впливу сейсмічних або інших динамічних навантажень, фундаментів на слабких ґрунтах, фундаментів глибокого закладання, утримуючих конструкцій, оцінки стійкості схилів зсувонебезпечних територій, визначення параметрів ґрунтів польовими та лабораторними методами, висвітлюються також інші проблеми геотехніки та фундаментобудування.

Збірник розрахований на наукових та інженерно-технічних працівників науково-дослідних, проектних та будівельних організацій.

Видання здійснює публікації за спеціальностями:

192 «Будівництво та цивільна інженерія»

194 «Гідротехнічне будівництво, водна інженерія та водні технології»

#### Редакційна колегія:

Ігор Бойко,	Україна - відп. редактор	Володимир Сахаров,	Польща
Людмила Бондарева,	Україна - відп. секретар	Олександр Сахаров,	Україна
Віктор Носенко	Україна	Володимир Сєдін,	Україна
Юрій Винников,	Україна	Олександр Трофимчук,	Україна
Михайло Дубровський,	Україна	Вальдемар Шайна,	Польща
Микола Корнієнко,	Україна	Рольф Катценбах,	Німеччина

*Рекомендовано до видання рішенням Вченої ради Київського національного університету будівництва і архітектури, протокол № 39 від 25.12.2025 року.*

Редактор набору:	Людмила Бондарева
Дизайн обкладинки:	Віталій Ручківський
Лінгвістичний консультант:	Тетяна Диптан

УДК 624.15

ББК 38.58

О-75

© Київський Національний університет будівництва і архітектури, 2025

**Адреса редакції:** к.109, к.121, КНУБА, просп. Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03037,  
Телефон редакції: (044) 241-55-03, (044) 245-41-24

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

KYIV NATIONAL UNIVERSITY  
OF CONSTRUCTION AND ARCHITECTURE

# **BASES AND FOUNDATIONS**

Scientific and Technical Journal

**ISSUE 51**

Established in 1968

Edited by Igor Boyko

KYIV 2025

Scientific edition  
**ISSN 0475-1132 (Print)**

Certificate of state registration  
**KB № 4038 від 14.02.2000**

Scientific and Technical Journal «**Bases and Foundations**». Issue 50. Edited by Igor Boyko. K. KNUCA, 2025. 100 p. DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025

The journal contains the materials of the reports of the XI Ukrainian Conference of Soil Mechanics and Geotechnics and articles on topical challenges of geotechnics. There are the results of interaction between elements of the system «base - foundation – superstructures», influence of seismic or other dynamic loads; designing foundations on weak soils, exploration of the deep foundations, retaining structures, assessment of the slope stability of landslide areas, determination of soil parameters by in-situ and laboratory tests.

The journal is designed for scientific, engineering and technical specialists of scientific, research, design and construction organizations.

The journal publishes in the following specialties:

192 «Construction and civil engineering»

194 «Hydraulic engineering, water engineering and water technologies»

#### **Editorial board:**

Igor Boyko,	Ukraine - managing editor	Volodymyr Sakharov,	Poland
Liudmyla Bondareva,	Ukraine - executive secretary.	Oleksandr Sakharov,	Ukraine
Viktor Nosenko	Ukraine	Volodymyr Sedin,	Ukraine
Yuriy Vynnykov,	Ukraine	Oleksandr Trofymchuk,	Ukraine
Michael Doubrovsky,	Ukraine	Waldemar St Szajna,	Poland
Mykola Kornienko,	Ukraine	Rolf Katzenbach,	Germany

*Recommended for publication by the resolution of the Academic Council of the Kyiv National University of Construction and Architecture, protocol No. 39 from 25.12.2025*

Typeset: Liudmyla Bondareva  
Cover design: Vitalii Ruchkivskyi  
Linguistic consultant: Tetiana Dyptan

UDK 624.15

BBK 38.58

O-75

© Kyiv National University of Construction and Architecture, 2025

**Editorial Office address:** off.109, off.121, KNUCA, Povitryanykh Syl ave., 31, Kyiv, 03037,  
Editorial phone: (044) 241-55-03, (044) 245-41-24

## ПЕРЕДМОВА

При проектуванні геотехнічних об'єктів завжди необхідно забезпечувати надійність і безпеку їх експлуатації, їх економічність і їх архітектурну виразність (красу). Для цього слід вибрати ефективний алгоритм дій усіх учасників створення будівельного об'єкту. Стратегічний план геотехніків України є зближення вимог ДБН України до стандартів Європейського Союзу (Єврокод 7), бо сьогодні залишилося ще багато тексту із норм радянського періоду. Особливо слід наголосити на розбіжностях в програмах інженерно-геологічних вишукувань, які проводять в один етап, що не забезпечує вибір раціонального типу фундаментів і основи. В європейських нормах аналогічні дослідження основи проводять в два етапи: перший- геологічний; другий геотехнічний. Такий підхід забезпечує вибір і обґрунтування раціонального фундаменту, а також можливість передбачити інженерні заходи для покращення основи і завчасно врахувати впливи на неї (зсуви, сейсміка, рівень ґрунтових вод та інші природні та антропогенні фактори).

Ще необхідно розглядати взаємодію елементів системи "основа- фундамент- надземні конструкції", як єдину систему. Такий підхід забезпечує одночасно надійність та економічність проектного рішення з урахуванням періоду будівництва та експлуатації. На кафедрі геотехніки КНУБА є досвід використання такого підходу на відомих об'єктах, а саме: саркофаг Чорнобильської АЕС, стартовий майданчик на космодромі в Бразилії, висотні будинки Києві та інших містах України.

При проектуванні відповідальних об'єктах необхідно передбачати організацію наукового супроводу на період будівництва і не менше двох років після введення в експлуатацію, що забезпечить інформацію для оцінки вимог нормативної документації в регіональних ґрунтових умовах і дозволить оцінити ефективність прийнятих проектних рішень.

Ігор БОЙКО,  
д.т.н., професор,  
відповідальний редактор  
професор кафедри геотехніки

***ДЛЯ НОТАТОК***

**ЗМІСТ****Ігор БОЙКО, Олександр П'ЯТКОВ**

*Застосування методу кутових точок та числового моделювання для оцінки взаємного впливу фундаментів* 9-16

**Наталія БЛАЩУК, Олексій ЩЕВЧУК**

*Вплив золи винесення на міцнісні характеристики ґрунтоцементну* 17-25

**Людмила БОНДАРЕВА, Василь БЕГАН**

*Інтегрована методика оцінки фізико-механічних характеристик флішу Карпат з використанням геофізики та числового FEM/LEM-аналізу стійкості схилів* 26-35

**Наталія БЛАЩУК, Михайло ПЕРЕБИЙНІС**

*Різниця в роботі бурових і забивних паль в складі стрічково-пального фундаменту за результатами фізичного моделювання* 36-42

**Тетяна ДИПТАН, Олег МАЛИШЕВ**

*Будівельно інформаційне моделювання в прикладних задачах геотехніки* 43-49

**Вероніка ЖУК, Олександр ГАВРИЛЮК**

*Застосування методу кутових точок у аналізі напружень під плитним фундаментом: порівняння з числовим моделюванням (модель Кулона-Мора)* 50-58

**Остап КАШОЇДА, Олександр ГАВРИЛЮК**

*Визначення напружень у ґрунтовій основі під плитним фундаментом: метод кутових точок і лінійно-пружне моделювання* 59-66

**Віктор НОСЕНКО, Артур МАЛАМАН**

*Оцінка стійкості схилу в Карпатському регіоні з використанням різних розрахункових методів* 67-74

**Остап КАШОЇДА, Вероніка ЖУК**

*Порівняння аналітичного та числового підходів до визначення напружень у ґрунті під плитним фундаментом* 75-82

**Олександр ЛИТВИН, Віталій РУЧКІВСЬКИЙ**

*Числове моделювання поведінки групи паль у піщаних ґрунтах при вертикальному статичному навантаженні* 83-90

**Віктор НОСЕНКО, Дмитро НЕЧИПОРЕНКО**

*Числове моделювання дії удару та вибуху на елементи системи «основа - захисна споруда»* 91-98

*ДЛЯ НОТАТОК*

## Застосування методу кутових точок та числового моделювання для оцінки взаємного впливу фундаментів

Ігор БОЙКО<sup>1</sup>, Олександр П'ЯТКОВ<sup>2</sup>

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037

<sup>1</sup> boyko.ip@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-6841-0271>

<sup>2</sup> av.pyatkov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-8797-151X>

DOI: 10.32347/0475-1132.50.2025.9-16

**Анотація.** У роботі представлено результати дослідження впливу нового фундаменту на напружено-деформований стан ґрунтової основи та існуючого фундаменту сусідньої споруди. Метою дослідження було порівняння ефективності та точності традиційної аналітичної методики - методу кутових точок - із числовим моделюванням у середовищі програмного комплексу ЛПРА-САПР, що реалізує пружно-пластичну поведінку ґрунту.

Отримані результати показали, що аналітичний метод кутових точок дозволяє швидко оцінити зони можливих додаткових осідань і впливу на сусідні споруди, проте не враховує реального розподілу напружень у неоднорідному ґрунтовому масиві та взаємодії з жорсткістю фундаментних конструкцій. Натомість числове моделювання в ПК ЛПРА-САПР забезпечує детальніший аналіз напружено-деформованого стану ґрунту, дозволяє врахувати складну геометрію та нелінійну роботу матеріалів, що особливо важливо у випадках складних ґрунтових умов і наявності декількох сусідніх фундаментів.

Порівняння результатів двох підходів показало узгодженість у прогнозі загальних тенденцій зміни осідань і напружень, але водночас виявило розбіжності в абсолютних значеннях переміщень, які у ряді випадків сягали 20–30 %.

Результати дослідження показали, що навіть за відносно жорсткого ґрунту з модулем деформації  $E=28$  МПа взаємний вплив фундаментів може бути істотним і потребує врахування у проектуванні для запобігання виникнення нерівномірних деформацій існуючої споруди. Відмінності між результатами двох методик вказують на те, що використання лише аналітичного підходу може призвести до недооцінки ризику нерівномірних деформацій існуючої споруди.



**Ігор БОЙКО**  
професор кафедри  
геотехніки  
д.т.н., проф.



**Олександр П'ЯТКОВ**  
доцент кафедри  
геотехніки  
к.т.н., доц.

Дослідження показало, що новий плитний фундамент суттєво впливає на напружено-деформований стан ґрунту та осідання існуючого фундаменту. Аналітичний метод кутових точок дозволяє швидко оцінити орієнтовний рівень додаткових осідань та зону впливу, проте результати мають усереднений характер. Числове моделювання у ПК ЛПРА-САПР із використанням пружно-пластичної моделі відображає реальний розподіл напружень, локальні максимуми осідань та пластичні деформації ґрунту, що підвищує точність прогнозу. Дана робота присвячена пам'яті Городецького Олександра Сергійовича.

**Ключові слова.** взаємодія фундаментів, метод кутових точок, числове моделювання, ПК ЛПРА-САПР, пружно-пластична модель, напружено-деформований стан ґрунту, осідання, вплив на сусідні споруди.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Сучасна практика проектування у щільній міській забудові часто пов'язана з

необхідністю зведення нових споруд у безпосередній близькості до існуючих будівель та інженерних мереж. У таких умовах основним завданням геотехнічного аналізу є прогноз змін напружено-деформованого стану ґрунтової основи та оцінка додаткових осідань сусідніх фундаментів під впливом нового навантаження.

Неврахування взаємодії фундаментів або використання спрощених підходів може призвести до недооцінки деформацій і, як наслідок, до пошкодження існуючих споруд чи зростання вартості будівельних заходів. Традиційно для оцінки впливу нового навантаження на ґрунт застосовується аналітичний метод кутових точок (Steinbrenner, 1936), який дозволяє швидко визначати осідання та зони впливу без складних обчислень. Проте цей метод ґрунтується на ряді припущень: однорідність ґрунтової товщі, лінійно-пружна робота ґрунту, ідеалізовані форми фундаментів. Такі спрощення обмежують його точність у реальних інженерно-геологічних умовах. У свою чергу, сучасні програмні комплекси (зокрема, ЛІРА-САПР) дають змогу виконувати числове моделювання із використанням фізично нелінійних моделей ґрунту, що дозволяє врахувати неоднорідність, стратифікацію та пластичні деформації. Проте питання порівняння результатів числових і аналітичних методів (Dagdeviren, 2025; Glushkov, 2020), а також визначення меж їх застосування, залишаються актуальними і потребують дослідження.

## МЕТА РОБОТИ

Метою дослідження є порівняльна оцінка аналітичного методу кутових точок та числового моделювання у середовищі ПК ЛІРА-САПР (з використанням пружно-пластичної моделі ґрунту) для прогнозу впливу нового фундаменту на напружено-деформований стан ґрунтової основи та осідання існуючої споруди.

Для досягнення поставленої мети передбачалося:

- Проаналізувати можливості та обмеження аналітичної методики кутових

точок у задачах оцінки взаємодії фундаментів.

- Виконати числове моделювання системи «ґрунт – фундамент – споруда» у ПК ЛІРА-САПР із використанням реалістичних ґрунтових параметрів і врахуванням нелінійної поведінки ґрунту.
- Порівняти результати двох методів за ключовими показниками (напруження, осідання, зона впливу нового фундаменту).
- Визначити ступінь розбіжностей та окреслити межі застосування аналітичного й числового підходів.
- Надати практичні рекомендації щодо комбінованого використання обох методів для підвищення точності та надійності геотехнічних розрахунків.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Основна частина роботи спрямована на аналіз впливу нового фундаменту на стан ґрунтової основи та існуючої споруди за допомогою двох підходів: аналітичного та числового. Для досягнення поставленої мети проведено комплексну оцінку напружено-деформованого стану системи «ґрунтова основа – фундамент» з використанням вихідних даних щодо інженерно-геологічних умов ділянки та конструктивних параметрів фундаментів.

На першому етапі дослідження виконано розрахунки за аналітичним методом кутових точок, який широко застосовується в інженерній практиці завдяки простоті та швидкості отримання результатів. Метод дозволяє визначити додаткові осідання ґрунтової основи та зони впливу нового фундаменту на сусідні споруди, однак ґрунтується на низці спрощень і не завжди відображає складну поведінку ґрунтового масиву.

Другий етап полягав у побудові та аналізі числової моделі у середовищі ПК ЛІРА-САПР із використанням пружно-пластичної моделі ґрунту. Такий підхід дає змогу врахувати реальний розподіл напружень у шаруватих та неоднорідних ґрунтах, взаємодію з жорсткістю фундаментних конструкцій, а також прояви пластичних деформацій.

Результати обох методів були зіставлені для порівняння ключових характеристик: додаткових осідань існуючого фундаменту, конфігурації зони впливу та напружень у ґрунтовому масиві. Отримані дані дозволили оцінити розбіжності між аналітичним і числовим підходами та виявити переваги й обмеження кожного з них у контексті реальних геотехнічних задач.

### 1. Аналітичний метод оцінки впливу нового фундаменту

На першому етапі дослідження оцінку впливу нового фундаменту на існуючу споруду виконано за допомогою аналітичного методу кутових точок. Метод базується на побудові епюр додаткових напружень у ґрунті під впливом зовнішнього навантаження та дозволяє визначити зміну напружено-деформованого стану ґрунту в характерних точках під існуючим фундаментом.

Розрахункова схема передбачає визначення додаткових напружень від нового фундаменту в кожній кутовій точці існуючої плити за формулами, отриманими на основі теорії пружності для напівпростору. Додаткові осідання ґрунту обчислювалися шляхом інтегрування тисків від нового навантаження з урахуванням модуля деформації ґрунту.

Вихідні дані для розрахунку:

- існуючий фундамент: плитний, розміри 2×3 м, тиск на ґрунт 300 кПа;
- новий фундамент: плитний, розміри 2×3 м, тиск на ґрунт 400 кПа;
- модуль деформації ґрунту 28 МПа.

Аналітичні обчислення виконувалися при врахуванні відстані між фундаментами величиною 1 м. Метод кутових точок дав змогу окреслити зону впливу нового фундаменту та встановити максимальні додаткові осідання.

На рис. 1-а наведено епюри додаткових напружень в ґрунтовому масиві на якій ми можемо спостерігати, що сусідній фундамент не завдає впливу безпосередньо на рівні подошви фундаменту. Починаючи від глибини приблизно «1b» виявлено суттєвий вплив на величину додаткових напружень – приріст складає від 13 до 25%. Починаючи із глибини «5b» вплив сусіднього

фундаменти починає згасати (рис. 1-а).

На рис. 1-б наведено графіки зміни деформацій ґрунтового середовища із глибиною. Графік із точками відображає вертикальні переміщення ґрунту від існуючого фундаменту. Графік із хрестиками показує сумарні вертикальні переміщення ґрунту із врахуванням впливу сусіднього фундаменту.

За аналітичним розрахунком вплив сусіднього фундаменту на величину осідання існуючого відчувається до глибини «5b». На більшій глибині вплив сусіднього фундаменту починає згасати та його величина не здійснює суттєвого впливу на загальне значення осідання (рис. 1-б).

Перевагою цього підходу є простота та швидкість розрахунків, що особливо цінно на попередніх етапах проектування. Водночас отримані результати мають обмежену точність через припущення про однорідність ґрунтової товщі та пружну роботу основи, що неповною мірою відповідає реальним ґрунтовим умовам та взаємодії конструкцій.

### 2. Числове моделювання спільної роботи конструкцій з ґрунтом для оцінки впливу нового фундаменту

На другому етапі дослідження виконано числове моделювання системи «ґрунт – фундамент – споруда» у програмному комплексі ЛІРА-САПР. Метою було більш детально відобразити напружено-деформований стан ґрунтової основи та взаємодію двох плитних фундаментів із урахуванням геометричних параметрів, фізико-механічних характеристик ґрунту й нелінійної поведінки матеріалів.

Для ґрунту було застосовано пружно-пластичну модель ґрунту, яка дає змогу врахувати пружно-пластичні властивості, розвиток зон пластичних деформацій та зміни жорсткості ґрунтового масиву під навантаженням. Геометрія моделі відповідала прийнятим для дослідження параметрам:

- існуючий плитний фундамент розмірами 2×3 м, тиск на ґрунт — 300 кПа;
- новий плитний фундамент розмірами 2×3 м, тиск на ґрунт — 400 кПа;
- модуль деформації ґрунту —  $E=28$  МПа.

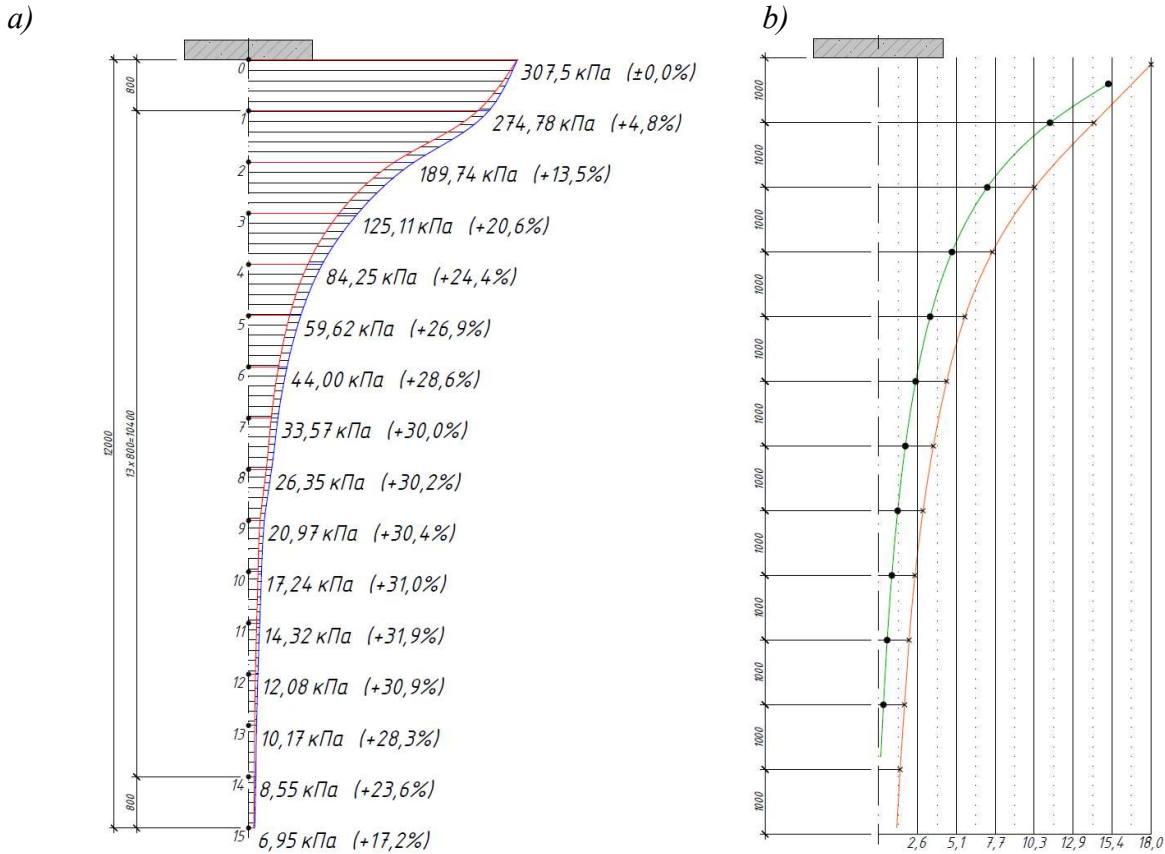


Рис. 1 Аналітична методика визначення: *a* - додаткові напруження (внутрішня лінія – від існуючого фундаменту; зовнішня лінія – із врахуванням сусіднього фундаменту); *b* - графіки зміни деформацій ґрунту із глибиною (внутрішня лінія – від існуючого фундаменту; зовнішня лінія – із врахуванням сусіднього фундаменту).

Fig. 1. Analytical determination method: *a* - additional stresses (inner line – from the existing foundation; outer line – accounting for the influence of the adjacent foundation); *b* - graphs of changes in soil medium deformations with depth (inner line – from the existing foundation; outer line – accounting for the influence of the adjacent foundation).

Розрахункова область охоплювала ґрунтовий масив на глибину не менше ніж 5 м (понад дві ширини фундаментів), що дало змогу врахувати просторовий розподіл напружень. Нижню межу моделі закріплено як жорстку опору, бічні грані обмежено умовами відсутності горизонтальних переміщень.

Числове моделювання дозволило визначити не лише вертикальні осідання, а й просторовий розподіл напружень і деформацій, утворення зон пластичного стану під навантаженими ділянками, а також взаємний вплив плит через ґрунтовий масив. Візуалізація результатів у вигляді ізополів напружень (рис. 2) і деформацій показала, що найбільш інтенсивні зміни спостерігаються у центральній зоні між фундаментами, де

формується спільне поле стискаючих напружень (рис. 2-б).

За результатами числового моделювання висота стисливої зони збільшилась із 3 м (рис. 2-а) до 5 м (рис. 2-б), при цьому зона стала асиметричною, враховуючи нерівномірне навантаження на ґрунтовий масив.

Також можна спостерігати цікаве явище яке полягає у тому, що напруження у ґрунтовому масиві (на рівні підшови, по краях існуючого фундаменту) зменшуються з боку нового фундаменту (рис. 2-б).

Слід відмітити, що за результатами числового моделювання (рис. 3-а) приріст напружень у ґрунтовому масиві від сусіднього фундаменту почав сягати «разів» на відміну від аналітичної методики (рис. 1-а). Напруження під центром існуючого фундаменту

(на рівні його підшови) склали близько 160 кПа за числовим моделюванням (рис. 3-*a*), у той час як прогнозовані напруження за аналітичним розрахунком сягати близько 308 кПа, що майже як у 2 рази більше.

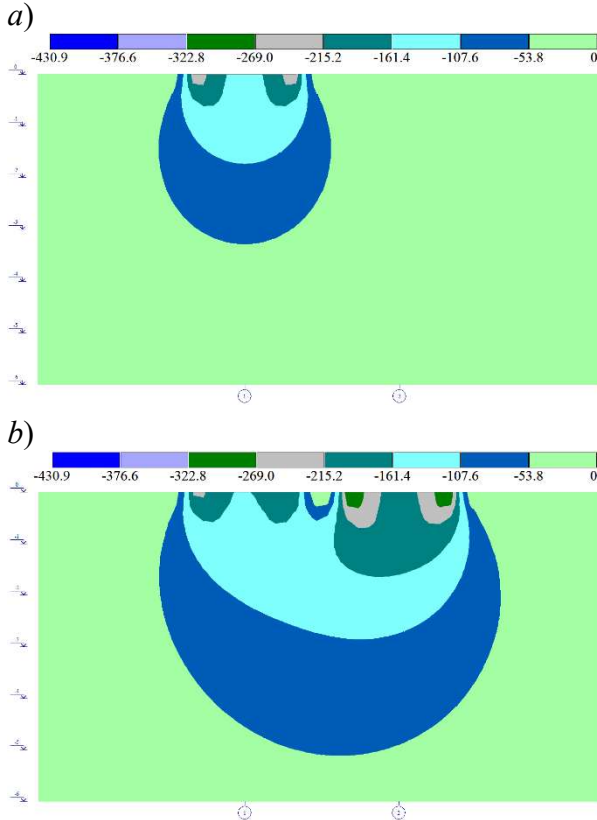


Рис.2. Додаткові напруження в ґрунті: *a* – від існуючого фундаменту; *b* – із врахуванням сусіднього фундаменту. Числове моделювання виконано PhD Кашоїдою О.О.

Fig.2. Additional stresses in the soil mass: *a* – from the existing foundation; *b* – accounting for the adjacent foundation. Numerical simulation was performed by PhD Kashoida O.O.

На рис. 3-*b* зображено графіки зміни вертикальних переміщень ґрунтового середовища із глибиною за даними числового моделювання. Отримано, що при появі сусіднього фундаменту величина осідання ґрунтового середовища, починаючи з глибини 3 м збільшується у 2 рази і більше. Так, наприклад, на глибині 3 м деформації ґрунтового середовища становили близько 7 мм, то при появі сусіднього фундаменту вони зросли майже до 14 мм.

Якщо порівняти графіки зміни осідання

ґрунту, що були отримані за допомогою аналітичних розрахунків (рис. 1-*b*) та числового моделювання (рис.3-*b*) можна побачити кількісну відмінність, як у величині самих деформацій, так і у прирості деформацій від впливу нового (сусіднього) фундаменту. Порівняння графіків деформацій, що були отримані за різними методиками розрахунку, наведено на рис. 4.

Порівняно з аналітичними розрахунками числова модель зафіксувала більш нерівномірний характер осідань та локальні максимуми деформацій під крайками плит, що зумовлено реальною взаємодією жорстких конструкцій і ґрунтової основи. Це дозволило отримати точнішу картину впливу нового фундаменту на існуючу споруду та дало змогу оцінити можливі небезпечні зони концентрації напружень.

### 3. Аналіз результатів застосування двох методик: аналітичного підходу та числового моделювання

Порівняння результатів, отриманих за аналітичним методом кутових точок і числовим моделюванням у ПК ЛІРА-САПР, показало загальну узгодженість у визначенні основних тенденцій впливу нового фундаменту на існуючий. Обидва підходи демонструють збільшення вертикальних напружень у ґрунтовій основі в зоні між фундаментами та поступове їх зменшення із віддаленням від межі нового навантаження. Водночас деталі розподілу напружено-деформованого стану та величини осідань виявили суттєві відмінності.

Аналітичний метод дозволив швидко оцінити орієнтовний рівень додаткових осідань і зону впливу нового фундаменту, однак через припущення про однорідність ґрунту та лінійно-пружну роботу основи результати виявилися більш «усередненими». Максимальні осідання за цим методом були на 20–25 % меншими, ніж у числовій моделі, особливо поблизу крайок плит, де аналітичний підхід не враховує концентрації напружень.

Числове моделювання показало більш складний характер взаємодії двох фундаментів через ґрунтовий масив: спостерігалася асиметрія осідань, локальні максимуми деформацій у центральній частині між плитами та під крайками, а також розвиток зон пластичних деформацій у ґрунті. Це підкреслює перевагу

числового підходу для об'єктів із жорсткими плитними фундаментами та при неоднорідній будові ґрунтової товщі.

Відмінності між результатами двох методик вказують на те, що використання лише аналітичного підходу може призвести до недооцінки ризику нерівномірних деформацій та потенційних пошкоджень існуючої споруди. Разом із тим аналітичний метод залишається корисним інструментом на ранніх стадіях проектування, коли потрібна швидка орієнтовна оцінка зон впливу. Оптимальним є комбіноване застосування двох методів: аналітичний підхід для попередньої оцінки та варіантних розрахунків, а числове моделювання — для уточненого прогнозу осідань

і напружень та оптимізації конструктивних рішень.

Аналізуючи рис. 4 можна спостерігати, що при використанні аналітичного розрахунку деформації основи є значно меншими ніж при використанні числового моделювання. Виявилось, що деформації основи із врахуванням сусіднього фундаменту які визначені за допомогою числового моделювання будуть більшими у 1,5...2,5 рази.

Кількісна відмінність між графіками деформацій ґрунтового середовища із одним (існуючим) фундаментом буде меншою, але якщо її перевести в «рази», то пропорція збережеться як і для варіанту, що враховує появу сусіднього фундаменту.

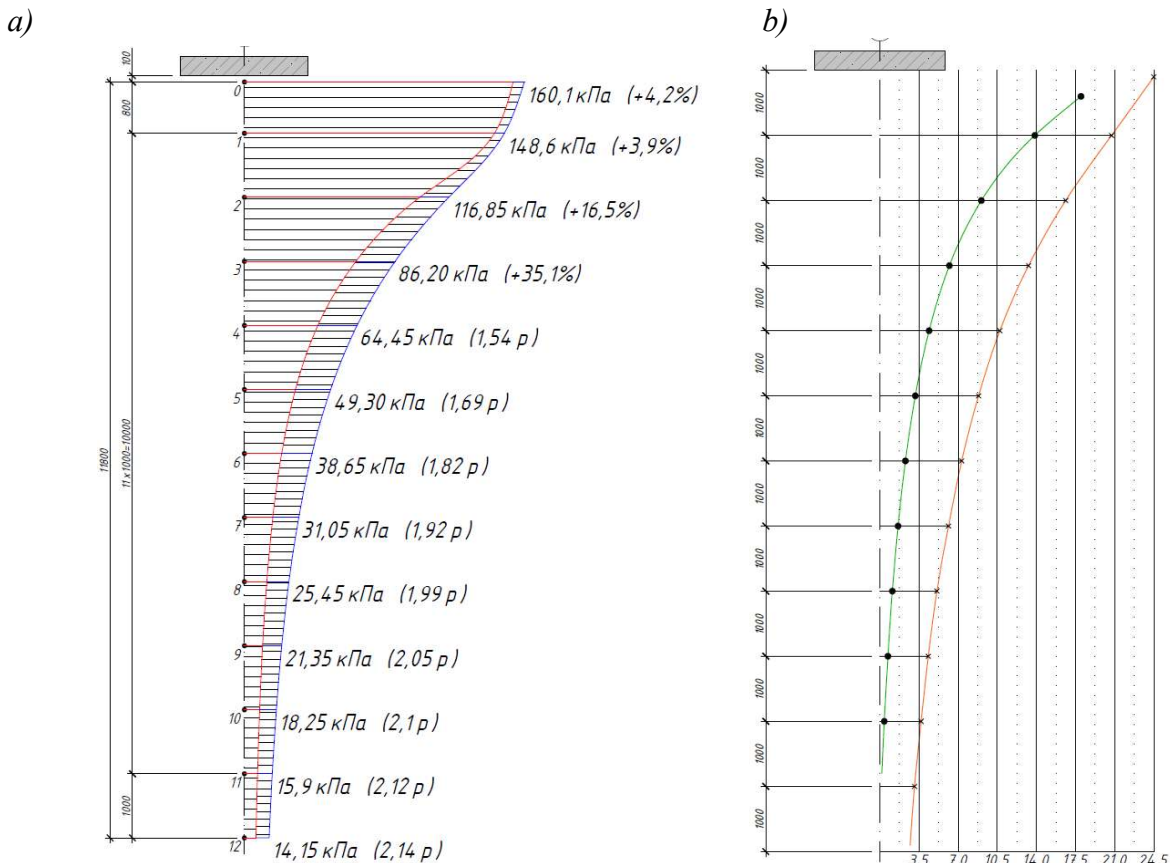


Рис.3. Результати числового моделювання: *a* - додаткові напруження (внутрішня лінія – від існуючого фундаменту; зовнішня лінія – із врахуванням сусіднього фундаменту); *b* - графіки зміни деформацій ґрунтового середовища із глибиною (внутрішня лінія – від існуючого фундаменту; зовнішня лінія – із врахуванням сусіднього фундаменту).

Fig.3. Numerical simulation results: *a* - additional stresses (inner line – from the existing foundation; outer line – accounting for the influence of the adjacent foundation); *b* - graphs of changes in soil medium deformations with depth (inner line – from the existing foundation; outer line – accounting for the influence of the adjacent foundation).

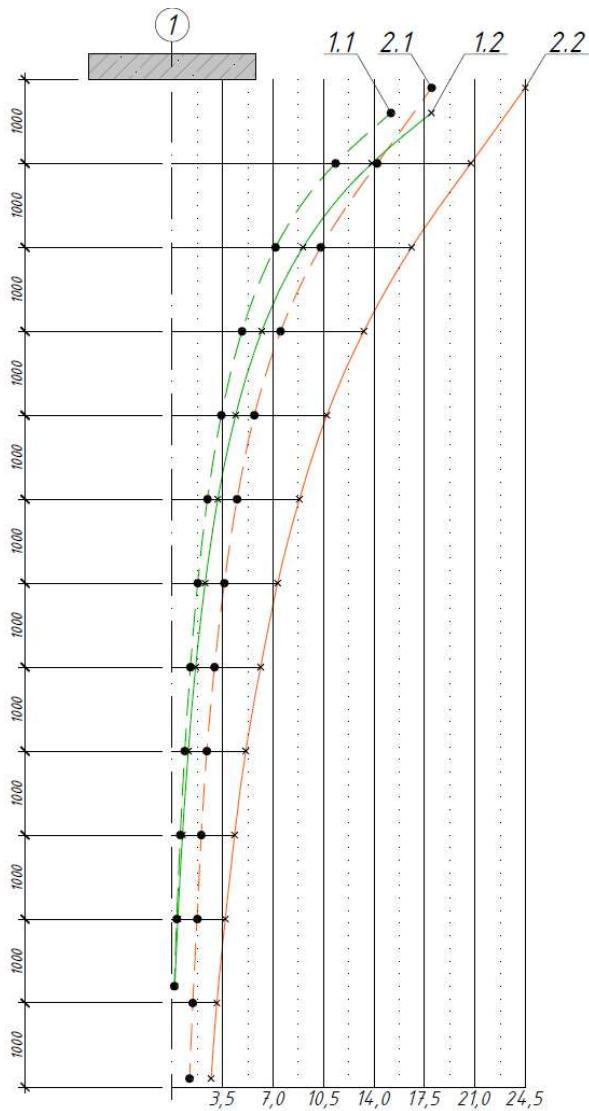


Рис.4. Графіки зміни деформацій ґрунту із глибиною: 1.1 – аналітичний розрахунок, один фундамент; 1.2 – аналітичний розрахунок із врахуванням сусіднього фундаменту; 2.1 – числове моделювання, один фундамент; 2.2 – числове моделювання із врахуванням сусіднього фундаменту.

Fig.4. Graphs of soil deformation changes with depth: 1.1 – analytical calculation, single foundation; 1.2 – analytical calculation incorporating the adjacent foundation; 2.1 – numerical simulation, single foundation; 2.2 – numerical simulation incorporating the adjacent foundation.

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

1. Проведене дослідження показало, що взаємодія нового плитного фундаменту з

існуючим у ґрунтовій основі суттєво впливає на розподіл напружень і величину осідань. Найбільш інтенсивні зміни спостерігаються у зоні безпосередньої близькості фундаментів, де формується спільне поле напружень.

2. Аналітичний метод кутових точок дозволяє швидко оцінити орієнтовний рівень додаткових осідань та зону впливу нового фундаменту. Проте його результати мають «усереднений» характер і не враховують локальних концентрацій напружень та пластичних деформацій ґрунту, що може призводити до недооцінки ризиків.
3. Числове моделювання в середовищі ПК ЛІРА-САПР з використанням пружно-пластичної моделі ґрунту дає змогу відобразити реальний розподіл напружень, асиметрію осідань і локальні максимуми деформацій під плитами. Це забезпечує більш точну оцінку впливу нового фундаменту на існуючу споруду, особливо у складних геологічних умовах.
4. Порівняння результатів аналітичного та числового методів виявило загальну узгодженість у визначенні основних тенденцій зміни напружено-деформованого стану ґрунту, проте абсолютні величини осідань та локальні значення напружень можуть відрізнятися на 20–30 %.
5. Оптимальним підходом для інженерних розрахунків є комбіноване застосування обох методик: аналітичний метод - на попередніх етапах оцінки ризиків і швидких варіантних розрахунків, числове моделювання - для уточнених прогнозів і оптимізації конструктивних рішень. Такий підхід дозволяє підвищити точність визначення характеристик ґрунту та взаємодії фундаментів, зменшити інженерні ризики та забезпечити надійність експлуатації споруд.

## ЛІТЕРАТУРА/ REFERENCES

1. Dagdeviren, U. (2025) Improvement of the Approximate Method for Determining the Average Vertical Stress Increase Below the Rectangular Foundation Using Differential Evolution Algorithm. Arab J Sci Eng 50, 17133–

17152. DOI: 10.1007/s13369-025-10196-9
2. Glushkov, A. & Glushkov, V. & Glushkov, I. (2020). Analytical and numerical solution of the stress-strain state of sleeper foundations. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 896. 012011. DOI: 10.1088/1757-899X/896/1/012011
  3. Steinbrenner, W. (1936). A rational method for the determination of the vertical normal stresses under foundations. *Technische Hochschule, Vienna, Austria*. 142-143  
<https://www.scribd.com/document/841453395/1-steinbrenner-1936-a-rational-method-for-the-determination-of-the-vertical-normal-stresses-under-foundations>

### Corner-Point Method and Numerical Modelling in Foundation Interaction Analysis

*Igor BOYKO*  
*Oleksandr PIATKOV*

**Summary** The study presents the results of investigating the impact of a new foundation on the stress-strain state of the soil base and the existing foundation of an adjacent structure. The aim of the research was to compare the efficiency and accuracy of the traditional analytical method—the corner point method—with numerical simulation performed in the LIRA-SAPR software package, which implements elastic-plastic soil model.

The obtained results demonstrate that the analytical corner point method enables a rapid assessment of zones prone to additional settlements and the impact on adjacent structures. However, it does not account for the actual stress distribution in a heterogeneous soil mass or the interaction with the stiffness of foundation structures. In contrast, numerical simulation in the LIRA-SAPR software package provides a more detailed analysis of the stress-strain state of the soil, allowing for the consideration of complex geometry and the nonlinear behavior of materials. This is particularly crucial in cases involving challenging soil conditions and the presence of multiple adjacent foundations.

The comparison of the results from the two approaches revealed consistency in predicting general trends of settlement and stress changes. However, discrepancies in the absolute values of displacements were observed, reaching 20–30% in some cases.

The study results indicate that even in relatively

stiff soil with a deformation modulus of  $E = 28$  MPa, the mutual influence of foundations can be significant and requires consideration in design to prevent uneven deformations of the existing structure. The differences between the results of the two methods indicate that relying solely on the analytical approach may lead to an underestimation of the risk of uneven deformations in the existing structure.

The study demonstrated that the new flat-plate foundation significantly affects the stress-strain state of the soil and the settlement of the existing foundation. The analytical corner point method allows for a rapid estimation of the approximate level of additional settlements and the zone of influence, but its results are averaged. In contrast, numerical simulation in the LIRA-SAPR software package with the Coulomb-Mohr model accurately reflects the actual stress distribution, local settlement maxima, and plastic soil deformations, thereby improving the precision of the predictions.

**Key words.** foundation interaction, corner point method, numerical simulation, LIRA-SAPR software package, elastic-plastic model, stress-strain state of soil, settlement, impact on adjacent structures.

## Вплив золи винесення на міцнісні характеристики ґрунтоцементу

Наталя БЛАЩУК<sup>1</sup>, Олексій ШЕВЧУК<sup>2</sup>

Вінницький національний технічний університет  
95, Хмельницьке шосе, Вінниця, Україна, 21000,  
<sup>1</sup>blaschuk@vntu.edu.ua, orcid.org/0000-0001-9764-0271  
<sup>2</sup>omshevchyk@gmail.com, orcid.org/0009-0009-9382-9750

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.17-25

**Анотація.** В даній роботі пропонується використати побічні продукти промислового виробництва в якості мінеральної добавки до складу ґрунтоцементу для покращення економічної та екологічної ефективності матеріалу. Адже при недостатній несучій здатності природних ґрунтових умов необхідно виконувати зміцнення шляхом улаштування армування, одним із перспективних напрямків і являється виконання підсилень з ґрунтоцементних елементів. Головними складовими ґрунтоцементних елементів є ґрунт, який знаходиться безпосередньою на будівельному майданчику, та в'язуча речовина, яка є однією із найдорожчих складових. Тому виходячи із цього в даній роботі пропонується додавати до складу ґрунтоцементу побічні відходи промисловості за для покращення характеристик ґрунтоцементу та здешевлення. Одним із таких відходів і є зола винесення яка добре себе зарекомендувала при додаванні її до бетонних сумішей.

Виконані фізичні дослідження полягали у тому, щоб визначити вплив вмісту золи винесення у складі ґрунтоцементу у якості мінеральної добавки на міцнісні характеристики. Для виконання даного дослідження було розроблено програму дослідження, яка базувалась на поступовому заміщенні в'язучої речовини на золу винесення у певному відсотковому співвідношенні. Для розробки методики виготовлення ґрунтоцементної суміші був проаналізований та перейнятий досвід з попередніх досліджень інших авторів. Для виготовлення зразків



**Наталя БЛАЩУК**  
доцент кафедри  
будівництва, міського господарства  
та архітектури  
к.т.н., доц.



**Олексій ШЕВЧУК**  
аспірант кафедри  
будівництва, міського господарства  
та архітектури

використовувалися кубічні та призматичні форми, а для покращення процесу тужавіння зразки знаходились на протязі 28 діб у вологому середовищі. Для випробовування зразків на стиск використовувався прес.

Проведення серії дослідів на стиск підтвердило основні висновки щодо доцільності використання золи винесення в якості мінеральної добавки до складу ґрунтоцементної суміші, а поступове заміщення в'язучого на золу винесення до певного відсоткового співвідношення покращує характеристики ґрунтоцементу, а також в свою чергу буде мати позитивний економічний та екологічний ефект.

**Ключові слова.** ґрунтоцемент, зола винесення, міцність, мінеральні добавки, міцність на стиск, відходи промисловості.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ ТА АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

У сучасному світі та в Україні активно ведеться розбудова міст з кожним роком все більше загострюється питання нестачі вільного простору для розбудови, адже міста розростаються та забудова стає все щільнішою, тому все більше залишається ділянок з несприятливими чи складними умовами для будівництва, що в свою чергу ставить складні задачі перед проектувальниками, а багаторічний досвід, практика будівництва та експлуатації будівель та споруд вказують проектувальникам на те, що при певних інженерно-геологічних умовах при недостатній несучій здатності основ будівель та споруд можуть виникати значні та нерівномірні деформації, особливо це стосується структурно-нестійких ґрунтів, до яких можна віднести пухкі піски, лесові ґрунти, певні підвиди суглинків та глин. Виникнення нерівномірних деформацій, в основному, залежить від фізичних та механічних впливів. До механічних відносять прикладання навантажень та зовнішніх сил, а до фізичних надмірне зволоження, замерзання розмерзання, суфозію вивітрювання та інші. Саме тому закріплення та підсилення основ під будівництво є актуальним завданням сьогодення перед проектувальниками. А одним із ефективних та економічно вигідних варіантів являється використання ґрунтоцементу.

Ґрунтоцемент - це композитний матеріал, який отримується шляхом механічного змішування місцевих ґрунтів (ґрунтів, які знаходяться безпосередньо на будівельному майданчику) з цементом та водою в певних пропорціях, а в результаті процесу гідратації цементу відбувається зв'язування ґрунтових частинок у цільний моноліт, що в свою чергу значно покращує фізико-механічні властивості такі, як міцність на стиск, модуль деформації, водостійкість, морозостійкість та інші. При недостатній несучій здатності природних ґрунтових умов слід застосовувати їх інженерну підготовку шляхом покращення властивостей основи до необхідного рівня на місці їх

залигання або підсилення за рахунок влаштування в них несучих конструктивних елементів, а враховуючи велику вартість залізобетонних чи бетонних конструкцій ґрунтоцементні конструкції все більше набирають популярності. Найпопулярнішими варіантами використання ґрунтоцементу в сучасному світі є:

- влаштування паль за бурозмішувальною технологією;
- підсилення слабких ґрунтів для будівництва доріг;
- струменева цементация (Jet grouting);
- підсилення основ під фундаменти вертикальними чи горизонтальними елементами;
- укріплення укосів;
- створення протифільтраційних завес;
- влаштування анкерів з ґрунтоцементу.

Ґрунтоцемент, як матеріал, має велику популярність та широкий спектр використання через його переваги, але й недоліки також присутні, основними з яких є відносно невелика міцність у порівнянні з бетонними та залізобетонними конструкціями (Зоценко та ін., 2016; Новицький, 2012), висока пористість та відносно велика вартість за рахунок використання дороговартісного в'язучого матеріалу. Тому різними авторами (Новицький, 2012; Зоценко та ін., 2016) пропонуються різні добавки по типу хвостів (відходи від збагачення корисних копалин), вапна, різних типів пластифікаторів і т.д. А також автором (Нестеренко, 2011) пропонується метод вібрування для покращення характеристик міцності ґрунтоцементу (Karpisz, 2018). Питання можливості покращення характеристик ґрунтоцементу залишається актуальним і надалі, а також триває пошук можливого зниження вартості даного матеріалу. Взавши до уваги те, що з кожним роком збільшуються обсяги використання енергетичного сектору та промислового виробництва, що в свою чергу сприяє утворенню великої кількості побічних продуктів промислового виробництва які мають негативний вплив на навколишнє середовище, а також вимагають утилізації, що тягне за собою великі витрати, питання додавання відходів промисловості

до складу ґрунтоцементну є актуальним на сьогоднішній день.

Одним із таких продуктів є зола винесення (Fly Ash), яка являє собою дрібнодисперсний матеріал, що утворюється в процесі спалювання твердого палива на теплових електростанціях (ТЕС) (Ulasz-Bocheńczyk, et. al, 2023). Кожного року ТЕС генерують мільйони тон золи, велика кількість якої накопичується на спеціалізованих відвалах, що в свою чергу вимагає не тільки виділення великих земельних ділянок під її складування, а й становить екологічну проблему через можливість розносу вітром, забрудненню ґрунту чи ґрунтових вод (Fidanchevski et. al, 2021; Очеретний та ін., 2009). Також, як відомо, зола винесення успішно використовувалась як мінеральна добавка до бетонів, що покращувало властивості матеріалу (Петраш, 2009).

Саме тому в даній роботі пропонується дослідити вплив золи винесення, як мінеральної добавки до ґрунтоцементну на міцнісні характеристики, яка буде заміщувати частину в'язучої речовини для зниження вартості, а також її використання матиме позитивний екологічний ефект

## МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є дослідження ефективності та доцільності використання золи винесення в якості мінеральної добавки до складу ґрунтоцементної суміші.

Була поставлена задача визначити ступінь впливу золи винесення на міцнісні характеристики ґрунтоцементу (міцність на стиск  $R$ ).

Для виконання поставленої задачі використовувалась метод фізичних лабораторних досліджень за допомогою преса, тому експериментальну частину основного дослідження було розподілено на 3 етапи :

1. Розроблення складу ґрунтоцементної суміші з різним відсотком заміщення в'язучого на золу винесення.
2. Виготовлення зразків.
3. Фізичні випробування міцності зразків на стиск

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Вихідними матеріалами для виготовлення ґрунтоцементну було прийнято цемент, золу винесення Київської ТЕС, ґрунт, воду.

В якості ґрунту (рис 1) був використаний суглинок лесоподібний, твердий, просадковий, високо пористий, жовто-коричневий з характеристиками:

- щільність ґрунту  $\rho = 1,6 \text{ г/см}^3$ ;
- вологість ґрунту  $W = 0,113$ ;
- вологість на межі розкочування

$W_p = 0,181$ ;

- вологість на межі текучості
- $W_L = 0,263$ .

Для виготовлення зразків в якості в'язучого прийнято цемент марки М400. Цемент виготовлений згідно ДСТУ Б В. 2.7-46-96. Цемент марки М400 відноситься до виду портландцементу, до складу якого входять породи карбонатної та глинистих груп, оксиди алюмінію, кальцію, заліза, магнію, кремнію, тонкий клінкерний помел, гіпс та мінеральні добавки. Ці складові служать для покращення характеристик таких як еластичність, міцність, швидкість тужавіння.

Вода, яка використовувалась, не містить шкідливих домішок, що могли б зашкодити процесу тужавіння ґрунтоцементну, показник  $pH = 8$ , слабо лужна, слабомінералізована, гідрокарбонатно-кальцієва.

В якості мінеральної добавки використовували золу-винесення Київської ТЕС. Зола винесення - це побічний продукт, який утворюється внаслідок спалювання твердих палив на ТЕС, вона являє собою дрібнодисперсний порошок. Основні фізико-механічні властивості :

- гідравлічна активність  $0,4 \text{ МПа}$ ;
- питома поверхня  $2000 \dots 3000 \text{ см}^2/\text{г}$ ;
- насипна густина  $1150 \text{ кг/м}^3$ ;
- істинна густина  $1,95 \text{ г/см}^3$ .

Хімічний та мінералогічний склад відповідають основним вимогам, що висуваються до золи для бетонів.

Для дослідження впливу золи винесення на міцнісні характеристики ґрунтоцементу виконано випробування кубиків та призм на стиск  $R$  з різним відсотком заміщення в'язучої речовини на золу винесення.

Табл. 1. Хімічний склад золи виносення Київської ТЕС  
 Tabl. 1. Chemical composition of fly ash from the Kyiv TPP

Оксиди	SiO <sub>2</sub>	TiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	FeO	MgO	MnO	CaO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O	SO <sub>3</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>
Масова частка оксидів, %	55,3	1,4	22,34	5,42	2,52	0,12	2,46	5,96	0,75	2,46	0,38	0,33



Рис. 1 – Ґрунт, який використовувався  
 Fig. 1 – Used soil



Рис. 2 – Процес виготовлення та укладання  
 Fig. 2 - Manufacturing and installation process

Випробування проводились згідно ДСТУ Б В.2.7-214:2009, як для бетонів з урахуванням ДСТУ Б В.2.1-4-96.

Метою експериментальних досліджень було визначення максимального відсотка заміщення в'язучої речовини на золу виносення з мінімальними втратами міцнісних характеристик ґрунтоцементну відносно зразка без вмісту золи виносення.

Для виготовлення ґрунтоцементної суміші було прийнято пропорцію 1:5 (20% в'язучої речовини від ваги ґрунту), а також водоцементне відношення 0,7-1,0. Для отримання ґрунтоцементної суміші змішувались цемент та вода у відповідності до прийнятого водоцементного відношення,

після чого в отриманий розчин додавався ґрунт та зола виносення у необхідній кількості з поступовим перемішуванням на протязі 5-7 хвилин (до утворення однорідної маси), після чого отриману ґрунтоцементну суміш викладали у форми з ущільненням (рис 2).

Згідно до нормативної документації було виконано 6 замісів по три зразки з різним відсотковим заміщенням в'язучого на золу виносення. Після викладення ґрунтоцементної суміші в форми, зразки витримувались на протязі 3-х діб в лабораторних умовах, потім були переміщені у воду та витримувались на протязі 28 діб (рис 3).



Рис. 3 – Витримування зразків у вологому середовищі

Fig. 3 – Exposing samples in a humid environment

Керуючись багаторічним досвідом авторів (Гріщенко Р. П., Маєвська І. В. Аналіз міцності ґрунтоцементу при частковій заміні ґрунту на золу виносення. / Енергоефективність в галузях економіки України. Міжнародна н/т конф. ВНТУ, Вінниця, 2019; Блащук Н.В. Маєвська І. В. (2020) Використання золи виносення у складі ґрунтоцементу) було розроблено склад (відсоткове співвідношення кількості золи виносення від в'язучого матеріалу) та програму дослідження, які наведені у таблиці 2.

В результаті проведення дослідження за допомогою пресу було отримано дані міцності кубічних та призматичних ґрунтоцементних зразків (графіки, рис 4 -10).

Табл. 2. Програма дослідження зразків виготовлених із ґрунтоцементу з додаванням золи виносення  
Table 2. Research program for samples made from soil cement with the addition of fly ash

№ п/п	Цемент, г	Зола, г	Ґрунт, г	Вода, г	Зола % від в'язучого	Цемент % від ґрунту
Кубічні зразки						
1	1300	0	6500	1300	0	20
2	1170	130	6500	1300	10	18
3	1040	260	6500	1300	20	16
4	910	390	6500	1300	30	14
5	780	520	6500	1300	40	12
6	650	650	6500	1300	50	10
Призматичні зразки						
1	1200	0	6000	1200	0	20
2	1080	120	6000	1200	10	18
3	960	240	6000	1200	20	16
4	840	360	6000	1200	30	14
5	720	480	6000	1200	40	12
6	600	600	6000	1200	50	10

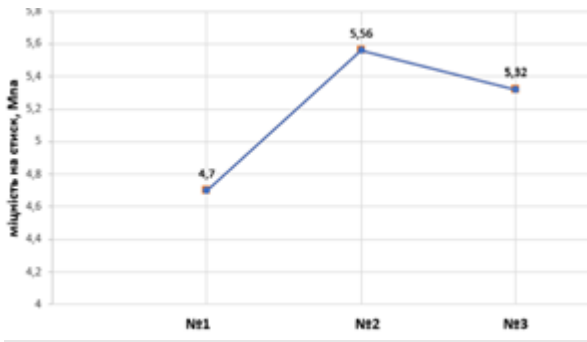


Рис. 4. Міцність ґрунтоцементу без вмісту золи винесення від в'язучого

Fig. 4. Strength of soil cement without fly ash content from the binder

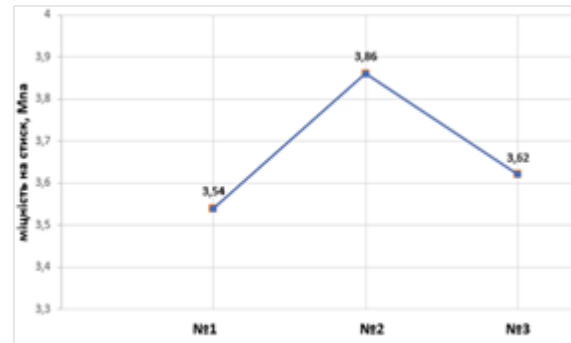


Рис. 7. Міцність ґрунтоцементу з 30% золи винесення

Fig. 7. Strength of soil cement with 30% fly ash

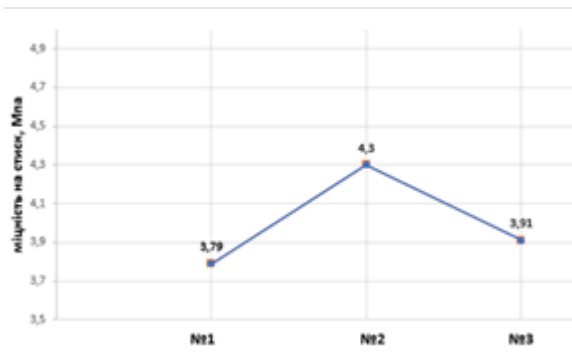


Рис. 5. Міцність ґрунтоцементу з 10% золи винесення

Fig. 5. Strength of soil cement with 10% fly ash

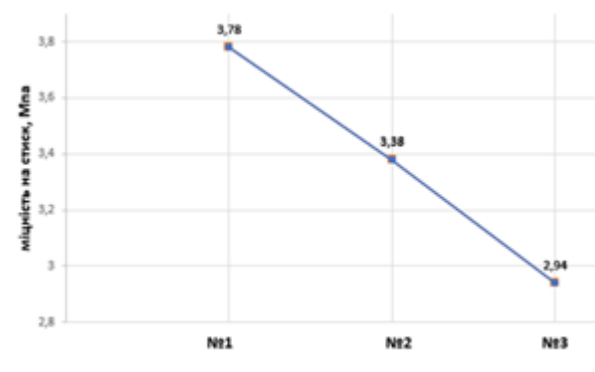


Рис. 8. Міцність ґрунтоцементу з 40% золи винесення

Fig. 8. Strength of soil cement with 40% fly ash

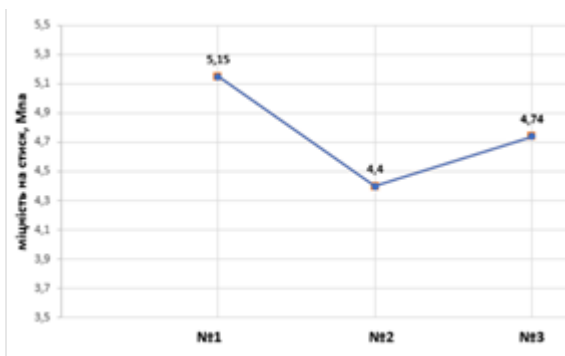


Рис. 6. Міцність ґрунтоцементу з 20% золи винесення

Fig. 6. Strength of soil cement with 20% fly ash

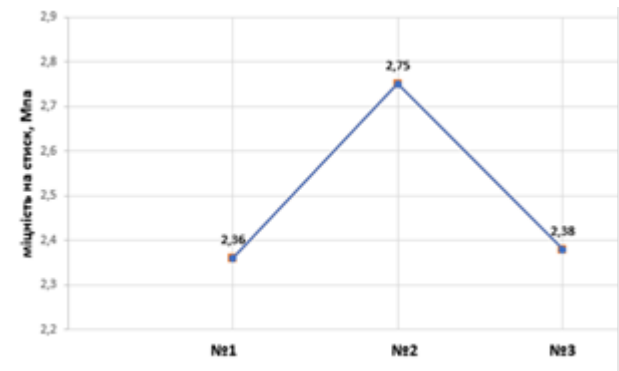


Рис. 9. Міцність ґрунтоцементу з 50% золи винесення

Fig. 9. Strength of soil cement with 50% fly ash

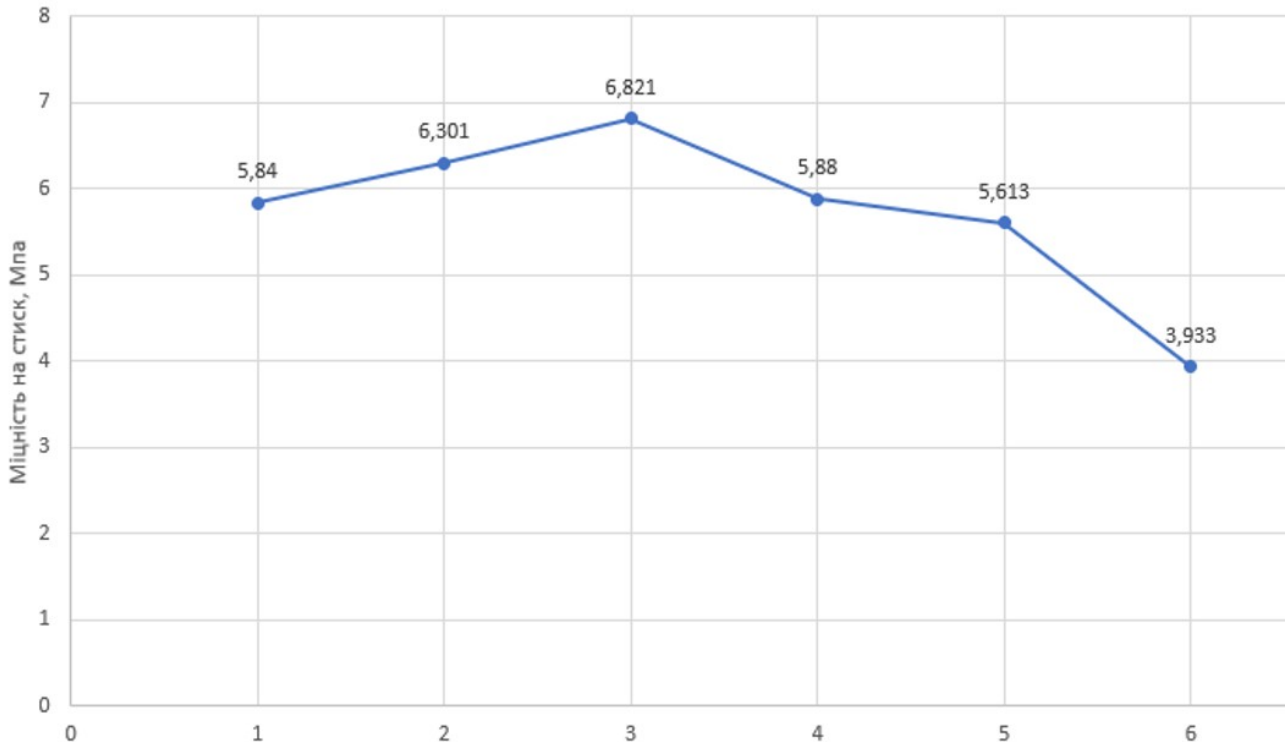


Рис. 10. Міцність призматичних зразків  
Fig. 10. Strength of prismatic samples

Проаналізувавши отримані дані з графіків видно, що зразки в яких заміщували 10% від ваги в'язучого на золу винесення міцність на стиск в кубічних зразках коливається в межах 3,79-4,3 МПа, в зразках які містили 20% золи від в'язучого міцність на стиск коливається в межах 4,4-5,15 МПа, а в зразках з 30% вмісту золи винесення від в'язучого міцність становила 3,54-3,86 МПа, а при збільшенні вмісту золи винесення до 40-50% міцність ґрунтоцементних зразків починає знижуватись до 2,36 МПа. В призматичних зразках спостерігаємо збільшення міцності при додаванні золи винесення в межах від 10% до 30%, після чого міцність поступово зменшується, максимальний показник становив 6,821 МПа при заміщенні 20% в'язучого золою винесення.

Багаторічний досвід використання ґрунтоцементну говорить про те, що отримані результати міцності є цілком достатніми для зміцнення ґрунтових основ, закріплення укосів та інших варіантів використання ґрунтоцементу, а в деяких випадках та при

певних умовах будуть достатніми для влаштування ґрунтоцементних паль.

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Застосування золи винесення, як мінеральної добавки до складу ґрунтоцементу, має позитивний ефект. При додаванні оптимальної кількості (за результатами дослідження 10-30% заміщення в'язучого) золи винесення може бути отримана необхідна міцність ґрунтоцементних елементів, а також використання золи винесення буде позитивно відобразитись на економічному та екологічному ефекті, адже цемент - найдорожча складова ґрунтоцементу, а зола винесення потребує утилізації та становить загрозу забрудненню навколишнього середовища.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Зоценко, М. Л., Винников, Ю. Л., & Зоценко В. М. (2016) Бурові ґрунтоцементні палі, які виготовляються за бурозмішувальним методом: *Монографія*. Харків: «Друкарня Мадрид».

2. Pham, T. A., Kyokawa, H., Koseki, J., & Dias, D. (2022). A new index for the strength analysis and prediction of cement-mixed soils. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 27(4), 1512–15343.
3. Новицький, О. П. (2012). Вплив пластифікуючих добавок на міцність ґрунтоцементу. *Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво)*, 4(34), 171–177.
4. Нестеренко, Т. М. (2011). Вплив вібрування на механічні характеристики ґрунтоцементу. *Будівельні конструкції: Міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць (будівництво)* (Вип. 75, кн. 2, с. 656–660). ДП НДІБК
5. Uliasz-Bocheńczyk, A., & Mokrzycki, E. (2023). Recovered fly ashes as an anthropogenic raw material. *Minerals*, 13(5), 623. DOI:10.3390/min13050623
6. Очеретний, В. П., Ковальський, В. П., & Бондар, А. В. (2009). Використання відходів вапняку та промислових відходів у виробництві сухих будівельних сумішей. *Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві*, 6(1), 36–40
7. Fidanchevski, E., Angjusheva, B., Jovanov, V., Murtanovski, P., Vladiceska, Lj., & Stamatovska, N. (2021). Technical and radiological characterization of fly ash and bottom ash from thermal power plant. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry*, 330(9), 4065–4075. DOI:10.1007/s10967-021-07980-w
8. Karpisz, I., Pyda, J., Cichy, L., & Sobala, D. (2018). Study of the effect of cement amount on the soil-cement sample strength. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 365(4), Article 042061. DOI:10.1088/1757-899X/365/4/042061
9. Петраш, Р. В. (2009). *Спільна робота ґрунту та елементів армування, які виготовлені за бурозмішувальною технологією* [Кандидатська дисертація, Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка]
10. Гріщенко, Р. П., & Маєвська, І. В. (2019). Аналіз міцності ґрунтоцементу при частковій заміні ґрунту на золу винесення. *Енергоефективність в галузях економіки України: Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції*. ВНТУ. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/egcu/egcu2019/paper/viewFile/8263/6946>.
11. Блащук Н.В. Маєвська І. В. (2020) Використання золи винесення у складі ґрунтоцементу.

my.

<https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fbtegp/allfbtegp-2020/paper/download/9154/7828>.

## REFERENCES

1. Zotsenko, M. L., Vynnykov, Y. L., & Zotsenko, V. M. (2016). *Burovi hruntotsementni pali, yaki vyhotovliayut-sia za burozmishuvальnym metodom: Monohrafiia* [Drill soil-cement piles made by the soil-mixing method: Monograph]. Kharkiv, Drukarnia Madrid. (in Ukrainian)
2. Pham, T. A., Kyokawa, H., Koseki, J., & Dias, D. (2022). A new index for the strength analysis and prediction of cement-mixed soils. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 27(4), 1512–15343.
3. Novitskyi, O. P. (2012). Vplyv plastyfikuiuchykh dobavok na mitsnist gruntolentu [The influence of plasticizing additives on the strength of soil-cement]. *Zbirnyk Naukovykh Prats (Haluzeve Mashynobuduвання, Budivnytstvo)*, 4(34), 171–177. Poltava National Technical University. (in Ukrainian)
4. Nesterenko, T. M. (2011). Vplyv vibruvannya na mekhanichni kharakterystyky gruntotsementu. [The influence of vibration on the mechanical characteristics of soil cement]. *Budivelni konstruktsiyi: Mizhvidomchyy naukovotekhnichnyy zbirnyk naukovykh prats (budivnytstvo)*, 75(2), 656–660. DP NDIBK (in Ukrainian)
5. Uliasz-Bocheńczyk, A., & Mokrzycki, E. (2023). Recovered fly ashes as an anthropogenic raw material. *Minerals*, 13(5), 623. DOI:10.3390/min13050623
6. Ocheretnyi, V. P., Kovalskyi, V. P., & Bondar, A. V. (2009). Using limestone waste and industrial waste in the production of dry building mixtures. *Suchasni Tekhnolohii i Konstruktsii v Budivnytstvi*, 6(1), 36–40. (in Ukrainian)
7. Fidanchevski, E., Angjusheva, B., Jovanov, V., Murtanovski, P., Vladiceska, Lj., & Stamatovska, N. (2021). Technical and radiological characterization of fly ash and bottom ash from thermal power plant. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry*, 330(9), 4065–4075. DOI:10.1007/s10967-021-07980-w
8. Karpisz, I., Pyda, J., Cichy, L., & Sobala, D. (2018). Study of the effect of cement

- amount on the soil-cement sample strength. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 365(4), Article 042061. DOI:10.1088/1757-899X/365/4/042061
9. Petrash, R. V. (2009). *Spilna robota gruntu ta elementiv armuvannia, yaki vyhotovleni za bu-rozmishuvalnoiu tekhnolohiieiu* [Joint work of soil and reinforcing elements made using the soil-mixing technology] (Doctoral dissertation, Poltava National Technical University). (in Ukrainian)
  10. Hrishchenko, R. P., & Maievska, I. V. (2019). Analiz mitsno-sti gruntotsementu pry chastkovii zamini gruntu na zolu vynosennia [Analysis of the strength of soil-cement with partial replacement of soil with fly ash]. In *Enerhoefektyvnist v haluziakh ekonomiky Ukrainy* [Energy efficiency in the branches of the economy of Ukraine] [Conference proceedings]. VNTU. (in Ukrainian) <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/egeu/egeu2019/paper/viewFile/8263/6946>.
  11. Blashchuk N.V. Mayevs'ka I. V. (2020) Vy-korys-tannya zoly vynesennya u skladi gruntotsementu. [Use of fly ash in the composition of soil cement] (in Ukrainian) <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fbtegp/allfbtegp2020/paper/download/9154/7828>.

wastes is takeaway ash, which has proven itself well when added to concrete mixtures. The physical experiments performed were to determine the effect of adding removal ash to the soil cement composition as a mineral additive on strength characteristics, namely compressive strength. To carry out this study, a research program was developed, which was based on the gradual replacement of the binder with the ash of removal in a certain percentage. To develop a method for the manufacture of a soil cement mixture, the experience of previous studies of other authors was analyzed and adopted. Cubic and prismatic molds were used for the production of samples, and to improve the hardening process, the samples were kept for 28 days in a humid environment. A press was used to test the samples for compression. Conducting physical experiments on compression confirmed the main conclusions regarding the expediency of using removal ash as a mineral additive to the composition of the soil cement mixture, and the gradual replacement of the binder with ash removal to a certain percentage improves the characteristics of soil cement, and will also have a positive economic and environmental effect.

**Key words.** soil cement, removal ash, strength, mineral additives, compressive strength, industrial waste.

### The effect of removal ash on the strength characteristics of soil cement

Natalya BLASHCHUK  
Oleksii SHEVCHUK

**Summary.** In this work, it is proposed to use by-products of industrial production as a mineral additive to the composition of soil cement to improve the economic and environmental efficiency of the material. Indeed, with insufficient bearing capacity of natural soil conditions, it is necessary to perform reinforcement by arranging load-bearing structural elements, one of the promising directions is the implementation of reinforcements from soil-cement elements. One of the main components of soil cement elements is the soil, which is directly on the construction site, and the other component is the binder, which is one of the most expensive components. Therefore, based on this, in this work, it is proposed to add industrial by-products to the soil cement composition to improve the characteristics of soil cement. One of these

## Інтегрована методика оцінки фізико-механічних характеристик флішу Карпат з використанням геофізики та числового FEM/LEM-аналізу стійкості схилів

Людмила БОНДАРЕВА<sup>1</sup>, Василь БЕГАН<sup>2</sup>

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних сил, Київ, Україна, 03037,

<sup>1</sup>bondareva.lo@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0001-7392-814X

<sup>2</sup>began.vasya@gmail.com, orcid.org/0009-0008-0357-5762

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.26-35

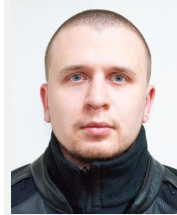
**Анотація.** Карпатський фліш є однією з найбільш складних у геотехнічному сенсі геологічних товщ, що характеризується дуже змінною структурою, чергуванням пісковиків, алевролітів і сланців, підвищеною тріщинуватістю та вираженою анізотропією механічних властивостей. Такі особливості значно ускладнюють визначення фізико-механічних параметрів та прогнозування стійкості схилів.

У роботі представлено комплексний підхід до оцінки механічної поведінки флішових порід, що поєднує результати буріння, статичного зондування (СРТ/СРТу), геофізичних методів (сейсмоакустика, електророзвідка), лабораторних досліджень та числового моделювання методом скінченних елементів (МСЕ). На основі інтерпретації геофізичних досліджень виділено категорії скельних порід за ступенем вивітряності та структурного порушення, для яких визначено параметри міцності для моделей ґрунтового середовища Ноек–Brown та Mohr–Coulomb.

Розрахункові параметри верхніх шарів вивітреного флішу уточнені шляхом зворотного аналізу. Для розрахунку використано два підходи: перший - із застосуванням підходу  $\phi$ -с редукції в середовищі Plaxis 2D, та аналітичний розрахунок методом Бішопа у програмі GEO-5. Зворотній аналіз виконано при умові, що схил знаходиться на межі рівноваги, тобто параметри підбрано так, щоб коефіцієнт стійкості дорівнював 1. Порівняння результатів МСЕ та аналітичних розрахунків продемонструвало узгодженість між підходами та підтвердило достовірність підібраних параметрів для різних сценаріїв формування зсувів, як поверхневих



**Людмила БОНДАРЕВА**  
доцент кафедри  
геотехніки  
к.т.н., доц.



**Василь БЕГАН**  
аспірант кафедри  
геотехніки

так і глибоких. Варто зауважити, що зворотній аналіз виконано для нормативних значень міцнісних параметрів, тобто без коефіцієнтів, що використовуються у Єврокодi 7, для розрахунку стійкості, тобто для підходу DA3 (design approaches 3).

Отримані результати показують, що комплексне поєднання даних геофізичної розвідки, польових та лабораторних вишукувань і числового моделювання дозволяє визначати механічні властивості флішу та суттєво підвищує якість прогнозування стійкості схилів у Карпатському регіоні. Представлена методика може бути використана при проектуванні та оцінці ризиків для природних схилів, де присутні флішові товщі.

**Ключові слова.** Карпатський фліш, числове моделювання, зворотний розрахунок (back-analysis), анізотропія, стійкість схилів, геофізичні дослідження.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Карпатський фліш є складною осадовою товщею, сформованою чергуванням шарів пісковиків, алевролітів і глинистих сланців. Ці породи зазвичай характеризуються високою тріщинуватістю, тектонічною порушеністю та інтенсивним вивітрюванням у приповерхневій зоні. Така геологічна будова призводить до значної анізотропії фізико–механічних властивостей і суттєво ускладнює виконання інженерно–геотехнічних оцінок.

Однією з головних проблем при дослідженні флішу є **визначення надійних механічних параметрів**, які достовірно відображають поведінку масиву в природніх умовах. Лабораторні випробування зразків часто дають неточні результати через порушення структури при відборі, масштабні ефекти та неоднорідність порід.

У зв'язку з цим виникає потреба в **комплексному підході**, який поєднує польові методи (зондування, геофізичні дослідження, колонкове буріння) із подальшим числовим моделюванням для уточнення параметрів. На основі отриманих даних виділяються окремі геотехнічні зони флішу різного ступеня вивітрювання та структурного порушення. Верхня, найбільш деградована частина товщі, часто розглядається як єдиний слабкий шар із пониженими показниками міцності.

Для врахування складності структури флішу та відсутності прямих даних про параметри міцності застосовано **зворотний розрахунок (back-analysis)**. Його метою є підбір таких параметрів, за яких коефіцієнт стійкості схилу досягає граничного стану ( $FoS = 1.0$ ), що відповідає рівновазі масиву під дією існуючих навантажень. Такий підхід дозволяє отримати характеристики міцності та деформаційні параметри флішу для подальших розрахунків та проектування протизсувних споруд.

## АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Проблематика інженерно-геологічного вивчення карпатського флішу привертала

увагу багатьох дослідників, зокрема у контексті стійкості схилів, побудови моделей масиву та визначення фізико-механічних параметрів порід.

У статті (Bestyński et al., 2018) представлено можливість використання комплексних геофізичних досліджень та геотехнічної класифікації для визначення геологічної структури та оцінки стійкості карпатських зсувів. Вказано на можливість використання сейсмічних досліджень для визначення геометрії схилу зсуву, необхідної для аналізу обчислювальної стійкості. У статті автори представляють можливість геотехнічної класифікації флішової основи KFG за геофізичними параметрами у зв'язку з класифікацією SMR, запропонованою М. Романою, для швидкої кількісної оцінки стійкості флішового схилу. У книзі (Duncan et al., 2014) описані методи аналізу стійкості схилів та механізми руйнування територій складених флішовими відкладеннями. У одній з найвідоміших класичних книг (Terzaghi, Peck & Mesri, 1996) описано формування напружено-деформованого стану при зсувних процесах, параметри міцності, лабораторні та польові методи визначення, а також проблеми стійкості схилів і укосів.

У статті (Marinos et al., 2005) розглядається Geological Strength Index (GSI) — система класифікації гірських порід, що використовується для оцінки їх міцності та деформаційних властивостей у геотехнічних розрахунках. Автори пояснюють принципи побудови GSI та його зв'язок із характеристиками масиву порід (структурою, ступенем вивітрювання, станом, показують практичні приклади застосування GSI у проектуванні тунелів, відкритих виробок і укосів; обговорюють обмеження методу, зокрема суб'єктивність оцінки та можливі похибки при використанні в неоднорідних або сильно порушених масивах. Стаття узагальнює досвід застосування GSI та дає рекомендації щодо його коректного використання в інженерній геології та геотехніці.

У публікації (Bishop, 1955) автор розглядає метод аналізу стійкості схилів, заснований на припущенні, що потенційна поверх-

ня зсуву має круглу форму також автор вводить і обґрунтовує метод Бішопа спрощений (Bishop's Simplified Method) — один із найпоширеніших ліміт-статичних підходів для визначення коефіцієнта стійкості схилів; враховує вплив міжблокових сил, роблячи метод точнішим порівняно з попередніми підходами (наприклад, методом Фелленіуса); подає математичний вивід рівняння рівноваги та ітераційний алгоритм розрахунку; демонструє ефективність методу на практичних прикладах.

У публікації (Grozic, 2009) розглядається фліш, як складний, шаруватий комплекс гірських порід (чергування пісковиків, алевролітів, глин), який створює значні труднощі для геотехнічного проектування. Автор аналізує: геологічні та механічні характеристики флішу, включно з анізотропією, слабкими прошарками, тріщинуватістю, неоднорідністю; поведінку флішу під навантаженням, його міцність, деформаційні властивості та чутливість до розмокання; механізми зсувів, які часто виникають у флішових товщах через слабкі контактні поверхні та різномірність порід; складності в інженерній практиці: будівництво доріг, фундаментів, тунелів, укосів у флішових районах; рекомендації щодо оцінки стійкості схилів та підходи до безпечного проектування. Стаття узагальнює ключові проблеми, які виникають при роботі з фліше-вими масивами, та підкреслює необхідність уважного геологічного аналізу й спеціальних методів розрахунку.

Попри наявність значного обсягу даних про будову флішу, питання визначення надійних механічних характеристик залишається відкритим. Існуючі методики, як правило, не забезпечують узгодження результатів лабораторних, геофізичних і розрахункових даних. Це зумовлює необхідність застосування комплексного підходу, що поєднує різні типи досліджень із подальшим калібруванням параметрів за допомогою зворотного числового аналізу.

## МЕТА РОБОТИ

Метою даної роботи є показати можли-

вості визначення фізико-механічних параметрів карпатського флішу, необхідних для оцінки стійкості схилів і розрахунку інженерних споруд, що розташовані в межах флішових товщ. Через складну геологічну будову, високу тріщинуватість та значну неоднорідність флішу традиційні лабораторні методи часто не забезпечують отримання репрезентативних характеристик. Тому у роботі реалізовано комплексний підхід, який поєднує результати колонкового буріння, дані статичного зондування (СРТ) та геофізичних досліджень (зокрема сейсмоакустичних і електророзвідувальних методів) для виділення окремих геотехнічних шарів і їх категоризації за станом міцності.

На основі узагальнених даних побудовано спрощену стратиграфічну модель масиву, у якій верхня зона, що характеризується високим ступенем вивітрювання та структурного порушення, розглядається як єдиний ослаблений шар, а глибші скельні горизонти поділяються на шари різних категорій міцності. Для визначення розрахункових параметрів міцності застосовано зворотний числовий аналіз (back-analysis) методом скінчених елементів із використанням підходу  $\phi$ - $c$  редукції, що реалізована в середовищі Plaxis 2D. Під час розрахунку параметри зчеплення та кута внутрішнього тертя поступово зменшувалась до моменту досягнення коефіцієнта стійкості  $FoS \approx 1.0$ , який відповідає граничному стану рівноваги схилу.

Для перевірки коректності отриманих результатів виконано незалежний аналітичний розрахунок стійкості схилу за спрощеним методом Бішопа. Порівняння результатів МСЕ і аналітичних розрахунків дозволило підтвердити коректність обраних параметрів та характер очікуваних поверхонь ковзання — як у межах вивітреної зони, так і вздовж структурно послаблених шарів.

Отримані результати демонструють ефективність поєднання геофізичних, бурових і числових методів для достовірного визначення параметрів флішу та можуть бути використані при оцінці стійкості природних і техногенних схилів у межах Карпатського

регіону.

### МЕТОД $\phi$ - $c$ РЕДУКЦІЇ

Метод  $\phi$ - $c$  редукції є одним із найбільш поширених числових підходів для визначення коефіцієнта стійкості схилів у розрахунках методом скінченних елементів. Його суть полягає у поступовому зменшенні параметрів міцності ґрунту або порід — кута внутрішнього тертя ( $\phi$ ) та питомого зчеплення ( $c$ ) — до моменту, коли модель втрачає стійкість, тобто перестає збігатися розв'язок рівнянь рівноваги.

Такий підхід реалізований у програмних комплексах Plaxis 2D, MIDAS GTS NX, ZSoil, Abaqus та інших. Метод ґрунтується на поступовому зниженні міцнісних характеристик матеріалу за допомогою коефіцієнта зниження (Mobilized Strength Factor, Msf). Під час розрахунку параметри міцності змінюються відповідно до співвідношень:

$$c_{\text{mobilized}} = \frac{c'}{M_{\text{sf}}}, \quad (1)$$

$$\tan_{(\phi_{\text{mobilized}})} = \frac{\tan(\phi')}{M_{\text{sf}}}, \quad (2)$$

де  $c'$  — ефективне зчеплення,  $\phi'$  — ефективний кут внутрішнього тертя,  $M_{\text{sf}}$  — коефіцієнт зниження міцності.

Обчислення виконується ітераційно: на кожному кроці  $M_{\text{sf}}$  зростає, що призводить до поступового зниження міцності матеріалу. У певний момент система стає нестійкою, і числове рішення більше не збігається. Значення  $M_{\text{sf}}$  при втраті збіжності приймається як коефіцієнт стійкості схилу (FoS):

$$\text{FoS} = M_{\text{sf}_{\text{failure}}}, \quad (3)$$

Цей підхід має кілька суттєвих переваг:

- дозволяє враховувати реальний напружено-деформований стан у зоні поте-

нційного зсуву;

- не потребує попереднього припущення про форму поверхні ковзання;
- може відображати нелінійну поведінку матеріалів і вплив анізотропії;
- легко поєднується з моделями Hoek–Brown, Mohr–Coulomb, Hardening Soil тощо.

У даній роботі метод  $\phi$ - $c$  редукції реалізовано в середовищі Plaxis 2D. Модель ґрунтового масиву побудована на основі стратиграфічних та геофізичних даних, які дозволили виділити окремі шари флішу за категоріями міцності (III, IV, V). Для кожного сценарію розглядалися два можливих механізми руйнування:

1. **Поверхневий зсув** у межах вивітреної зони флішу;
2. **Глибинний зсув** уздовж структурно ослаблених шарів.

На кожному етапі  $\phi$ - $c$  редукції здійснювався контроль за розвитком деформацій, ізолініями пластичних зон та зміщеннями ґрунтового масиву. Стан втрати стійкості визначався моментом, коли обчислення в Plaxis 2D втрачало збіжність, а переміщення у моделі починали необмежено зростати.

Отримане критичне значення  $M_{\text{sf}}$  інтерпретовано як фактичний коефіцієнт стійкості FoS, що відображає граничний стан рівноваги. На основі цього підходу було виконано калібрування параметрів зчеплення  $c'$  та кута внутрішнього тертя  $\phi'$  до досягнення умови  $\text{FoS} \approx 1.0$ , що відповідає сучасному напружено-деформованому стану схилу.

Таким чином, метод  $\phi$ - $c$  редукції у поєднанні з даними польових і геофізичних досліджень дозволяє не лише оцінити поточну стійкість схилу, але й уточнити параметри міцності флішу, які характеризують його поведінку в природному заляганні.

### АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД БІШОПА BISHOP'S SIMPLIFIED METHOD (LEM)

Спрощений метод Бішопа — це класичний аналітичний підхід для визначення коефіцієнта стійкості схилу.

Метод ґрунтується на поділі масиву, який може зсунутися, на вузькі вертикальні слайси (елементи). Для кожного елемента враховується його вага, параметри міцності порід і поровий тиск. Потім виконується підсумовування сил вздовж потенційної поверхні ковзання.

У цьому методі форма поверхні ковзання задається як частина кола, що є типовим припущенням для багатьох реальних зсувів, у тому числі й для флішових товщ.

Коефіцієнт стійкості визначається за формулою:

$$FoS = \frac{\sum [c' \cdot b + (W - u \cdot b) \tan \phi'] \cdot 1}{\sum W \cdot \sin a} \quad (4)$$

де:  $W$  – вага елемента,  $b$  – ширина елемента,  $u$  – поровий тиск,  $a$  – кут між основою елемента та горизонталлю,  $m$  – коефіцієнт, що враховує взаємодію між вертикальною та дотичною складовими сил,  $c', \phi'$  – параметри міцності (питоме зчеплення та кут внутрішнього тертя).

В даному дослідженні метод Бішопа застосовано для перевірки результатів FEM, отриманих методом  $\phi$ - $c$  редукції. Для коректного порівняння аналізували ті самі сценарії:

- **Мілкий зсув** у межах вивітреної зони флішу.
- **Глибинний зсув** вздовж слабого структурного контакту.

Геометрію потенційних поверхонь ковзання брали з МСЕ–результатів, щоб оцінити відповідність між числовим та аналітичним підходами.

Отримані значення FoS для обох сценаріїв виявилися близькими до 1,0, яке було досягнуто методом  $\phi$ - $c$  редукції. Це підтвердило точність підібраних параметрів міцності та правильність форм потенційних поверхонь ковзання.

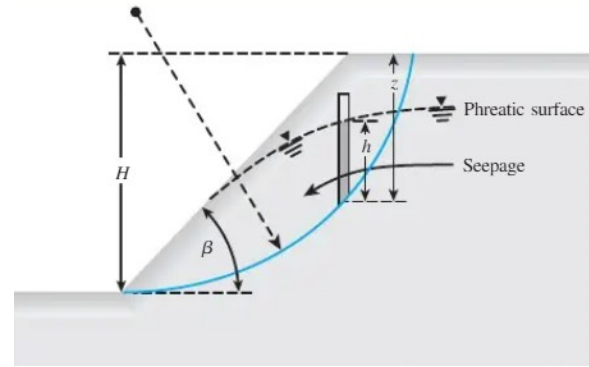


Рис.1. Схема до аналітичного розрахунку методом Бішопа  
Fig.1. Diagram for Analytical Calculation Using Bishop's Method

Таким чином метод Бішопа було використано як надійний інструмент для перевірки результатів числового моделювання, щоб підвищити загальну достовірність оцінки стійкості схилу та підбору параметрів міцності флішових порід.

#### КАТЕГОРИЗАЦІЯ СКЕЛЬНИХ ПОРІД ТА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ ГЕОФІЗИЧНИХ ДАНИХ

Флішові товщі Карпат характеризуються значною мінливістю міцнісних властивостей, що зумовлено різними ступенями вивітрювання, тектонічного порушення та зміненої структури пісковиків і сланців. Для коректного моделювання поведінки масиву необхідно виділити окремі геотехнічні категорії скельних порід, які відображають їхній фактичний стан.

У даному дослідженні категоризацію виконано на основі комплексної інтерпретації:

- Геофізичних даних;
- Результатів колонкового буріння;
- Емпіричних залежностей на основі моделі Hoek–Brown;
- Лабораторних досліджень.

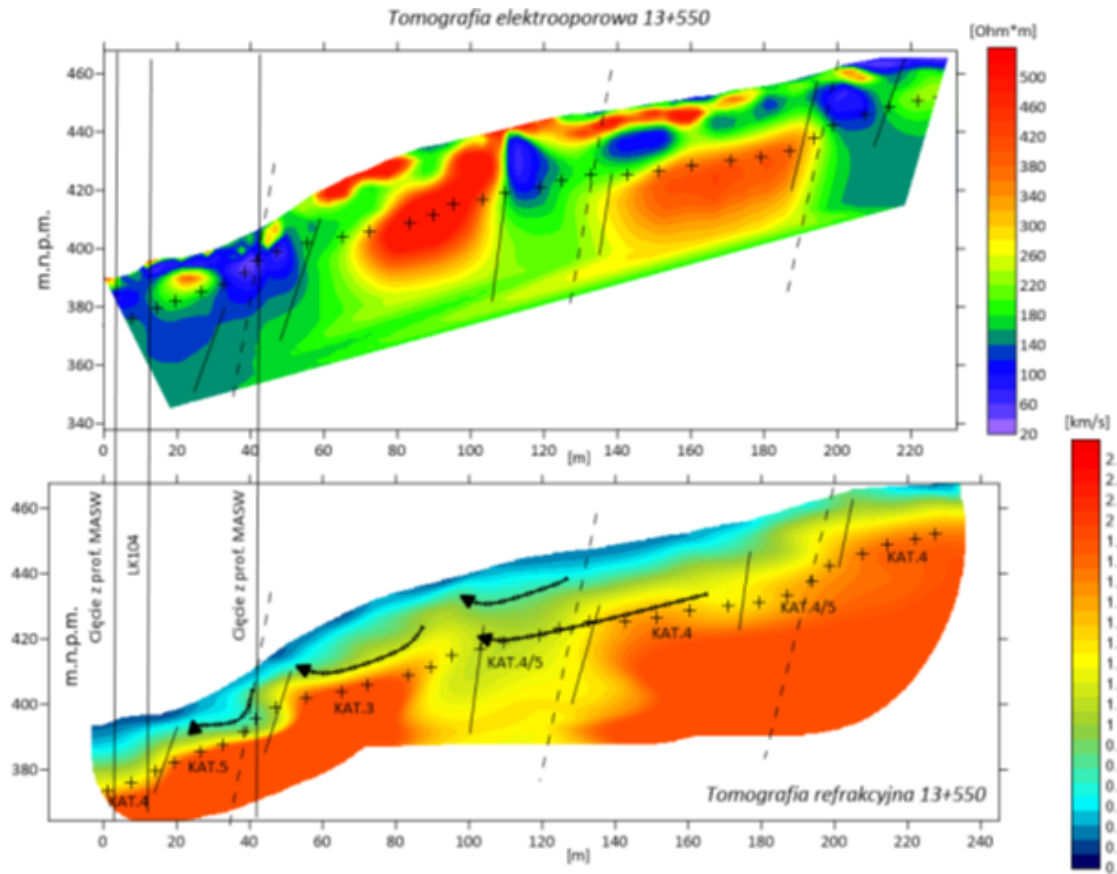


Рис.2. Приклад поділу скелі на категорії на основі геофізичних даних  
 Fig.2. Example of Rock Classification into Categories Based on Geophysical Data

### АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ СХИЛУ ЗА РЕ- ЗУЛЬТАТАМИ FEM ТА LEM

У процесі числового моделювання методом скінченних елементів (МСЕ) та при перевірці аналітичним методом було встановлено, що характер механізму руйнування суттєво залежить від вибору фізико-механічних параметрів ґрунту. Підбір параметрів виконувався з метою отримання такої моделі, у якій проявляється або поверхневий, або глибинний зсувний процес. Такі варіанти є типовими для реальних схилів зі стратифікованою структурою (слабкі шари зверху, міцніші внизу) та добре відтворюється числовим моделюванням за умови правильного підбору параметрів міцності та деформативності.

### ФОРМУВАННЯ ПОВЕРХНЕВОГО ЗСУ- ВУ МЕТОДОМ FEM ТА LEM

Поверхневий зсув формується у верхній

(слабкій) зоні ґрунту, яка має знижені параметри міцності, порівняно з нижніми шарами. Такий зсув було отримано за рахунок збільшення кута внутрішнього тертя та зменшення питомого зчеплення.

У FEM-аналізі поверхневий зсув проявився як локальна пластична зона, що утворюється у верхній частині схилу та прогресує вниз по схилу по відносно короткій та мілкій призмі ковзання. Під час зниження  $\phi$  та  $c$  у процесі  $\phi - c$  reduction пластичні деформації концентрувалися саме в цій зоні, поки не формувався замкнений шлях ковзання — після чого коефіцієнт стійкості  $Msf$  досягав критичного значення.

Метод Бішопа для тих же параметрів показав аналогічну форму ковзної поверхні: коротка некругла або близька до круглої поверхня з виходом на денну поверхню в межах верхнього шару. Отримане значення коефіцієнта стійкості добре корелювало з результатами FEM-моделі, що підтверджує відповідність обраних параметрів

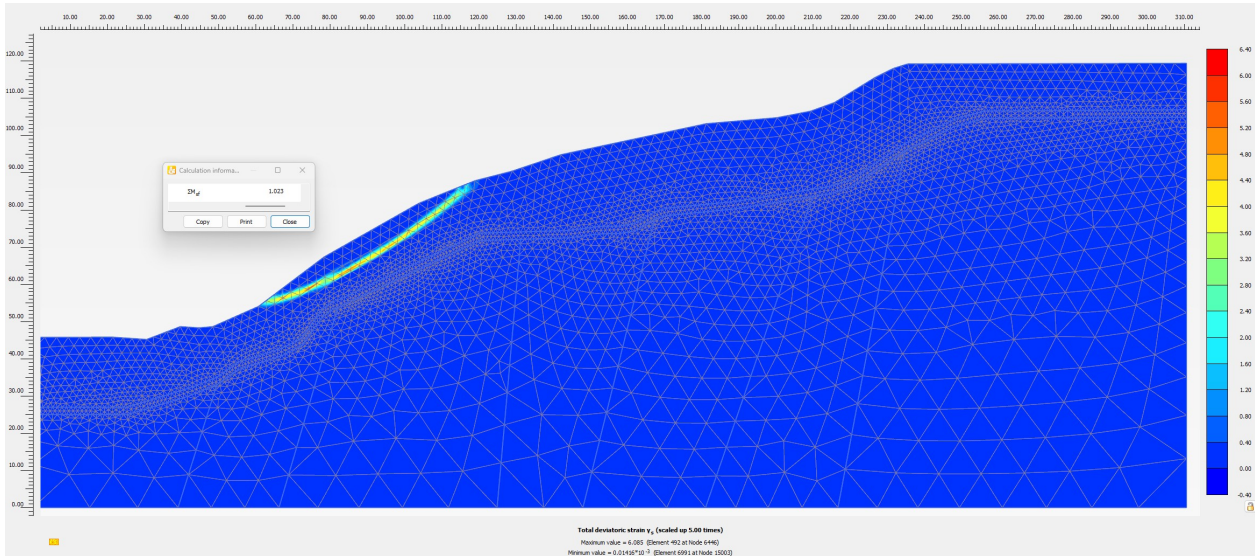


Рис.3. Лінія ковзання схилу при варіанті поверхневого зсуву методом FEM  
 Fig.3. Slope Slip Surface for the Surface Failure Scenario Using the FEM Method

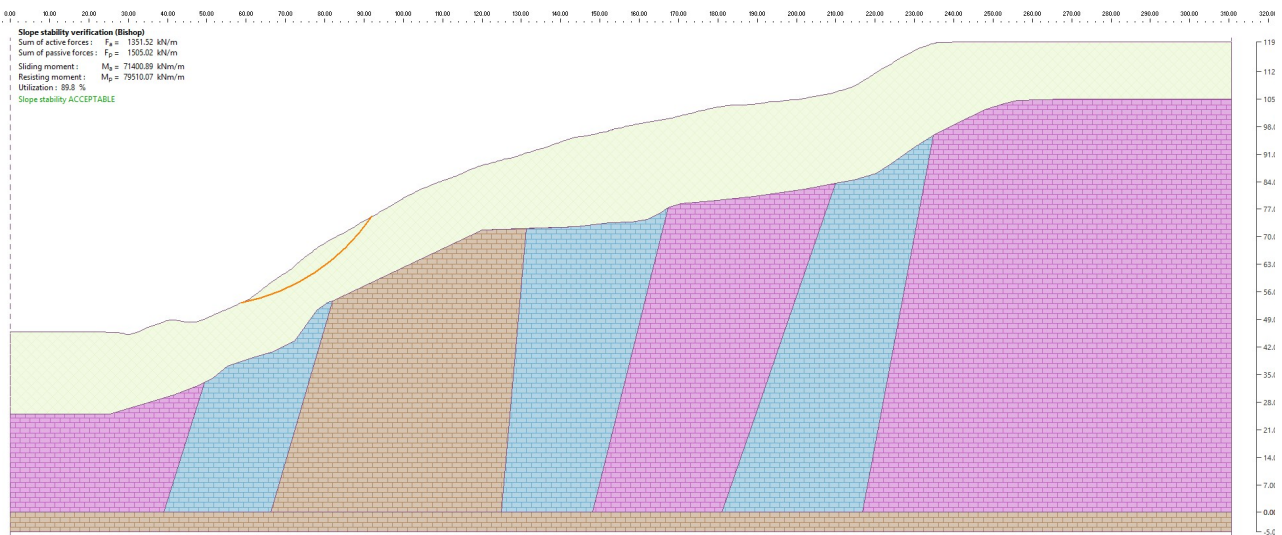


Рис.4. Лінія ковзання схилу при варіанті поверхневого зсуву методом LEM  
 Fig.4. Slope Slip Surface for the Surface Failure Scenario Using the LEM Method

### ФОРМУВАННЯ ГЛИБИННОГО ЗСУВУ МЕТОДОМ FEM ТА LEM

Глибинний зсув формується тоді, коли слабкість матеріалу або геометрії схилу проявляється не лише у верхніх, а й у середніх та нижніх шарах, що призводить до розвитку великої, протяжної поверхні ковзання. У каліброваних моделях це досягається шляхом встановлення більшого значення питомого зчеплення та меншого кута внутрішнього тертя для верхніх шарів, за яких сумарна стійкість масиву падала до

рівня, що дозволяє формування глибокої, майже круглої або комбінованої поверхні ковзання.

У FEM-моделі при поетапному зменшенні  $\phi$  та  $c$  зона пластичних деформацій почала формуватися не на поверхні, а в основній товщі схилу, розростаючись у напрямку вниз і назад у бік вершини.

Коли параметри досягли критичного стану, у моделі з'явився замкнений пластичний шлях, який проходив на значній глибині, захоплював декілька шарів та виходив на поверхню в нижній частині укосу.

Метод Бішопа для тих же параметрів показав утворення глибокої круглоциліндричної поверхні ковзання, яка:

- перетинає кілька шарів із різними параметрами,
- має більшу довжину дуги ковзання,
- виходить на схил значно нижче точки ініціації руйнування.

ки ініціації руйнування.

Розрахований коефіцієнт стійкості добре корелював із FEM-значенням, підтверджуючи, що обрана комбінація параметрів дійсно моделює глибинний зсув.

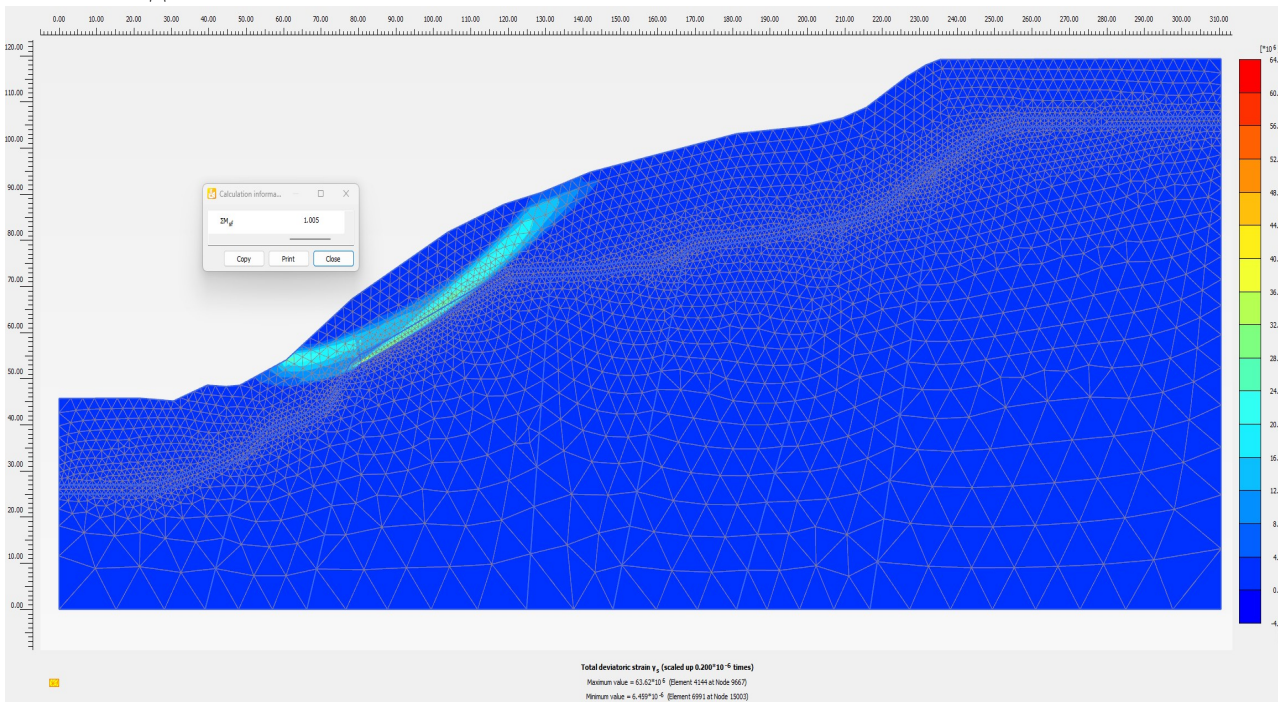


Рис.5. Лінія ковзання схилу при варіанті глибинного зсуву методом FEM  
 Fig.5. Slope Slip Surface for the Deep-Seated Failure Scenario Using the FEM Method

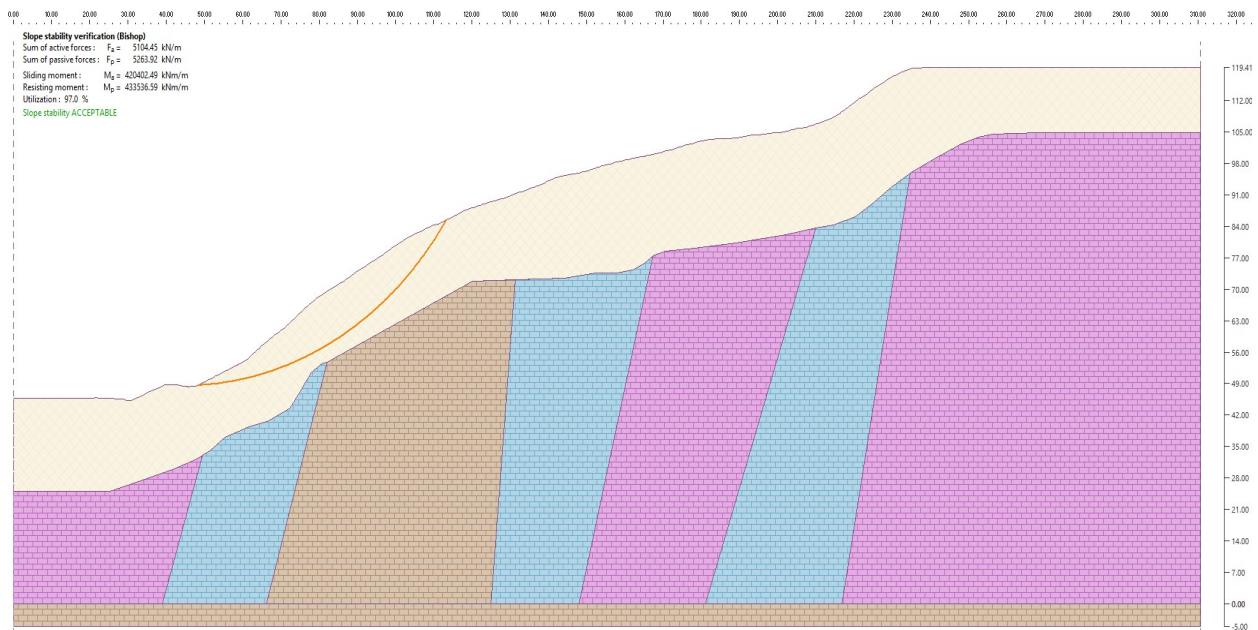


Рис.6. Лінія ковзання схилу при варіанті глибинного зсуву методом LEM  
 Fig.6. Slope Slip Surface for the Deep-Seated Failure Scenario Using the LEM Method

Табл. 1: Прийняті параметри ґрунтів  
Table 1. Accepted soil parameters

Найменування	Категорія	Питома вага, (кН/м <sup>3</sup> )	Питоме зчеплення, кПа	Кут внутрішнього тертя, (°)
Flysch (1 scenario)	—	21.5	6.6	29.7
Flysch (2 scenario)	—	21.5	15.75	23.1
Rock (sandstone)	3	26.0	334.0	44.4
Rock (sandstone)	4	24.0	99.0	23.37
Rock (sandstone)	5	24.0	58.0	17.3

## ВИСНОВКИ

Проведене дослідження показало ефективність інтеграції геофізичних інтерпретацій, даних буріння та польових спостережень для оцінки міцнісних характеристик флішу та скельного масиву в Карпатах, відомих своєю неоднорідністю, анізотропією та складними поверхнями зсуву.

Для спрощення стратиграфічної моделі верхня зона вивітрювання була розглянута як єдиний шар, тоді як глибші шари скелі були поділені на категорії відповідно до результатів геофізичних досліджень та бурових даних. Категорії 3–5 відображають від найміцнішого матеріалу до зон потенційних зсувів, що дозволило побудувати адекватну геотехнічну модель для аналізу стійкості схилів.

Параметри флішу були підібрані для двох сценаріїв з урахуванням різних значень питомого зчеплення та кута внутрішнього тертя, що враховує природну варіабельність породи. Для скельних шарів механічні характеристики були інтерпретовані на основі геофізичних даних (класифікація KFG), результатів буріння та літературних джерел, що дозволило визначити середні параметри масиву та отримати розрахункові  $\phi'$  та  $c'$  за методом Кулона-Мора через Roclab.

Застосування методу  $\phi$ - $c$  reduction у МСЕ дало змогу калібрувати параметри зсувної міцності для наближення до граничного стану рівноваги ( $FoS \approx 1$ ), а результа-

ти були підтверджені незалежними розрахунками методом Бішопа, що підтвердило достовірність прогнозів для поверхневих та глибинних механізмів руйнування.

Отримані параметри відображають ймовірну поведінку порід in-situ і можуть бути використані для подальших аналізів та проектування. Враховуючи складність та змінність флішових та скельних формацій, рекомендовано застосовувати інструментальні спостереження (інклінометри, пізмометри) для подальшого уточнення геотехнічної моделі та підвищення точності прогнозів.

Інтегрований підхід — поєднання моделювання, геофізичних даних та польових спостережень — забезпечує практичну та обґрунтовану методологію роботи зі схилами, складеними флішем та скелями, у Карпатському регіоні та подібних геологічних умовах.

## ЛІТЕРАТУРА/ REFERENCES

- Bestyński, Z., Pacanowski, G., & Sieinsk, E. (2018). Geophysical investigation and geotechnical classifications for stability assessment of Carpathian flysch slopes. *Prz. Geol.*, 65(10), 717–724.
- Duncan, J. M., Wright, S. G., Brandon, & T. L. (2014). *Soil Strength and Slope Stability*. Wiley.
- Terzaghi, K., Peck, R. B., & Mesri, G. (1996). *Soil Mechanics in Engineering Practice*. Wiley-Interscience.
- Marinos, V., Marinos, P., & Hoek, E. (2005). *The Geological Strength Index: Applications*

- and limitations. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 64(1), 55–65.
5. Bishop, A. W. (1955). The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes. *Géotechnique*, 5(1), 7–17.
  6. Grozic, J. L. H. (2009). The Geotechnical Behaviour of Flysch: Slope Stability and Engineering Challenges.
  7. Rocscience Inc. (n.d.). *Rocscience software documentation*. Rocscience. Retrieved from <https://www.rocscience.com>.

assessment of the strength and deformation behavior of flysch formations and significantly improves the quality of slope stability predictions in the Carpathian region. The proposed methodology can be applied in the design, risk assessment, and long-term monitoring of natural and anthropogenic slopes composed of flysch materials.

**Key words.** Carpathian flysch, numerical modeling, back-analysis, anisotropy, slope stability, geophysical investigations.

### **Integrated Methodology for Assessing the Physical-Mechanical Properties of the Carpathian Flysch Using Geophysics and Numerical FEM/LEM Slope Stability Analysis**

*Liudmyla BONDAREVA,  
Vasyl BEHAN*

**Abstract.** The Carpathian flysch is one of the most complex geological formations in Eastern Europe, characterized by alternating layers of sandstone, siltstone, and clay shale, pronounced fracturing, structural heterogeneity, and strong anisotropy of mechanical properties. These features significantly complicate the determination of reliable physical and mechanical parameters and the prediction of slope stability.

This study presents an integrated approach to evaluating the mechanical behavior of flysch formations that combines drilling data, CPT/CPTu testing, geophysical investigations (seismic-acoustic profiling, electrical resistivity, GPR), laboratory testing, and numerical modeling using the Finite Element Method (FEM). Based on the interpretation of geophysical data, several rock mass categories were identified according to the degree of weathering and structural disturbance. Strength parameters for these categories were derived using the Hoek–Brown and Mohr–Coulomb criteria.

The mechanical parameters of the flysch were refined through back-analysis employing  $\phi$ – $c$  reduction in Plaxis 2D. The critical safety factors obtained from FEM were compared with analytical results from Bishop’s simplified method (LEM). The consistency between FEM and LEM confirmed the reliability of the calibrated parameters and enabled the identification of both shallow and deep-seated failure mechanisms.

The results demonstrate that the combined use of geophysical interpretation, field testing, and numerical modeling provides a more accurate

## Різниця в роботі бурових і забивних паль в складі стрічково-пального фундаменту за результатами фізичного моделювання

Наталя БЛАЩУК<sup>1</sup>, Михайло ПЕРЕБИЙНІС<sup>2</sup>

Вінницький національний технічний університет  
95, Хмельницьке шосе, Вінниця, Україна, 21000,

<sup>1</sup> blaschuk@vntu.edu.ua, orcid.org/0000-0001-9764-0271

<sup>2</sup> mishauavn@gmail.com, https://orcid.org/0009-0006-9750-1451

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.36-42

**Анотація.** В даній роботі розглядається дослідження спільної роботи ростверку та паль у складі стрічкового пальового фундаменту мілкового закладання під дією вертикального навантаження. У практиці проектування несучу здатність фундаменту часто визначають виходячи з окремих характеристик паль, не враховуючи роботу ростверку та ефект сумісної роботи паль та ростверку в гуртовому середовищі. Проте участь ростверку у сприйнятті та розподіленні навантажень може суттєво змінювати розподіл зусиль між елементами конструкції та впливати на напружено-деформаційний стан системи «стрічковий пальовий ростверк – пали – ґрунтова основа».

Виконано фізичне моделювання на маломасштабних моделях у лабораторних умовах. Досліджено вплив способу влаштування паль (бурові та забивні), їх довжини, кроку та геометричних характеристик на роботу фундаменту. Ґрунтова основа моделювалася піском середньої крупності з контролем вологості та щільності, навантаження прикладалося поступово з вимірюванням осідань і розподілу навантажень між палями за допомогою тензодатчиків.

Отримані результати показали, що включення в роботу ростверку при сумісній роботі підвищує несучу здатність суми несучих здатностей елементів конструкції, що вказує на складні геотехнічні процеси в ґрунті, які позитивно впливають на сумісну роботу паль та ростверку. Та при використанні



**Наталя БЛАЩУК**

доцент кафедри будівництва, міського господарства та архітектури  
к.т.н., доц.



**Михайло ПЕРЕБИЙНІС**

аспірант кафедри будівництва, міського господарства та архітектури

бурових паль несуча здатність фундаменту перевищує несучу здатність тих для тих же геометричних параметрів при використанні забивних паль. Що вказує на здатність бурових паль краще реалізувати несучу здатність при сумісній роботі.

То ж використання паль, по більшій мірі забивних, в стрічковому фундаменті значно підвищує несучу здатність фундаменту в цілому, що може бути використаним для більш економічного рішення при проектуванні для будівництва.

**Ключові слова.** стрічковий пальовий фундамент, низький ростверк, забивна паля, бурова паля, перерозподіл навантажень, статичне навантаження несуча здатність.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ ТА АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

На даний час було проведено багато експериментальних і фізичних досліджень стрічкових пальових фундаментів (описаних нижче), які показали, що частину навантаження сприймає ростверк, а частину палі. Відсоток вертикального навантаження, яке сприймає ростверк залежить від способу влаштування паль, від характеру передачі навантаження на стрічковий паловий фундамент, від конструктивних характеристик самого фундаменту та від фізико-механічних властивостей ґрунтової основи.

Нормативною документацією, яка діє на території України, рекомендується враховувати сумісну роботу ростверку і паль одночасно, але не наведено положень і методик для його врахування. Фізичним і чисельним моделюванням було встановлено, що відсоток навантаження, яке сприймає ростверк, залежить від виду паль, кроку їх розміщення та від довжини паль. В цілому це призводить до значного здешевлення вартості фундаменту, тому дана тема є актуальною.

Дослідження (Маєвська та ін., 2011), про аналіз несучої здатності буріон'єкційних паль, визначеної статичними випробуваннями показує резерв фактичної несучої здатності від 6 до 180% вище, порівняно з розрахованим за методикою норм у 90% випадках.

В натурних дослідженнях на будівельному майданчику в Харкові (Samorodov et al., 2024) за допомогою контрольованого залучення ростверка в роботу вдалося передати до 50% навантаження на ростверк та повністю залучити і в роботу палі. Використовувалась конструкція комбінованого плитно-пального фундаменту із зазорами між ростверком та палью. Таке конструктивне рішення дозволило зеконимити близько 35% бюджету, порівняно з іншими можливими рішеннями.

Питанням вивчення роботи ростверку в складі пального фундаменту присвячені роботи Н. М. Дорошкевич, К. С. Заврієва, М. І. Нікітенка, І. І. Орленка, Ю. Н. Платонова, І. І. Сахарова, В. Д. Яблочкова, В. О.

Сернова, І. П. Бойка, О. В. Самородова, В. Л. Седіна, В. Л. Підлуцького, Р. К. Ковальського, А. М. Рузаєва та інших (Маєвська та ін., 2023).

Результати новітніх досліджень (Маєвська та ін., А. В., 2011; Блащук та ін., 2016; Пилипчук та ін., 2018) показують що резерв несучої здатності паль фактично в значній мірі вищий ніж розрахований за формулами і таблицями (ДБНВ.2.1–10:2009, 2012). Тож методика розрахунку навантаження які здатні сприймати бурові та забивні палі потребує удосконалення. При чому необхідність в удосконаленні методів розрахунку навантажень паль у складі фундаменту зростає з широтою їх застосування при проектуванні нових будівель та споруд так і для підсилення основи існуючих.

В дослідженнях проведених у ВНТУ показують певні конструктивні властивості та залежності, які впливають на несучу здатність пального фундаментів та стають в основі розробки ефективних методів розрахунку та проектування.

В дослідженні (Блащук та ін., 2016) за результатами фізичних експериментів виявлено вплив роботи ростветку на несучу здатність фундаменту. Моделі з більшою відстанню між шліцами показують більшу несучу здатність. Це вказує на включення в роботу ростверку, що підвищує несучу здатність пального фундаменту при зменшенні кількості паль.

І. В. Маєвською та Н. В. Блащук (Маєвська та ін., 2012) досліджено впливу низького ростверка на роботу пального фундаменту за допомогою чисельного моделювання. Результати досліджень показали, що найбільш впливовими чинниками на роботу ростверку у складі пального фундаменту є: крок паль у поздовжньому напрямку, відстань між рядами паль, довжина та спосіб влаштування паль, ґрунтові умови. Також опираючись на виявлені залежності було розроблено методику розрахунку стрічкових пального фундаментів який враховує частку навантажень, що сприймає ростверк.

Кореляційний аналіз факторів (Маєвська та ін., 2011), які впливають на несучу здатність фундаменту підсиленого палями,

показує складні процеси, які відбуваються при розподіленні навантажень від будівельних конструкцій фундаментом та палями. Проводилось моделювання з різними параметрами основи та змінному кроці і довжині паль підсилення методом скінченних елементів для дослідження напружено-деформованого стану системи паля-ростверк-основа за допомогою програмного комплексу Plaxis 3D Foundation. Комплексним аналізом факторів виявлено вплив факторів  $a_i/d_i$ ;  $b_i/d_i$ ;  $l_i/d_i$ ;  $E_i$ ;  $f_{0i}$ . На основі цих залежностей розроблено оригінальний метод багатфакторного аналізу. Результати експериментальних досліджень також показали, що частка ростверку у складі пальового фундаменту в залежності від інженерно-геологічних умов та геометричних параметрів фундаменту може сягати від 5 до 50 %.

Дослідження проведене (Пилипчук та ін., 2018) на тему залежності розподілу сил тертя за бічною поверхнею. Доводить що, співвідношення зусиль, що сприймає ґрунт під вістрям і за бічною поверхнею палі, залежить від її розмірів, жорсткості та властивостей ґрунтів, які прорізає паля. Повна реалізація несучої здатності палі тертя залежить від зрушувальної деформації палі, на що впливає виду й стану ґрунту, що оточує палю, та її розміри. Тому чим слабкіше ґрунт і більші поперечні розміри палі, тим величина зрушувального осідання більша.

У дослідженні (Пилипчук та ін., 2018), проведеному з ціллю більш точного визначення несучої здатності паль по боковій поверхні, отримано вагомні залежності для розподілення зусиль в палі. Результати показують що навантаження, які передає паля на ґрунт залежить від її розмірів та жорсткості ґрунту. Чим сильніший ґрунт під вістрям палі тим більше навантаження буде приходитись на нижню частину палі і менше передаватись на ґрунт через сили тертя. Ці результати вказують на важливість точного розрахунку палі, так як нерівномірний розподіл зусиль може призвести до неповної реалізації можливостей палі та передчасного її руйнування. Для ефективної роботи палі повинна відбуватися повна реалізація сил тертя за бічною поверхнею, яка

відповідає осіданню палі відносно оточуючого ґрунту при навантаженні.

Дослідження (Блащук та ін., 2018) виявило вагомні залежності в перерозподілі зусиль в пальовому фундаменті об'єднаним ростверком. Розподільча функція ростверку залежить від його жорсткості і наближення величини навантаження до граничного значення. А саме, при жорсткому ростверку найбільше навантаження сприймають кутові палі. По мірі навантаження близько до граничного навантаження розподіляються рівномірно. При гнучкому ростверку по мірі навантаження розподіляється рівномірно а при наближенні навантаження до граничного найбільше зусилля бере на себе центральна паля.

Виявлено залежність сумісної роботи ростверка та паль у стовпчастому пальовому фундаменті (Маєвська та ін., 2013) від характеристик ґрунту: кута внутрішнього тертя, питомого зчеплення та модуля деформації. При збільшенні питомого зчеплення ґрунту частка навантаження, що сприймається ростверком, зростає на різних етапах навантаження незалежно від виду ґрунту. При цьому ростверк краще включається в роботу при більшому навантаженні. Отримано, що ростверк краще включається в роботу при більшій деформації фундаменту.

## МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є дослідження особливостей спільної роботи ростверку та паль у складі стрічкового пальового фундаменту мілкового закладання під дією вертикального навантаження за допомогою випробування на маломасштабних моделях.

Була поставлена задача виявити різницю в роботі бурових та забивних паль об'єднаних низьким ростверком.

Також досліджувався вплив сумісної роботи ростверку та паль і як метод їх влаштування впливає на сумісну роботу.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для оцінки сумісної роботи ростверку і паль в складі стрічкового пальового

фундаменту мілкого закладання під дією вертикального навантаження та визначення частки навантаження, яке сприймає ростверк а яке приходить на палі в залежності від виду паль (бурова, забивна), кроку та геометричних характеристик проведено фізичне моделювання на маломасштабних моделях у лабораторних умовах.

Фізичне моделювання на маломасштабних моделях має вагомні переваги для дослідження поведінки конструкцій під навантаженням. Дозволяє отримати достовірну та точну оцінку поведінки фундаменту під навантаженням та взаємодію елементів конструкції в наближених до реальних умовах. Також дає широкий вибір варіантів розмірів, розміщення паль та можливість багаторазового повторення.

Моделювання ґрунтової основи виконано в лотку розмірами 1800x1200x1000 мм. В якості ґрунту заплановано використовувати пісок середньої крупності. Основа створюється шляхом пошарового засипання у лоток піску заданої вологості з обов'язковим ущільненням кожного шару до заданої щільності. Прийняті характеристики піску вказані в табл. 1. Щільність основи планується контролювати користуючись методом ріжучого кільця відповідно до вимог. Вологість визначатиметься методом висушування до постійної ваги. Масштаб моделювання прийнятий 1:15.

Табл. 1. Характеристики моделі ґрунтової основи в лотку

Table 1. Characteristics of the soil base model in the trough

Назва характеристики	Пісок середньої щільності
Щільність, г/см <sup>3</sup>	1670
Вологість	0,07
Коефіцієнт пористості	0,70
Кут внутрішнього тертя, град	30
Питоме зчеплення, кПа	1
Модуль деформації, МПа	24

Для моделювання паль довжиною 6, 4,5 і 3 м, поперечним перерізом 30x30 см, виготовлено моделі з деревини, діаметром поперечного перерізу 2,5 см (для бурових паль), 2x2

см (для забивних) і довжиною 20, 30 і 40 см. Виготовлено модель низького ростверку з металу висотою 2 см та довжиною 55 см, який об'єднує 11 паль з відстанню між ними 1 діаметр або 6 паль з відстанню 3 діаметри. Враховуючи обмеження упорної системи масштаб моделювання прийнятий 1:15.

Для навантаження моделі використовуються два механічних автомобільних домкрата, влаштованих по бокам моделі. Для контролювання прикладеного навантаження використовуються два динамометри ДС-5 і ДС-3, влаштовані на домкратах. Навантаження на ростверк передається через жорстку балку. На кожну палю влаштований тензодатчик. Для вимірювання навантажень, які приходяться на кожну з паль, використовуються тензодатчики (розраховані на навантаження до 200 кг.) які передають дані на аналого-цифровий перетворювач ваги hx-711, та виводить показники на дисплей вагового індикатора. Для можливості одночасно отримувати показники з одинадцятьох датчиків сконструйовано прилад, який об'єднує модулі інтерфейсів підключення, перетворювачів та дисплеї індикаторів.

Величина осідання заміряється за допомогою прогиномірів, закріплених вертикально по бокам моделі.

В ході експерименту на фундамент подавалося навантаження з кроком 150 кгс. до досягнення втрати несучої здатності. Кожен етап навантаження, по проходженню заданого проміжку часу, знімалися показники осідання для формування графіку осідання та показники тензодатчиків кожної з паль для визначення частки навантаження що несуть палі.

В результаті проведених модельних досліджень було отримано величину осідання моделей одиночних паль під дією статичного навантаження та сформовано порівняльні графіки осідання. На рис. 2 і рис. 3 зображено графіки залежності осідання-навантажень бурових та забивних паль різної довжини.

На основі графіку залежності осідання-навантаження, визначено несучу здатність фундаменту, як величину навантаження, що обмежує прямолінійну ділянку. Отримані значення несучої здатності подано в таблицю табл. 2.

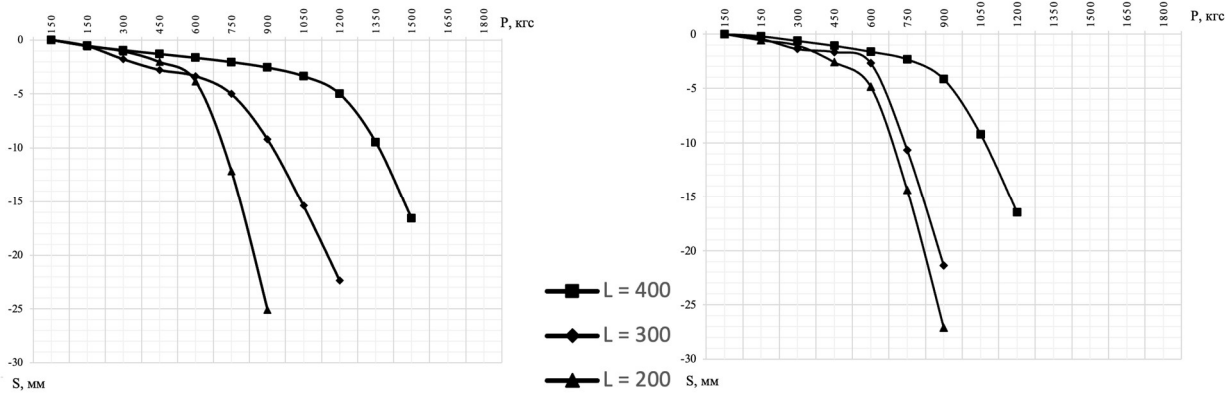


Рис. 2. Графіки залежності осідання-навантаження забивних паль 1D (зліва) і 3D (справа) об'єднані рост-верком

Fig. 2. Graphs showing the settlement-load relationship for driven piles 1D (left) and 3D (right) connected by a grillage

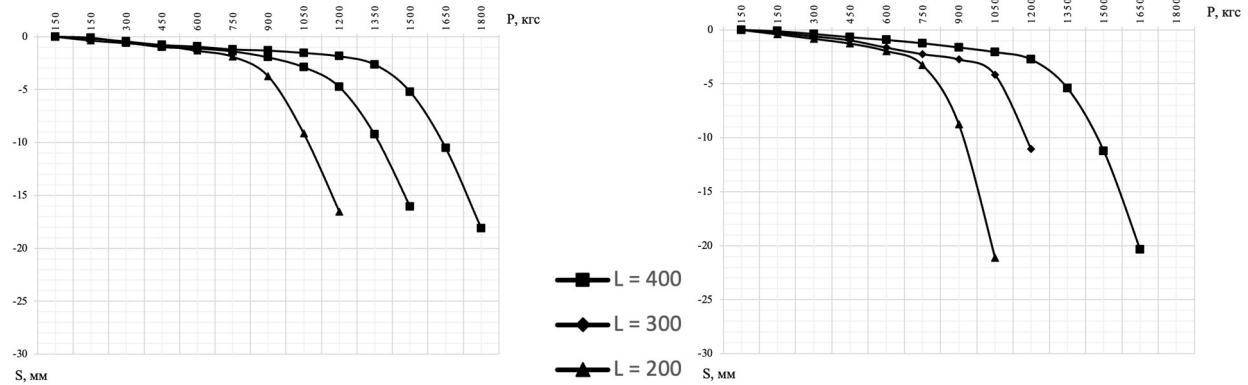


Рис. 3. Графіки залежності осідання-навантаження бурових паль 1D (зліва) і 3D (справа) об'єднані рост-верком

Fig. 3. Graphs showing the settlement-load relationship for 1D (left) and 3D (right) bored piles connected by a grillage

Табл. 2 – Результати визначення несучої здатності бурових та забивних паль при різній довжині та кроці.  
 Tabl. 2 – Results of determining the bearing capacity of bored and driven piles with different lengths and pitches.

Крок паль	Спосіб влаштування	Довжина паль, мм	Несуча здатність, кгс
1D	забивна	400	1050
		300	750
		200	600
	бурова	400	1350
		300	1050
		200	750
3D	забивна	400	900
		300	600
		200	450
	бурова	400	1200
		300	900
		200	600

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

1. Включення в роботу ростверку при сумісній роботі підвищує несучу здатність суми несучих здатностей елементів конструкції, що вказує на складні геотехнічні процеси в ґрунті, які позитивно впливають на сумісну роботу паль та ростверку.

2. Несуча здатність стрічкового пальового фундаменту з низьким ростверком при використанні бурових паль перевищує несучу здатність фундаменту тих же геометричних параметрів при використанні забивних паль. Що вказує на здатність бурових паль краще реалізувати несучу здатність при сумісній роботі.

3. Використання паль, по більшій мірі забивних, в стічковому фундаменті значно підвищує несучу здатність фундаменту в цілому, що може бути використаним для більш економічного рішення при проектуванні для будівництва.

## ЛІТЕРАТУРА

1. ДБН В.2.1-10-2009 Основи та фундаменти споруд. Основні положення проектування (Зміна №1 Палі і пальові фундаменти). Київ: Мінбуд України, 2011. 56 с.
2. Блащук, Н. В., & Підгорний, О. С. (2016). *Визначення несучої здатності фундаментів за результатами фізичного моделювання* [Дисертація]. ВНТУ.
3. Маєвська, І. В., & Блащук, Н. В. (2012). Ефект сумісної роботи паль і ростверку у складі стрічкового пальового фундаменту. *Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві*, 2(33), 33–39. ВНТУ
4. Маєвська, І. В., Попов, В. О., & Блащук, Н. В. (2011). Прогнозування міцності бетону на ранніх стадіях твердіння. *Вісник Вінницького національного технічного університету*, (5), 23–27.
5. Малишев, О. М. (2017). *Робота ростверку і паль у складі стовпчастого пальового фундаменту* [Кандидатська дисертація, Вінницький національний технічний університет]. Інституційний репозитарій ВНТУ. [ir.lib.vntu.edu.ua](http://ir.lib.vntu.edu.ua)
6. Пилипчук, М. Л., & Капшієнко, Ю. Ю. (2018). *Визначення несучої здатності паль тертя по боковій поверхні* [Магістерська робота, Вінницький національний технічний університет]. Інституційний репозитарій ВНТУ. <http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/123456789/3382>

7. Блащук, Н. В., Маєвська, І. В., & Попович, М. М. (2018). Перерозподіл зусиль між елементами стовпчастого пальового фундаменту. *Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві*, (1), 36–44.
8. Маєвська, І. В., Блащук, Н. В., & Чобанова, К. А. (2013). Вплив виду ґрунту на сумісну роботу паль і ростверку в кушовому пальовому фундаменті. *Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві*, (2), 40–47. [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Stmkb\\_2013\\_2\\_9](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Stmkb_2013_2_9)
9. Samorodov, O., Tabachnikov, S., Dytiuk, O., Krotov, O., Vynnykov, Y., Kirichek, Y., & Shapoval, V. (2024). Field investigations of combined raft-pile foundation with adjustable interaction between the raft and the piles. In A. Pinto, A. Gomes Correia, C. Ferreira, M. Matos Fernandes, N. Guerra, & P. Sêco Pinto (Eds.), *Geotechnical engineering challenges to meet current and emerging needs of society* (pp. 799–804).
10. Маєвська, І. В., & Блащук, Н. В. (2023). *Робота паль і ростверку у складі стовпчастих пальових фундаментів*. ВНТУ.

## REFERENCES

1. DBN V.2.1-10-2009 Foundations and foundations of structures. Basic design provisions (Amendment No. 1 Piles and pile foundations). Kyiv: Ministry of Construction of Ukraine, 2011. 56 p. [in Ukrainian].
2. Blashchuk, N. V., & Pidhornyi, O. S. (2016). *Vyznachennia nesuchoi zdatnosti fundamentiv za rezultatamy fizychnoho modeliuvannia* [Determination of the bearing capacity of foundations based on the results of physical modeling] [Doctoral dissertation, Vinnytsia National Technical University]. VNTU. (in Ukrainian).
3. Maievska, I. V., & Blashchuk, N. V. (2012). *Efekt sumisnoi roboty pal i rostverku u skladi strichkovoho palovoho fundamentu* [Effect of joint work of piles and grillage as part of a ribbon pile foundation]. *Suchasni tekhnologii, materialy i konstruktсии v budivnytstvi* [Modern Technologies, Materials and Structures in Construction], 2(33), 33–39. VNTU (in Ukrainian).
4. Maievska, I. V., Popov, V. O., & Blashchuk, N. V. (2011). *Prohnozuvannia mitsnosti betonu na rannikh stadiakh tverdinnia* [Predicting concrete strength at early stages of hardening]. *Visnyk Vinnytskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, (5), 23–27. (in Ukrainian).

5. Malyshev, O. M. (2017). *Robota rostverku i pal u skladi stovpchastoho palovoho fundamentu* [Work of the grillage and piles as part of a columnar pile foundation] [Doctoral dissertation, Vinnytsia National Technical University]. VNTU (in Ukrainian). [ir.lib.vntu.edu.ua](http://ir.lib.vntu.edu.ua)
6. Pylypchuk, M. L., & Kapshiienko, Yu. Yu. (2018). *Vyznachennia nesuchoi zdatnosti pal tertia po bokovii poverkhni* [Determination of the bearing capacity of friction piles on the lateral surface] [Master's thesis, Vinnytsia National Technical University]. VNTU Institutional Repository. (in Ukrainian).
7. Blashchuk, N. V., Maievska, I. V., & Popovych, M. M. (2018). *Pererozpodil zusyly mizh elementamy stovpchastoho palovoho fundamentu* [Redistribution of forces between the elements of a column-type pile foundation]. *Suchasni tekhnolohii, materialy i konstruktsii v budivnytstvi*, (1), 36–44. (in Ukrainian).
8. Maievska, I. V., Blashchuk, N. V., & Chobanova, K. A. (2013). *Vplyv vydu gruntu na sumisnu robotu pal i rostverka v kushchovomu palovomu fundamenti* [Influence of soil type on the joint work of piles and grillage in a cluster pile foundation]. *Suchasni tekhnolohii, materialy i konstruktsii v budivnytstvi*, (2), 40–47. (in Ukrainian). [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Stmkb\\_2013\\_2\\_9](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Stmkb_2013_2_9)
9. Samorodov, O., Tabachnikov, S., Dytiuk, O., Krotov, O., Vynnykov, Y., Kirichuk, Y., & Shapoval, V. (2024). Field investigations of combined raft-pile foundation with adjustable interaction between the raft and the piles. In A. Pinto, A. Gomes Correia, C. Ferreira, M. Matos Fernandes, N. Guerra, & P. Sêco Pinto (Eds.), *Geotechnical engineering challenges to meet current and emerging needs of society* (pp. 799–804).
10. Maievska, I. V., & Blashchuk, N. V. (2023). *Robota pal i rostverku u skladi stovpchastykh palovykh fundamentiv* [Work of piles and grillage in the composition of columnar pile foundations]. VNTU. (in Ukrainian).

under vertical loading. In design practice, the bearing capacity of a foundation is often determined based on the individual characteristics of the piles, without taking into account the work of the grillage and the effect of the joint work of the piles and grillage in a bulk environment. However, the participation of the grillage in the reception and distribution of loads can significantly change the distribution of forces between the structural elements and affect the stress-strain state of the “strip pile grillage - piles - soil foundation” system.

Physical modeling was performed on small-scale models in laboratory conditions. The influence of the method of pile installation (drilled and driven), their length, spacing, and geometric characteristics on the performance of the foundation was investigated. The soil base was modeled with medium-grained sand with controlled moisture and density, and the load was applied gradually with measurement of settlements and load distribution between piles using strain gauges.

The results showed that the inclusion of a grillage in the joint operation increases the total bearing capacity of the structural elements, indicating complex geotechnical processes in the soil that have a positive effect on the joint operation of piles and grillage. However, when using bored piles, the bearing capacity of the foundation exceeds the bearing capacity of those with the same geometric parameters when using driven piles. This indicates the ability of bored piles to better realize their bearing capacity when working together.

Therefore, the use of piles, mainly driven piles, in a strip foundation significantly increases the bearing capacity of the foundation as a whole, which can be used for a more economical solution in construction design.

**Key words.** strip pile foundation, low grillage, driven pile, bored pile, load redistribution, static load bearing capacity.

### **The difference in the performance of bored and driven piles in a strip pile foundation based on the results of physical modeling**

*Natalia BLASCHUK*  
*Mykhailo PEREBYINIS*

**Summary.** This paper considers the joint action of grillage and piles in a shallow strip pile foundation

## Будівельно інформаційне моделювання в прикладних задачах геотехніки

Тетяна ДИПТАН<sup>1</sup>, Олег МАЛИШЕВ<sup>2</sup>

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037,  
<sup>1</sup>dyptan.tv@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0003-2852-014X  
<sup>2</sup>malyshev.ov@knuba.edu.ua, orcid.org /0000-0002-2804-6217

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.43-49

**Анотація.** Технологія інформаційного моделювання будівель (BIM) стала ключовим інструментом цифрової трансформації у будівельній галузі, забезпечуючи інтеграцію даних, візуалізацію проектних рішень та ефективну координацію між учасниками будівництва (концепція, 2021). Додатково використання BIM технологій є ефективним при виконанні моніторингу стану ґрунтів у реальному часі, що дозволяє здійснювати динамічне управління проектом під час будівництва. Це особливо актуально для складних та небезпечних інженерно-геологічних умов, де необхідно оперативного реагувати на зміни фізико-механічних та деформаційних характеристик ґрунтів. Збір даних за допомогою датчиків та інтеграція їх у цифрову модель дозволяє не тільки ефективно контролювати процеси, але й передбачати можливі негативні зміни ґрунтового середовища ще до того, як вони можуть виникнути. Проте її застосування в геотехнічній інженерії досі перебуває на початковому етапі. У публікації досліджено особливості впровадження BIM у геотехнічну практику, проаналізовано його переваги, обмеження та перспективи подальшого розвитку. Встановлено, що складні інженерно-геологічні умови майданчиків будівництва, труднощі з отриманням точних даних про інженерно-геологічні елементи, нестандартизованість робочих архітектурно-будівельних креслень, відсутність єдиної систематизованої та уніфікованої бази для представлення геотехнічної інформації ускладнюють інтеграцію BIM у геотехнічне проектування. Окрему увагу приділено проблемі взаємодії між BIM-командами, розробниками та постачальниками геотехнічних даних, зокрема труднощам вилучення інформації з архівних записів, що зберігаються у спеціальних форматах. У межах дослідження проведено SWOT-аналіз, який дозволив



**Тетяна ДИПТАН**  
ст. викладач кафедри  
геотехніки



**Олег МАЛИШЕВ**  
доцент кафедри  
геотехніки  
к.т.н., доц.

систематизувати сильні та слабкі сторони, можливості та ризики впровадження BIM у геотехнічній інженерії. Зазначено, що функції BIM з координації та віртуалізації добре відповідають потребам геотехнічного моделювання, особливо в інфраструктурних проектах. Для успішної інтеграції геологічної інформації в BIM-моделі необхідне спеціалізоване програмне забезпечення, стандарти обміну даними, підготовка фахівців та міждисциплінарна співпраця. Застосування BIM у геотехнічній інженерії має значний потенціал для підвищення точності, якості проектування, зменшення кількості помилок, покращення процесу прийняття рішень та загального підвищення ефективності реалізації будівельних проектів.

**Ключові слова.** BIM (Building Information Modelling), геотехнічні вишукування, цифрове моделювання, 3D модель.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Інформаційне моделювання будівель – це сучасна технологія цифрової трансформації в архітектурі та інженерії. Для реалізації BIM – процесів в геотехніці використовується різноманітне програмне забезпечення. Зокрема, європейський програмний комплекс GEO5, який дозволяє ефективно вирішувати геотехнічні завдання та може працювати з великими обсягами даних. Для побудови надійної BIM моделі необхідно зібрати та проаналізувати: геодезичні вишукування – цифрові моделі рельєфу, топографічні карти; інженерно-геологічні

вишукування – результати буріння свердловин, статичного та динамічного зондування (CPT, SPT), лабораторних випробувань ґрунтів для визначення фізико-механічних властивостей ґрунтів; матеріали геофізичних досліджень. Згенерована геологічна модель ґрунтового масиву дає можливість отримати тривимірну візуалізацію стратиграфії ґрунтів – ідентифікувати інженерно-геологічні елементи (ІГЕ), вказати слабкі зони, розрахувати стійкість схилу, змодельовати поведінку системи «ґрунтова основа – фундамент/конструкція». Для різних етапів життєвого циклу об'єкту реалізується наступна послідовність, наведена на Рис. 1.

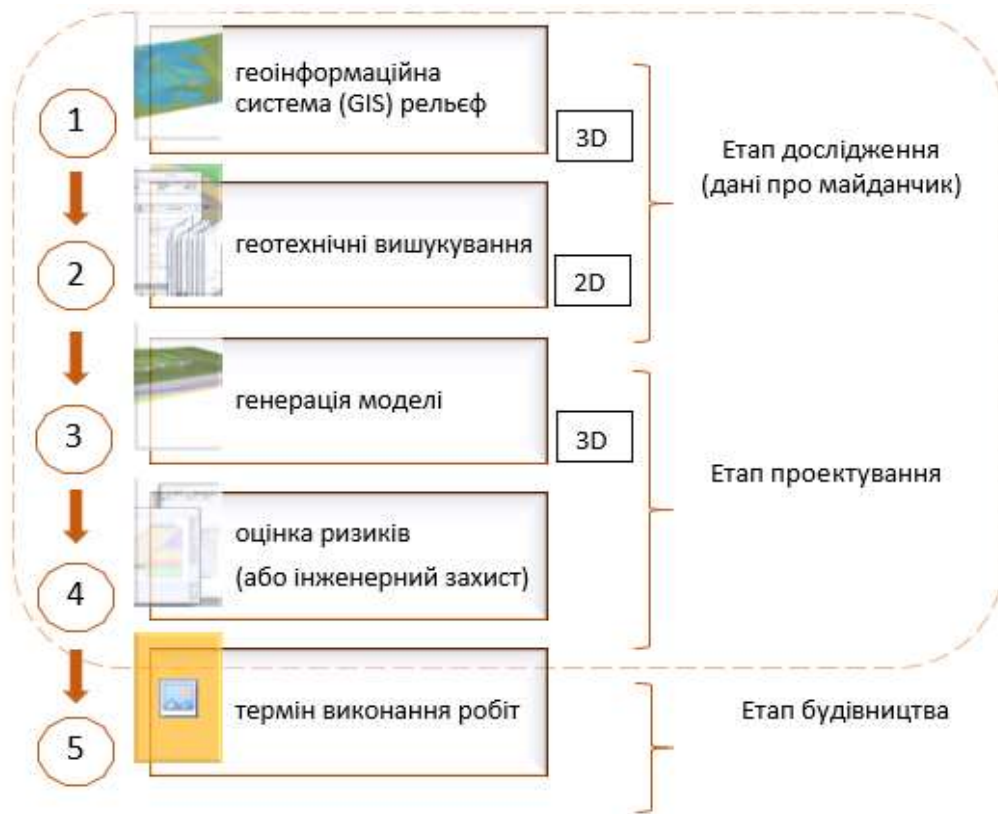


Рис.1. Послідовність застосування BIM на різних етапах життєвого циклу об'єкту.

Fig.1. The sequence of BIM application at different stages of object life cycle.

## МЕТА РОБОТИ

Головна мета цієї роботи полягає в тому, щоб показати, що застосування програмного забезпечення BIM у галузі геотехнічної інженерії може підвищити ефективність інженерних робіт, зменшити кількість

помилки та гарантувати кращу підтримку прийняття рішень на етапах дослідження та проектування.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

BIM-процес моделювання будівельної інформації реагує на сучасні вимоги щодо

зростання цифровізації (ДСТУ ISO 19650-2:2020). Зокрема, створення геотехнічної інформаційної моделі є одним із найскладніших, але водночас найважливіших етапів у загальному BIM процесі. На відміну від моделювання надземних конструкцій, що мають чіткі геометричні форми та визначені характеристики матеріалів, моделювання ґрунтової основи стикається з низкою унікальних викликів. Це вимагає застосування спеціалізованих підходів і використання програмного забезпечення, здатного працювати з великими обсягами просторових даних та їхньою невизначеністю. Одним з таких програмних комплексів, що може працювати з великою кількістю інформації є GEO5.

Проаналізуємо послідовність застосування інформаційного моделювання зверху донизу, для виділених пунктиром етапів як показано на Рис. 1.

### 1. Геоінформаційна система

На початковому етапі проектування, під час отримання вихідних даних щодо будівельного майданчика, ключову роль відіграє візуалізована інформація, яка забезпечує можливість детального аналізу обсягу робіт і своєчасного виявлення проблемних зон, що потребують додаткового дослідження (I Vaníček, 2021). Традиційно для вирішення геотехнічних задач на цьому етапі використовували топографічну зйомку у форматі 2D, яка базувалася на результатах вимірювання значної кількості точок із подальшим їх нанесенням на план. Однак, з розвитком сучасних технологій, зокрема геоінформаційного моделювання та супутникової навігації, зазначена інформація трансформувалася у тривимірну 3D модель. Це дозволяє обробляти великі об'єми просторових даних, зберігати їх у хмарних сховищах, а також експортувати у спеціалізовані програмні комплекси для подальшої візуалізації рельєфу та проведення комплексного аналізу території.

Переваги використання:

- ✓ візуалізована (особливо 3D) інформація дозволяє детально оцінити особливості геоморфології ділянки

вишукувань, обсяг робіт і виявити потенційні проблемні ділянки;

- ✓ швидкий доступ до великого масиву просторових даних сприяє ефективнішому плануванню та прийняттю рішень;
- ✓ дані легко експортуються у спеціалізовані програмні комплекси для подальшого аналізу та моделювання;
- ✓ використання хмарних сховищ забезпечує надійне зберігання та доступ до інформації з будь-якої локації;
- ✓ візуалізація полегшує взаєморозуміння між учасниками проєкту (інженерами, замовниками, підрядниками).

Недоліки використання:

- ✓ сучасні технології (3D-сканування, супутникова навігація, програмне забезпечення) потребують значних фінансових вкладень;
- ✓ помилки на етапі збору або обробки даних можуть призвести до неправильних висновків на наступних стадіях проектування;
- ✓ втрата доступу до хмарних сервісів або програмних комплексів може ускладнити роботу з даними;
- ✓ зберігання великого обсягу інформації у хмарних сховищах потребує додаткових заходів із захисту даних.

### 2. Геотехнічні вишукування

Геотехнічні вишукування є складовою частиною спеціалізованих інженерних досліджень, спрямованих на вивчення складу, стану та фізико-механічних властивостей ґрунтів як основ під будівлі та споруди, середовища для розміщення підземних об'єктів, а також для оцінки стійкості природних і штучних геологічних масивів, схилів та укосів (ДСТУ 9275.2:2024).

На сучасному етапі для відображення інженерно-геологічних умов будівельного майданчика в звітах чи висновках з інженерно-геологічних вишукувань переважно використовується формат 2D, реалізований за допомогою графічного програмного забезпечення AutoCAD. Такий підхід дозволяє візуалізувати нашарування ґрунтів по

глибині, інтегрувати результати бурових робіт, що містять інформацію про відібрані зразки з різних глибин. Проте 2D-модель не забезпечує можливості безпосереднього введення характеристик ґрунтів та виконання розрахунків на їх основі.

Після виконання комплексу досліджень, передбачених програмою інженерно-геологічних вишукувань (зокрема, статичного (СРТ) та динамічного (ДРТ) зондування, штампових випробувань тощо), отримані результати інтерпретуються паралельно з побудовою інженерно-геологічного розрізу у форматі 2D.

Натомість тривимірна (3D) модель є інформаційно насиченим об'єктом, що містить комплексні дані про геологічне середовище (I. S. Naryono, 2021). Вона дозволяє інтегрувати результати інженерно-геологічних вишукувань, включаючи дані буріння, зондування, лабораторних та геофізичних досліджень, у спеціалізоване програмне забезпечення. На основі цих даних, шляхом складної інтерполяції, формуються об'ємні геологічні тіла, які представляють інженерно-геологічні елементи (ІГЕ) з відповідними фізико-механічними характеристиками. Кожен елемент моделі містить власні параметри, що використовуються для подальших інженерних розрахунків. Таким чином, 3D-модель є не лише засобом візуалізації, а й потужним інструментом для аналізу та прийняття проектних рішень.

Переваги використання:

- ✓ інтеграція даних інженерно-геологічних вишукувань у цифрову ВІМ-модель (дані про ґрунти, рівень ґрунтових вод). Це дозволяє проєктувальникам враховувати геотехнічні умови ще на ранніх етапах;
- ✓ покращується взаємодія між виконавцями інженерних вишукувань, проєктувальниками і будівельниками з єдиною моделлю;
- ✓ зменшується кількість помилок через непорозуміння або втрату інформації;
- ✓ візуалізація складних геологічних умов (створення 3D-моделі з виділенням слабких зон);
- ✓ геотехнічна інформація зберігається в моделі протягом всього життєвого циклу об'єкту.

Недоліки використання:

- ✓ складність моделювання геологічного середовища (складні інженерно-геологічні умови важко точно відобразити в ВІМ-середовищі);
- ✓ різниця між вітчизняними нормативними документами та європейськими (інтерпретація параметрів ґрунту, визначених за різними методиками);
- ✓ інженери-проєктувальники повинні володіти не лише традиційними методами, а й навичками роботи з ВІМ-системами;
- ✓ не всі ВІМ-системи мають повноцінну підтримку геотехнічних модулів.

### 3. Генерація моделі

Для генерації моделі ґрунтового середовища в системі GEO5 використовується програма «Стратиграфія» – спеціалізований інструмент для створення та аналізу геологічних моделей на основі даних геологічних вишукувань та польових випробувань. Вона дозволяє створювати детальні 2D і 3D моделі масивів ґрунтів, генерувати геологічні та геотехнічні профілі для звітів.

Геологічна модель є ключовим інструментом для комплексного аналізу геологічної будови території, що досліджується (Alfredo Satyanaga, 2023). Вона дозволяє ідентифікувати походження ґрунтів, стратиграфічні особливості, виділяти межі між різними ґрунтовими шарами, вказувати на наявність лінз та геологічних розломів. Застосування геологічної моделі забезпечує отримання достовірної інформації, необхідної для оцінки потенційних геологічних і гідрогеологічних ризиків, що можуть впливати на безпеку та ефективність будівництва.

Геотехнічна модель являє собою узагальнене представлення ґрунтових умов будівельного майданчика шляхом задання відповідних фізико-механічних характеристик ґрунтових шарів, необхідних для виконання інженерних розрахунків. Її генерація передбачає кількісну оцінку напружено-

деформованого стану ґрунтів під впливом різних типів навантажень – як короткочасних, так і довготривалих – що виникають на етапі зведення та експлуатації будівель.

Геотехнічна модель орієнтована на практичні завдання інженерного аналізу, тоді як геологічна – на опис природних умов формування та будови ґрунтів.

Переваги використання:

- ✓ модель дозволяє кількісно оцінити напружено-деформований стан ґрунтів, що є критично важливим для забезпечення надійності та безпеки будівельних конструкцій;
- ✓ враховує специфіку навантажень, включаючи миттєві, тривалі та циклічні впливи;
- ✓ орієнтована на вирішення прикладних задач геотехніки – розрахунок осідань, стійкості, несучої здатності основ тощо;
- ✓ забезпечує узгодженість з геологічними даними, що дозволяє враховувати природні особливості ґрунтового середовища;
- ✓ сприяє застосуванню сучасних методів розрахунку (наприклад, скінченно-елементного аналізу), що підвищує точність прогнозів.

Недоліки використання:

- ✓ точність моделі значною мірою залежить від достовірності геотехнічних та геологічних досліджень, лабораторних випробувань і польових спостережень;
- ✓ модель базується на припущеннях і спрощеннях, які можуть не повністю відображати складну поведінку ґрунтів у природних умовах;
- ✓ побудова якісної геотехнічної моделі потребує значних ресурсів – часу, фінансів, спеціалізованого програмного забезпечення та кваліфікованих фахівців.

#### 4. Оцінка ризиків

Для оцінки ризиків на етапі проектування в геотехніці використовують моделювання, яке відіграє ключову роль у прогнозуванні поведінки ґрунтового масиву під впливом різних інженерних навантажень. Це дозволяє своєчасно виявити потенційні ризики, пов'язані з деформаціями, осіданням, втратами стійкості або порушенням несучої здатності основи.

В програмному комплексі GEO5 використовуються підпрограми (Рис. 2), які додатково дозволяють розрахувати стійкість схилу, осідання та виконати інженерний захист території.

Багата на інформацію цифрова модель, що надається BIM, дозволяє візуалізувати, моделювати та ефективно працювати в команді для досягнення оптимального проектного рішення, з можливістю врахування ризиків на різних етапах проектування та будівництва.

Переваги використання:

- ✓ можна доповнювати цифрову модель додатковими даними, які розширюють розуміння ситуації;
- ✓ можна моделювати поведінку ґрунтів під навантаженням, прогнозувати осідання, зсуви;
- ✓ аналіз дозволяє обирати більш економічно ефективні та безпечні рішення;
- ✓ інтегрувати в модель захисні конструкції для забезпечення стійкості;
- ✓ підвищити швидкість проведення розрахунків в порівнянні з інженерними методами.

Недоліки:

- ✓ необхідність врахування вимог європейських та національних стандартів при введенні та отриманні результатів розрахунків;
- ✓ необхідність ідентифікації параметрів основи при розрахунках за різними стандартами;
- ✓ необхідність проведення тестових задач та їх порівняння з польовими випробуваннями для підтвердження надійності результатів розрахунків.



Рис.2. Підпрограми GEO5 для геотехнічних розрахунків та моделювання.  
Fig.2. GEO5 subroutines for geotechnical calculations and modeling.

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Дослідження, виконане в межах цієї публікації, підтверджує, що BIM є не просто сучасним технологічним трендом, а критично важливою складовою інтеграції в простір геотехнічного моделювання. Перехід від статичних 2D креслень до 3D геологічної моделі, яка є не просто візуальною картинкою, а інформаційно насичена параметрами, що дозволяє розрахувати систему «основа-фундамент/конструкція» та прийняти рішення на всіх етапах життєвого циклу об'єкту.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Концепція впровадження технологій будівельного інформаційного моделювання (BIM-технологій) в Україні. *Схвалено розпорядженням Кабінету Міністрів України від 17 лютого 2021 р. № 152-р.*
2. ДСТУ ISO 19650-1:2020 Організація та оцифрування інформації щодо будівель та споруд включно з будівельним інформаційним моделюванням (BIM). Управління інформацією з використанням будівельного інформаційного моделювання. Частина 1. Концепції та принципи (ISO 19650-1:2018, IDT) - [Чинний від 2020-07-01]. – К.: ДП «УкрНДНЦ» 2020.
3. ДСТУ 9275.2:2024 Настанова з виконання інженерних вишукувань для будівництва. Частина 2. Інженерно-геодезичні, інженерно-метеорологічні та спеціалізовані вишукування. [Чинний від 2024-09-01]. – К.: ДП «УкрНДНЦ» 2020.
4. I Vaníček, D Jirásko & M Vaníček (2021). Role of Geotechnical Engineering in BIM process

- modelling. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, Volume 727, 14th Baltic Sea Region Geotechnical Conference 18-19th of January 2021, Helsinki, Finland. DOI:10.1088/1755-1315/727/1/012007.
5. I. S. Haryono, A. L. Saw, S. W. Lee & Lewis C.K. Wong (2021). Digital Twin for Geotechnical Engineering Applications. *Proceedings of The HKIE Geotechnical Division 41st Annual Seminar: Adapt to Challenges, Create to Thrive (GDAS2021)*, 73-84. DOI:10.21467/proceedings.126
  6. Alfrendo Satyanaga, Gerardo Davin Aventian, Yerkezhan Makenova, Aigerim Zhakiyeva, Zhuldyz Kamaliyeva, Sung-Woo Moon & Jong Kim (2023). Building Information Modelling for Application in Geotechnical Engineering. *Infrastructures* 2023, 8, 103. DOI:10.3390/infrastructures8060103

## REFERENCES

1. Kontsepsiia vprovadzhennia tekhnolohii budivelnoho informatsiinoho modeliuвання (BIM-tekhnolohii) v Ukraini. *Shkvaleno rozporiadzhenniam Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 17 liutoho 2021 r. № 152-r.*
2. DSTU ISO 19650-1:2020. (2020). Orhanizatsiia ta otsyfrovannia informatsii shchodo budivel ta sporud vkliuchno z budivel'nym informatsiinym modeliuванням (VIM). Upravlinnia informatsiieiu z vykorystanniam budivel'noho informatsiinoho modeliuвання. Chastyna 1. Kontsepsii ta pryntsyvy (ISO 19650-1:2018, IDT) [Chynnyi vid 2020-07-01]. Kyiv: DP «UkrNDNTs».
3. DSTU 9275.2:2024. (2024). Nastanova z vykonannia inzhenernykh vyshukuvan' dlia budivnytstva. Chastyna 2. Inzhenerno-geodezychni, inzhenerno-meteorolohichni ta spetsializovani vyshukuvannia [Chynnyi vid

- 2024-09-01]. Kyiv: DP «UkrNDNTs».
4. Vaníček, I., Jirásko, D., & Vaníček, M. (2021). Role of geotechnical engineering in BIM process modelling. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 727(1), 012007. 14th Baltic Sea Region Geotechnical Conference, January 18–19, 2021, Helsinki, Finland. DOI:10.1088/1755-315/727/1/012007
  5. Haryono, I. S., Saw, A. L., Lee, S. W., & Wong, L. C. K. (2021). Digital twin for geotechnical engineering applications. In Proceedings of the HKIE Geotechnical Division 41st Annual Seminar: Adapt to Challenges, Create to Thrive (GDAS2021) (pp. 73–84). DOI:10.21467/proceedings.126
  6. Satyanaga, A., Aventian, G. D., Makenova, Y., Zhakiyeva, A., Kamaliyeva, Z., Moon, S.-W., & Kim, J. (2023). Building information modelling for application in geotechnical engineering. Infrastructures, 8(103). DOI:10.3390/infrastructures8060103

particularly in infrastructure projects. Successful integration of geological data into BIM models requires specialized software, data exchange standards, professional training, and interdisciplinary collaboration. The use of BIM in geotechnical engineering holds significant potential for improving design accuracy, reducing errors, enhancing decision-making processes, and increasing the overall efficiency of construction project implementation.

**Key words.** BIM (Building Information Modeling), geotechnical surveys, digital modeling, 3D model.

### Construction information modeling in applied geotechnical engineering problems

*Tetiana DYPTAN*  
*Oleg MALYSHEV*

**Summary.** Building Information Modelling (BIM) has become a key tool in the digital transformation of the construction industry, offering integrated data management, project visualization, and effective coordination among stakeholders (concept, 2021). However, its application in geotechnical engineering remains at an early stage. This paper explores the specific features of BIM implementation in geotechnical practice, analyzing its advantages, limitations, and future prospects. It has been found that complex subsurface conditions, challenges in obtaining accurate geological data, lack of standardized drawings, and the absence of a unified language for presenting geotechnical information hinder the integration of BIM into geotechnical design. Particular attention is paid to the interaction between BIM teams and geotechnical data providers, especially the difficulties in extracting information from archived records stored in specialized formats. A SWOT analysis was conducted to identify the strengths, weaknesses, opportunities, and threats of BIM adoption in geotechnical engineering. The visualization, coordination, and virtualization functions of BIM are shown to align well with the needs of geotechnical modelling,

## Застосування методу кутових точок у аналізі напружень під плитним фундаментом: порівняння з числовим моделюванням (модель Кулона-Мора)

Вероніка ЖУК<sup>1</sup>, Олександр ГАВРИЛЮК<sup>2</sup>

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037  
<sup>1</sup>zhuk.vv@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-1114-3192>  
<sup>2</sup>gavryliuk.ov@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-7252-0679>

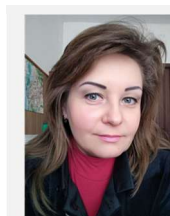
DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.50-58

**Анотація.** Останнім часом, в умовах розвитку будівництва, особливо в умовах стрімкої урбанізації та високої щільності забудови, проектування фундаментів стає дедалі складнішим завданням. Від інженерів та проєктувальників вимагається не лише висока точність у розрахунках, а й обґрунтованість технічних рішень та гарантія максимальної надійності конструкцій. Одним із найважливіших і найвідповідальніших етапів є детальне вивчення та аналіз напружено-деформованого стану ґрунтової основи, яка безпосередньо сприймає навантаження від споруди. Саме точність оцінки напружено-деформованого стану в подальшому визначає стійкість, довговічність і безпеку всієї будівлі.

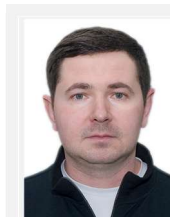
Визначення напружень під подошвою фундаменту може здійснюватися з різним ступенем деталізації — від використання спрощених аналітичних підходів до складного тривимірного моделювання, яке враховує нелінійну реакцію ґрунту на дію навантаження. Вибір конкретного підходу визначається складністю об'єкта, інженерно-геологічними умовами ділянки, категорією відповідальності споруди та необхідною точністю розрахунків.

Врахування нелінійної поведінки ґрунтової основи є важливим, оскільки реальний ґрунт не демонструє лінійну залежність між напруженнями та деформаціями. На відміну від пружної моделі, нелінійне моделювання дозволяє точніше оцінити осідання, розподіл напружень та реальні межі міцності ґрунту. Це підвищує достовірність розрахунків, зменшує ризики недооцінки деформацій і сприяє оптимізації конструктивних рішень.

У роботі здійснено порівняння між аналітичним методом кутових точок та числовим



**Вероніка ЖУК**  
доцент кафедри  
геотехніки  
к.т.н., доц.



**Олександр ГАВРИЛЮК**  
асистент кафедри  
геотехніки

моделюванням при визначенні напружень у ґрунтовій основі під фундаментом. Основна увага приділена оцінці точності, обґрунтованості та можливості практичного застосування аналітичного методу в умовах реального ґрунтового середовища. Дослідження виконано на прикладі плитного фундаменту на піщаній ґрунтовій основі. Для числового моделювання було застосовано програмний комплекс «Midas GTS NX». При цьому для ґрунтового масиву було використано об'ємні скінчені елементи та модель Кулона-Мора, що описує закономірність поведінки ґрунту під навантаженням. Зафіксовано значне заниження значень контактних напружень для кутової та периферійної зони плити та суттєве завищення для центральної. З віддаленням від подошви фундаменту різниця поступово зменшується. Виведено коефіцієнт розбіжності.

**Ключові слова.** Плитний фундамент, ґрунтова основа, напруження, метод кутових точок, числове моделювання, MIDAS GTS NX, модель Кулона-Мора.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Існує кілька підходів до визначення напружень у ґрунтовій основі: від простих аналітичних розрахунків (Rojas, 2020; Fadum, 1948; Terzaghi, 1955) до більш детальних і складних числових (Носенко, 2020; Keskin, 2008). Аналітичні методи, як правило, мають певні спрощення та припущення, а тому використовуються тільки для попередньої оцінки. Числове моделювання дає можливість врахувати вплив більш широкого кола чинників на формування напружень в ґрунтовій основі під фундаментом.

При проектуванні фундаментів врахування нелінійної поведінки ґрунтової основи є важливим, оскільки ґрунт не реагує на навантаження лінійно: його жорсткість змінюється залежно від напружень, ущільнення та тривалості дії навантаження. Пружна модель часто спрощує ситуацію і не враховує реальні межі міцності. Нелінійний підхід дозволяє точніше оцінити осідання, розподіл напружень і забезпечити надійність та ефективність фундаментів у складних інженерно-геологічних умовах.

## МЕТА РОБОТИ

Мета роботи полягає у порівняльному аналізі ефективності використання методу кутових точок для розрахунку напружень у довільній точці ґрунтової основи під фундаментом, зіставленому з результатами числового моделювання. Дослідження спрямоване на перевірку точності, обґрунтованості та практичної цінності аналітичного підходу в умовах складного напруженого стану, характерного для реальних ґрунтових умов.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

**1. Методи оцінки напружень в ґрунтовій основі фундаменту.**

Рівень точності оцінки напружень у ґрунті під плитним фундаментом варіюється від застосування спрощених аналітичних методів до комплексного тривимірного числового моделювання (табл. 1). Вибір підходу визначається характером інженерного завдання, складністю ґрунтових умов і класом відповідальності споруди.

Табл. 1. Способи оцінки напружень у ґрунтовій основі під фундаментом  
Table 1. Methods for estimating stresses in the soil base under the foundation

<i>методи</i>	<i>переваги</i>	<i>недоліки</i>
аналітичні	– відносна простота; – придатність для ручних розрахунків	– спрощене уявлення про властивості ґрунту (однорідність, ізотропність); – не враховують складну геометрію навантаження або багат шарову будову ґрунту
напів-аналітичні	– врахування гнучкості плити; – врахування нерівномірності навантаження	– спрощене уявлення про поведінку ґрунту; – параметр жорсткості основи потребує надійного визначення
числові	– врахування реальних ґрунтових шарів, їх нелінійної поведінки; – детальний розподіл напружень і переміщень; – врахування взаємодії з сусідніми фундаментами, підземними спорудами	– потреба у високоякісних геологічних даних; – потреба ідентифікації параметрів ґрунтового середовища; – складність моделювання; – залежність результатів від коректності введених даних
експериментальні	– висока достовірність результатів; – можливість врахування усіх впливів	– висока вартість; – тривалість виконання – потрібна кваліфікована інтерпретація результатів

**2. Оцінка напружень під підшвою фундаменту методом кутових точок.**

Метод кутових точок [Fadum, 1948] - це аналітичний підхід, який базується на рішеннях Буссінеска та дозволяє розрахувати вертикальне напруження (1) у довільній точці, розташованій на глибині  $z$ , під навантаженням, прикладеним до прямокутної площі з рівномірним тиском  $q$ . При цьому тиск визначається з використанням впливових коефіцієнтів для кожної з чотирьох кутових точок прямокутника.

$$\sigma_z = \frac{q}{4\pi} [\phi_{(x_1,y_1)} + \phi_{(x_2,y_2)} - \phi_{(x_1,y_2)} - \phi_{(x_2,y_1)}] \quad (1)$$

де  $\sigma_z$  - вертикальне напруження в точці на глибині  $z$ ;  $q$  - інтенсивність навантаження;  $\phi$  - кут навантаженої площі (2);  $x_1, x_2, y_1, y_2$  - координати кутів навантаженої площі;  $R$  - відстань до тоочки (3).

$$\phi_{(x,y)} = \arctan\left(\frac{xy}{zR}\right) + \frac{xyz}{R(z^2+x^2+y^2)} \quad (2)$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3)$$

Дослідження було реалізовано на прикладі фундаменту, який являє собою монолітну залізобетонну плиту габаритами 1,8 м на 2,6 м, висотою 0,3 м (рис. 1).

Фундамент навантажено рівномірно-розподіленим тиском  $q = 200$  кПа. У якості основи прийнято пісок середньої крупності із модулем пружності  $E = 30$  МПа та питомою вагою  $\gamma = 17$  кН/м<sup>3</sup>.

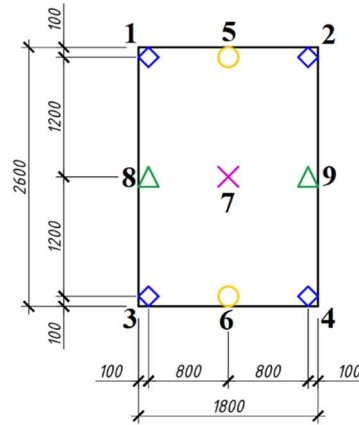


Рис.1. Схема фундаменту із дослідними точками.  
Fig.1. Foundation plan with test points.

Напруження визначалися починаючи із глибини 0,1 м, із кроком 0,2 м. Такий підхід пов'язаний із тим, що необхідно порівняти результати аналітичного розрахунку із даними числового моделювання у програмному комплексі Midas GTS NX. Крок триангуляції сітки становить 0,2 м, а як відомо напруження визначаються у центрі скінченного елемента, тому напруження було визначено починаючи із глибини 0,1 м і до 9,9 м, з кроком 0,2 м.

Для аналізу результатів дослідження було обрано характерні точні в плані (рис. 1). За даними аналітичного розрахунку було побудовано епюри додаткового тиску  $\sigma_{zp}$  (рис. 2) на глибину 9,9 м, що становить 5,5b.

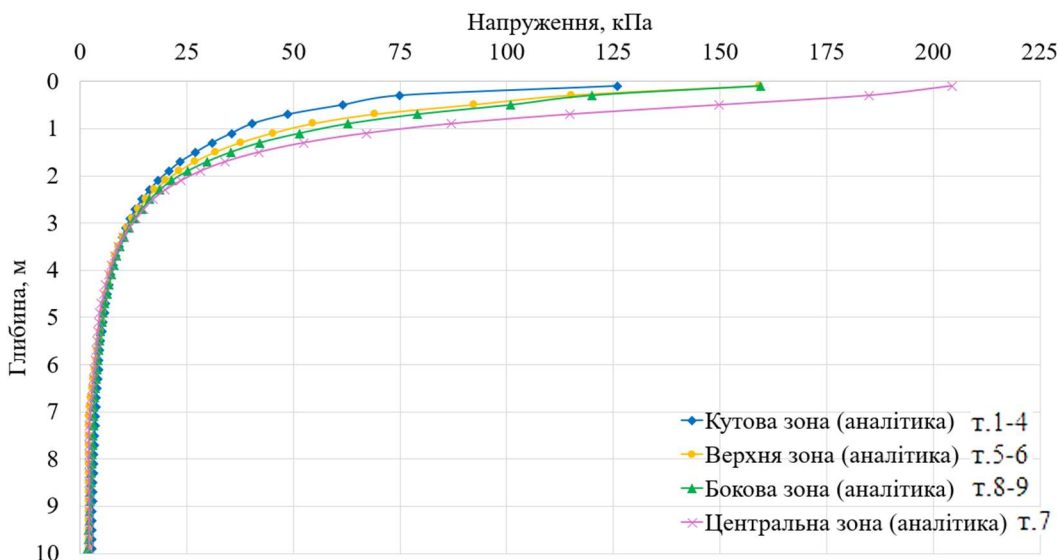


Рис.2. Графік залежності від глибини напружень під підшвою фундаменту у характерних точках.  
Fig.2. Graph of stress distribution versus depth below the foundation base at characteristic points.

На рівні підшви фундаменту максимальні значення напружень виникають під плитою фундаменту у центральній зоні, 204 кПа, а мінімальні – в кутовій зоні, 126 кПа. Починаючи із глибини 3 м ця різниця практично зникає, напруження стають однаковими за величиною в кутовій і центральній зонах (рис. 2).

### 3. Напруження у ґрунтовій основі плитного фундаменту за даними числового моделювання

У процесі проектування фундаментів особливе значення має правильна оцінка поведінки ґрунтової основи під навантаженням. Традиційні підходи, які базуються на пружній моделі ґрунту, часто передбачають лінійну залежність між напруженнями та деформаціями. Такий підхід є спрощеним і не відображає реальної поведінки ґрунтів, особливо за умов високих навантажень або складної геотехнічної ситуації.

Насправді ж ґрунт є нелінійно-деформованим середовищем, де параметри жорсткості змінюються залежно від рівня напружень, виду та тривалості навантаження, історії навантаження, а також багатьох інших факторів. Ігнорування цих особливостей може призвести до заниження або завищення осідань, помилкової оцінки несучої здатності основи та, як наслідок, — до недостатньої надійності конструкції або надмірних витрат на її підсилення.

Урахування нелінійної поведінки ґрунтів дає змогу:

- точніше моделювати розподіл напружень і деформацій в основі;
- краще передбачати осідання та їх нерівномірність, що критично для високочутливих споруд;
- враховувати реальні межі міцності та ущільнення ґрунтів;
- оптимізувати розміри фундаментів та підвищити ефективність конструктивних рішень.

Отже, застосування нелінійних моделей ґрунтової основи є важливою умовою для забезпечення точності розрахунків, економічної ефективності проекту та загальної надійності будівельної конструкції.

Для числового моделювання було

розроблено скінчено-елементну модель (рис. 3), яка включає:

- ґрунтовий масив (моделюється об'ємними скінченими елементами з пружно-пластичним законом деформування Кулона-Мора);
- фундаментну плиту (моделюється елементами оболонки);
- інтерфейсні елементи на межі контакту оболонки фундаменту та об'ємних скінчених елементів ґрунту.

Скінчені елементи ґрунтового середовища мають наступні характеристики: модуль деформації  $E = 30$  МПа; питома вага  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.3$ ; питоме зчеплення  $c = 1$  кПа; кут внутрішнього тертя  $\varphi = 35^\circ$ ; кут дилатансії  $\psi = 10^\circ$ . Скінченим елементам фундаментної плити присвоєно модуль пружності  $E = 30$  ГПа; питома вага  $\gamma = 25$  кН/м<sup>3</sup>; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,2$ . Параметри інтерфейсів: модуль пружності при нормальному (вертикальному) навантаженні  $K_n = 6,35 \cdot 10^5$  кН/м<sup>3</sup>; модуль жорсткості при зсуві  $K_t = 57,7 \cdot 10^3$  кН/м<sup>3</sup>; питоме зчеплення  $c = 0,5$  кПа; кут внутрішнього тертя  $\varphi = 19,3^\circ$ .

Розроблена розрахункова модель (рис. 3) має змінну триангуляцію від 0,2 м до 2,8 м.

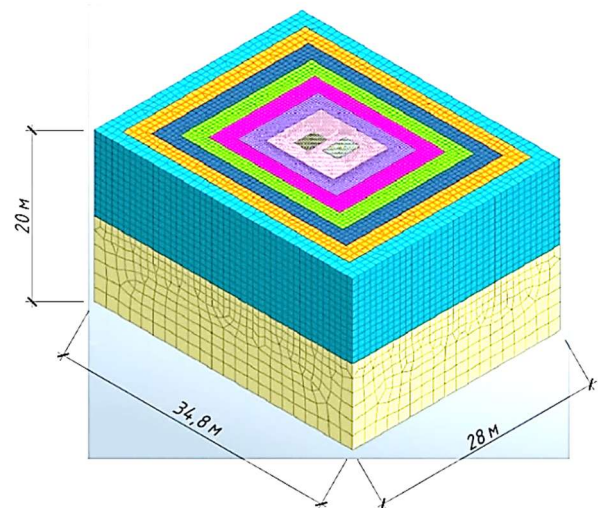


Рис.3. Скінчено-елементна модель.  
Fig.3. Finite element model.

Плита завантажена рівномірно-розподіленим тиском  $q = 200$  кПа. За результатами числового моделювання було проаналізовано напружено-деформований стан ґрунтового

середовища, а саме напружень в ґрунті на різній глибині у обраних для дослідження точках в межах контуру плити (рис. 1).

Оскільки розрахунок нелінійний, то було застосовано «монтаж», що враховує поетапне влаштування елементів моделі та прикладання навантаження. Було використано наступну схему «монтажу»:

- 1) ґрунтовий масив із власною вагою;
- 2) занулення переміщень від власної ваги;
- 3) влаштування плити фундаменту із прикладанням 50% навантаження та інтерфейсів на межі контакту бетону із ґрунтом;
- 4) прикладання решти 50% навантаження.

Кожна стадія була розбита на декілька десятків ітерацій, щоб досягти потрібної точності розрахунку. Також було враховано критерії збіжності результатів по переміщенням (0,1%) та по навантаженню (0,1%).

За результатами числового моделювання взаємодії фундаментної плити з ґрунтом було отримано напружено-деформований стан елементів розрахункової моделі.

Слід відмітити зручну можливість програмного комплексу «Midas GTS NX», яка полягає в тому, що програмний комплекс дозволяє створювати різноманітні комбінації напружено-деформованого стану із врахуванням різних стадій монтажу. За рахунок цієї можливості було проаналізовано величини саме додаткових напружень  $\sigma_{zp}$  (рис. 4), тобто без врахування природних напружень  $\sigma_{zg}$  від власної ваги ґрунту, які є складовими сумарних напружень в ґрунтовому масиві, що виникають при взаємодії конструкції з основою.

На рис. 4 приведено фрагмент скінчено-елементної моделі (ізополю показують напруження від зовнішніх впливів  $\sigma_{zp}$  в межах габариту фундаменту на глибину 10 м). За цими даними було побудовано епюри додаткового тиску (рис. 5) для проєкцій точок 1...9, які було обрано для реалізації дослідження (рис. 1).

Напруження у кутових зонах плити змінювались в діапазоні від 270,3 кПа на глибині 0,1 м до 4,49 кПа на глибині 9,9 м. Порівняння напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком наведені на рис. 5-а та в середньому відрізняються у 2,23 рази. Слід відмітити, що за числовим

моделюванням напруження під підшовною фундаментом в кутовій зоні більші в 2,15 рази.

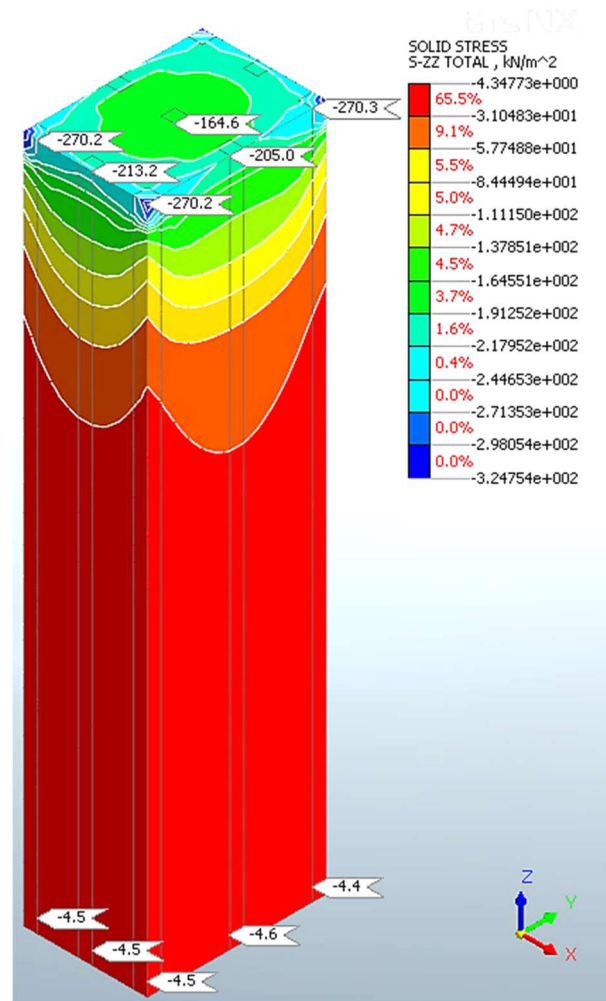


Рис.4. Напруження в ґрунтовому масиві від фундаментної плити, завантаженої рівномірно-розподіленим навантаженням 200 кН/м<sup>2</sup>.

Fig.4. Stress distribution in the soil mass caused by the foundation and an applied load of 200 kPa

Напруження у верхній та/або нижній зоні плити змінювались в діапазоні від 213,21 кПа на глибині 0,1 м до 4,54 кПа на глибині 9,9 м. Порівняння напружень за даними числового моделювання та аналітичним розрахунком наведені на рис. 5-б та в середньому відрізняються у 2,78 рази.

Напруження у центральній зоні плити змінювались в діапазоні від 164,61 кПа на глибині 0,1 м до 4,69 кПа на глибині 9,9 м. Порівняння напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком наведені на рис. 5-с та в середньому відрізняються у 3,13 рази. Слід відмітити, що за числовим

моделюванням напруження у центральній зоні майже не змінюються до глибини 0,9 м та мають «перелом» графіку (різке зменшення напружень) на глибині від 4 м і нижче.

Напруження у лівій та/або правій зоні плити змінювались в діапазоні від 205,07 кПа на глибині 0,1 м до 4,62 кПа на глибині 9,9 м. Порівняння напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком наведені на рис. 5-*d* та в середньому відрізняються у 2,74 рази.

Зафіксовано значне заниження значень контактних напружень для кутової та периферійної зони плити та суттєве завищення для центральної. З віддаленням від підшови фундаменту різниця поступово зменшується.

Для зручності співставлення результатів аналітичної методики розрахунку (метод куткових точок) з даними числового моделювання, для більшої наочності відмінності напружень під фундаментом, в залежності від методу розрахунку, було побудовано поверхні для додаткових напружень на різних глибинах від плити (рис. 6).

В результаті порівняння напружень, що виникають в ґрунтовому масиві (рис. 6) було виявлено, що характер формування зони додаткових напружень відрізняється як кількісно так і якісно (форма поверхонь для додаткових напружень). На основі цього було визначено коефіцієнт розбіжності напружень для точок, які було обрано для дослідження (рис. 1) на різній глибині та побудовано графік (рис. 7). Аналізуючи графіки, можемо бачити, що напруження, отримані за допомогою аналітичних підходів (методу куткових точок) є заниженими. Лише в центральній зоні напруження за аналітичним розрахунком навпаки завищені, але ця тенденція зберігається тільки до глибини умовних 0,5 м.

Недооцінка напружень у зоні підшови фундаменту може спричинити помилкову оцінку осідань, що, у свою чергу, впливає на точність прогнозу напружено-деформованого стану та загальну надійність споруди. З огляду на це, доцільним є подальше проведення досліджень із урахуванням ширшого спектра факторів впливу, зокрема різних інженерно-геологічних умов, типів фундаментів, варіантів навантаження та моделей

ґрунтової поведінки.

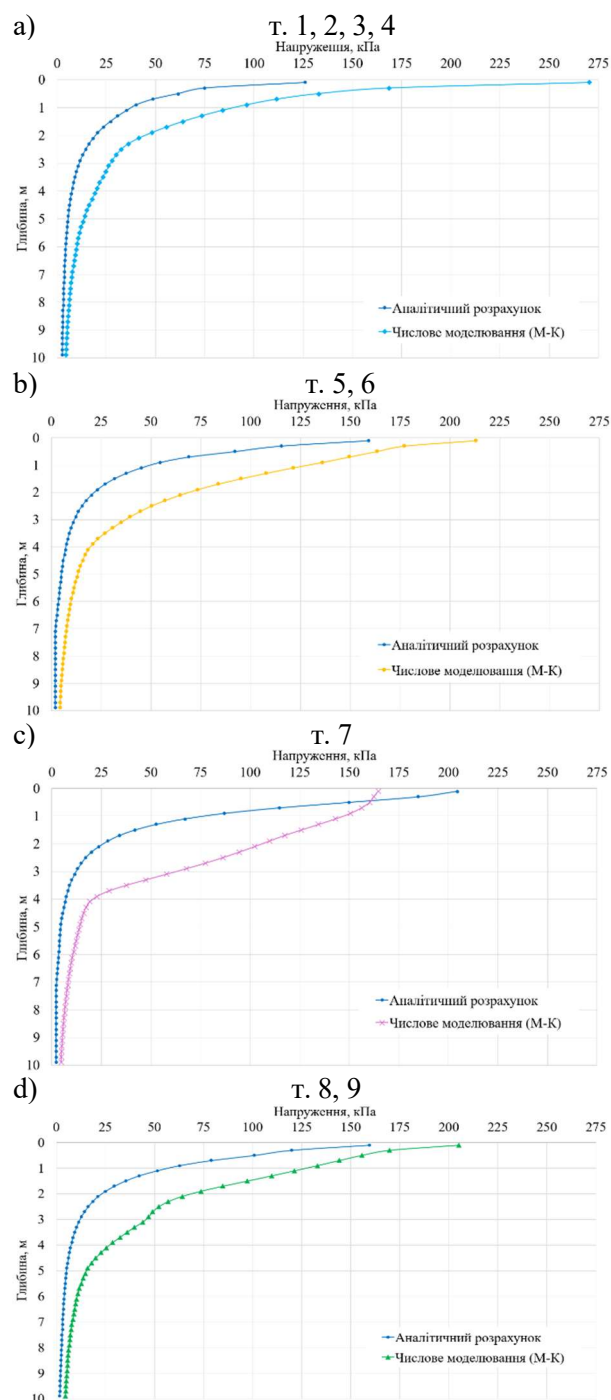


Рис.5. Напруження в основі (кПа) за даними методу куткових точок і числового моделювання: *a* – кутова зона плити (т. 1-4); *b* – верх та низ плити (т. 5-6); *c* – центр плити (т. 7); *d* – ліва та права зони плити (т. 8-9).

Fig.5. Stresses in the soil base (kPa) by corner method calculation and numerical simulation: *a* – slab corners (p. 1-4); *b* – top and bottom of the slab (p. 5-6); *c* – central zone of the slab (p. 7); *d* – left and right zone of the slab (p. 8-9).

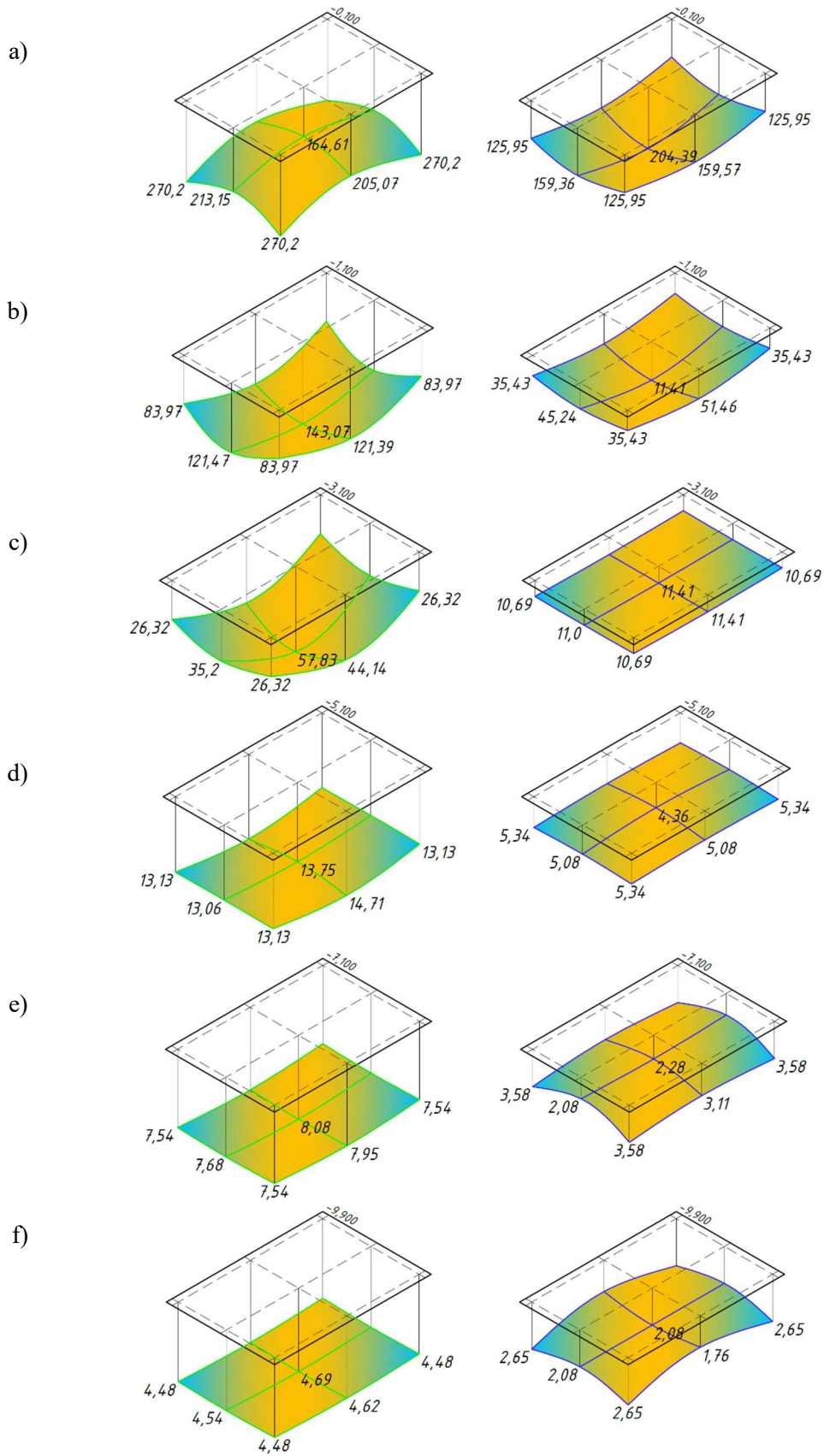


Рис.6. Напруження в ґрунтовому масиві (зліва – числове моделювання, справа – аналітичний розрахунок) на глибині: *a* - 0,1 м; *b* - 1,1 м; *c* - 3,1 м; *d* - 5,1 м; *e* - 7,1 м; *f* - 9,9 м.

Fig.6. Stress in the soil mass (left – numerical simulation, right – analytical calculation) at a depth of: *a* - 0.1 m; *b* - 1.1 m; *c* - 3.1 m; *d* - 5.1 m; *e* - 7.1 m; *f* - 9.9 m.

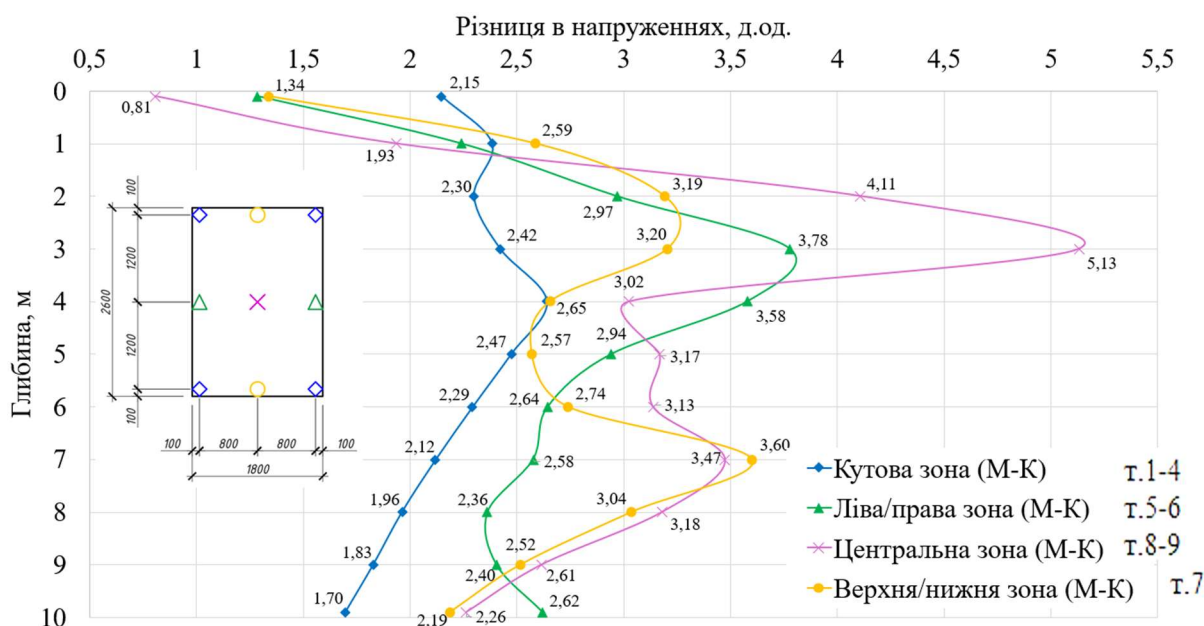


Рис. 7. Кількісне порівняння напружень в ґрунтовому масиві в залежності від методу розрахунку.  
Fig. 7. A quantitative comparison of stresses in a soil mass based on different calculation methods.

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Показано, що метод визначення напружень в ґрунтовому масиві впливає на отримані результати. Використання методу куткових точок призводить до занижених результатів в порівнянні із числовим моделюванням (пружно-пластичний ґрунтовий масив із критерієм міцності Мора-Кулона):

- напруження в кутовій зоні фундаменту які визначені за аналітичним підходом в середньому будуть меншими в 2,2 рази;
- напруження у бокових зонах (верх та низ плити, лівий та правий бік фундаменту) які визначені за аналітичним підходом в середньому будуть меншими в 2,7 рази;
- напруження в центральній зоні фундаменту які визначені за аналітичним підходом в середньому будуть меншими в 3 рази.

Було виведено коефіцієнт розбіжності для обраних для дослідження точок і побудовано графіки, які показують в скільки разів напруження за аналітичним розрахунком є меншими ніж за числовим моделюванням.

Недооцінка напружень під подошвою фундаменту призводить до некоректного розрахунку осідання. Тому дане дослідження потребує продовження із застосуванням інших параметрів впливу.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Luévanos Rojas, A., López Chavarria, S., Medina Elizondo, M., Sandoval Rivas, R., & Farías Montemayor, O. M. (2020). An analytical model for the design of corner combined footings. *Revista ALCONPAT*, 10 (3), 317-335. DOI: 10.21041/ra.v10i3.432
2. Fadum, E. Ralph. (1948). Influence Values For Estimating Stresses in Elastics Foundation. *Papers of 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (Rotterdam). 77-84. [https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948\\_03\\_0020.pdf](https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948_03_0020.pdf)
3. Terzaghi, K.V. (1955). Evaluation of coefficient of subgrade reaction. *Geotechnique*. Londres, Vol. 5, No. 4, p. 297-326.
4. Носенко В., & Кашоїда О. (2020). Вплив вибору моделі основи на напружено-деформований стан вертикальних несучих елементів монолітно-каркасного будинку. *Основи та фундаменти*, 41, 45-54. DOI: 10.32347/0475-1132.41.2020.45-54
5. Keskin, M. & Laman, Mustafa & Baran, Tarik. (2008). Experimental Determination and Numerical Analysis of Vertical Stresses Under Square Footings Resting on Sand. *Teknik Dergi. Technical Journal of Turkish Chamber of Civil Engineers*. 19(4), 1263-1279. <https://www.researchgate.net/publication/265077913>

## REFERENCES

1. Luévanos Rojas, A., López Chavarría, S., Medina Elizondo, M., Sandoval Rivas, R., & Farías Montemayor, O. M. (2020). An analytical model for the design of corner combined footings. *Revista ALCONPAT*, 10 (3), 317-335. DOI:10.21041/ra.v10i3.432
2. Fadum, E. Ralph. (1948). Influence Values For Estimating Stresses in Elastics Foundation. *Papers of 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (Rotterdam). 77-84. [https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948\\_03\\_0020.pdf](https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948_03_0020.pdf)
3. Terzaghi, K.V. (1955). Evaluation of coefficient of subgrade reaction. *Geotechnique*. Londres, Vol. 5, No. 4, p. 297-326.
4. Nosenko V., & Kashoida O. (2020). Vplyv vyboru modeli osnovy na napruzhenno-deformovanyi stan vertykalnykh nesuchykh elementiv monolitno-karkasnoho budynku [Influence of the choice of the base model on the stress-strain state of the vertical load-bearing elements of a monolithic-frame house]. *Osnovy ta fundamenti*, 41, 45-54. (in Ukrainian) DOI:10.32347/0475-1132.41.2020.45-54
5. Keskin, M. & Laman, Mustafa & Baran, Tarik. (2008). Experimental Determination and Numerical Analysis of Vertical Stresses Under Square Footings Resting on Sand. *Teknik Dergi. Technical Journal of Turkish Chamber of Civil Engineers*. 19(4), 1263-1279. <https://www.researchgate.net/publication/265077913>

**Corner point method for stress analysis beneath a slab foundation: comparison with Mohr–Coulomb numerical simulation**

Veronika ZHUK  
Oleksandr HAVRYLIUK

**Summary.** In recent years, with the rapid development of construction, particularly under conditions of accelerated urbanization and high building density, foundation design has become an increasingly complex engineering task. Engineers and designers are required not only to ensure high accuracy in calculations, but also to provide well-founded technical solutions and guarantee the maximum reliability of structures. One of the most

critical and responsible stages is the detailed investigation and analysis of the stress–strain state of the soil foundation, which directly carries the loads from the structure. The accuracy in assessing the stress–strain state ultimately determines the stability, durability, and safety of the entire building.

The determination of stresses beneath the foundation base can be performed with varying degrees of detail - ranging from simplified analytical approaches to complex **three-dimensional** modeling that accounts for the nonlinear response of soil to applied loads. The choice of a specific approach is determined by the complexity of the structure, the engineering–geological conditions of the site, the category of structural responsibility, and the required accuracy of the calculations.

Accounting for the nonlinear behavior of the soil foundation is essential, as real soil does not exhibit a linear relationship between stresses and strains. Unlike the elastic model, nonlinear modeling enables a more accurate assessment of settlements, stress distribution, and the actual strength limits of the soil. This enhances the reliability of calculations, reduces the risk of underestimating deformations, and contributes to the optimization of structural design solutions.

This study presents a comparison between the analytical corner point method and numerical modeling for determining stresses in the soil foundation beneath a foundation structure. The main focus is on evaluating the accuracy, validity, and practical applicability of the analytical method under real soil conditions. The investigation is conducted using the example of a slab foundation on a sandy soil base. Numerical modeling was carried out using the “Midas GTS NX” software package. The soil mass was modeled with three-dimensional finite elements, employing the Mohr–Coulomb model to describe the soil’s behavior under loading. The results revealed a significant underestimation of contact stress values in the corner and peripheral zones of the slab and a substantial overestimation in the central zone. With increasing depth below the foundation base, this discrepancy gradually decreases. A discrepancy coefficient was derived.

**Key words.** Slab foundation, soil base, stress, Fadum (Corner) method, numerical simulation, MIDAS GTS NX, Mohr–Coulomb model.

## Визначення напружень у ґрунтовій основі під плитним фундаментом: метод кутових точок і лінійно-пружне моделювання

*Остан КАШОЇДА<sup>1</sup>, Олександр ГАВРИЛЮК<sup>2</sup>*

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037

<sup>1</sup>kashoida\_oo@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-9234-4489>

<sup>2</sup>gavryliuk.ov@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-7252-0679>

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.59-66

**Анотація.** У сучасних умовах розвитку будівельної галузі, зокрема в контексті інтенсивної урбанізації та високої щільності міської забудови, процес проектування фундаментів набуває особливої складності. Від інженерів та проєктувальників вимагається високий рівень точності, обґрунтованості розрахунків та забезпечення максимальної надійності конструкцій. Одним із ключових і найвідповідальніших етапів цього процесу є ретельне дослідження та аналіз напружено-деформованого стану ґрунтової основи, яка безпосередньо сприймає навантаження від споруди. Від правильності оцінки цього стану значною мірою залежить стабільність, довговічність і безпечність усієї споруди.

Оцінка напружень під підшвою фундаментів може виконуватися з різним рівнем точності - від простих аналітичних формул до повноцінного 3D-моделювання з врахуванням нелінійної закономірності поведінки ґрунту під навантаженням. Вибір методу залежить від складності об'єкта, інженерно-геологічних умов, рівня відповідальності споруди та вимог до точності розрахунку.

Представлене дослідження впливу методу розрахунку напружень під підшвою фундаменту виконано на прикладі плитного фундаменту прямокутної форми на одношаровій ґрунтовій основі, що складена піском середньої крупності. Напруження було визначено аналітичним способом, а саме, методом кутових точок, та порівняно з результатами числового моделювання взаємодії фундаменту з ґрунтом.

Для числового моделювання було застосовано програмний комплекс «Midas GTS NX». При цьому для ґрунтового масиву було використано об'ємні скінчені елементи та лінійно-

пружна модель, що описує закономірність пове-



**Остан КАШОЇДА**  
доцент кафедри  
геотехніки  
PhD



**Олександр ГАВРИЛЮК**  
асистент кафедри  
геотехніки

дінки ґрунту під навантаженням.

Зафіксовано невідповідність напружень, визначених аналітичним шляхом, реальному характеру розподілу напружень під фундаментом. Виявлено похибку аналітичної методики оцінки напружень методом кутових точок, особливо для контактних напружень на рівні підшви фундаменту. Запропоновано кореляційні коефіцієнти для центральної та периферійних зон плитного фундаменту для підвищення надійності результатів аналітичного розрахунку напружень під фундаментом. Заплановано продовження досліджень, направлених на аналіз впливу моделі ґрунтового середовища, показників ґрунтової основи та величини тиску на ґрунт основи.

**Ключові слова.** Плитний фундамент, ґрунтова основа, напруження, метод кутових точок, числове моделювання, MIDAS GTS NX, лінійно-пружна модель.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У сучасному будівництві, особливо в умовах щільної забудови, проектування фундаментів вимагає підвищеної точності та надійності. Одним із найважливіших аспектів є визначення напружено-деформованого стану ґрунтової основи під фундаментами. Взаємодія плити з ґрунтом має нелінійний характер, тому просте припущення рівномірного навантаження часто не відповідає реальній картині. Це вимагає застосування достовірних методів розрахунку напружень – як аналітичних, так і числових. Також, в умовах щільної забудови критично важливо оцінити передачу напружень на сусідні споруди, фундамент яких може потрапити в зону впливу від новобудови. Недостатня точність оцінки напружень може призвести до конструктивних і економічних втрат.

## МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є порівняльний аналіз ефективності застосування методу кутових точок для визначення напружень у довільній точці ґрунтової основи під фундаментом із результатами числового моделювання. Дослідження спрямоване на оцінку точності, доцільності та практичного застосування аналітичного підходу у контексті складних напружених станів, що виникають під фундаментними конструкціями в умовах реального ґрунтового середовища.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1. Способи оцінки напружень у ґрунтовій основі під плитним фундаментом.

Існує кілька підходів до визначення напружень у ґрунтовій основі:

1) *аналітичні методи* (Rojas, 2020; Fadum, 1948; Terzaghi, 1955) базуються на класичних рішеннях теорії пружності та використовуються для попередніх інженерних оцінок:

- метод Буссінеска – розрахунок вертикального тиску від різних типів навантаження;
- метод кутових точок – визначення напружень під прямокутною областю

навантаження;

- метод Весика – оцінка осідань та тисків під жорсткою плитою;
- рішення Федорова–Садовського, Новачевського – для плит на пружній основі.

2) *напіваналітичні методи*. моделюють ґрунт як пружну основу, що чинить реактивний опір:

- модель Вінклера – ґрунт як система незалежних пружин;
- модель Пастернака – врахування зсувної жорсткості;
- метод Кисельова-Алексєєва – взаємодія плити з основою.

3) *числові методи*, зокрема метод скінченних елементів (Жук, 2022; Keskin, 2008), дозволяють моделювати складну геометрію, багатошарові основи та нелінійні властивості ґрунту. Реалізуються у програмах: PLAXIS, MIDAS GTS NX, ABAQUS, ANSYS, LIRA-CAD.

4) *експериментальні методи* застосовуються під час моніторингу (Keskin, 2008):

- натурні спостереження (геодезія, маркери, інклінометри);
- польові випробування ґрунту (зондування, пресіометрія);
- тензодатчики під фундаментами.

Вибір методу розрахунку напружень під плитним фундаментом (від простих формул до 3D-моделювання) залежить від складності ґрунтової основи, технічного завдання і рівня відповідальності будівлі.

### 2. Аналітичні методи оцінки напружень під подошвою плитного фундаменту.

Аналітичні методи дають змогу швидко оцінити розподіл напружень у ґрунті з наближеною точністю, спираючись на класичні рішення теорії пружності для однорідного напівпростору під навантаженням:

1) *Метод Буссінеска* (1) дозволяє визначити вертикальне напруження в будь-якій точці напівпростору від точкового навантаження. Для розподіленого навантаження (наприклад, плити) — інтегрується по всій площі плити.

$$\sigma_z = \frac{3Pz^3}{2\pi(r^2+z^2)^{5/2}} \quad (1)$$

де  $\sigma_z$  - вертикальне напруження в точці на

глибині  $z$ ;  $P$  - сила точкового навантаження;  $r$  - горизонтальна відстань від навантаження до точки;  $z$  - глибина точки розрахунку.

2) *Метод впливових коефіцієнтів* дозволяє (2) легко обчислити напруження на будь-якій глибині. Для прямокутної, круглої плити або стрічки використовують коефіцієнти Буссінеска, Іштїна, Ньюмарка (табличний або графічний підхід).

$$\sigma_z = q \cdot I \quad (2)$$

де  $\sigma_z$  - вертикальне напруження в точці на глибині  $z$ ;  $q$  - навантаження;  $I$  - коефіцієнт впливу.

3) *Метод кутових точок* (Fadum, 1948) дозволяє визначити напруження у довільній точці під прямокутною площею рівномірного навантаження (3). При цьому часто використовують табличні значення впливових коефіцієнтів або графіки Іштїна, що спрощує обчислення.

$$\sigma_z = \frac{q}{4\pi} [\phi_{(x_1, y_1)} + \phi_{(x_2, y_2)} - \phi_{(x_1, y_2)} - \phi_{(x_2, y_1)}] \quad (3)$$

де  $\sigma_z$  - вертикальне напруження в точці на глибині  $z$ ;  $q$  - інтенсивність навантаження;  $\phi$  - кут навантаженої площі (4);  $x_1, x_2, y_1, y_2$  - координати кутів навантаженої площі;  $R$  - відстань до тоочки (5).

$$\phi_{(x, y)} = \arctan\left(\frac{xy}{zR}\right) + \frac{xyz}{R(z^2 + x^2 + y^2)} \quad (4)$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (5)$$

4) *Метод Весика* (6) для визначення осідання фундаменту враховує жорсткість плити та припускає, що вона рівномірно розподіляє навантаження на ґрунт (основа — пружна, однорідна, лінійно деформована). Знаючи осідання, можна далі обчислювати тиск і напруження за законами пружності.

$$S = \frac{qB(1-\nu^2)}{E} \cdot I_s \quad (6)$$

де  $S$  - осідання фундаменту;  $q$  - розподілене навантаження;  $B$  - ширина плити;  $\nu$  - коефіцієнт Пуассона ґрунту;  $E$  - модуль пружності ґрунту;  $I_s$  - впливовий коефіцієнт Весика.

### 3. Визначення напружень під плитним фундаментом за допомогою методу кутових точок.

Для дослідження було обрано фундамент, який являє собою монолітну залізобетонну плиту габаритами 1,8 м на 2,6 м, висотою

0,3 м (рис. 1). Фундамент навантажено рівномірно-розподіленим тиском величиною 200 кПа. У якості основи виступає пісок середньої крупності із модулем пружності  $E = 30$  МПа та питомою вагою  $\gamma = 17$  кН/м<sup>3</sup>.

Напруження визначались у характерних точках, що були обрані для дослідження (рис. 1). В результаті розрахунку було побудовано епюри напружень від додаткового тиску ( $\sigma_{zp}$ ) на глибину 9,9 м, що становить 5,5 ширин фундаменту.

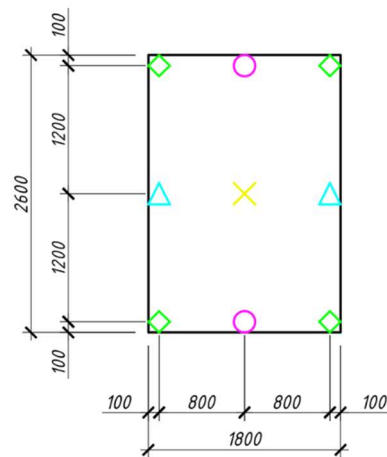


Рис. 1. Схема фундаменту із дослідними точками.  
Fig. 1. Foundation plan with test points.

Напруження визначалися починаючи із глибини 0,1 м, із кроком 0,2 м. Такий підхід пов'язаний із тим, що необхідно порівняти результати аналітичного розрахунку із числовим моделюванням у програмному комплексі (ПК) «Midas GTS NX». Крок триангуляції сітки становить 0,2 м. Оскільки зусилля визначаються у центрі скінченного елемента, тому напруження було визначено починаючи із глибини 0,1 м і до 9,9 м, з кроком 0,2 м.

Найбільші напруження виникають під плитою фундаменту у центральній зоні (204 кПа), а найменші – в кутовій зоні (126 кПа). Починаючи із глибини 3 м напруження стають майже однаковими (рис. 2).

### 4. Визначення напружень під підшовою фундаменту шляхом числового моделювання у ПК «Midas GTS NX»

Числове моделювання, зокрема метод скінченних елементів (МСЕ), є сучасним інженерним інструментом для аналізу взаємодії конструкцій із ґрунтовим середовищем. Його основні переваги:

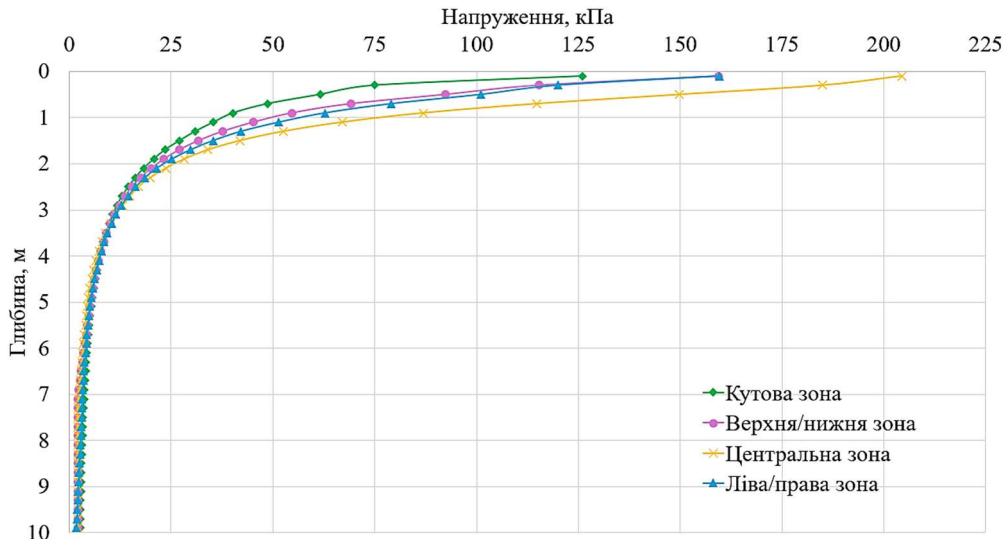


Рис.2. Графік залежності від глибини напружень (кПа) під подошвою фундаменту у характерних точках.  
Fig.2. Graph of stress (kPa) distribution versus depth below the foundation base at characteristic points.

- урахування складної геометрії конструкцій та навколишніх об’єктів;
- моделювання реальних геологічних умов із нелінійною поведінкою ґрунтів;
- точне задання навантажень, зокрема нерівномірних, динамічних та від сусідніх споруд;
- деталізація напружено-деформованого стану в усьому ґрунтовому масиві;
- аналіз спільної роботи фундаменту, споруди та ґрунту як єдиної системи;
- можливість моделювання часових процесів — повзучості, ущільнення, аварійних чи циклічних навантажень;
- порівняння та оптимізація проектних рішень;
- інтеграція з моніторингом і створення цифрових моделей для валідації за польовими даними.

Для дослідження було створено розрахункову модель (рис. 3), яка складається із:

- об’ємних скінченних елементів ґрунтового середовища, що володіють пружним (лінійним) законом деформування;
- оболонки (пластин) якими змодельовано фундаментну плиту;
- інтерфейсних елементів на межі контакту оболонки фундаменту та об’ємних скінченних елементів ґрунту.

Елементом ґрунтового середовища присвоєно модуль деформації 30 МПа, питому вагу 17 кН/м<sup>3</sup>, коефіцієнт Пуассона 0,3.

Елементам фундаментної плити присвоєно модуль пружності 30 ГПа, питому вагу 25 кН/м<sup>3</sup> та коефіцієнт Пуассона 0,2. Параметри інтерфейсу: модуль пружності при вертикальному навантаженні 6,35\*10<sup>5</sup> кН/м<sup>3</sup> і модуль жорсткості при зсуві 57,7\*10<sup>3</sup> кН/м<sup>3</sup>.

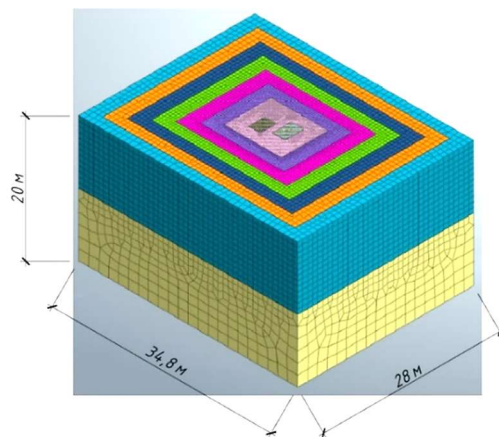


Рис.3. Скінчено-елементна модель.  
Fig.3. Finite element model.

Розрахункова модель має змінну триангуляцію від 0,2 м до 2,8 м. Фундаментна плита завантажена рівномірно-розподіленим тиском, який прийнято рівним  $q = 200$  кПа. За результатами числового моделювання було отримано та проаналізовано напружено-деформований стан ґрунтового середовища, а саме напружень в ґрунті під фундаментною плитою на різній глибині в обраних для дослідження точках в межах площі завантаження (рис. 1).

Напруження у верхній та нижній зоні плити змінювались в діапазоні від 200 кПа на глибині 0,1 м до 4,6 кПа на глибині 9,9 м. Порівняння напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком наведені на рис. 4-а та в середньому відрізняються у 2,6 рази. Аналогічна тенденція у лівій та/або правій зоні плити (рис. 4-с).

Напруження у центральній зоні плити змінювались в діапазоні від 110,6 кПа на глибині 0,1 м до 4,74 кПа на глибині 9,9 м. Порівняння напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком наведені на рис. 4-б та в середньому відрізняються у 2,73 рази. Слід відмітити, що за числовим моделюванням напруження у центральній зоні майже не змінюються до глибини 0,9 м.

Напруження у кутових зонах плити змінювались в діапазоні від 272,97 кПа на глибині 0,1 м до 4,53 кПа на глибині 9,9 м. Порівняння напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком наведені на рис. 4-д та в середньому відрізняються у 2,21 рази. Слід відмітити, що за числовим моделюванням напруження під подошвою фундаменту в кутовій зоні більші в 2,17 рази.

Для більшої наочності відмінностей напружень в залежності від методу розрахунку, під усім фундаментом було побудовано епюри, що наведено на рис. 5.

В результаті порівняння напружень, що виникають в ґрунтовому масиві та які наведені на рис. 5 було виявлено, що характер напружень відрізняється як кількісно так і якісно (мається на увазі за формою оболонки напружень).

На основі цього було визначено коефіцієнт розбіжності напружень для кожної дослідної точки, які було обрано для даного дослідження, на різній глибині та побудовано графік який наведено на рис. 6. Можемо бачити, що напруження які отримані за допомогою аналітичних підходів (методу кутових точок) є меншими у декілька разів. Лише в центральній зоні напруження за аналітичним розрахунком навпаки треба зменшувати, але це тільки до глибини умовних 0,75 м.

Показано, що метод визначення напружень в ґрунтовому масиві впливає на отримані результати. Використання методу

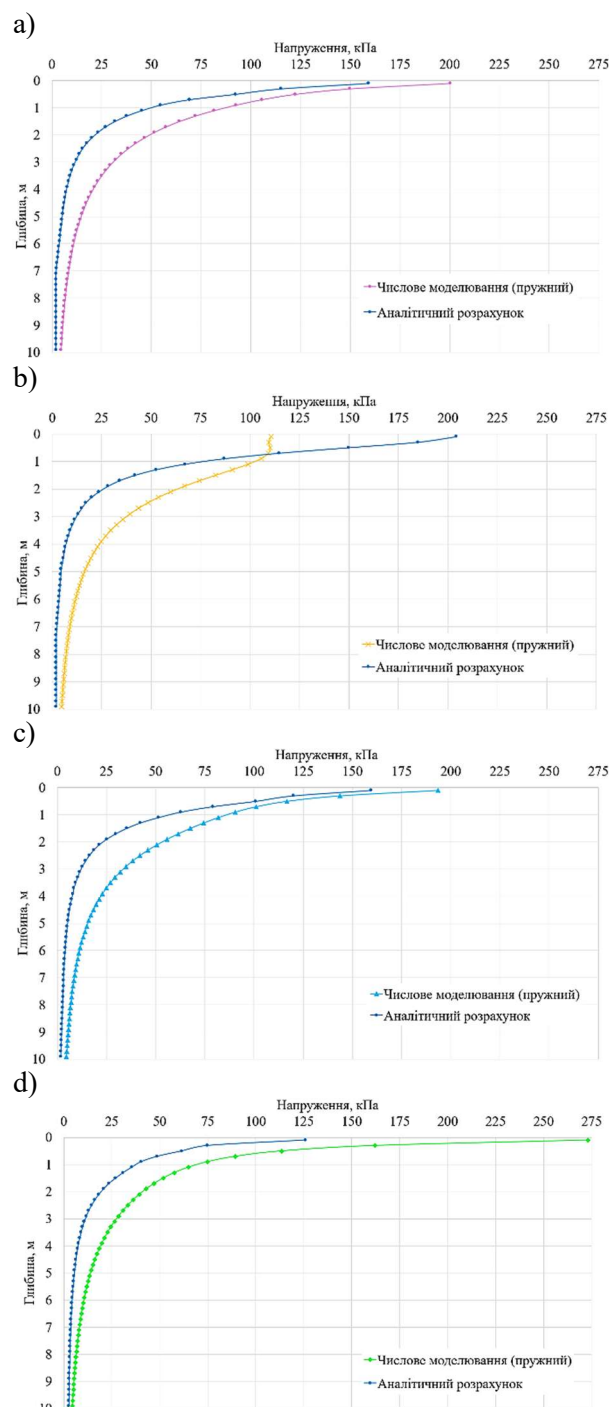


Рис.4. Порівняння напружень в ґрунтовій основі (кПа): а – у верхній та/або нижній зоні плити; б – у центральній зоні плити; с – у лівій та/або правій зоні плити; д – у кутовій зоні плити.

Fig.4. Comparison of stresses in the soil base (kPa): a – in the upper and/or lower zone of the slab; b – in the central zone of the slab; c – in the left and/or right zone of the slab; d – in the corner zone of the slab.

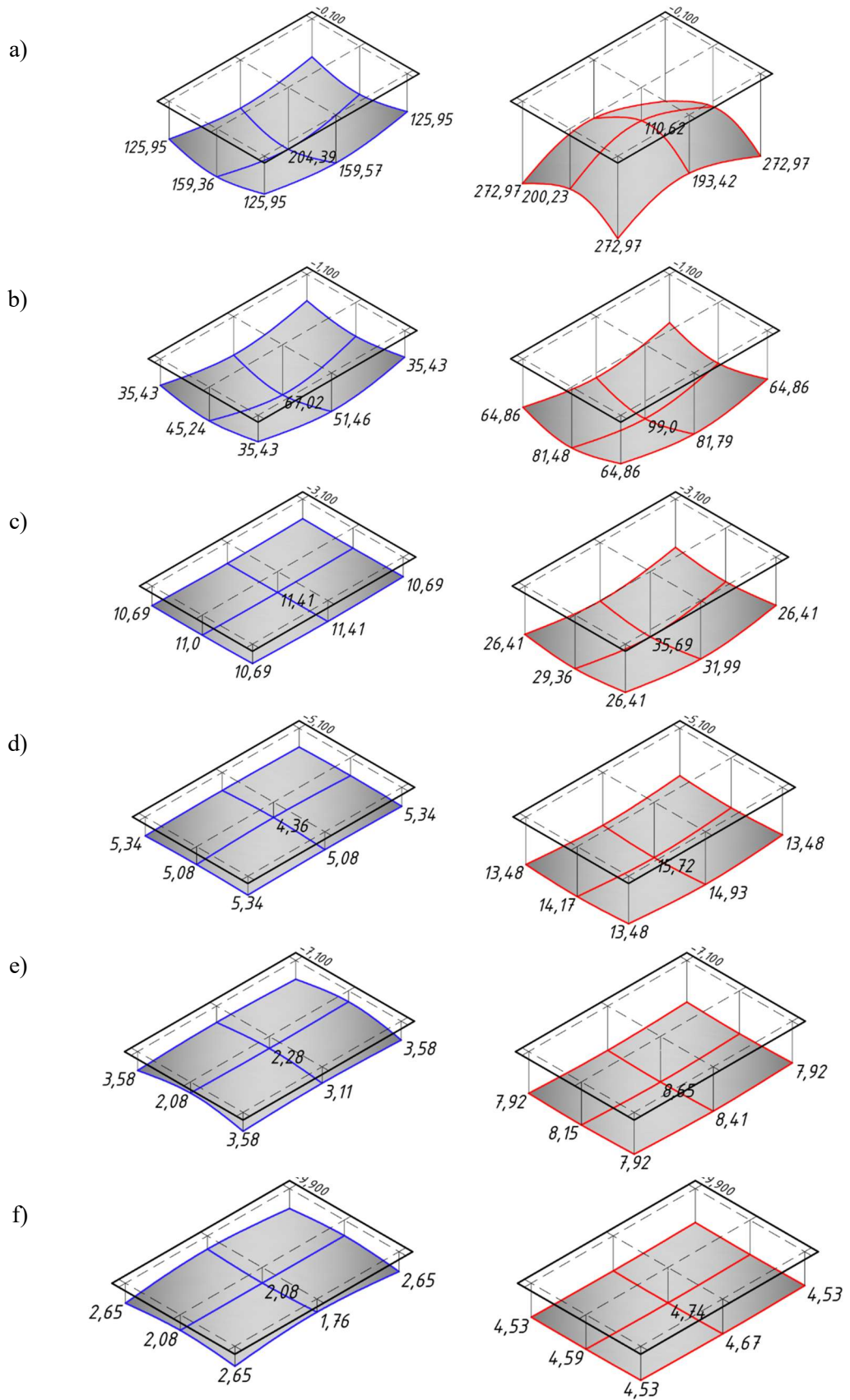


Рис.5. Напруження в ґрунтовому масиві (зліва – аналітичний розрахунок, справа – числове моделювання) на глибині: a - 0,1 м; b - 1,1 м; c - 3,1 м; d - 5,1 м; e - 7,1 м; f - 9,9 м.  
 Fig.5. Stress in the soil mass (left – analytical calculation, right – numerical simulation)

кутових точок призводить до занижених результатів в порівнянні із числовим моделюванням (пружний ґрунтовий масив). Слід відмітити, що проблема не в самому методі, а в «коефіцієнтах розсіювання напружень»

$\alpha$ , адже щоб отримати напруження від зовнішніх впливів на певній глибині необхідно перемножити напруження під подошвою фундаменту  $\sigma_{zp,0}$ , яке є константою, на відповідний «коефіцієнт розсіювання».

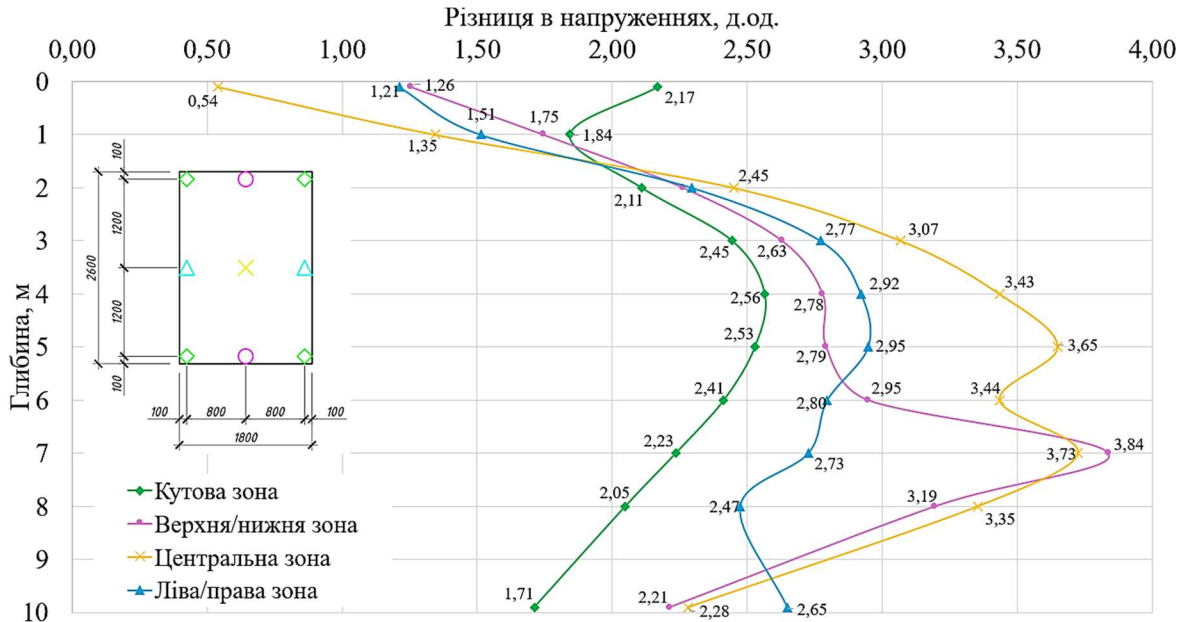


Рис.6. Кількісне порівняння напружень в ґрунтовому масиві в залежності від методу розрахунку.  
Fig.6. A quantitative comparison of stresses in a soil mass based on different calculation methods.

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Зафіксовано відмінність, як кількісну так і якісну, характеру розподілу напружень під подошвою фундаменту, за аналітичним підходом і даними числового моделювання:

- напруження в кутівій зоні фундаменту які визначені за аналітичним підходом в середньому будуть меншими в 2,2 рази;
- напруження у верхній та нижній, лівій та правій зоні фундаменту які визначені за аналітичним підходом в середньому будуть меншими в 2,5 рази;
- напруження в центральній зоні фундаменту які визначені за аналітичним підходом в середньому будуть меншими в 2,7 рази.

Виведено коефіцієнт розбіжності та побудовано графіки, які ілюструють різницю напружень за аналітичним розрахунком та числовим моделюванням.

Недооцінка напружень під подошвою фундаменту призводить до некоректного розрахунку осідання, що може призвести до різних ситуацій. Дослідження потребує

продовження із використанням нелінійної (пружно-пластичної) моделі деформування ґрунту із різними параметрами впливу.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Жук В., & Павленко І. (2022). Вплив можливого водонасичення лесового ґрунту на напружено-деформований стан фундаментів багатоповерхового будинку. *Основи та фундаменти*, 44, 27-43. DOI: 10.32347/0475-1132.44.2022.27-43
2. Fadum, E. & Ralph. (1948). Influence Values For Estimating Stresses in Elastic Foundation. *Papers of 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering (Rotterdam)*. 77 - 84. [https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948\\_03\\_0020.pdf](https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948_03_0020.pdf)
3. Keskin, M., Laman, Mustafa, Baran, & Tarık. (2008). Experimental determination and numerical analysis of vertical stresses under square footings resting on sand. *Teknik Dergi/Technical Journal of Turkish Chamber of Civil Engineers*. 19(4), 1263-1279. <https://www.researchgate.net/publication/265077913>

4. Luévanos Rojas, A., López Chavarría, S., Medina Elizondo, M., Sandoval Rivas, R., Fariás & Montemayor, O. M. (2020). An analytical model for the design of corner combined footings. *Revista ALCONPAT*, 10 (3), 317-335. DOI: 10.21041/ra.v10i3.432
5. Terzaghi, K.V. (1955). Evaluation of coefficient of subgrade reaction. *Geotechnique*. Londres, Vol. 5, No. 4, p. 297-326.

## REFERENCES

1. Zhuk V., & Pavlenko I. (2022). Vplyv mozhlivoho vodonasychnennia lesovoho gruntu na napruzhenno-deformovanyi stan fundamentiv bahatopoverkhovoho budynku [Influence of possible water saturation of loess soil on the stress-strain state of the foundations of a multi-storey building]. *Osnovy ta fundamenty*, 44, 27-43. (in Ukrainian)  
DOI: 10.32347/0475-1132.44.2022.27-43
2. Fadum, E. & Ralph. (1948). Influence Values For Estimating Stresses in Elastics Foundation. *Papers of 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (Rotterdam). 77-84. [https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948\\_03\\_0020.pdf](https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948_03_0020.pdf)
3. Keskin, M. & Laman, Mustafa & Baran, Tarik. (2008). Experimental Determination and Numerical Analysis of Vertical Stresses Under Square Footings Resting on Sand. *Teknik Dergi/Technical Journal of Turkish Chamber of Civil Engineers*. 19(4), 1263-1279. <https://www.researchgate.net/publication/265077913>
4. Luévanos Rojas, A., López Chavarría, S., Medina Elizondo, M., Sandoval Rivas, R., & Fariás Montemayor, O. M. (2020). An analytical model for the design of corner combined footings. *Revista ALCONPAT*, 10 (3), 317-335. DOI: 10.21041/ra.v10i3.432
5. Terzaghi, K.V. (1955). Evaluation of coefficient of subgrade reaction. *Geotechnique*. Londres, Vol. 5, No. 4, p. 297-326.

**Stress determination in a soil beneath a slab foundation: corner point method and linear elastic modeling**

*Ostap KASHOIDA  
Oleksandr HAVRYLIUK*

**Summary** In the current context of construction

industry development—particularly amid rapid urbanization and high urban building density - the process of foundation design has become increasingly complex. Engineers and designers are required to demonstrate a high level of precision, well-founded calculations, and assurance of maximum structural reliability. One of the key and most critical stages of this process is the thorough investigation and analysis of the stress-strain state of the soil foundation, which directly bears the load from the structure. The accuracy of this assessment largely determines the stability, durability, and safety of the entire structure.

The assessment of stresses beneath the foundation base can be performed with varying levels of accuracy—ranging from simple analytical formulas to full 3D modeling that accounts for the nonlinear behavior of soil under loading. The choice of method depends on the complexity of the structure, the engineering and geological conditions, the level of structural responsibility, and the required accuracy of the calculations.

The presented study on the influence of the stress calculation method beneath the foundation base is conducted using the example of a rectangular slab foundation on a single-layer soil base composed of medium-density sand. The stresses were determined using an analytical approach—specifically, the corner point method—and compared with the results of numerical simulation of foundation–soil interaction.

For the numerical simulation, the software package Midas GTS NX was used. The soil mass was modeled using volumetric finite elements and a linear-elastic model to represent the soil's behavior under loading.

A discrepancy was observed between the analytically determined stresses and the actual pattern of stress distribution beneath the foundation. An error in the analytical method of stress evaluation using the corner point method was identified, particularly in estimating contact stresses at the foundation base level. Correlation coefficients are proposed for the central and peripheral zones of the slab foundation to improve the reliability of analytical stress calculation results beneath the foundation. Further research is planned to analyze the influence of the soil environment model, soil base parameters, and the magnitude of pressure on the foundation soil.

**Key words.** Slab foundation, soil base, stress, Fadum (corner) method, numerical simulation, MIDAS GTS NX, linear elastic model.

## Оцінка стійкості схилу в Карпатському регіоні з використанням різних розрахункових методів

*Віктор НОСЕНКО<sup>1</sup>, Артур МАЛАМАН<sup>2</sup>*

<sup>1,2</sup>Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037,

<sup>1</sup>v.s.nosenko@gmail.com, orcid.org/0000-0002-8261-1846

<sup>2</sup>armalaman97@gmail.com, orcid.org/0000-0002-0715-3291

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.67-74

**Анотація.** Приведено порівняння результатів оцінки стійкості зсувонебезпечного схилу з використанням різних методів розрахунку.

В якості об'єкту дослідження було обрано територію будівництва готельного комплексу у Карпатському регіоні.

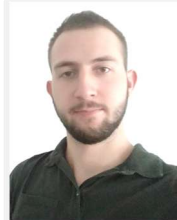
Особливістю інженерно-геологічних умов на даній ділянці є наявність напівскельних ґрунтів з високими міцнісними характеристиками (пісковики) та вивітрилих напівскельних ґрунтів (аргіліт, алевровіт) чиї параметри наближені до пілувато-глинистих ґрунтів. Дані інженерно-геологічні елементи перешаровуються між собою, за рахунок цього можливе формування потенційної поверхні ковзання між шарами цих ґрунтів. Під час інженерно-геологічних вишукувань також був виконаний комплекс геофізичних досліджень - зондування становлення електромагнітного поля у ближній зоні та природного імпульсного електромагнітного поля Землі. Ці геофізичні дослідження підтвердили складність геологічної будови масиву та наявність локальних обводнених зон із аномально низьким електричним опором. Такі зони є потенційно небезпечними з точки зору формування поверхонь ковзання.

Для комплексної оцінки стійкості схилу розрахунки були проведені з використанням двох різних розрахункових методів і з використанням сучасного програмного забезпечення.

Числове моделювання напружено-деформованого стану зсувонебезпечного схилу виконано з використанням методу скінчених елементів в програмному комплексі Plaxis 2D, розрахунок стійкості якого базується на методиці програмного зниження параметрів міцності ґрунтів ( $\phi/c$  reduction).



**Віктор НОСЕНКО**  
завідувач кафедри геотехніки  
к.т.н., доц.



**Артур МАЛАМАН**  
аспірант кафедри геотехніки

Оцінка стійкості схилу методом граничної рівноваги, за методикою Шахунянца, з використанням полігональної поверхні ковзання виконано в модулі «Стійкість схилу» програмного комплексу GEO5.

Розрахунки були виконані для різних етапів будівництва: 1-й етап – оцінка стійкості схилу в природному стані (до початку будівельних робіт); 2-й етап – оцінка стійкості схилу на етапі розробки котловану до проектною відмітки; 3-й етап – оцінка стійкості схилу на етапі експлуатації (з врахуванням експлуатаційних навантажень нової будівлі).

Показано, що використання двох різних методів оцінки стійкості надає змогу комплексно оцінити стійкість схилу. Це особливо важливо для проектування і будівництва об'єктів у межах зсувонебезпечних територій, де як природні, так і техногенні фактори можуть суттєво впливати на поведінку ґрунтового масиву.

**Ключові слова.** Стійкість схилу, числове моделювання, метод скінчених елементів, метод граничної рівноваги.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

В сучасному будівництві все частіше постає питання будівництва на ділянках з складними інженерно-геологічними умовами. До цієї категорії відноситься будівництво на зсувонебезпечних територіях. Для оцінки можливості будівництва необхідно виконати оцінку стійкості схилу.

Класифікацію і причини виникнення зсувних процесів та методи розрахунку схилів наведено у роботах багатьох вчених, серед них (Дранников, 1956). Питання оцінки стійкості схилів висвітлено у роботах (Білеуша, 2009, Носенко та ін, 2022; Черкеза, 1994).

Нормативні вимоги до мінімальних значень коефіцієнтів стійкості наведені у ДБН В.1.1-46:2017 Інженерний захист територій, будівель і споруд від зсувів та обвалів (ДБН В.1.1-46:2017, 2017).

## МЕТА РОБОТИ

Виконання комплексної оцінки стійкості схилу з використанням двох різних методів: числового моделювання зсувонебезпечного схилу з використанням методу скінчених елементів і оцінка стійкості з використанням методу граничної рівноваги (метод

Шахуняц) та порівняння результатів оцінки стійкості схилу.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

В геоструктурному відношенні ділянка досліджень відноситься до Бітлянської підзони складчастої області зовнішніх Карпат.

За результатами інженерно-геологічних вишукувань на ділянці виділено наступні інженерно-геологічні елементи:

ІГЕ – 1 – супісок твердий;

ІГЕ – 2 – суглинок тугопластичний;

ІГЕ – 3 – алевроліт вивітрілий до стану суглинку напівтвердого;

ІГЕ – 4 – аргіліт вивітрілий до стану суглинку напівтвердого;

ІГЕ – 5 – аргіліт тріщинуватий, низької міцності;

ІГЕ – 6 – пісковик тріщинуватий, слабковивітрілий, зниженої міцності;

ІГЕ – 7 – пісковик слаботріщинуватий, маломіцний.

Для будівлі готельного комплексу планується влаштування котловану глибиною близько орієнтовно 25м.

Основні фізико-механічні показники ґрунтів наведені у таблиці 1. Фото керну відібраного з однієї із свердловин наведено на рисунку 1.

Табл. 1. Показники фізико-механічних властивостей ґрунтів  
Table 1. Indicators of physical and mechanical properties of the soils

№ ІГЕ	Найменування ґрунтів	Характеристики ґрунтів				
		Питома вага ґрунту $\gamma$	Природна вологість $w$	Питоме зчеплення $C$	Кут внутрішнього тертя $\phi$	Модуль загальної деформації $E$
		кН/м <sup>3</sup>	од.	кПа	град	МПа
1	Супісок твердий	18,40	0,18	14	25	15
2	Суглинок тугопластичний	19,40	0,24	26	21	17
3	Алевроліт вивітрілий	19,40	0,22	30	23	22
4	Аргіліт вивітрілий	19,80	0,20	34	24	25
5	Аргіліт тріщинуватий	24,00	-	Межа міцності на одноосьовий стиск $R_{ст} = 2,69$ МПа		
6	Пісковик тріщинуватий	24,10	-	Межа міцності на одноосьовий стиск $R_{ст} = 4,13$ МПа		
7	Пісковик слаботріщинуватий	25,10	-	Межа міцності на одноосьовий стиск $R_{ст} = 12,48$ МПа		



Рис.1. Фото кернів відібраних з однієї з свердловин.

Fig.1. Photo of the core taken from one of the boreholes.

На досліджуваній ділянці додатково було виконано комплекс геофізичних досліджень, що включав електророзвідувальні методи: зондування становленням електромагнітного поля у ближній зоні та природного імпульсного електромагнітного поля Землі. Дослідження ділянки проводились методом зондувань становленням електромагнітного поля у ближній зоні. За даними методу ЗСБ на границі алевролітових відкладів та пісковиків виділяється зона аномального пониження опору, яка складає менше 1-го омметра. Дана зона вказує на наявність у корінних породах підземних вод які мають локальне поширення. Обводнені локальні зони підвищеної тріщинуватості, гідравлічний зв'язок між якими відсутній або ускладнений. Положення статичного рівня

підземних вод у корінних породах не встановлено. В межах зрізів на площадках виділяється витік вод у вигляді тимчасових струмків на глибині 11 м. В межах профілю ґрунтові води поширені в межах глибин 7,4-12,7 м.

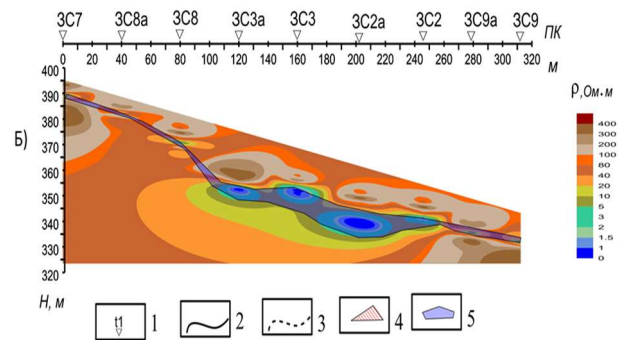


Рис.2. Результати геофізичних досліджень.  
Fig.2. Results of geophysical investigations.

Числове моделювання напружено-деформованого стану зсувонебезпечного схилу виконано з використанням методу скінчених елементів в програмному комплексі Plaxis 2D, розрахунок стійкості якого базується на методиці програмного зниження параметрів міцності ґрунтів ( $\phi/c$  reduction). Характеристики міцності ґрунту та ґрунту послідовно зменшуються доти, доки не відбувається руйнування. Коефіцієнт безпеки  $\Sigma M_{sf}$  отриманий в результаті моделювання поступового зниження показників міцності до моменту втрати стійкості системою, є інтерпретацією (непрямим аналогом) коефіцієнту стійкості схилу  $K_{st}$ :

$$\Sigma M_{sf} = \frac{\tan \varphi_{input}}{\tan \varphi_{reduced}} = \frac{c_{input}}{c_{reduced}} = \frac{S_{u,input}}{S_{u,reduced}}, \quad (1)$$

де параметри міцності з індексом input відносяться до властивостей ґрунтів, заданих у природному стані, а параметри з індексом reduced - це знижені значення параметрів, що використовуються в розрахунках в момент втрати стійкості. На початку розрахунку коефіцієнт  $\Sigma M_{sf}$  задається рівним 1,0 для того, щоб задати вхідні (ще не зменшені) значення міцності всіх матеріалів (Bentley Systems 2022). В якості моделі ґрунтового середовища було використано модель

Мора-Кулона, що є простою лінійною ідеально пружно-пластичною моделлю.

Ідеально-пластична частина ґрунтується на критерії руйнування Мора-Кулона, сформульованому у формі неасоційованої пластичності.

На рисунку 3 показано скінчено елементну модель схилу на етапі експлуатації нового будинку. На рисунку 4 показано результати оцінки стійкості схилу з використанням методу скінчених елементів.

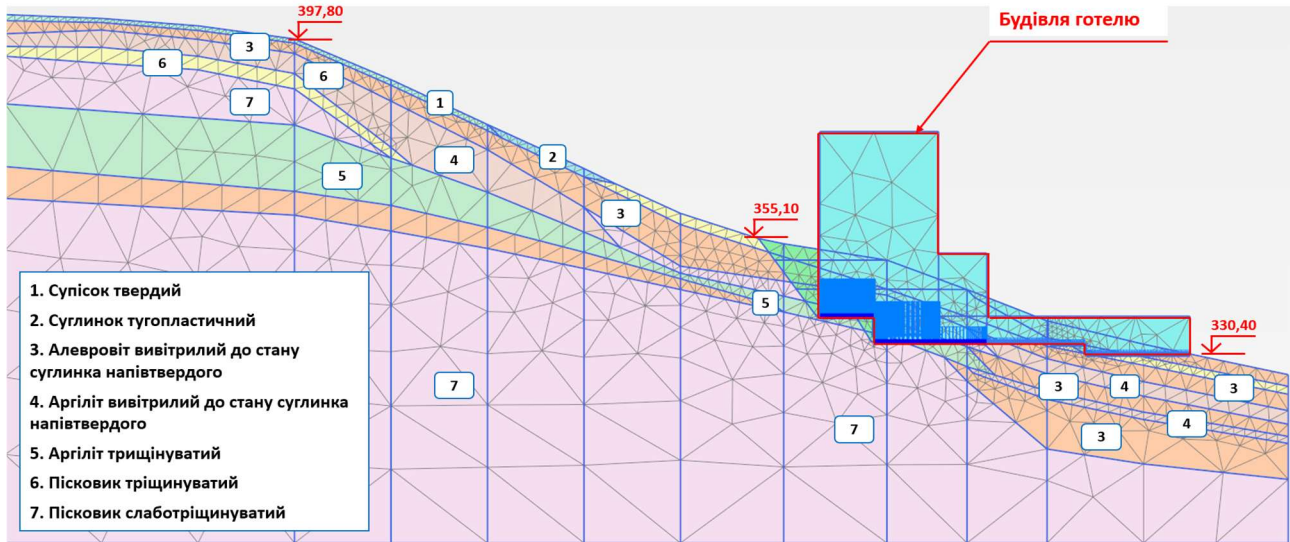


Рис. 3. Скінчено елементна модель схилу на етапі експлуатації нового будинку.  
Fig. 3. Finite element model of the slope at the operation stage of a new building.

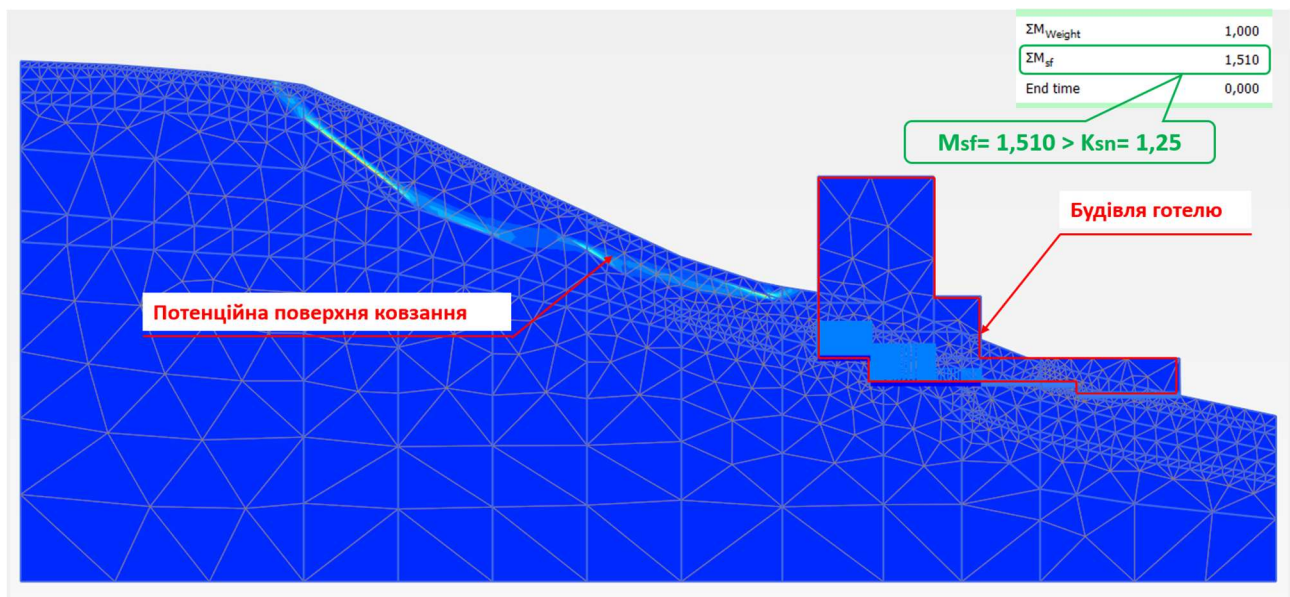


Рис. 4. Результати оцінки стійкості схилу з використанням методу скінчених елементів.  
Fig. 4. Results of slope stability assessment using the finite element method.

Оцінка стійкості схилу методом граничної рівноваги виконується з використанням полігональної поверхні ковзання, що дозволяє отримати більш точні результати ніж при використанні круглоциліндричної поверхні. Для розрахунку обрано метод

Шахунянца, що заснований на виконанні умови рівноваги сил на окремих блоках, що утворюються шляхом розбиття області над поверхнею ковзання площинами перетину.

Особливістю даного методу є не тільки врахування зсувних і утримуючих зусиль, а

й врахування взаємодії між блоками у вертикальній площині (врахування сил тертя між блоками). Принципова схема блоків і сил відображена на рисунку 5.

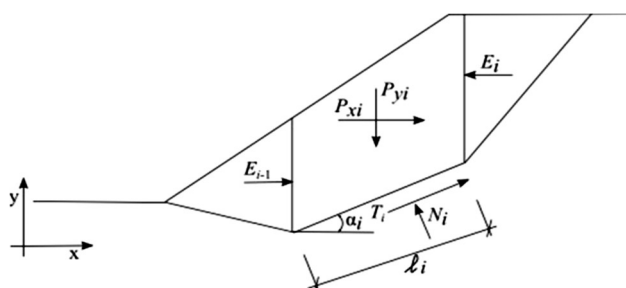


Рис.5. Схема дії сил на блок.  
Fig.5. Scheme of forces action on the block.

де  $P_{yi}$  - вертикальна рівнодіюча сил на блоці (вага блоку, привантаження від зовнішнього навантаження в межах блоку, сейсміка);  $P_{xi}$  - горизонтальна рівнодіюча сил на блоці (вага блоку, привантаження від зовнішнього

навантаження в межах блоку, сейсміка);  $E_{i+1}, E_i$  - сили між блоками;  $N_i$  - реакція під блоком в перпендикулярному напрямку до відсіку поверхні ковзання;  $T_i$  - сила тертя на відсіку поверхні ковзання;  $\alpha_i$  - кут нахилу відсіку поверхні ковзання;  $l_i$  - довжина відсіку поверхні ковзання;  $\varphi_i$  - кут внутрішнього тертя ґрунту на відсіку поверхні ковзання;  $c_i$  - питоме зчеплення ґрунту на відсіку поверхні ковзання.

Для розрахунку граничної рівноваги сил на блоках метод Шахунянца вводить такі передумови:

- поверхні розділяють блоки завжди вертикальні,
- нахил міжблочних сил  $E_i$  дорівнює нулю,
- сили діють в горизонтальному напрямку (Fine Civil Engineering Software 2018).

Коефіцієнт стійкості визначається за формулою:

$$K_u = \frac{\sum_{i=1}^n [(P_{Ni} - U_i) \tan \varphi_i + c_i l_i + |P_{Qi,ud}|] \frac{\cos \varphi_i}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)}}{\sum_{i=1}^n P_{Qi,sd} \frac{\cos \varphi_i}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)}}, \quad (2)$$

З урахуванням того факту, що для оцінки стійкості схилу необхідно виконати значну кількість рутинних математичних розрахунків для розв'язку даної задачі використано програмний комплекс GEO5, а саме його модуль "Стійкість схилу".

На рисунку 6 показано розрахункову схему схилу в програмному комплексі GEO 5 на етапі експлуатації нового будинку. На рисунку 7 наведено результати оцінки стійкості методом граничної рівноваги.

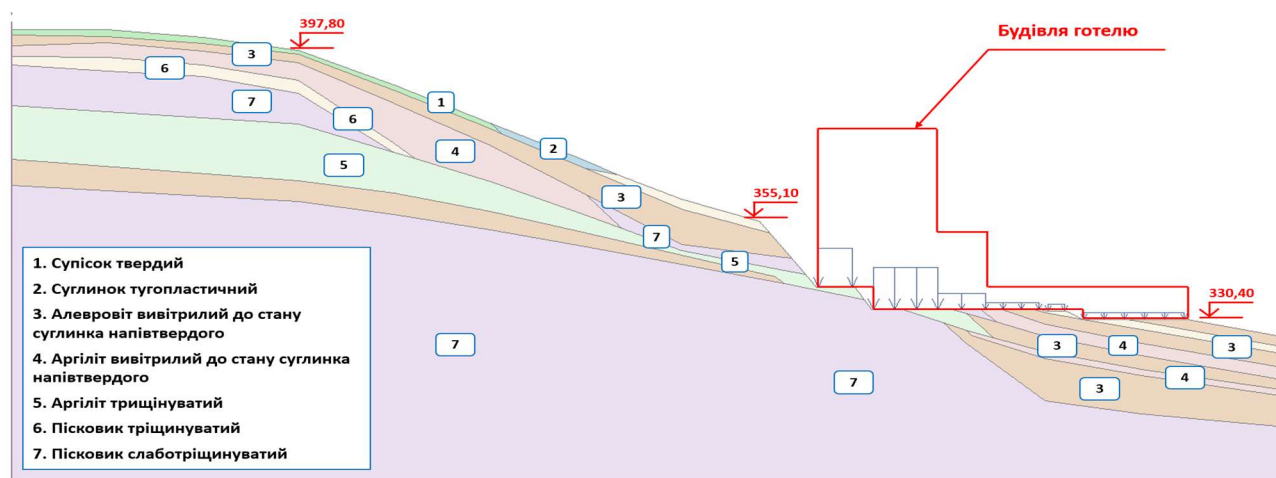


Рис. 6. Розрахункова схема схилу в ПК GEO 5 на етапі експлуатації нового будинку.  
Fig. 6. Calculation scheme of the slope in the GEO 5 PC at the operation stage of a new building.

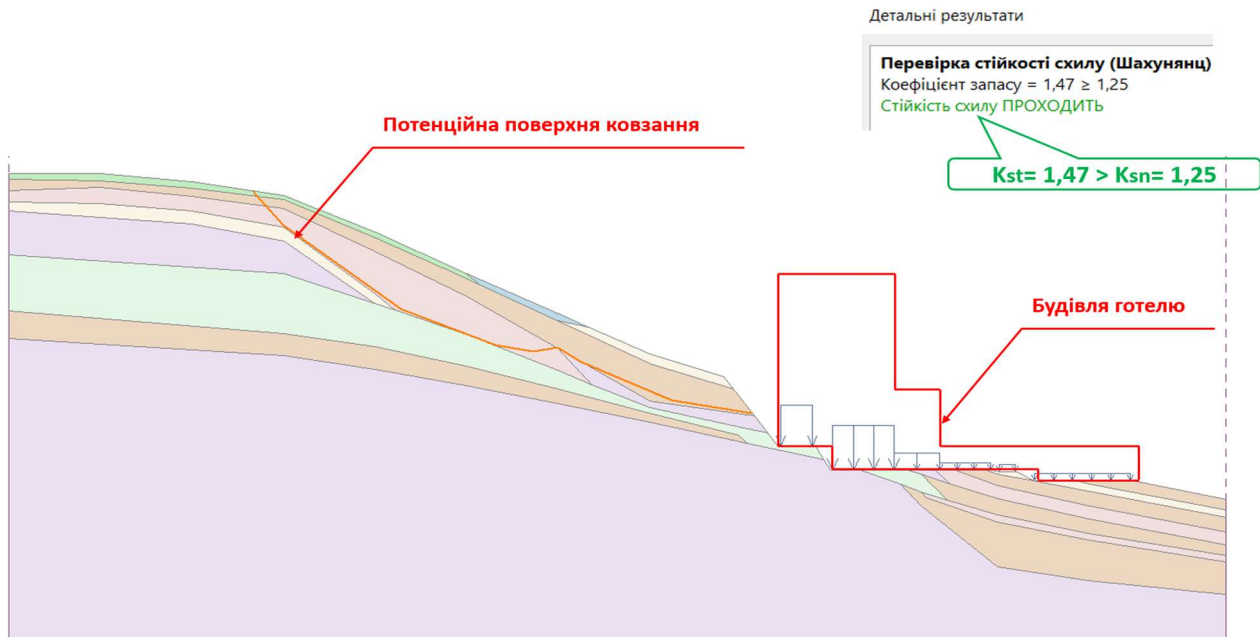


Рис. 7. Результати оцінки стійкості схилу методом граничної рівноваги  
 Fig. 7. Results of slope stability assessment using the limit equilibrium method

Порівняння коефіцієнтів стійкості (безпеки) для основного сполучення навантажень на трьох етапах: в природньому стані схилу (до початку будівництва), на етапі розробки котловану до проектної відмітки, та

на етапі експлуатації нового будинку наведено на рисунку 8. Порівняння коефіцієнтів стійкості (безпеки) для аварійного сполучення навантажень наведено на рисунку 9.

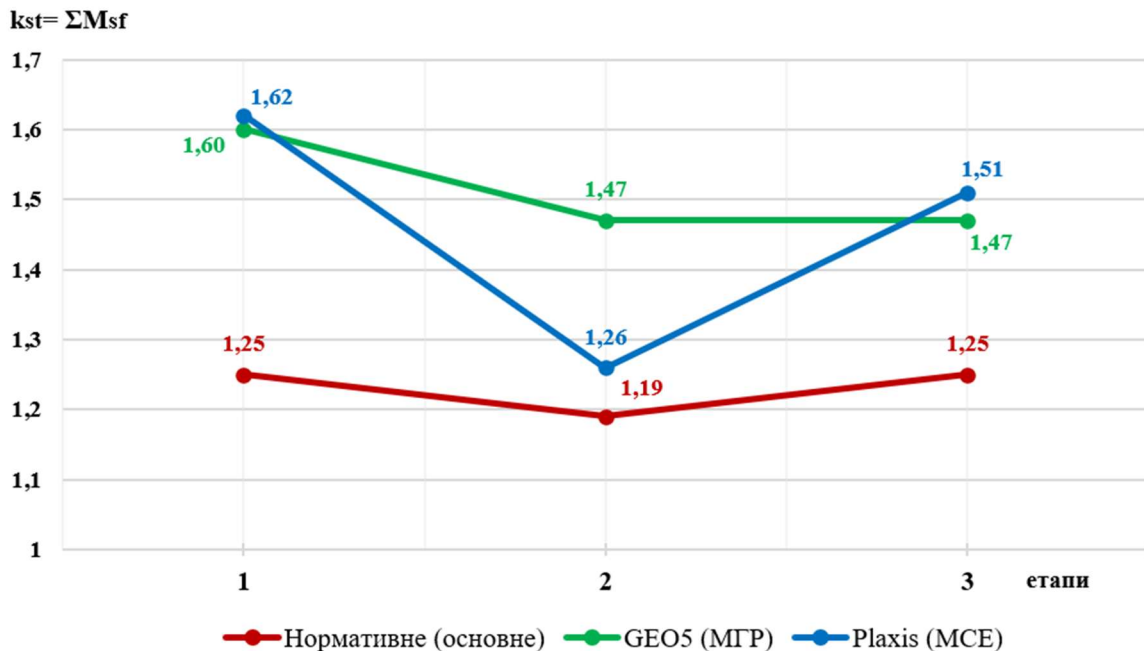


Рис. 8. Порівняння коефіцієнтів безпеки (стійкості) при основному сполученні навантажень.  
 Fig. 8. Comparison of safety (stability) coefficients for the main combination of loads.

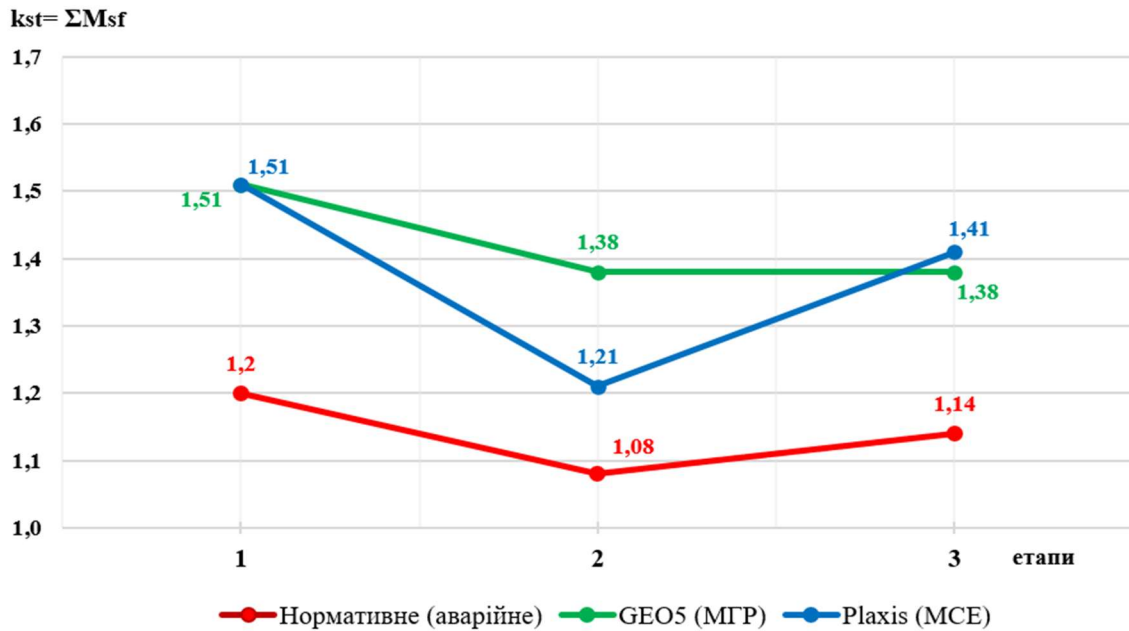


Рис. 9. Порівняння коефіцієнтів безпеки (стійкості) при аварійному сполученні навантажень.  
Fig. 9. Comparison of stability coefficients for emergency combination of loads.

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Встановлено що значення коефіцієнта стійкості, отримані за різними розрахунками: з використанням методу скінченних елементів та методу граничної рівноваги як для основного так і для аварійного сполучення навантажень, добре корелюють між собою. А саме, різниця між коефіцієнтами стійкості (безпеки), що отримані для 1 етапу (в природному стані до початку будівництва) та 3 етапу (етап експлуатації нової будівлі) складає менше 2 %. На 2 етапі різниця складає менше 15%, що може пояснюватися особливістю використаного методу оцінки стійкості. Числове моделювання оцінки стійкості схилу на найбільш відповідальному етапі максимальної розробки котловану дає більш консервативні (менші значення) коефіцієнтів безпеки.

Показано, використання різних методів оцінки стійкості схилу дає можливість провести комплексну оцінку.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Інженерний захист територій, будівель і споруд від зсувів та обвалів. Основні положення:

- ДБН В.1.1-46:2017 (2017) [Чинний від 01.11.2017]. К.: Мінрегіонбуд України.
- Билеуш А.И. (2009). *Оползни и противооползневые мероприятия* [Зсуви і протизсувні заходи]. Наукова думка.
  - Дранников А.М. (1956). *Оползни. Типы, причины образования меры борьбы* [Зсуви. Типи, причини виникнення, заходи боротьби]. Укр-гипросельстрой.
  - Носенко, В.С., Скочко, Л.О., & Маламан, А.Р. (2021). Оцінка стійкості схилу з використанням різних розрахункових методів. *Основи та фундаменти: Науково-технічний збірник*, 43, 40-51. DOI: 10.32347/0475-1132.43.2021.40-51
  - Черкез, С. А. (1994). *Оползни северо-западного побережья Черного моря (моделирование, прогноз устойчивости склонов и оценка эффективности противооползневых мероприятий)* [Зсуви північно-західного узбережжя Чорного моря (моделювання, прогноз стійкості схилів та оцінка ефективності протизсувних заходів)] (Кандидатська дисертація). Інститут геологічних наук НАН України. <https://uacademic.info/ua/document/0594U000228>
  - Bentley Systems. (2022). *PLAXIS Material Models Manual: CONNECT Edition V22.01*.
  - Fine Civil Engineering Software. (2018). *GEO 5 V18. Reference manual*.

## REFERENCES

1. Inzhenernyi zakhyt terytorii, budivel i sporud vid zsuiv ta obvaliv. Osnovni polozhennia: DBN V.1.1-46:2017 (2017) [Chynnyi vid 01.11.2017]. K.: Minrehionbud Ukrainy. (in Ukrainian).
2. Bileush A.I. (2009). *Opolzny i protivopolznevye meropriyatiya* [Landslides and landslide prevention measures]. Naukova dumka. [In Russian].
3. Drannikov A.M. (1956). *Opolzny. Typy, prichiny obrazovaniya mery bor'by* [Landslides. Types, causes, control measures]. Ukrhiproselstroy. [In Russian].
4. Nosenko, V.S., Skochko, L.O., & Malaman, A.R. (2021). Otsinka stiikosti skhylyu z vykorystanniam riznykh rozrakhunkovykh metodiv [Comparative assessment of the slope stability using different calculation methods]. *Osnovy ta fundamenti: Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk*, 43, 40-51. (In Ukrainian). DOI: 10.32347/0475-1132.43.2021.40-51
5. Cherkez, Ye. A. (1994). *Opolzny severo-zapadnogo poberezh'ya Chernogo morya (modelirovaniye, prognoz ustoychivosti sklonov i otsenka effektivnosti protivopolznevyykh meropriyatiy)* [Landslides on the north-western coast of the Black Sea (modelling, slope stability prediction and assessment of the effectiveness of anti-landslide measures)] (Candidate's dissertation, Institute of Geological Sciences of the NAS of Ukraine, Ukraine). <https://uacademic.info/ua/document/0594U000228>
6. Bentley Systems. (2022). *PLAXIS Material Models Manual: CONNECT Edition V22.01*.
7. Fine Civil Engineering Software. (2018). *GEO 5 V18. Reference manual*.

### Assessment of slope stability in the Carpathian region using various calculation methods

Viktor NOSENKO  
Artur MALAMAN

**Summary:** A comparison of the results of assessing the stability of a landslide-prone slope using different calculation methods is presented.

The area of a hotel complex under construction in the Carpathian region was selected as the object of study.

A distinctive feature of the engineering-geological conditions in this area is the presence of semi-rocky soils with high strength characteristics (sandstones) and weathered semi-rocky soils (argillite, siltstone) whose parameters are close to those of silty-clay soils. These engineering-geological elements are interlayered, which makes it possible to form a potential slip surface between the layers of these soils. A complex of geophysical studies (carried out within the framework of engineering-geological surveys) — sounding by establishing an electromagnetic field in the near zone and the natural pulsed electromagnetic field of the Earth — confirmed the complexity of the geological structure of the massif and the presence of local waterlogged areas with abnormally low electrical resistance ( $< 1 \text{ Om} \cdot \text{m}$ ). Such areas are potentially dangerous in terms of the formation of slip surfaces.

For a comprehensive assessment of slope stability, calculations were performed using two different calculation methods and modern software.

Numerical modelling of the stress-strain state of the landslide-prone slope was performed using the finite element method in the Plaxis 2D software package, the stability calculation of which is based on the method of software reduction of soil strength parameters ( $\phi/c$  reduction).

The slope stability assessment using the limit equilibrium method, according to the Shakhunyants method, using a polygonal slip surface was performed in the 'Slope Stability' module of the GEO5 software package.

The calculations were performed for different stages of construction: Stage 1 – assessment of slope stability in its natural state (before the start of construction work); Stage 2 – assessment of slope stability at the stage of excavation to the design level; Stage 3 – assessment of slope stability during operation (taking into account the operational loads of the new building).

It has been shown that the use of two different methods of stability assessment allows for a comprehensive assessment of slope stability. This is especially important for the design and construction of facilities within landslide-prone areas, where both natural and man-made factors can significantly affect the behaviour of the soil mass.

**Key words.** Slope stability, numerical modelling, finite element method, limit equilibrium method.

## Порівняння аналітичного та числового підходів до визначення напружень у ґрунті під плитним фундаментом

*Остан КАШОЇДА<sup>1</sup>, Вероніка ЖУК<sup>2</sup>*

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037  
<sup>1</sup>kashoida\_oo@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-9234-4489>  
<sup>2</sup>zhuk.vv@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-1114-3192>

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.75-82

**Анотація.** Проектування плитних фундаментів ґрунтується на правильній оцінці взаємодії конструкції з ґрунтовою основою, зокрема на достовірному визначенні контактних напружень. Вибір методу розрахунку має безпосередній вплив на результати оцінки несучої здатності та прогнозування деформацій основи. Традиційно для інженерної практики широко застосовуються аналітичні методи, зокрема метод кутових точок, завдяки їх простоті та відносно невеликій трудомісткості. Проте такі методи спираються на спрощені припущення щодо напружено-деформованого стану ґрунту, що може призводити до помилок у специфічних умовах, наприклад при нерівномірному навантаженні, складній геометрії або неоднорідності основи.

Сучасні числові методи, зокрема моделювання методом скінченних елементів, дають змогу враховувати складніший характер роботи ґрунту, включаючи пружно-пластичні властивості та реалістичні граничні умови. Проте, вони вимагають значних обчислювальних ресурсів, досвіду роботи зі спеціалізованим програмним забезпеченням та детальної вихідної інформації про властивості ґрунтів.

Дослідження результатів, отриманих аналітичним методом і числовим моделюванням, є актуальним як з точки зору перевірки точності та меж застосування традиційних підходів, так і для уточнення впливових коефіцієнтів та адаптації розрахункових методик до сучасних вимог. Розуміння відмінностей у кількісних та якісних результатах дозволить інженерам обґрунтовано обирати метод розрахунку залежно від умов проектування, а також оптимізувати співвідношення між точністю, ресурсами та часом виконання розрахунків.



**Остан КАШОЇДА**  
доцент кафедри  
геотехніки  
PhD



**Вероніка ЖУК**  
доцент кафедри  
геотехніки  
к.т.н., доц.

У статті представлено результати порівняння визначення контактних напружень у ґрунтовій основі під плитним фундаментом прямокутної форми, отриманих за аналітичним методом кутових точок та шляхом числового моделювання у середовищі скінчено-елементного аналізу для пружно-лінійної та пружно-пластичної моделей (з використанням критерію міцності Кулона–Мора).

Метою дослідження є уточнення коефіцієнтів впливу, що застосовуються в методі кутових точок, а також виявлення кількісних і якісних розбіжностей між підходами та окреслення меж їх коректного застосування. Порівняння показало суттєві відмінності не лише у величинах контактних напружень, але й у формі поверхні їх розподілу. Попередньо визначено коефіцієнти розбіжності для дослідженого випадку.

**Ключові слова.** Плитний фундамент, ґрунтова основа, напруження, метод кутових точок, числове моделювання, MIDAS GTS NX, лінійно-пружна модель, модель Кулона-Мора.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Для розрахунку напружень у ґрунтовій основі існують різні підходи - від спрощених аналітичних методів (Rojas, 2020; Fadum, 1948; Terzaghi, 1955) до складних числових моделей (Бойко, 2023; Keskin, 2008). Аналітичні рішення, засновані на ряді припущень, зазвичай застосовуються для попередніх інженерних оцінок. Натомість числове моделювання дає змогу врахувати ширший спектр факторів, що впливають на формування напруженого стану під фундаментом.

У проектуванні фундаментів важливо враховувати нелінійну поведінку ґрунтів, оскільки їхня жорсткість змінюється залежно від рівня напружень, ступеня ущільнення та тривалості навантаження. Лінійно-пружні моделі, хоча й зручні, не відображають реальних меж міцності ґрунту. Використання нелінійних підходів дозволяє точніше оцінити осідання, розподіл напружень і забезпечити більшу надійність фундаментних конструкцій, особливо в складних інженерно-геологічних умовах.

## МЕТА РОБОТИ

Метою дослідження є порівняльна оцінка ефективності методу кутових точок для визначення напружень у ґрунтовій основі під фундаментом шляхом зіставлення з результатами числового моделювання, зокрема лінійно-пружної моделі та моделі Мора–Кулона. Робота спрямована на оцінку точності, доцільності та практичного потенціалу аналітичного підходу в умовах складного напруженого стану, характерного для реального ґрунтового середовища.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1. Методи визначення напружень в основі плитного фундаменту.

Для визначення напружень у ґрунтовій основі застосовують 4 підходи:

1) *аналітичні методи* (Буссінеска, кутових точок, Весика, Федорова–Садовського) — базуються на теорії пружності,

використовуються для попередніх оцінок;

2) *напіваналітичні методи*. (моделі Вінклера, Пастернака, Кисельова–Алексєєва) — ґрунт моделюється як пружна основа з реактивним опором;

3) *числові методи* (МСЕ) — дають змогу моделювати складну геометрію, властивості ґрунтів і граничні умови (PLAXIS, MIDAS GTS NX, ABAQUS, тощо);

4) *експериментальні методи* — натурні спостереження, польові випробування та тензометрія використовуються для верифікації розрахунків.

Оцінка напружень під плитним фундаментом може виконуватися з різним рівнем точності - від простих аналітичних формул до повноцінного 3D-моделювання. Вибір методу залежить від інженерного завдання, складності ґрунтових умов майданчика та ступеня відповідальності об'єкта.

### 2. Розрахунок напружень під плитним фундаментом методом кутових точок.

Метод кутових точок (Fadum, 1948) розглядає проекцію навантаженої прямокутної області на горизонтальну площину, де точка розрахунку (на глибині  $z$ ) знаходиться в центрі. Від кожного з чотирьох кутів прямокутника визначається "внесок" у загальний впливовий коефіцієнт. Перевагою методу можна назвати простоту застосування. Обмеженням методу є неможливість застосування для складної геометрії площі завантаження, неврахування властивостей ґрунту.

Дослідження було виконано на прикладі фундаменту, який являє собою монолітну залізобетонну плиту з габаритами в плані  $1,8 \times 2,6$  м, товщиною 0,3 м. Фундамент навантажено тиском  $q = 200$  кПа. У якості основи було розглянуто пісок середньої крупності.

Напруження визначались в обраних для дослідження точках в плані фундаменту, які знаходяться по центру, на кутах та середині кожної грані плити.

В результаті розрахунку було побудовано епюри додаткових напружень  $\sigma_{zp}$  (рис. 1) на глибину 9,9 м, що становить  $5,5b$  (ширин фундаменту). Оскільки в рамках дослідження результати розрахунків методом кутових точок потрібно було порівняти з даними числового моделювання, а результати числового

моделювання дають напруження у центрі кожного скінченного елемента (СЕ), тому (при кроці триангуляції сітки 0,2 м) напруження розраховувалися аналітичним шляхом починаючи із глибини 0,1 м від підшви фундаменту з кроком 0,2 м вниз.

За результатами аналітичного розрахунку зафіксовано найбільші значення контактних напружень (204 кПа) - у центральній зоні, а найменші (126 кПа) - в кутових зонах. Починаючи із глибини 3 м напруження за величиною стають практично однаковими в межах площі підшви плити (рис. 1).

### 3. Напруження під підшвою фундаменту за результатами числового моделювання у ПК «Midas GTS NX»

Числове моделювання, зокрема, метод скінчених елементів (МСЕ) є сучасним інженерним інструментом для врахування взаємодії конструкцій із ґрунтовим масивом. Перевагами такого підходу можна назвати:

- можливість врахування складної геометрії та реальних умов (наявність отворів у конфігурації фундаменту; наявність сусідніх споруд, підземних комунікацій);
- врахування реальних геологічних умов (багатощарова ґрунтова товща з різними фізико-механічними властивостями, з нелінійними закономірностями поведінки);
- точне врахування навантаження (нерівномірний розподіл навантаження, тимчасові та динамічні навантаження, врахування навантаження від оточуючих споруд);
- аналіз напружено-деформованого стану в усьому масиві (детальна картина напружень, переміщень, деформацій);
- оцінка спільної роботи всіх елементів системи (повноцінна модель системи «ґрунтовий масив – фундамент – споруда», визначення деформацій конструкцій з врахуванням поведінки ґрунтів);
- прогнозування поведінки з часом (моделювання повзучості, ущільнення, реології ґрунтів; розрахунок циклічних або аварійних сценаріїв);
- порівняння альтернативних варіантів (можливість оцінити кілька рішень, можливість оптимізації конструктивної

схеми);

- інтеграція з геотехнічним моніторингом (можливість валідації моделі за польовими даними, створення цифрових двійників для систем спостереження за деформаціями в реальному часі).

Для дослідження було виконано числове моделювання у програмному комплексі (ПК) «Midas GTS NX». Для розрахунку було створено скінчено-елементну модель (рис. 2), яка складається із:

- об'ємних скінчених елементів ґрунтового середовища;
- оболонки (пластин) для моделювання плити фундаменту;
- інтерфейсних елементів на межі контакту фундаменту та ґрунтового масиву.

Габарити ґрунтового масиву для розрахункової моделі прийнято  $28 \times 35 \times 20$  м. Сітка СЕ має змінну триангуляцію в плані і по глибині, що змінюється в діапазоні від 0,2 м (під фундаментом) до 2,8 м (на нижній грані розрахункової області).

В дослідженні було виконано два варіанти розрахунків взаємодії фундаменту з ґрунтом:

1) пружний ґрунтовий масив з лінійним законом деформування (параметри моделі: модуль пружності  $E = 30$  МПа, питома вага  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.3$ );

2) пружно-пластичний закон деформування ґрунту з критерієм міцності Мора-Кулона (параметри моделі: модуль пружності  $E = 30$  МПа, питома вага  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.3$ , питоме зчеплення  $c = 1$  кПа, кут внутрішнього тертя  $\varphi = 35^\circ$ , кут дилатансії  $\psi = 10^\circ$ ).

Скінченим елементам фундаментної плити присвоєно модуль пружності  $E = 30$  ГПа; питома вага  $\gamma = 25$  кН/м<sup>3</sup>; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.2$ .

Параметри інтерфейсів: модуль пружності при нормальному (вертикальному) навантаженні  $K_n = 6,35 \cdot 10^5$  кН/м<sup>3</sup>; модуль жорсткості при зсуві  $K_t = 57,7 \cdot 10^3$  кН/м<sup>3</sup>; питоме зчеплення  $c = 0,5$  кПа; кут внутрішнього тертя  $\varphi = 19,3^\circ$ .

Плита завантажена рівномірно-розподіленим тиском  $q = 200$  кПа. Для варіанту нелінійного розрахунку було застосовано систему «монтаж», що враховує поетапне

влаштування елементів моделі та прикладання навантаження:

- 1) ґрунтовий масив із власною вагою ґрунту;
- 2) занулення переміщень від власної ваги ґрунту;
- 3) влаштування фундаменту та інтерфейсів на межі контакту бетону з ґрунтом із прикладанням 50% навантаження на плиту;
- 4) прикладання решти 50% навантаження.

Кожна стадія була розбита на ітерації для досягнення потрібної точності розрахунку. Також було враховано критерії збіжності результатів по переміщенням (0,1%) і по навантаженню (0,1%).

В результаті числового моделювання було отримано та проаналізовано напруження в ґрунті (рис. 2) в обраних для дослідження точках в плані і на різній глибині від фундаментної плити та побудовано епюри (рис. 1). Ізополя (рис. 2) ілюструють саме напруження від зовнішніх впливів  $\sigma_{zp}$  в межах габариту фундаменту на глибину до 20 м.

Аналіз результатів показав, що напруження у кутових зонах плити (рис. 1-а) змінювались в діапазоні від 272,97 кПа – пружний ґрунтовий масив, до 125,95 кПа – аналітичний розрахунок. Порівняння напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком показало в середньому різницю у 2,2 рази. Слід відмітити, що за числовим моделюванням напруження під подошвою фундаменту в кутовій зоні, починаючи з глибини 2 м і нижче, майже не відрізняються.

Максимальні напруження у верхній та нижній зоні плити (рис. 1-б) на глибині 0,1 м сягають 213,21 кПа – критерій міцності Мора-Кулона, мінімальні – 159,36 кПа при використанні аналітичного розрахунку. Слід відмітити, що на глибині 4 м і нижче напруження в обох методах моделювання майже не відрізняються. Розбіжність напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком в середньому складає 2,7 рази.

Напруження у центральній зоні плити (рис. 1-с) змінювались в діапазоні від 204,39 кПа – за аналітичним розрахунком, до 110,62 кПа – пружний ґрунтовий масив, на глибині 0,1 м. Порівняння напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком показало в середньому різницю у

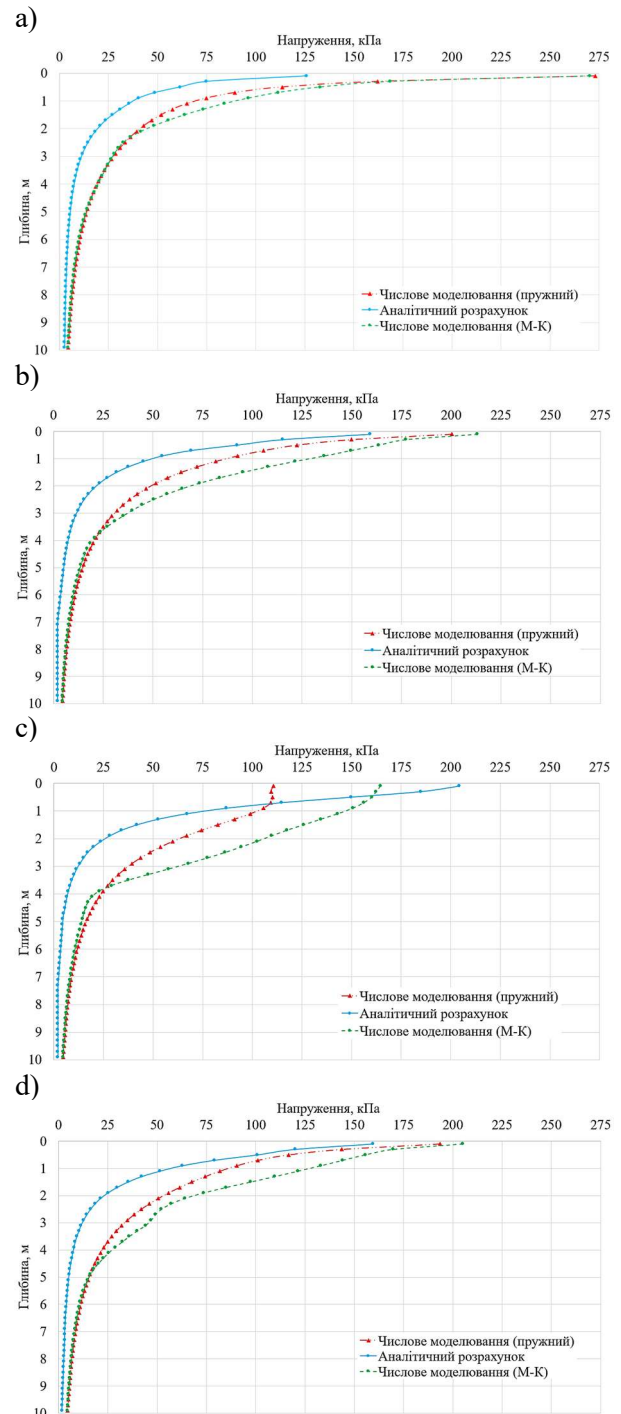


Рис.1. Напруження в основі (кПа) за даними методу кутових точок і числового моделювання: *a* – кутова зона плити; *b* – верх та низ плити; *c* – центр плити; *d* –ліва та права зони плити.

Fig.1. Stresses in the soil base (kPa) by corner method calculation and numerical simulation: *a* – slab corners; *b* – top and bottom of the slab; *c* – central zone of the slab; *d* – left and right zone of the slab.

2,8 рази. Слід відмітити, що за результатами-числовим моделюванням напруження у центральній зоні майже не змінюються до глибини 0,9 м.

Максимальні напруження у лівій та правій зоні плити (рис. 1- *d*) змінювались в діапазоні від 205,07 кПа – критерій міцності Мора-Кулона до 159,57 кПа – аналітичний розрахунок. Розбіжність напружень за числовим моделюванням та аналітичним розрахунком в середньому склало 2,6 рази.

Для зручності аналізу результатів аналітичної методики розрахунку (метод кутових точок) та даних числового моделювання, для більшої наочності відмінності напружень під фундаментом, в залежності від методу розрахунку, було побудовано поверхні для додаткових напружень на різних глибинах від плити (рис. 3).

За результатами порівняння напружень в ґрунтовому масиві за різними методиками (рис. 3) було виявлено, що характер формування зони додаткових напружень відрізняється як кількісно так і якісно (форма поверхонь для додаткових напружень).

На основі порівняння даних застосування різних методик було визначено коефіцієнт розбіжності напружень для точок, які було

обрано для дослідження на різній глибині та побудовано графік (рис. 4). Аналізуючи графіки, можемо бачити, що напруження, отримані за допомогою аналітичних підходів (методу кутових точок) є заниженими. Лише в центральній зоні напруження за аналітичним розрахунком навпаки завищені, але ця тенденція зберігається тільки до глибини умовних 0,5 м.

Точне визначення контактних напружень у ґрунтовій основі є ключовим для надійного проектування плитних фундаментів. Традиційні аналітичні методи, зокрема метод кутових точок, мають переваги простоти, але ґрунтуються на спрощених припущеннях, що зумовлювати похибки результатах розрахунків.

Аналіз результатів застосування різних методик показав, що числове моделювання методом скінченних елементів дозволяє враховувати більш реалістичну поведінку ґрунту.

Отримані результати підтверджують, що навіть для відносно простої геометрії та умов навантаження розбіжності між методами можуть мати істотний вплив на оцінку несучої здатності та рівномірності роботи ґрунтової основи.

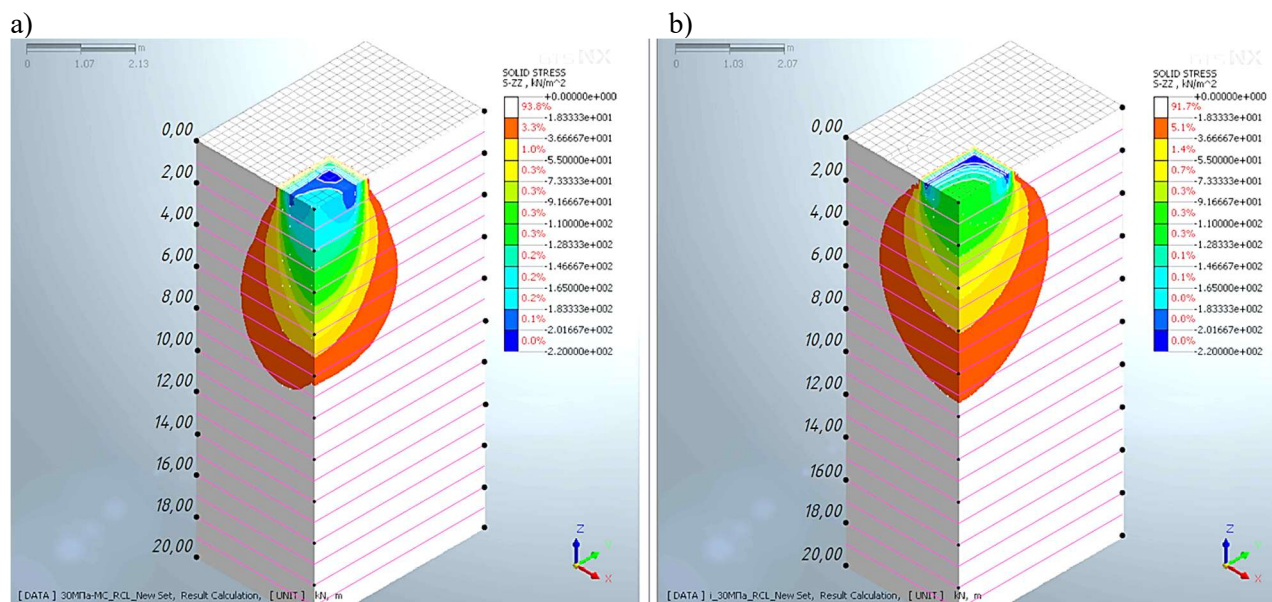


Рис.2. Додаткові напруження (кПа) в ґрунтовому масиві під фундаментом за даними числового моделювання у Midas GTS NX: *a* - пружно-пластична модель, *b* – лінійно-пружна модель поведінки ґрунту.

Fig.2. Additional stresses (kPa) in the soil mass beneath the foundation according to numerical modeling in Midas GTS NX: *a* - Mohr–Coulomb model; *b* - linear elastic model.

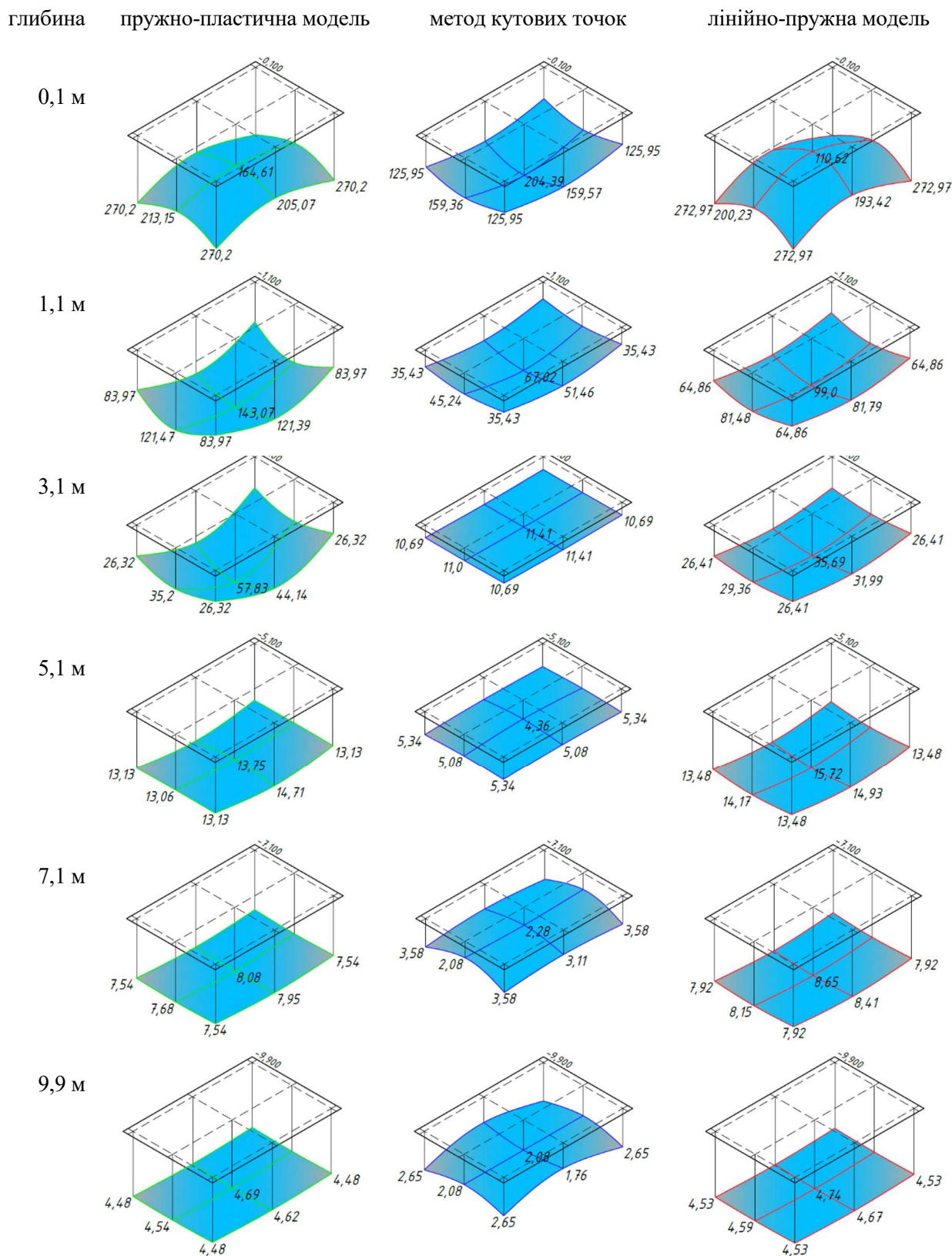


Рис.3. Поверхні додаткових напружень (кПа) в ґрунті на різній глибині від підшви плитного фундаменту.

Fig.3. Additional stress surfaces (kPa) in the soil at various depths below the base of the slab foundation.

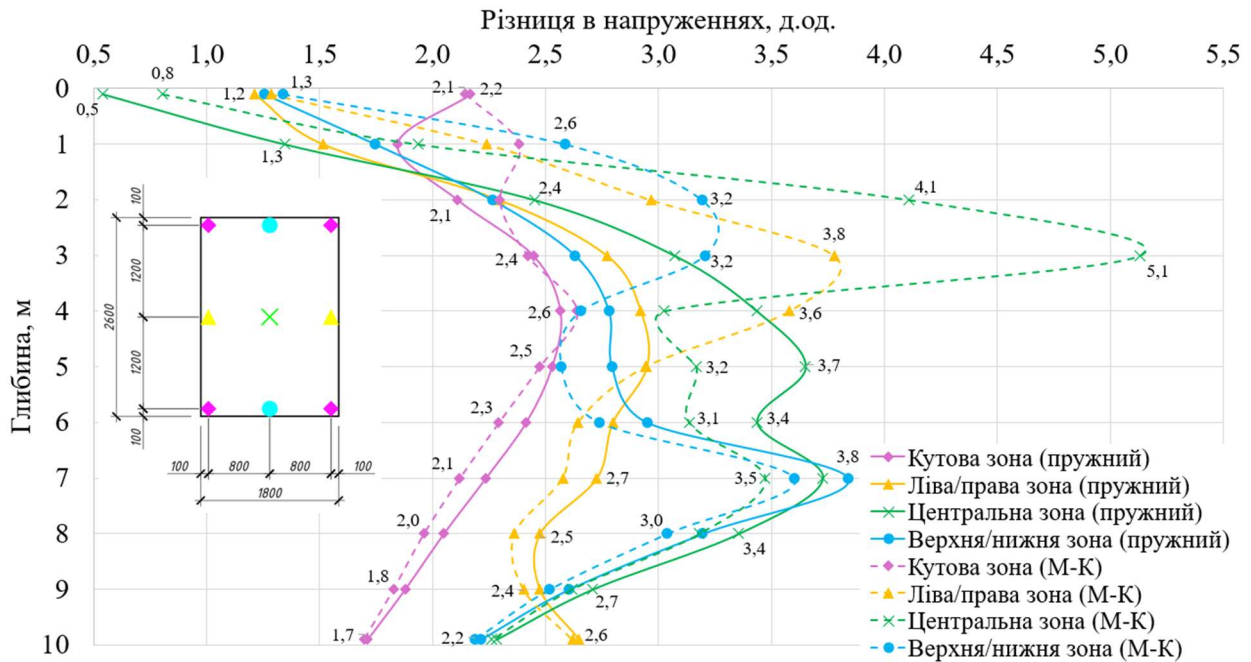


Рис.4. Кількісне порівняння напружень в ґрунтовому масиві в залежності від методу розрахунку.  
Fig.4. A quantitative comparison of stresses in a soil mass based on different calculation methods.

### ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Показано, що аналітичні методи — це ефективний інструмент для попередньої оцінки напружень під плитами, проте область їх застосування обмежується наступними критеріями: проста геометрія фундаменту, однорідна ґрунтова основа, рівномірне навантаження. У складніших випадках доцільно їх поєднувати з числовим моделюванням.

Розглянуто порівняльний аналіз результатів визначення контактних напружень у ґрунтовій основі під плитним фундаментом прямокутної форми, отриманих за допомогою аналітичного підходу - методу куткових точок та числового моделювання методом скінченних елементів для двох підходів стосовно опису поведінки ґрунту: пружно-лінійної моделі та пружно-пластичної моделі з критерієм міцності Кулона–Мора.

Запропоновано уточнення коефіцієнтів впливу, що застосовуються в методі куткових точок.

Виявлено кількісні та якісні розбіжності між результатами, отриманими різними методами. Визначено коефіцієнти розбіжності для дослідженого випадку.

Запропонований підхід створює передумови для подальшого комплексного дослідження впливу геометричних параметрів

фундаменту, виду та величини навантаження, а також фізико-механічних властивостей ґрунту на узгодженість результатів аналітичних та числових методів розрахунку.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Fadum, E. Ralph. (1948). Influence Values For Estimating Stresses in Elastic Foundation. *Papers of 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (Rotterdam). 77-84.  
[https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948\\_03\\_0020.pdf](https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948_03_0020.pdf)
2. Keskin, M., Laman, M., & Baran, T. (2008). Experimental Determination and Numerical Analysis of Vertical Stresses Under Square Footings Resting on Sand. *Teknik Dergi/Technical Journal of Turkish Chamber of Civil Engineers*. 19(4), 1263-1279.  
<https://www.researchgate.net/publication/265077913>
3. Luévanos Rojas, A., López Chavarría, S., Medina Elizondo, M., Sandoval Rivas, R., & Farías Montemayor, O. M. (2020). An analytical model for the design of corner combined footings. *Revista ALCONPAT*, 10 (3), 317-335.  
DOI: 10.21041/ra.v10i3.432
4. Terzaghi, K.V. (1955). Evaluation of coefficient of subgrade reaction. *Geotechnique*. Londres, Vol. 5, No. 4, p. 297-326.
5. Бойко І., Кривенко О., Гаврилюк О. (2023).

Числове моделювання взаємодії бурової пали та основи з врахуванням дилатансії ґрунту. *Основи та фундаменти*, 46, 9-16. DOI: 10.32347/0475-1132.46.2023.9-16

## REFERENCES

1. Fadum, E. Ralph. (1948). Influence Values For Estimating Stresses in Elastic Foundation. *Papers of 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (Rotterdam). 77-84. [https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948\\_03\\_0020.pdf](https://www.issmge.org/uploads/publications/1/43/1948_03_0020.pdf)
2. Keskin, M., Laman, M., & Baran, T. (2008). Experimental Determination and Numerical Analysis of Vertical Stresses Under Square Footings Resting on Sand. *Teknik Dergi/Technical Journal of Turkish Chamber of Civil Engineers*. 19(4), 1263-1279. <https://www.researchgate.net/publication/265077913>
3. Luévanos Rojas, A., López Chavarría, S., Medina Elizondo, M., Sandoval Rivas, R., Farías Montemayor, O. M. (2020). An analytical model for the design of corner combined footings. *Revista ALCONPAT*, 10 (3), 317-335. DOI: 10.21041/ra.v10i3.432
4. Terzaghi, K.V. (1955). Evaluation of coefficient of subgrade reaction. *Geotechnique*. Londres, Vol. 5, No. 4, p. 297-326.
5. Boiko I., Kryvenko O., & Havryliuk O. (2023). Числове моделювання взаємодії бурової пали та основи з врахуванням дилатансії ґрунту [Numerical simulation of interaction bored pile and soil mass with taking into account the dilatancy of the soil]. *Основи та фундаменти*, 46, 9-16. (in Ukrainian) DOI: 10.32347/0475-1132.46.2023.9-16

### Comparison of analytical and numerical approaches for stress analysis beneath a slab foundation

Ostap KASHOIDA  
Veronika ZHUK

**Summary** The design of slab foundations relies on the accurate assessment of the interaction between the structure and the soil base, particularly on the reliable determination of contact stresses. The choice of calculation method directly affects the results of bearing capacity evaluation and the

prediction of soil deformations. Analytical approaches, such as the corner points method, are traditionally widely used in engineering practice due to their simplicity and relatively low labor intensity. However, these methods are based on simplified assumptions regarding the stress-strain state of the soil, which can lead to errors under specific conditions, such as non-uniform loading, complex geometry, or heterogeneous soil composition.

Modern numerical methods, particularly finite element modeling, allow for a more detailed consideration of soil behavior, including elastic-plastic properties and realistic boundary conditions. Nevertheless, they require significant computational resources, expertise in specialized software, and comprehensive input data on soil properties.

Therefore, a comparative study of the results obtained using the analytical corner points method and numerical modeling is relevant both for verifying the accuracy and applicability limits of traditional approaches and for refining influence coefficients to adapt calculation methods to current engineering requirements. Understanding the quantitative and qualitative differences between these methods will enable engineers to make informed decisions when selecting a calculation approach depending on the design conditions, while also optimizing the balance between accuracy, available resources, and calculation time.

The article presents a comparison of contact stresses in a soil base under a rectangular slab foundation obtained by the analytical corner points method and finite element numerical modeling for elastic-linear and elastic-plastic soil models (with the Mohr-Coulomb strength criterion).

The aim of the study is to refine the influence coefficients used in the corner points method, to identify quantitative and qualitative differences between the approaches, and to outline the boundaries of their correct application. The comparison revealed significant discrepancies not only in the values of contact stresses but also in the shape of their distribution surface. Preliminary discrepancy coefficients for the studied case have been determined.

**Key words.** Slab foundation, soil base, stress, corner method, numerical simulation, MIDAS GTS NX, linear elastic model, Mohr-Coulomb model.

## Числове моделювання поведінки групи паль у піщаних ґрунтах при вертикальному статичному навантаженні

Олександр ЛИТВИН<sup>1</sup>, Віталій РУЧКІВСЬКИЙ<sup>2</sup>

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037,  
<sup>1</sup>lytvyn.ov@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0002-2818-3457  
<sup>2</sup>ruchkivskiy.vv@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0001-8982-2884

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.83-90

**Анотація.** У роботі представлено результати числового моделювання напружено-деформованого стану системи «група паль – ґрунтова основа» у піщаних ґрунтах під дією вертикального статичного навантаження. Дослідження спрямовано на визначення впливу відстані між палями на особливості перерозподілу напружень у ґрунтовому масиві, характер деформацій та ефективність роботи пального поля. Для аналізу побудовано тривимірну скінчено-елементну модель, що включає ґрунтовий масив, палі та жорсткий ростверк. Поведінку ґрунту описано модифікованою ковпачковою моделлю Друкера–Прагера, яка дозволяє врахувати як зсувні пластичні деформації, так і об’ємне ущільнення, що є критично важливим для адекватного відтворення роботи паль у піщаних середовищах. Параметри міцності та деформативності ґрунту визначено на основі даних СРТ-тестування.

Розглянуто два варіанти просторового розташування паль у групі: з кроком  $L = 3d$  та  $L = 6d$  (де  $d$  – діаметр палі). Показано, що при меншій відстані між палями утворюється спільна зона ущільнення ґрунту, яка забезпечує сумісну роботу елементів та підвищує несучу здатність системи. При збільшенні відстані до  $L = 6d$  зони напружень не перекриваються, палі працюють фактично як одиночні, що зменшує групову ефективність і призводить до нижчої несучої здатності. Аналіз розподілу повздовжніх зусиль уздовж стовбура показав, що частка навантаження, яка передається бічною поверхнею кутів паль, становить 73% при  $L = 3d$  та знижується до 62% при  $L = 6d$ , що підтверджує залежність роботи палі від ступеня взаємодії з ущільненим ґрунтом.



**Олександр ЛИТВИН**  
доцент кафедри  
геотехніки  
Ph.D.



**Віталій РУЧКІВСЬКИЙ**  
доцент кафедри  
геотехніки  
к.т.н.

Отримані результати узгоджуються з експериментальними даними F. Lizzi (1985) та підтверджують, що оптимальний крок розміщення паль забезпечує баланс між взаємодією в групі та ефективністю роботи системи.

Висновки підкреслюють необхідність урахування пластичних деформацій ґрунту та оптимального кроку розміщення паль для раціонального проектування палих фундаментів у піщаних основах.

Проведене моделювання може бути використано для уточнення параметрів при проектуванні палих фундаментів у піщаних ґрунтах.

**Ключові слова.** Числове моделювання, група паль, піщані ґрунти, відстань між палями, несуча здатність, напружено-деформований стан, ковпачкова модель Друкера–Прагера, метод скінчених елементів.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

При взаємодії пальових фундаментів із ґрунтовою основою навколо кожної палі формується характерна зона зміни напружено-деформованого стану ґрунту (Рис.1), що включає ділянки ущільнення, розуцільнення, розтягу та зсувів. У випадку розміщення паль на малій відстані одна від одної ці зони частково або повністю перекриваються, утворюючи спільну зону напружень, у межах якої взаємодія між палями істотно впливає на розподіл навантаження та осідання фундаменту. Надмірне зближення паль призводить до зниження ефективності роботи окремих елементів через взаємне накладання напружених зон, що викликає нерівномірність деформацій та зменшення несучої здатності системи в цілому (Yadong Chen та ін. 2019).

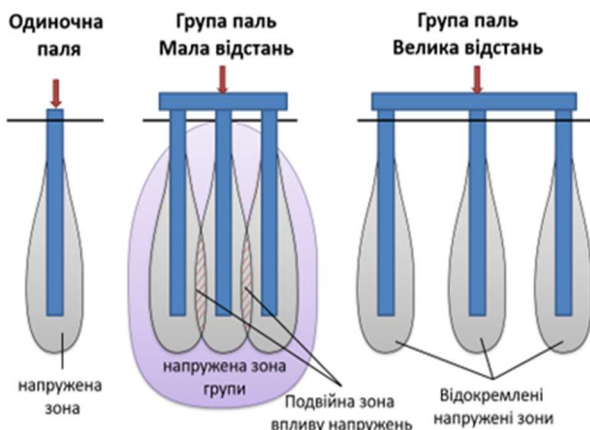


Рис. 1. Взаємодія паль з ґрунтом  
Fig.1. Piles soil interaction.

Водночас, при надто великій відстані між палями їхні напружені зони не взаємодіють, і кожна паля фактично працює як одиночна, що знижує ефективність використання матеріалу та несучу здатність умовного фундаменту в цілому. Таким чином, постає завдання визначення оптимальної відстані між палями, за якої забезпечується раціональна взаємодія елементів групи з ґрунтом основи, мінімізуються деформації та досягається максимальна ефективність роботи пального поля під дією вертикального статичного навантаження.

## МЕТА РОБОТИ

Метою даної роботи було прогнозувати несучої здатності групи паль, розподіл зусиль за довжиною та між палями. оцінка впливу відстані між палями на Напружено-Деформований Стан (НДС) системи "група паль-основа".

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

На основі попередньо прийнятої схеми експериментального куша була побудована скінчено-елементна модель системи «ґрунтова основа – група паль – ростверк». Модель складається з ґрунтового масиву, групи паль та жорсткого ростверку, які моделювалися тривимірними (об'ємними) скінченими елементами. Геометричні розміри розрахункової області обрано таким чином, щоб мінімізувати вплив граничних умов і забезпечити умови, максимально наближені до роботи ізольованої групи паль.

Піщаний ґрунтовий масив моделювався у вигляді кубічного блоку розміром 6.9×6.9×8.0 м, що забезпечує достатній обсяг для розвитку зони напружено-деформованого стану без впливу меж моделі на результати дослідження. Палі діаметром 0.133 м та довжиною 4 м об'єднані ростверком товщиною 0.3 м, який рівномірно передає навантаження на палі. Відстань між палями визначена згідно з експериментальною схемою з метою дослідження ефекту взаємодії паль у групі. Загальний вигляд групи паль прийнятої до розрахунку показано на Рис. 2.

Для опису поведінки роботи ґрунту існує різні математичні моделі (Kok Sien Ti, Vujang V.K та ін. 2009). Найпростіші це пружні моделі, але вони не дозволяють врахувати такі процеси як зони зсуву, ущільнення, розуцільнення. Також існують і пружно-пластичні моделі. Найпоширеніша пружно-пластична модель з критерієм міцності КМ. Вона враховує тільки пластичні деформації при зсуві, тому для опису поведінки ґрунту була використана модель із групи так званих, "ковпачкових" моделей – це модифікована Друкера-Прагера модель, яка на

додаток до критерію руйнування при зрушенні дозволяє врахувати ущільнення ґрунту при об'ємному стисненні. Вона

використовує не асоційований закон течії в районі поверхні руйнування під час зсуву.

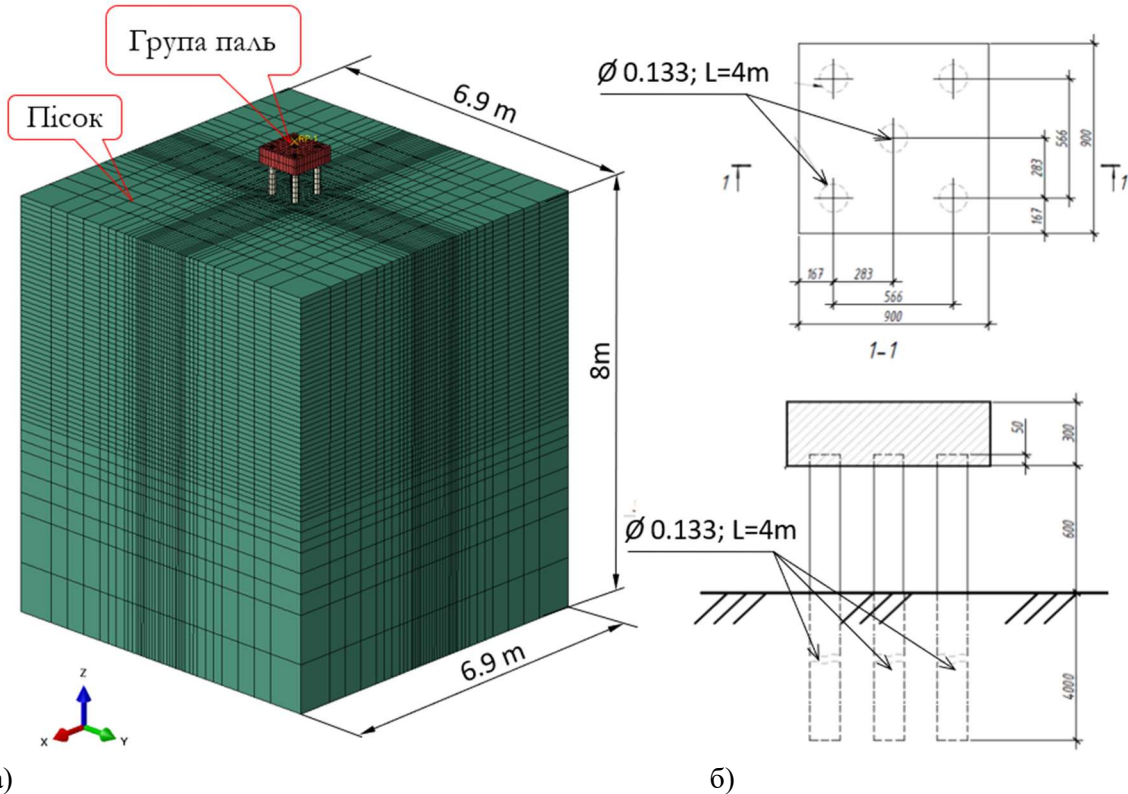


Рис.2. Куц палей що прийнятий для дослідження: а) скінчено-елементна модель, б) схема розташування палей у куці.

Fig.2. A group of piles accepted for research: a) finite-element model; b) pile arrangement scheme in the group.

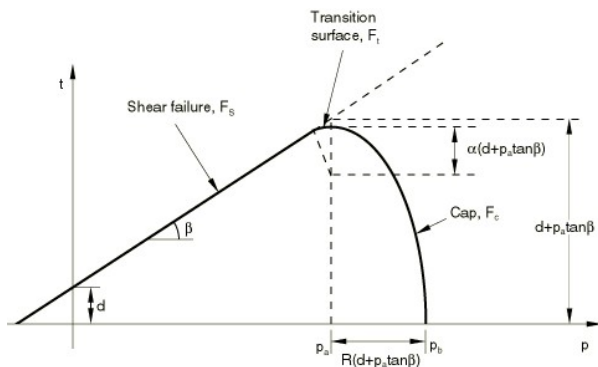


Рис. 3. Модифікована ковпачкова модель Друкера–Прагера, поверхня текучості в осях  $p$  і  $t$  (шаровий тензор-девіатор напружень)

Fig.3. Modified cap Drucker–Prager model, yield surface in the  $p$ – $t$  axes (hydrostatic pressure – deviator stress).

Модифікована ковпачкова Друкера-Прагера модель складається з двох основних поверхонь руйнування (ABAQUS Analysis

User’s Manual, Version 6.12): поверхню руйнування при зсуві ( $F_s$ ) та поверхні "шарочки" при стиску ( $F_c$ ) що зміцнюється (Рис.3)

Для функціонального опису ущільнення в ширшому діапазоні тисків був використана закономірність К.Терцаги, параметри якої були отримані на основі компресійних випробувань ґрунтів у лабораторії (Литвин, 2024).

Для аналізу параметрів міцності використано результати СРТ тесту (статичного зондування). Визначення кута внутрішнього тертя була використана наступна залежність (Paul W. Mayne, 2007):

$$\varphi = 17.16^\circ + 11.0^\circ * \log\left(\frac{q_c}{\sqrt{\sigma'_{V0}} \cdot \sigma_{atm}}\right)$$

В які входять опір конуса -  $q_c$ , ефективний -  $\sigma'_{V0}$  та атмосферний тиск -  $\sigma_{atm}$ .

Початкове значення модуля деформації

визначено з використанням функціональної залежності від опору конуса ( $E = f(q_c)$ ) (Paul W. Mayne, 2007). За результатами СРТ тесту з використанням наведених залежності побудовані графіки зміни кута внутрішнього тертя та модуля деформації за глибиною та визначено середні значення на наведених ділянках в області де розміщені палі (рис.4).

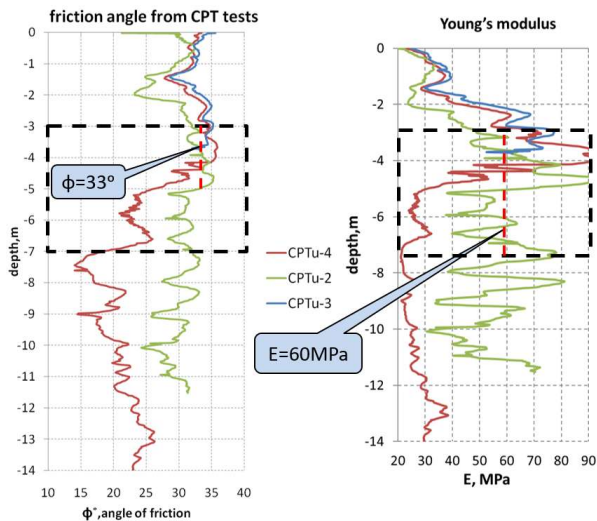


Рис. 4. Прийняті параметри міцності та деформативності за результатами СРТ-тестів.

Fig.4. Taken parameters of strength and deformability according to the results of CPT tests.

Для дослідження впливу відстані між палями на НДС системи “група палей-основа” палями було виконано розрахунки в двох постановках з відстанню між палями  $3d$  ( $d$  – діаметр палі) та зі збільшеною вдвічі відстанню між палями  $3d$  (рис.5)

Результати числового моделювання поведінки групи палей у піщаному ґрунті при

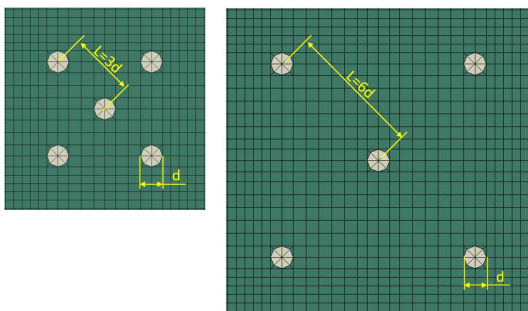


Рис. 5. Прийнята для розрахунків відстань між палями.

Fig.5. The distance between piles adopted for calculations.

різних відстанях між палями подано у вигляді графіків «навантаження – осідання» та полів пластичних деформацій стиснення (Рис. 6, Рис. 7).

Побудовані залежності «навантаження – осідання» для варіантів  $L = 3d$  та  $L = 6d$  свідчать, що зміна відстані між палями суттєво впливає як на загальну несучу здатність групи, так і на характер розподілу зусиль між окремими елементами (рис.6). При меншій відстані ( $L = 3d$ ) навантаження передається більш рівномірно, при цьому центральна паля сприймає більшу частину вертикальної сили. Із збільшенням відстані між палями до  $L = 6d$  взаємний вплив елементів зменшується, зона сумісної роботи скорочується, а основне навантаження переходить на кутові палі. Це призводить до зниження групової ефективності та меншої сумарної несучої здатності системи.

Отримані закономірності узгоджуються з експериментальними даними, наведеними у роботі Ф. Ліззі (F. Lizzi, 1985), який показав, що ефективність групи палей досягає максимуму при певному інтервалі відстаней (приблизно 3–5 діаметрів палей), після чого збільшення кроку розміщення спричиняє зниження загальної несучої здатності.

Детальний аналіз просторового напружено-деформованого стану (рис.7) дозволяє пояснити ці тенденції. При малій відстані між палями ( $L = 3d$ ) спостерігається значне перекриття індивідуальних зон напружень, утворених навколо кожної палі. У результаті формується єдина суцільна зона ущільнення, яка охоплює всю групу палей і функціонує як спільний “умовний фундамент” (рис.7) із ефективною площею, що перевищує сумарну площу окремих зон. Така конфігурація забезпечує більш рівномірний розподіл напружень у ґрунті й сумісну роботу елементів системи «ґрунт – палі – ростверк».

Натомість при великій відстані ( $L = 6d$ ) напружені зони не взаємодіють між собою, і кожна паля формує власну локальну область ущільнення ґрунту, тобто працює як окремий “умовний фундамент”(рис.7). Відсутність спільної зони деформацій призводить до зниження ефективності використання

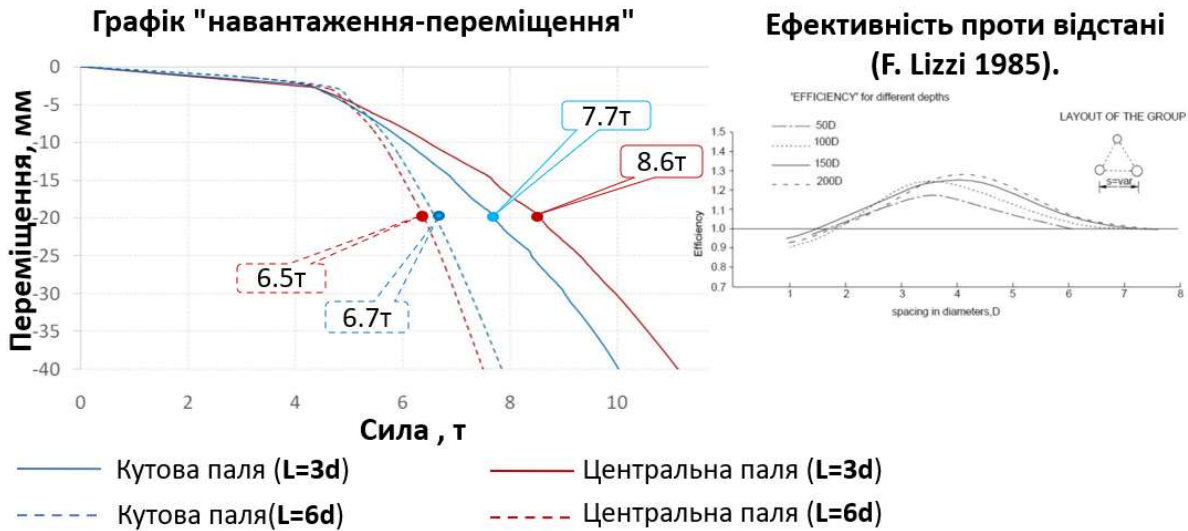


Рис. 6. Графіки «навантаження – переміщення» для прийнятих відстаней між палями та залежність ефективності від відстані згідно з даними (F. Lizzi, 1985).

Fig.6. Load-displacement graphs for the adopted distances between piles and the dependence of efficiency on distance according to data (F. Lizzi, 1985).

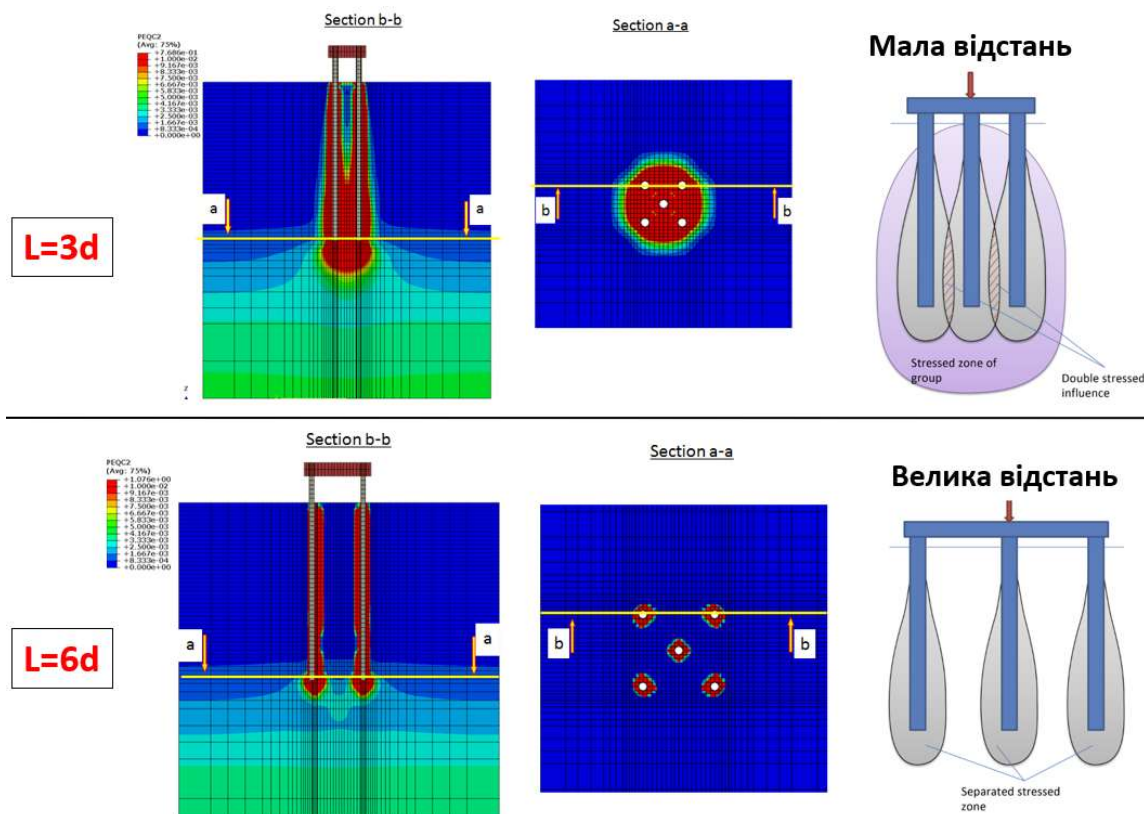


Рис. 7. Пластична деформація стиснення в модифікованій ковпачковій моделі Друкера-Прагера.  
 Fig.7. Plastic strain from compression/hardening Modified cap Drucker–Prager model.

матеріалу та меншої загальної несучої здатності умовного фундаменту. Таким чином, при надмірному зближенні паль зон напружень накладаються надмірно, а при

занадто великій відстані — втрачається спільна робота системи. Оптимальною є проміжна відстань, за якої досягається баланс між взаємодією та автономністю роботи

паль.

Аналіз розподілу зусиль уздовж довжини паль у залежності від відстані між центрами паль показав суттєві відмінності у роботі як кутових, так і центральних елементів куца паль. При зменшенні відстані між палями з  $L = 6d$  до  $L = 3d$  спостерігається помітна зміна характеру перерозподілу навантаження між бічною поверхнею та підошвою палі, що пов'язано зі зростанням взаємного впливу зон ущільнення та зсуву ґрунту навколо сусідніх паль (рис.8).

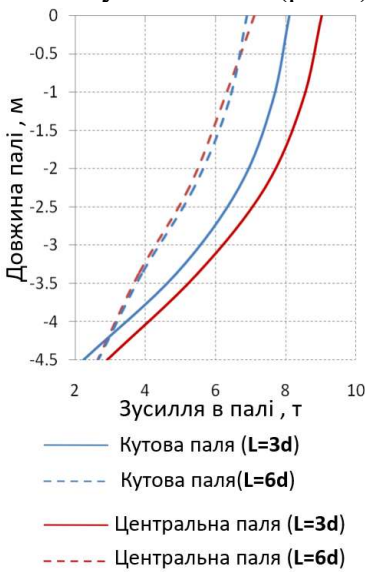


Рис. 8. Розподілу повздовжніх сил уздовж довжини паль у залежності від відстані між центрами паль.

Fig.8. Distribution of longitudinal forces along the length of the piles depending on the distance between the pile centers.

Для кутових паль при меншому кроці ( $L = 3d$ ) фіксується збільшення зусиль, що передаються на ґрунт бічною поверхнею по всій довжині палі. Крива розподілу має більш крутий градієнт, що вказує на підвищений рівень взаємодії палі з ущільненим ґрунтом, сформованим унаслідок просторового «ефекту групи». Це пояснюється тим, що кутові палі працюють у зоні обмеженої бокової деформації, де ущільнений ґрунт від суміжних паль додатково підвищує горизонтальні напруження в ґрунті, збільшуючи роботу бічної поверхні.

При більшій відстані  $L = 6d$  взаємний вплив паль значно менший, що

проявляється у зниженні бічного опору та однаковому розподілі зусиль уздовж стовбура як для центральної так і для кутової палі.

При більшій відстані ( $L = 6d$ ) палі працюють у більш наближених до «одиначних» умов.

Загалом можна стверджувати, що зменшення відстані між палями призводить до збільшення долі навантаження, сприйманого бічною поверхнею кутових паль за рахунок того що третя по бічній поверхні паль розміщених в периферійних зонах реалізується більше чим в центрі фундаменту внаслідок різкого зменшення деформацій ґрунту за межами фундаменту.

За умови розташування паль у групі з кроком  $L = 3d$  частка зусилля, що передається на ґрунт через бічну поверхню кутової палі, становить 73% від її загального навантаження (таб.1). При збільшенні відстані між палями до  $L = 6d$  відповідний показник зменшується до 62%, що свідчить про послаблення просторової взаємодії та зниження інтенсивності роботи бічної поверхні кутової палі.

Табл. 1. Розподіл повздовжньої сили між підошвою і бічною поверхнею палі.

Table 1. Distribution of longitudinal force between the base and the lateral surface of the pile

	L=3d		L=6d	
	Центральна палія	Кутова палія	Центральна палія	Кутова палія
Сумарне зусилля, т.	9.02	8.11	7.11	6.89
Підошва, %	32%	27%	37%	38%
Бічна поверхня, %	68%	73%	63%	62%
Граничне навантаження для куца паль при осіданні 20 мм	41		35	

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

У процесі взаємодії палі з ґрунтом виникають пластичні зсувні та об'ємні деформації. Це слід враховувати під час вибору визначальних моделей для числового моделювання.

Залежно від співвідношення діаметра та відстані між палями поведінка групи палей у ґрунті істотно різниться. У досліджуваних умовах це також вплинуло на розподіл деформацій ґрунту по глибині.

Показано, що група палей з відстанню між палями  $L = 3d$  дозволяє включати в роботи групи палей ґрунт між ними та збільшити несучу здатність групи.

Збільшення відстані між палями сприяє зменшенню взаємодії між палями через ґрунт, утворенню окремих зон деформації ґрунту. Це призводить до зниження групової ефективності та меншої сумарної несучої здатності системи.

Отримані закономірності узгоджуються з експериментальними даними, наведеними у роботі Ф. Ліззі (F. Lizzi, 1985), який показав, що ефективність групи палей досягає максимуму при певному інтервалі відстаней (приблизно 3–5 діаметрів палей), після чого збільшення кроку розміщення спричиняє зниження загальної несучої здатності. Ця робота відповідає дослідженням Ф. Ліззі. І тут розподіл зусиль між палями значною мірою залежить від жорсткості ростверку.

При відстані між палями  $L = 3d$  центральна паля зазнає більшого навантаження. Це пов'язано з ущільненням ґрунту навколо нього під впливом горизонтального тиску, створюваного кутовими палями.

Зі збільшенням відстані між палями різниця у співвідношенні зусиль, що передаються бічною поверхнею та підшовою на ґрунт для центральних та кутових палей, зменшується. При відстані між палями в групі  $L = 3d$  зусилля, що передається бічною поверхнею на ґрунт для кутової палі, становило 73% від загального зусилля в ній, а при відстані між палями  $L = 6d$  в групі зусилля, що передається бічною поверхнею на ґрунт, становило 62% від загального зусилля в ній.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Chen, Y., Lu, F., Namdar, A., & Cai, J. (2019). Робочий механізм пальової групи з різними відстанями між палями в щільному піску. *Науковий журнал Advances in Civil Engineering*, 2019, 1–16. DOI:10.1155/2019/5376594
2. Kok Sien Ti, Bujang B.K. Huat, Jamaluddin Noorzaei, Moh'd Saleh Jaafar, Gue See Sew. (2009). Огляд базових конститутивних моделей ґрунту для геотехнічних застосувань. *Науковий журнал Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 14(J), 1–18.
3. Dassault Systèmes Simulia Corp. ABAQUS Analysis User's Manual, Version 6.12. — Providence, Rhode Island : Dassault Systèmes Simulia Corp., 2012.
4. Mayne, P.W. (2007) Сучасний стан практики статичного зондування. *Transportation Research Board Synthesis Study, NCHRP Project 20-05, Topic 37-14, 1-137.*
5. Lizzi, F. (1985). Pali Radice (Root Piles) and Reticulated Pali Radice. *Underpinning, Surrey University Press, pp. 84-151.*
6. Ручківський, В. (2021). Взаємодія ґрунтової основи та групи палей, об'єднаних ростверком. *Основи та фундаменти: Науково-технічний збірник*, 43, 79-86

## REFERENCES

1. Chen, Y., Lu, F., Namdar, A., & Cai, J. (2019) Working Mechanism of Pile Group with Different Pile Spacing in Dense Sand. *Advances in Civil Engineering*, 2019, 1-16. DOI:10.1155/2019/5376594
2. Ti, K.S., Huat, B.B.K., Noorzaei, J., Jaafar, M.S., & Sew, G.S. (2009) A Review of Basic Soil Constitutive Models for Geotechnical Application *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 1-19.
3. Dassault Systèmes Simulia Corp. ABAQUS Analysis User's Manual, Version 6.12. — Providence, Rhode Island : Dassault Systèmes Simulia Corp., 2012.
4. Mayne, P.W. (2007) Cone Penetration Testing State-of-Practice Transportation Research Board Synthesis Study, NCHRP Project 20-05, Topic 37-14, 2007, 1-137.
5. Lizzi, F. (1985). Pali Radice (Root Piles) and Reticulated Pali Radice. *Underpinning, Surrey University Press, pp. 84-151.*

6. Ruchkivskiy, V. (2021). Vzaiemodiia gruntovoi osnovy ta hrupy pal, obiednanykh rostverkom [Interaction between a subsoil and group of piles joined with a raft]. *Osnovy ta fundamenti: Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk*, 43, 79-86 (in Ukrainian).

### Numerical modeling of the behavior of a pile group in sandy soils under vertical static loading

*Oleksandr LYTUVN*  
*Vitalii RUCHKIVSKYI*

**Summary.** This paper presents a comprehensive numerical study of the stress–strain behavior of a pile group embedded in sandy soils and subjected to vertical static loading. The research focuses on understanding how variations in the spacing between piles influence the development of deformation patterns, stress redistribution within the soil mass, and the overall load-bearing performance of the pile group. The problem is highly relevant for geotechnical engineering practice, as the spatial arrangement of piles significantly affects the efficiency, reliability, and cost of foundation systems, particularly in granular soils where interaction effects are pronounced.

A detailed three-dimensional finite-element model was developed to simulate the complex soil–structure interaction. The model incorporates a realistically sized soil domain, a group of displacement piles, and a rigid grillage transferring the load to the pile heads. To ensure a physically correct representation of sandy soil behavior, the modified Drucker–Prager cap model was used. This constitutive model makes it possible to capture both shear plasticity and volumetric hardening associated with compaction—phenomena that cannot be reproduced by simpler elastic or purely frictional models. The soil stiffness and strength parameters were derived from CPT data, and additional compressibility characteristics were obtained using a Terzaghi-based formulation calibrated from laboratory compression tests.

Two pile spacing configurations were investigated:  $L = 3d$  and  $L = 6d$  (where  $d$  is the pile diameter). The simulations revealed substantial differences in the stress–strain state depending on the spacing. At  $L = 3d$ , the individual stress zones generated around each pile overlap, forming a continuous zone of densified soil. This results in enhanced confinement, increased lateral stress, and a more effective mobilization of shaft resistance. In this

configuration, the pile group behaves as a unified foundation system, and a significant portion of the load is redistributed to corner piles due to spatial constraints. Conversely, at  $L = 6d$ , the stress influence zones are mostly isolated, causing each pile to behave similarly to a single pile. This reduces group interaction effects and leads to a lower overall bearing capacity.

A detailed analysis of the distribution of longitudinal forces along pile shafts showed that the share of load resisted by the shaft of corner piles decreases from 73% at  $L = 3d$  to 62% at  $L = 6d$ . The central pile exhibits the opposite trend: its contribution becomes less dominant as the spacing increases. These results are consistent with the classical experimental findings of F. Lizzi (1985), who identified an optimal spacing range for maximizing group efficiency in granular soils.

The extended numerical results emphasize the importance of accounting for plastic deformations, soil compaction effects, and interaction-induced stress redistribution when designing pile groups. The study demonstrates that inadequate consideration of these factors may lead to overly conservative or unsafe foundation designs. The numerical model developed herein provides a reliable framework for optimizing pile spacing and improving the accuracy of bearing capacity predictions in sandy soils. It can serve as a valuable tool for refining design methodologies and supporting engineering decision-making under similar geotechnical conditions.

**Key words.** Numerical modeling, pile group, sandy soils, pile spacing, bearing capacity, stress-strain state, modified cap Drucker–Prager model, finite element method.

## Числове моделювання дії удару та вибуху на елементи системи «основа - захисна споруда»

Віктор НОСЕНКО<sup>1</sup>, Дмитро НЕЧИПОРЕНКО<sup>2</sup>

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037,  
<sup>1</sup>v.s.nosenko@gmail.com, orcid.org/ 0000-0002-8261-1846  
<sup>2</sup>dimanechiporenko072@gmail.com, orcid.org/ 0009-0006-6697-2381

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.91-98

**Анотація.** Проектування надійних захисних споруд або окремих елементів їх конструкцій потребує комплексного аналізу зміни напружено-деформованого стану їх елементів як системи «основа – захисна споруда» під дією різних за характером впливів. Необхідно враховувати багато вхідних параметрів, які безпосередньо впливають на результати розрахунків.

В роботі продемонстровані результати числового моделювання оцінки впливу влучання снаряду масою 300 кг зі швидкістю 60 м/с у фрагмент стіни захисної споруди, кут атаки, якого змінювався відносно горизонталі і мав наступні значення: 0°, 15°, 45°, 60°. Також аналізувався вплив від детонації бойової частини з вагою вибухової речовини близької до 100 кг у тротиловому еквіваленті. Для виконання розрахунків використовувався програмний комплекс Ansys/LS-Dyna.

Фрагмент стіни має товщину 1200 мм, а основою для неї слугують фундаменти неглибокого закладання. Армується стіна в чотири шари стержнями різного діаметру та перемінним кроком. Покриття захисної споруди являє собою багатошарову залізобетонну плиту, яка виконується по металевим балкам.

При створенні числової моделі системи «основа – захисна споруда» використовувався метод Лагранжа. Геометрія стіни, покриття, фундаменту і ґрунту зроблена за допомогою твердих об'ємних елементів, а дискретне армування залізобетонних конструкцій балочними елементами. Для моделювання впливу вибуху застосовувався підхід Лагранжа-Ейлера. Вибухівка задавалась фізично, а її поведінка описувалась рівнянням стану.



**Віктор НОСЕНКО**  
завідувач кафедри геотехніки  
к.т.н., доц.



**Дмитро НЕЧИПОРЕНКО**  
аспірант кафедри  
геотехніки

В результаті дослідження впливу удару на фрагмент стіни захисної споруди було встановлено, що зміна кута атаки снаряду має суттєвий вплив на рівень та форму пошкоджень захисної конструкції. Різниця між площами зон пошкоджень для кутів 0° та 60° доходить до 70%, а розбіжності в значеннях напружень, що виникають в армуванні складає 20% та 73% для зовнішньої та внутрішньої граней стіни відповідно.

Продемонстровано пошкодження стіни захисної споруди від дії впливу вибуху. На зовнішній стороні вони є розподіленими, а на внутрішній зосереджені в центрі. Площа зони пластичних деформацій на 41% для зовнішньої та 18% для внутрішньої граней більша від зони викликаной ударом снаряду із кутом атаки 0°. Напруження в армуванні досягають граничних значень – 500 МПа. При комбінації впливів, дія вибуху має набагато більший ефект на стіну захисної споруди, кут атаки впливає не суттєво.

**Ключові слова.** Захисна споруда, числове моделювання, удар, вибух, Ansys/LS-Dyna.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Під час проектування та розрахунку захисних споруд для елементів об'єктів критичної інфраструктури виникає багато питань, що пов'язані з вибором надійного та економічно ефективного проектного рішення конструкцій захисних споруд. Для виконання розрахунку інженер має враховувати багато факторів, серед них основними є: інтенсивність дії вибухового та ударного навантажень, які по своєму характеру є короткочасними високоенергетичними імпульсами, реальні параметри оточуючого середовища і матеріалів захисних конструкцій. При оцінці впливу удару важливими вхідними параметрами є: вага снаряду, кут його атаки і швидкість руху, а для оцінки впливу вибухової ударної хвилі – маса вибухової речовини, відстань від епіцентру вибуху до споруди і середовище в якому розповсюджується вибухова ударна хвиля.

Для комплексної оцінки дії таких впливів сьогодні використовують натурні експерименти, які є унікальними, що в свою чергу робить їх достатньо дорогими або числове моделювання напружено-деформованого стану (НДС) елементів системи “основа – захисна споруда” із застосуванням програмних комплексів, що здатні виконувати розрахунки динамічних впливів із прямим інтегруванням рівнянь руху в часі і мають необхідні моделі поведінки матеріалів у своїй бібліотеці. В даному дослідженні використаний програмний комплекс Ansys/LS-Dyna, який є одним із світових лідерів для вирішення задач даного типу.

## МЕТА РОБОТИ

Оцінка впливу удару снаряду, при зміні кута його атаки, та подальшої детонації бойової частини на НДС елементів системи «основа – захисна споруда», несучу здатність споруди та її надійність.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

У роботі досліджувався фрагмент стіни

захисної споруди товщиною 1200 мм, що спирається на фундаменти неглибокого закладання. Армування виконано в чотири шари сітками із арматури різного діаметру класу А500С, встановлених із перемінним кроком, а основним матеріалом стіни є бетон класу С32/40.

Конструкція покриття захисної споруди – це багатошарова залізобетонна плита із бетону класу С32/40, що влаштовується по системі сталевих балок.

Для оцінки впливу удару (Van Dorsselaer, N. et. al 2012); (Han, X. M. 2019) на стіну захисної споруди моделювався снаряд вагою близько 300 кг, діаметр якого не перевищував 250 мм, а швидкість руху, в момент влучання, становила близько 60 м/с. В дослідженні розглянуто декілька варіантів кута атаки снаряду під якими він влучав у стіну: 0°, 15°, 45°, 60°.

Також досліджувався вплив вибуху на поверхні стіни, одночасно з яким відбувалось влучання снаряду. Такий підхід імітує детонацію бойової частини при влучанні.

Для створення розрахункової моделі був використаний метод Лагранжа. Стіна, фундаменти, покриття та ґрунт моделювалися твердими об'ємними елементами (Schmied, C., & Erhart, T. 2018), а армування конструкцій задавалось дискретними балочними елементами. Модель матеріалу для опису поведінки сталі описана в (LS-Dyna, 2025), для бетону розглянуто в роботі (LS-Dyna, 2025); (Murray, Y. D. 2007). Сумісна робота арматури та бетону була забезпечена командою *constrained lagrange in solid*. Максимально наближений до регулярного крок сітки 0.1 мм. Загальний час тривалості розрахунку становив 0.1 с.

При створенні моделі для дослідження впливу вибуху використаний підхід Лагранжа-Ейлера. Вибухівка вагою близько 100 кг моделювалась сіткою Ейлера, для опису її поведінки застосовувалось рівняння стану (Schwer, L. et. al 2015); (Huang, Y. et. al 2012). Снаряд моделювався як жорстке тіло.

Скінчено-елементна модель системи “основа – захисна споруда” наведена на Рис. 1.

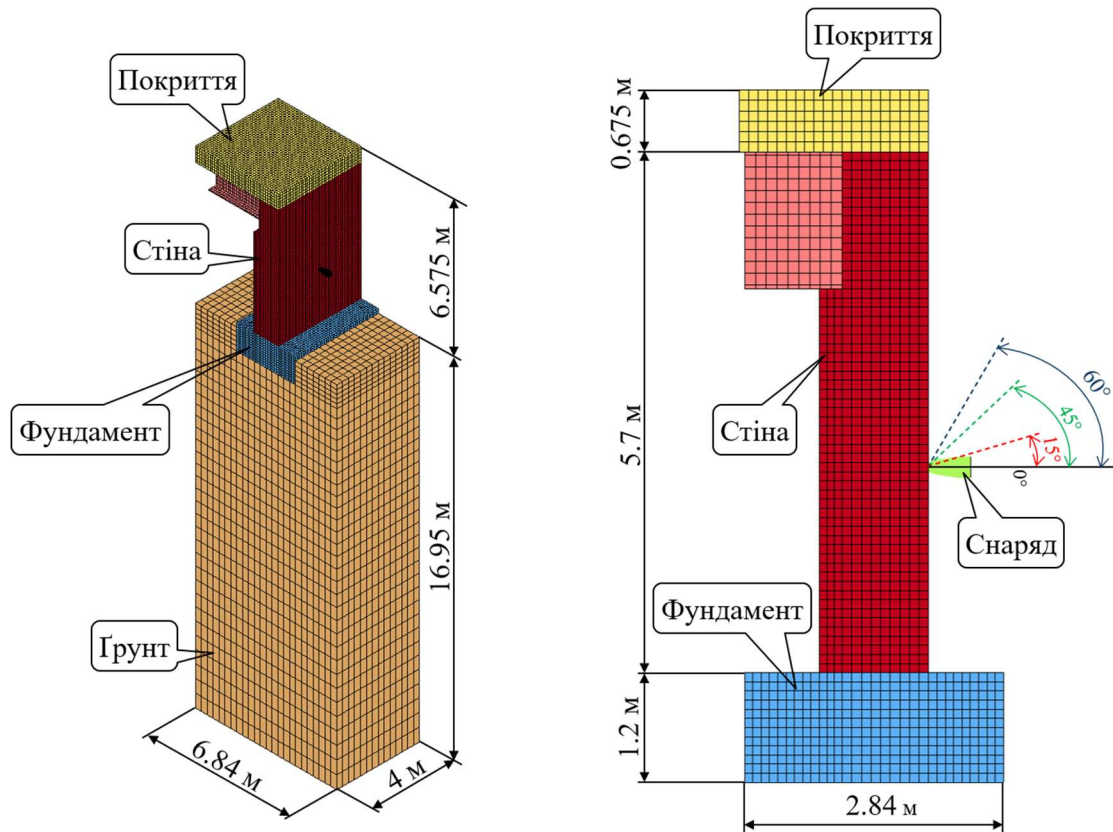


Рис.1. Скінчено-елементна модель фрагменту системи: «основа-захисна споруда».  
 Fig.1. Finite element model of a fragment of the “foundation–protective structure” system.

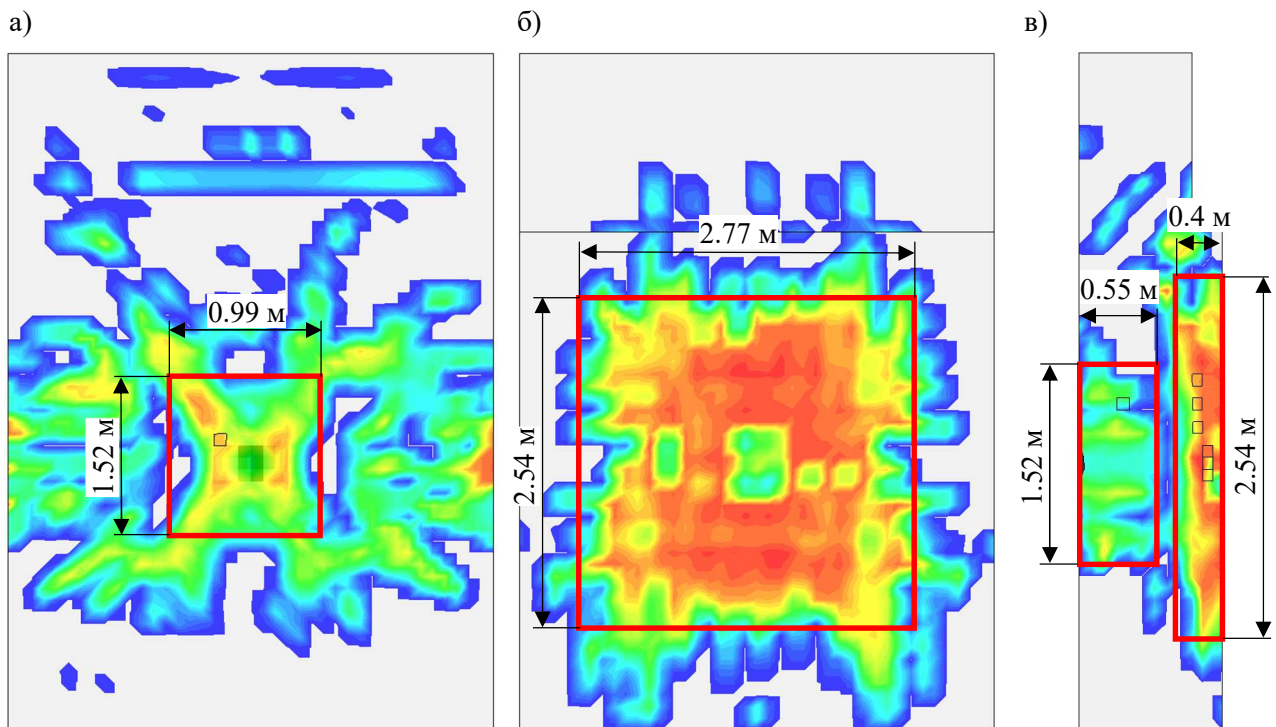


Рис.2. Пластичні деформації стіни в результаті удару при куті атаки 0°: а) фасад; б) внутрішня сторона; в) розріз.  
 Fig.2. Plastic deformations of the wall resulting from impact at an attack angle of 0°: a) facade; b) inside; c) section.

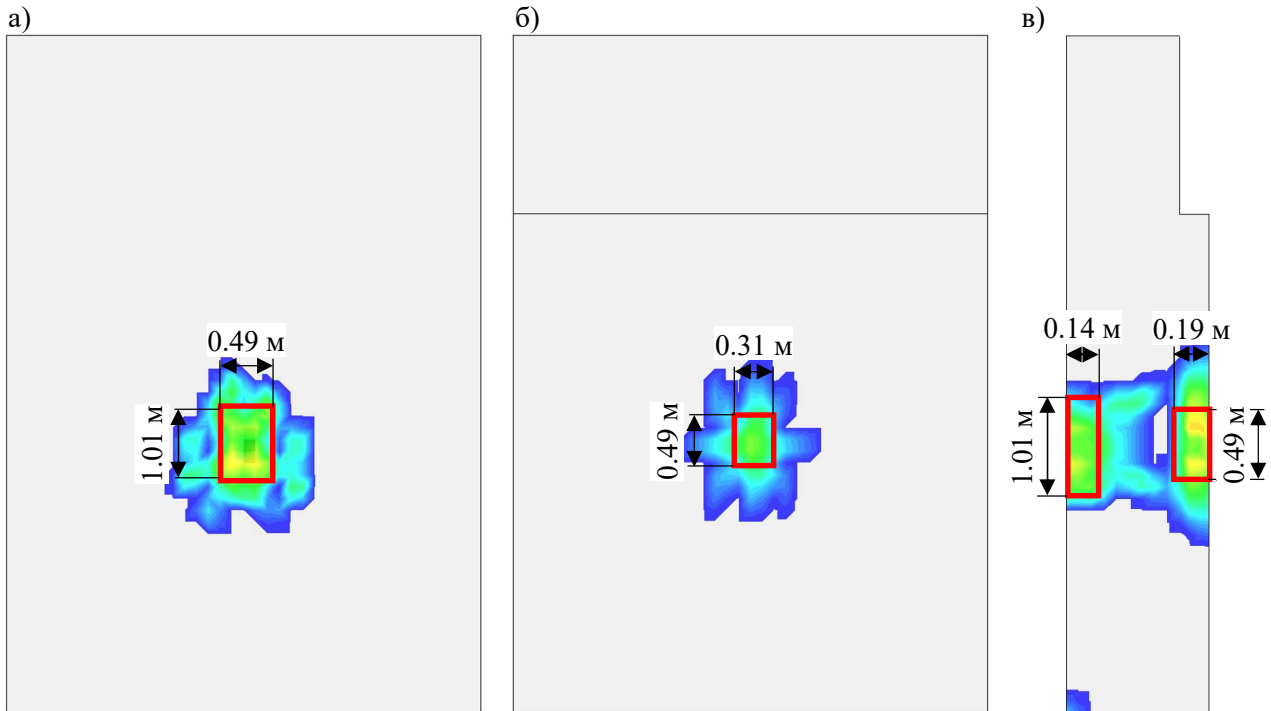


Рис.3. Пластичні деформації стіни в результаті удару при куті атаки  $60^\circ$ : а) фасад; б) внутрішня сторона; в) розріз.

Fig.3. Plastic deformations of the wall resulting from impact at an attack angle of  $60^\circ$ : a) facade; b) inside; c) section.

На Рис. 2 та Рис. 3 зображено результати впливу від удару снаряду, що мав кути атаки  $0^\circ$  та  $60^\circ$  до горизонталі відповідно.

При влучанні в стіну снаряду під кутом  $0^\circ$  з'являються великі за площею зони пластичних деформацій, як на фасадній (площа  $1.5 \text{ m}^2$ ) так і внутрішній (площа  $7.0 \text{ m}^2$ ) гранях стіни. Пошкодження яке виникає в результаті удару, перпендикулярного до поверхні стіни, можна назвати розтріскуванням із середини, тобто пошкоджень зазнає фасад стіни, а також виникає відшарування матеріалу на внутрішній стороні. Аналогічний ефект спостерігається при влучанні снаряду, що має кут атаки  $15^\circ$ , але площа зон пластичних деформацій для фасаду зменшується на 35% (площа  $0.97 \text{ m}^2$ ), а для внутрішньої сторони на 45% (площа  $3.9 \text{ m}^2$ ).

Влучання снаряду під кутом  $60^\circ$  до горизонталі майже не спричиняє пошкоджень стіни. З'являється невелика локальна зона пластичних деформацій на фасаді площею  $0.49 \text{ m}^2$ , що на 67% менша ніж була при куті атаки  $0^\circ$ , яку можна назвати вищербленням на лицьовій стороні. В цьому місці прогнозується поява невеликих тріщини. На

внутрішній грані стіни пластичні деформації до кінця розрахунку зникають зовсім і мають ще менші розміри (площа  $0.15 \text{ m}^2$ ). Влучання снаряду в стіну під кутом  $45^\circ$  спричиняє аналогічні наслідки, проте площа пошкоджень на фасаді є більшою на 14% і складає  $0.57 \text{ m}^2$ , на внутрішній стороні пластичні деформації зникають, а площа зони де вони з'являються, в момент удару, дорівнює  $0.75 \text{ m}^2$ .

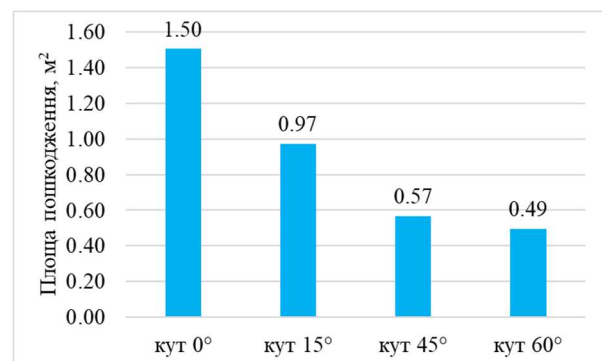


Рис.4. Зміна площі пошкодження стіни захисної споруди від зміни кута атаки снаряду.

Fig.4. Variation of the damage area of the protective structure wall with the change in projectile attack angle

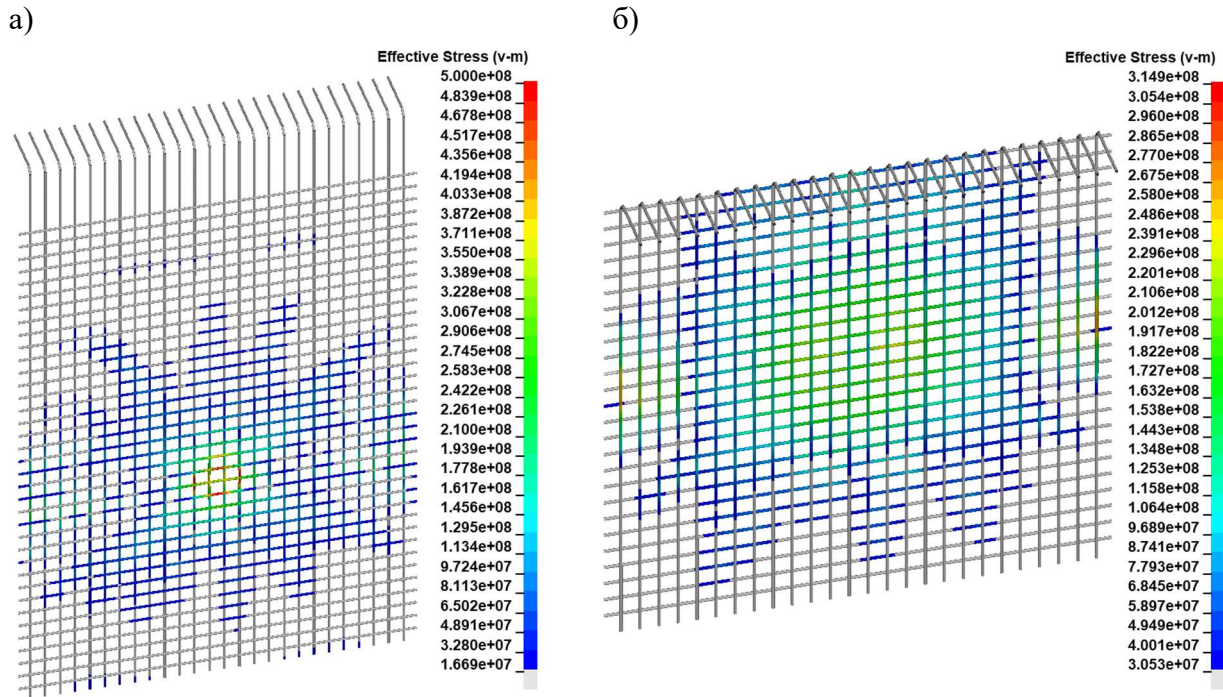


Рис.5. Ізополя напружень арматури стіни при куті атаки снаряду 0°: а) зовнішня грань; в) внутрішня грань.

Fig.5. Isostress fields of the wall reinforcement at a projectile attack angle of 0°: a) outer face; b) inside.

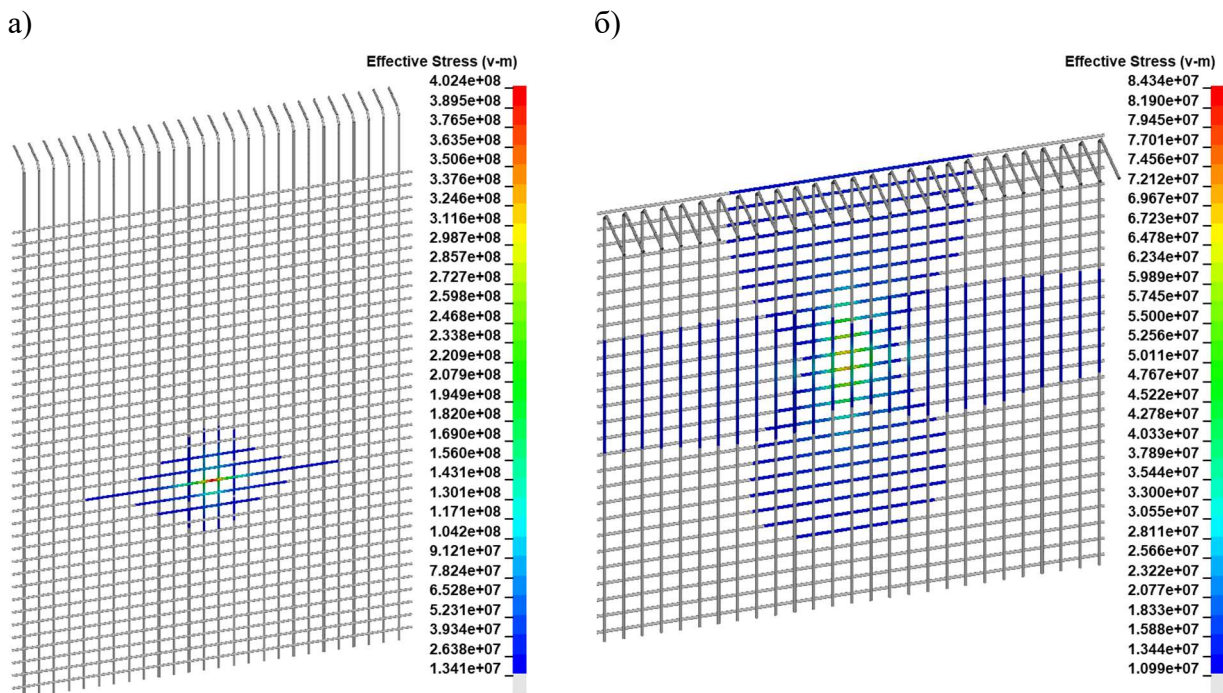


Рис.6. Ізополя напружень арматури стіни при куті атаки снаряду 60°: а) зовнішня грань; в) внутрішня грань.

Fig.6. Isostress fields of the wall reinforcement at a projectile attack angle of 60°: a) outer face; b) inside.

Згідно отриманих результатів в арматурі, що розташована біля зовнішньої грані стіни, яка приймає удар, при влучанні снаряду під кутом 0° відбувається локальний розрив

стержнів у першому, найближчому до зони удару, шарі армування, а в другому шарі Рис. 5а – напруження досягають своїх граничних значень і складають 500 МПа. Біля

внутрішньої грані Рис. 5б максимальні напруження складають 315 МПа.

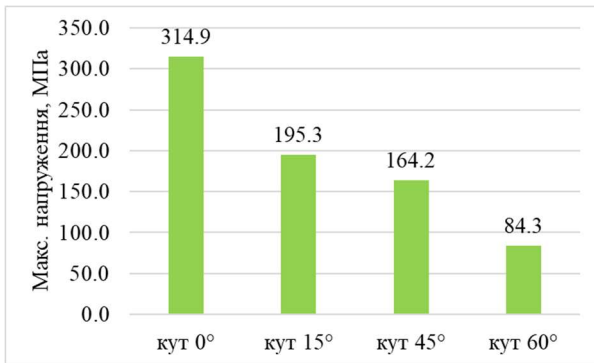


Рис.7. Максимальні напруження в арматурі біля внутрішньої грані стіни при різному куті атаки.

Fig.7. Maximum stresses in the reinforcement near the inner face of the wall at different attack angles.

При куті атаки снаряду 60° у першому шарі армування також можливі локальні розрив стержнів, а в другому Рис. 6а – напруження складають 402.4 МПа, що на 20% менше за значення отримані для кута 0°. Максимальне значення напружень біля внутрішньої грані, для кута атаки 60°, зменшуються на 97% і складають 84 МПа Рис. 6б.

Для кутів 15° та 45° напруження в арматурі другого шару стіни, біля зовнішньої грані, досягають максимальних значень 500 МПа, а біля внутрішньої грані вони менші на 73% та 48% відповідно і дорівнюють: для кута 15° – 195.3 МПа, для кута 45° – 164.2 МПа Рис. 7.

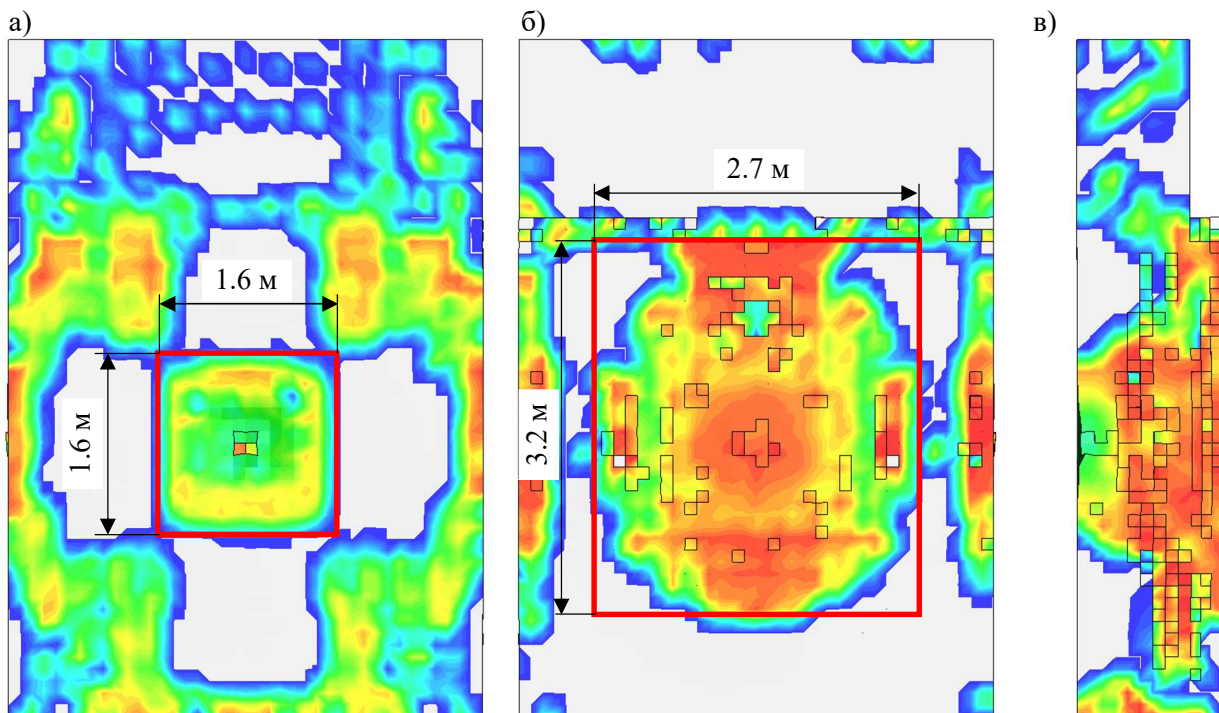


Рис.8. Пластичні деформації стіни в результаті дії вибуху (кут атаки 0°): а) фасад; б) внутрішня сторона; в) розріз.

Fig.8. Plastic deformations of the wall caused by the explosion (attack angle 0°): a) facade; b) inside; c) section.

При впливі вибуху стіна зазнає значних пошкоджень Рис. 8, як на лицьовій так і внутрішній сторонах.

На фасаді пластичні деформації з'являються як посередині стіни, площа зони складає 2.56 м<sup>2</sup>, що на 41% більше за вплив від удару без вибуху, так і на її периферії. Пошкодження на внутрішній стороні

зосереджені в центральній частині і є набагато більшими ніж на фасаді. Площа зони пластичних деформацій складає 8.64 м<sup>2</sup> (на 18% більша ніж при ударі). На розрізі стіни Рис. 8в можна побачити, що в результаті дії впливу вибуху розрахунком прогнозується повне пробиття, матеріал відшаровується на обох сторонах.

В зовнішньому армуванні стіни відбувається розрив стержнів в першому і другому шарах армування, а напруження біля внутрішньої грані досягають своїх максимальних значень 500 МПа.

Пікові переміщення стіни, що спричинені вибухом, в середньому складають 40 мм, при звичайному ударі під кутом  $0^\circ$  – 6 мм.

Зміна кута нахилу снаряду не має суттєвого значення, дія вибуху спричиняє набагато більший вплив.

## ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

На основі числового моделювання напружено-деформованого стану елементів системи “основа – захисна споруда” при дії на захисну споруду із залізобетону удару снаряду масою 300 кг на швидкість 60 м/с та подальшого вибуху бойової частини вагою вибухової речовини 100 кг у тротиловому еквіваленті, продемонстровано вплив зміни кута атаки снаряду на пошкодження стіни та характер розподілу зон пошкодження. Різниця їх площі для кутів  $0^\circ$  та  $60^\circ$  складає до 70%. Найбільш негативний вплив на стіну має снаряд кут атаки якого дорівнює  $0^\circ$ .

Встановлено, що при влучанні снаряду в стіну під кутом  $0^\circ$ - $15^\circ$  пошкоджень зазнають зовнішня і внутрішня сторони стіни, а якщо кут  $45^\circ$ - $60^\circ$  лише зовнішня.

Досліджено зміну напружень в арматурі стіни захисної споруди. При збільшенні кута атаки снаряду, в момент його влучання у стіну, напруження в арматурі зменшуються. Різниця для кутів  $0^\circ$  та  $60^\circ$  складає: біля зовнішньої грані 20% (кут  $0^\circ$  – 500 МПа; кут  $60^\circ$  – 402 МПа), а біля внутрішньої – 73% (кут  $0^\circ$  – 315 МПа; кут  $60^\circ$  – 85 МПа).

Визначено, що вплив вибуху на стіну захисної споруди спричиняє незначні пошкодження на лицьовій стороні, але площа зони пластичних деформацій є більшою на 41%, і дорівнює  $2.56 \text{ м}^2$ , в порівнянні із зоною, що утворилась лише в результаті удару під кутом  $0^\circ$ , розміри якої складають  $1.5 \text{ м}^2$ . Пошкодження є розподіленими по зовнішній поверхні стіни. На внутрішній стороні пошкодження є значно більшими і зона з ними зосереджена в центральній частині. Вона

дорівнює  $8.64 \text{ м}^2$ , що на 18% більша за площу, яку спричинив тільки удар снаряду під кутом  $0^\circ$  розміри якої сягають  $7.0 \text{ м}^2$ . Напруження в арматурі стіни досягають своїх граничних значень 500 МПа. Кут атаки снаряду впливає несуттєво, вплив від дії вибуху має набагато більші наслідки.

Отримано максимальні переміщення стіни в результаті дії вибуху та удару під кутом  $0^\circ$ . Їх значення не перевищують 6 мм для удару та 40 мм для вибуху.

Запропонований тип конструкцій захисної споруди в цілому є надійним та виконує свою захисну функцію.

## ЛІТЕРАТУРА/ REFERENCES

1. Van Dorsselaer, N., Lapoujade, V., Nahas, G., Tarallo, F., & Rambach, J. M. (2012, June). General Approach for Concrete Modeling: Impact on Reinforced Concrete. In 12th International LS-DYNA® Users Conference, Dearborn.
2. Ghaemmaghami, A., Liu, Y., Abrishami, H., & Han, X. M. NUMERICAL MISSILE SIMULATION OF PUNCHING TEST SPECIMENS CONTAINING LONGITUDINAL REINFORCING AND T-HEADED BARS.
3. Schmied, C., & Erhart, T. (2018). Updated review of solid element formulations in LS-DYNA. 15th German LS-DYNA Forum Bamberg.
4. LS-DYNA, Livermore software technology cooperation, LS-DYNA keyword user’s manual, 2025. URL: [https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna\\_manuals/DRAFT/DRAFT\\_Vol\\_I.pdf](https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna_manuals/DRAFT/DRAFT_Vol_I.pdf)
5. LS-DYNA, Livermore software technology cooperation, LS-DYNA material models manual, 2025. URL: [https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna\\_manuals/DRAFT/DRAFT\\_Theory.pdf](https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna_manuals/DRAFT/DRAFT_Theory.pdf)
6. Murray, Y. D. (2007). *Users manual for LS-DYNA concrete material model 159* (No. FHWA-HRT-05-062). United States. Federal Highway Administration. Office of Research, Development, and Technology.
7. Schwer, L., Teng, H., & Souli, M. (2015, June). LS-DYNA air blast techniques: Comparisons with experiments for close-in charges. In *10th European LS-DYNA Conference* (pp. 15-17).
8. Huang, Y., Willford, M. R., & Schwer, L. E. (2012, June). Validation of LS-DYNA® MMAL with blast experiments. In *12th International LS-DYNA Users Conference* (pp. 1-12).

**Numerical simulation of impact and explosion effects on elements of the “foundation–protective structure” system.**

*Viktor NOSENKO,  
Dmytro NECHYPORENKO*

**Summary** Designing reliable protective structures or individual structural elements requires a comprehensive analysis of the stress–strain behavior of their components within the “foundation–protective structure” system under various types of loading. It is essential to consider multiple input parameters that directly influence the calculation results.

This study presents the results of numerical simulations assessing the effect of a projectile with a mass of 300 kg and a velocity of 60 m/s striking a fragment of a protective wall. The projectile’s attack angle relative to the horizontal varied and took the following values: 0°, 15°, 45°, and 60°. Additionally, the effect of detonation of a warhead containing approximately 100 kg of explosive (TNT equivalent) was analyzed. The calculations were performed using the ANSYS/LS-DYNA software package.

The wall fragment has a thickness of 1200 mm and is supported by shallow foundations. The wall is reinforced with four layers of steel bars of varying diameters and variable spacing. The roof of the protective structure is a multilayer reinforced concrete slab resting on steel beams.

In developing the numerical model of the “foundation–protective structure” system, the Lagrangian method was used. The geometry of the wall, roof, foundation, and soil was modeled with solid elements, while the discrete reinforcement of the reinforced concrete components was modeled using beam elements. To simulate the explosion, a Lagrangian–Eulerian approach was applied. The explosive material was defined physically, and its behavior was described by an equation of state.

The analysis of projectile impact on the wall fragment of the protective structure revealed that changes in the projectile’s attack angle have a significant effect on the extent and pattern of structural damage. The difference between the damaged areas for attack angles of 0° and 60° reaches up to 70%, while the variation in reinforcement stress values is 20% and 73% for the outer and inside faces of the wall, respectively.

The study also demonstrates the nature of wall damage caused by the explosion. On the outer face, the damage is distributed, whereas on the inside face, it is concentrated in the central region. The

area of plastic deformation zones is 41% larger for the outer and 18% larger for the inside face compared to those caused by projectile impact at an attack angle of 0°. The reinforcement stresses reach ultimate values of up to 500 MPa. Under combined effects, the explosion has a significantly greater impact on the protective structure wall, while the attack angle has a negligible influence.

**Key words.** Protective structure, numerical simulation, impact, explosion, Ansys/LS-Dyna.

Наукове видання

# ОСНОВИ ТА ФУНДАМЕНТИ

Науково-технічний збірник

**ВИПУСК 51**

Заснований 1968 року

**Статті публікуються в авторській редакції**

Оформлення, стиль та зміст збірника є об'єктом авторського права та захищається законом. Відповідальність за зміст та достовірність наведених даних несуть автори публікацій. Редакція залишає за собою право редагувати та скорочувати подані матеріали. Усі статті, представлені в даному збірнику, одержали позитивну оцінку незалежних рецензентів. Передрук матеріалів збірника дозволяється тільки за письмовою згодою редакції.

**Оригінал-макет виготовлено в редакції науково-технічного збірника  
«Основи та фундаменти»**

Лінгвістичний консультант: Тетяна Диптан  
Комп'ютерне верстання: Людмила Бондарева, Тетяна Диптан  
Редагування, макетування: Людмила Бондарева,  
Обкладинка: Віталій Ручківський

**Редакція науково-технічного збірника:**  
03037, Україна, м.Київ, просп. Повітряних Сил, 31, КНУБА, к.109, к.121.  
Телефон редакції: (044) 241-55-03, (044) 245-41-24

Підписано до друку 26.12.2025. Формат 60x84<sup>1/8</sup>.  
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.  
Ум. друк. арк. \_\_\_\_\_. Обл.-вид. арк. \_\_\_\_\_  
Тираж 100 прим.

**«Видавництво Ліра-К»**  
Свідоцтво № 3981, серія ДК.  
03115, м. Київ, вул. В. Стуса, 22/1  
тел./факс (044) 247-93-37; 228-81-12  
Сайт: [lira-k.com.ua](http://lira-k.com.ua), редакція: [zv\\_lira@ukr.net](mailto:zv_lira@ukr.net)

Scientific edition

# **BASES AND FOUNDATIONS**

Scientific and Technical Journal

**ISSUE 51**

Established in 1968

## **Articles are published in the author's edition**

Design, style and content of the journal are subject to copyright and protected by law  
The responsibility for the content and data integrity remains with the authors.  
The site editorial reserves to bring corrective and cut down submitted materials.  
All articles in this journal have received a positive review from independent reviewers.  
It is possible to reprint the materials of the journal only by written consent of the editorial.

## **Camera-ready copy of the journal is completed in the editorial board of the scientific and technical journal «Bases and Foundation»**

Linguistic consultant: Tetiana Dyptan  
Computer typesetting: Liudmyla Bondareva, Tetiana Dyptan  
Editing, layout: Liudmyla Bondareva  
Cover: Vitalii Ruchkivskyi

### **Editorial Office of Scientific and Technical Journal:**

03037, Ukraine, Kyiv, Povitryanykh Syl ave., 31, KNUCA, off.109, off.121.  
Editorial phone: (044) 241-55-03, (044) 245-41-24

Signed for print 26.12.2025. Format 60x84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.

Offset paper. Times New Roman headset.

Conditional printed sheet \_\_\_\_\_. Accounting and publishing sheet \_\_\_\_\_.

Circulation of 100 copies.

### **«Publisher Lira-K»**

Certificate No 3981, DC series.

03115, Kyiv, str. V. Stus, 22/1

phone / fax (044) 247-93-37; 228-81-12

Website: [lira-k.com.ua](http://lira-k.com.ua), email editorial: [zv\\_lira@ukr.net](mailto:zv_lira@ukr.net)